Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe
Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach
ISSN 2083-8611 Nr 364 · 2018

Krzysztof Dmytrów

Uniwersytet Szczeciński
Wydział Nauk Ekonomicznych i Zarządzania
Instytut Ekonometrii i Statystyki
krzysztof.dmytrow@usz.edu.pl

ZASTOSOWANIE UOGÓLNIONEJ MIARY ODLEGŁOŚCI DO PODEJMOWANIA DECYZJI WIELOKRYTERIALNYCH

Streszczenie: W praktyce podejmowania wielokryterialych decyzji często spotykamy się z sytuacją, w której kryteria podejmowania decyzji są niemierzalne. Uogólniona miara odległości (Generalised Distance Measure – GDM) umożliwia uporządkowanie wariantów decyzyjnych, także biorąc pod uwagę cechy niemierzalne (zarówno na skali porządkowej, jak i nominalnej), dlatego może być wykorzystana jako narzędzie wspomagające proces podejmowania decyzji w takich przypadkach. W artykule zostanie podjęta próba wyboru wariantu decyzyjnego za pomocą uogólnionej miary odległości dla różnych kombinacji wag. Wyniki zostaną porównane do tych uzyskanych za pomocą metody TOPSIS dla odległości euklidesowych.

Słowa kluczowe: uogólniona miara odległości, TOPSIS, podejmowanie decyzji wielokryterialnych.

JEL Classification: C38, C44.

Wprowadzenie

W praktyce procesu podejmowania decyzji często mamy do czynienia z sytuacją, kiedy należy wybrać jeden z wielu wariantów decyzyjnych, opisanych za pomocą wielu kryteriów. Istnieje wiele metod wspomagających podejmowanie decyzji wielokryterialnych, takich jak AHP, ANP, ELECTRE, PROMETHEE [Trzaskalik, 2015], SAW, COPRAS [Podvezko, 2011], podejście wykorzystujące funkcję straty [Vommi, Kakollu, 2017] czy TOPSIS. Wspomniane metody pomagają uporządkować warianty decyzyjne od najlepszego do najgorszego. Niektóre wymagają, żeby kryteria decyzyjne były przedstawione na skali przynajm-

niej przedziałowej (SAW, COPRAS), w innych zaś (AHP czy ANP) skala może być nominalna, a decydent ustala subiektywne preferencje, porównując kryteria parami.

Bardzo popularną i prostą metodą wspomagania podejmowania decyzji wielokryterialnych jest metoda TOPSIS [Hwang, Yoon, 1981]. Opiera się ona na ważonej odległości każdego obiektu od **wzorca**, oznaczającego hipotetyczny wariant decyzyjny posiadający najlepsze wartości kryteriów, oraz od *antywzorca*, który posiada najgorsze ich wartości. Najlepszym wariantem decyzyjnym będzie ten, który posiada największą odległość od **antywzorca**. Należy zauważyć, że metodę TOPSIS najczęściej stosuje się dla skali porządkowej lub ilorazowej i w związku z tym najczęściej liczy się odległości euklidesowe. Można jednak ją stosować także dla słabszej skali (porządkowej) i odległości od wzorca i antywzorca liczyć za pomocą np. uogólnionej miary odległości [Wachowicz, 2011].

Mimo że metoda TOPSIS jest znana i bardzo chętnie stosowana, można spróbować wykorzystać inne metody, które pierwotnie nie były zaprojektowane jako narzędzia wspomagające podejmowanie decyzji. Jedną z takich metod jest syntetyczny miernik rozwoju (albo taksonomiczny miernik rozwoju – SMR bądź TMR) [Hellwig, 1968]. Pierwotnie został on wykorzystany do uporządkowania regionów według zmiennych opisujących rozwój społeczno-ekonomiczny, jednak został także wykorzystany jako narzędzie wspomagające proces podejmowania decyzji. Jego modyfikacją jest taksonomiczna miara atrakcyjności inwestycji (TMAI), zaproponowana przez Tarczyńskiego [2001], która została zastosowana do uporządkowania spółek według wartości wskaźników standing finansowy firmy, co pozwoli wspomóc proces podejmowania decyzji w zakresie inwestycji w akcje przedsiębiorstw.

Innym przykładem zastosowania syntetycznego miernika rozwoju jako narzędzia wspomagającego podejmowanie decyzji wielokryterialnych jest taksonomiczna miara atrakcyjności lokalizacji (TMAL) [Dmytrów, 2015]. Została ona wykorzystana do wyboru lokalizacji, które ma odwiedzić magazynier podczas kompletacji zamówień w przypadku przechowywania współdzielonego.

W roku 2000 została zaprezentowana przez Walesiaka [2003] uogólniona miara odległości (Generalised Distance Measure – GDM), która może być zastosowana do porządkowania obiektów. W przeciwieństwie do niektórych wspomnianych wcześniej metod, takich jak SAW, COPRAS, czy metod opartych na syntetycznym mierniku rozwoju TMAI bądź TMAL, uogólniona miara odległości GDM dopuszcza zmienne opisane na skali nominalnej czy porządkowej (GDM2), czy też przedziałowej oraz ilorazowej (GDM1). Dlatego wydaje się, że

może być ciekawą alternatywą dla wspomnianych wcześniej metod. Należy jednak zauważyć, że uogólniona miara odległości (GDM2) nie jest jedyną (ani nawet nie jest najlepszą) możliwością badania relacji pomiędzy wariantami decyzyjnymi, w których kryteria są mierzone na słabszych skalach. Uogólniona miara odległości zakłada jedynie klasyczne sytuacje w zakresie porównywalności wariantów decyzyjnych (równoważność oraz preferencje w obie strony), przez co w wielu sytuacjach decyzyjnych daje mniejsze możliwości niż np. metoda ELECTRE, która zakłada równoważność, słabą preferencję, silną preferencję oraz nieporównywalność [Nowak, 2004, s. 38].

Celem artykułu jest zastosowanie miary GDM do uporządkowania wariantów decyzyjnych i porównanie otrzymanych wyników z wynikami uzyskanymi za pomocą metody TOPSIS dla odległości euklidesowych. Mimo że uogólniona miara odległości została zaprojektowana na potrzeby wielowymiarowej analizy statystycznej, gdzie mamy do czynienia z obiektami i opisującymi je zmiennymi, które mogą być stymulantami, destymulantami bądź nominantami, w niniejszej pracy została ona wykorzystana na potrzeby wielokryterialnego podejmowania decyzji. Dlatego w dalszej części artykułu zamiast obiektów i zmiennych będziemy mieć do czynienia z wariantami decyzyjnymi i kryteriami, które mogą być kryteriami typu „zysk" albo „strata". Ponieważ w literaturze dotyczącej wielokryterialnego podejmowania decyzji nie spotyka się kryteriów, które odpowiadają nominantom spotykanym w wielowymiarowej analizie statystycznej, to opisując kryteria będące nominantami, zachowano tę nazwę.

1. Oznaczenia i metodyka

Uogólniona miara odległości GDM oparta jest o uogólniony współczynnik korelacji, obejmujący współczynnik korelacji Pearsona i współczynnik korelacji τ Kendalla. Jest ona liczona według następującego wzoru [Walesiak, 2011, s. 47]:

$$d_{ik} = \frac{1}{2} - \frac{\sum_{j=1}^{m} w_j a_{ikj} b_{kij} + \sum_{j=1}^{m} \sum_{l=1, l\neq i,k}^{n} w_j a_{ilj} b_{klj}}{2\left[\sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} w_j a_{ilj}^2 \cdot \sum_{j=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} w_j b_{klj}^2\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{1}$$

gdzie:
d_{ik} – miara odległości;
$i, k, l = 1, 2, \ldots, n$ – numer wariantu decyzyjnego;
$j = 1, 2, \ldots, m$ – numer kryterium;
w_j – waga, spełniająca warunki: $w_j \in (0, m)$, $\sum_{j=1}^{m} w_j = m$.

Dla kryteriów mierzonych na skali ilorazowej i (lub) przedziałowej występujące we wzorze (1) wielkości a i b liczy się następująco [Walesiak, 2011, s. 39]:

$$\begin{aligned} a_{ipj} &= x_{ij} - x_{pj} \text{ dla } p = k, l \\ b_{krj} &= x_{kj} - x_{rj} \text{ dla } r = i, l \end{aligned} \tag{2}$$

gdzie x_{ij} (x_{kj}, x_{ij}) – wartość j-tego kryterium w i-tym (k-tym, l-tym) wariancie decyzyjnym.

Jeżeli kryteria są wyrażone na skali porządkowej, wówczas stosuje się podstawienie [Walesiak, 2011, s. 41]:

$$a_{ipj}(b_{krj}) = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{pj}(x_{kj} > x_{rj}) \\ 0 & \text{dla} \quad x_{ij} = x_{pj}(x_{kj} = x_{rj}) \\ -1 & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{pj}(x_{kj} < x_{rj}) \end{cases}, \text{ dla } p = k, l, r = i, l \tag{3}$$

Uogólniona miara odległości stosowana jest w badaniach z zakresu statystycznej analizy wielowymiarowej do [Walesiak, 2003, s. 135]:

– wyznaczenia macierzy odległości w procesie klasyfikacji obiektów,
– konstrukcji syntetycznego miernika rozwoju w metodach porządkowania liniowego.

Uogólniona miara odległości nie była stosowana jako narzędzie wspomagające proces podejmowania decyzji, jednak wykorzystanie jej jako syntetycznego miernika rozwoju może stanowić próbę zbudowania takiego narzędzia.

Etapy budowy GDM to [Walesiak, 2003, s. 137]:

1. Punktem wyjścia jest macierz danych $[x_{ij}]$, gdzie x_{ij} oznacza wartość j-tego kryterium w i-tym wariancie decyzyjnym.
2. Jeżeli wśród kryteriów występują nominanty, należy je przekształcić na kryteria typu „zysk" za pomocą wzoru (dla kryteriów na skali ilorazowej):

$$x_{ij} = \frac{\min\{nom_j; x_{ij}^N\}}{\max\{nom_j; x_{ij}^N\}}$$

   gdzie x_{ij}^N – wartość j-tej nominanty w i-tym wariancie decyzyjnym, nom_j – nominalny poziom j-tego kryterium.
3. Dla każdego kryterium należy znaleźć jego wartość maksymalną (w przypadku kryteriów typu „zysk"), minimalną (dla kryteriów typu „strata") oraz nominalną (dla nominant) – wartości te utworzą **wzorzec** albo **idealny wariant decyzyjny**.

4. Normalizacja wartości kryteriów. W badaniu zastosowano przekształcenie ilorazowe:

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{S_j(x)}$$

gdzie $S_j(x)$ – odchylenie standardowe j-tego kryterium. Powodem zastosowania tej formuły była chęć zachowania różnic w średnim poziomie kryterium.
5. Za pomocą GDM wyznacza się odległości wszystkich wariantów decyzyjnych od wariantu idealnego.
6. Warianty porządkuje się według rosnącej odległości od wariantu idealnego.

Zastosowanie wspomnianych w punktach odpowiednio (2) i (4) formuł zamiany nominant na kryteria typu „zysk" oraz przekształcenia ilorazowego jest możliwe jedynie dla kryteriów mierzonych na skali ilorazowej. W badaniu empirycznym wszystkie kryteria były mierzone na takiej skali, dlatego do obliczenia odpowiednich wielkości we wzorze (1) stosowano formuły ze wzoru (2). Jeżeli chodzi o metodę TOPSIS, to etapy jej budowy przedstawił m.in. Bąk [2016, s. 26-27].

Czasami dla decydenta istotna jest nie tyle dokładna różnica pomiędzy poziomami wartości kryteriów, co jedynie informacja o tym, czy dana wartość jest większa, mniejsza czy równa. Dlatego dodatkowo postanowiono sprawdzić, jak wyglądałby ranking wariantów decyzyjnych po osłabieniu skali pomiarowej wartości kryteriów z obecnej, czyli ilorazowej, do skali porządkowej. W tym celu etap czwarty budowy uogólnionej miary odległości (normalizacja wartości kryteriów) został pominięty, a po zamianie kryteriów nominant na kryteria typu „zysk", odpowiednie elementy wzoru (1) wyznaczono za pomocą podstawienia opisanego wzorem (3). W związku z powyższym dla każdej kombinacji wag (które zostaną opisane w kolejnym rozdziale) zbudowano trzy rankingi wariantów decyzyjnych: za pomocą metody TOPSIS, zakładającej odległości euklidesowe, za pomocą uogólnionej miary odległości dla kryteriów mierzonych na skali ilorazowej oraz za pomocą uogólnionej miary odległości, w której skalę ilorazową osłabiono do skali porządkowej.

2. Przykład numeryczny

Problemem decyzyjnym był zakup komputera (laptopa). Dane do analizy pochodzą ze strony internetowej [www 1]. Oprócz specyfikacji komputerów z powyższej strony pochodziły także wyniki testów wydajności i czasu pracy na

jednym naładowaniu akumulatora – dało to gwarancję, że wszystkie testy były przeprowadzane w tych samych warunkach i były porównywalne. Z opisywanych na stronie komputerów kilka pominięto. Powodem takiego podejścia była chęć pozostawienia sprzętów pracujących pod kontrolą systemu operacyjnego Windows 10 – wyniki testów wydajności pomiędzy różnymi platformami mogą być nieporównywalne. Komputery (warianty decyzyjne) były opisane za pomocą jedenastu kryteriów:

a) cena w USD (kryterium typu „strata") – x_1,
b) ilość pamięci RAM w GB (kryterium typu „zysk") – x_2,
c) pojemność dysku SSD w GB (kryterium typu „zysk") – x_3,
d) przekątna ekranu w calach (nominanta o wartości nominalnej 14 cali) – x_4,
e) rozdzielczość ekranu zamieniona na liczbę pikseli (kryterium typu „zysk") – x_5,
f) waga w kg (kryterium typu „strata") – x_6,
g) czas pracy na akumulatorze w minutach (kryterium typu „zysk") – x_7,
h) wyniki testów wydajności:
   – PCMark 8 Work Conventional w punktach (kryterium typu „zysk") – x_8,
   – CineBench w punktach (kryterium typu „zysk") – x_9,
   – Photoshop w sekundach (kryterium typu „strata") – x_{10},
   – 3DMark Cloud Gate w punktach (kryterium typu „zysk") – x_{11}.

Jeżeli chodzi o kryterium x_4 – przekątną ekranu, to nominalna wartość, wynosząca 14 cali, została przez autora przyjęta subiektywnie – chodziło o komputer zarówno nie za duży, jak i nie za mały. Oczywiście, do pewnych celów (gry, programowanie czy projektowanie) lepiej nadają się komputery z dużym ekranem, a do innych celów (praca w terenie, konieczność częstego przenoszenia komputera) najlepsze są komputery z małymi ekranami.

Powyższe kryteria zostały pogrupowane w kilka grup:

a) cena – kryterium cena;
b) wydajność, kryteria:
   – PCMark 8 Work Conventional,
   – CineBench,
   – Photoshop,
   – 3DMark Cloud Gate;
c) mobilność, kryteria:
   – przekątna ekranu,
   – waga,
   – czas pracy na akumulatorze;

d) wyposażenie, kryteria:
   – ilość pamięci RAM w GB,
   – pojemność dysku SSD w GB,
   – rozdzielczość ekranu zamieniona na liczbę pikseli.

Powodem wyodrębnienia powyższych grup jest fakt, że osoba decydująca się na zakup komputera może kierować się różnymi preferencjami. Dla jednych kupujących najistotniejsza jest jak najniższa cena. Osoby chcące używać komputera do gier, czy do zaawansowanych prac, takich jak różnorodne pakiety typu CAD, wymagających dużej mocy obliczeniowej sprzętu, w pierwszej kolejności będą zwracały uwagę na wydajność i wyposażenie (w szczególności na dużą wydajność procesora i podzespołu graficznego oraz dużą ilość pamięci). Z kolei osoby, które dużo podróżują, potrzebują komputera niedużego, lekkiego, o długim czasie pracy na jednym naładowaniu akumulatora. Dlatego dla takich osób najważniejsza jest mobilność sprzętu. W związku z powyższym, ażeby odzwierciedlić różne preferencje potencjalnych nabywców, przyjęto różne kombinacje wag. W jednej największe znaczenie miała cena, w kolejnych wydajność, wyposażenie i mobilność. Takie podejście pozwoli wybrać najlepszy komputer dla różnych typów preferencji potencjalnych nabywców.

Analizowane komputery i opisujące je kryteria decyzyjne przedstawia tabela 1.

Tabela 1. Analizowane komputery i opisujące je kryteria decyzyjne

Komputery	Kryteria										
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
Lenovo Yoga 910	1199,99	8	256	13,9	2,074	1,365	1288	3197	349	215	6815
Razer Blade Pro	2099,99	32	512	17,3	8,294	3,502	228	2838	681	183	25439
New Razer Blade Stealth	999,99	16	256	12,5	3,686	1,315	560	3032	354	221	6401
Asus ZenBook 3 (UX390UA)	959,00	16	512	12,5	2,074	0,894	727	3228	332	288	6132
Dell Inspiron 15 7000 Gaming	799,99	8	256	15,6	2,074	2,649	661	3258	502	212	15976
Dell XPS 13 Touch	1184,11	8	256	13,3	5,760	1,356	642	2769	342	222	6761
Lenovo ThinkPad X260	949,99	8	256	12,5	2,074	1,374	645	2995	313	275	5452
Microsoft Surface Book	1999,99	16	1024	13,5	6,000	1,647	1156	2735	326	243	8980

Źródło: Opracowanie własne na podstawie danych ze strony: [www 1].

Już wstępna analiza danych pozwala wyodrębnić pewne grupy komputerów. Widać na przykład, że komputery Razer Blade Pro, Dell Inspiron 15 7000 Gaming czy Microsoft Surface są komputerami o dużej wydajności; Lenovo Yoga 910, Asus ZenBook 3 czy Dell XPS 13 Touch to komputery niewielkie, lekkie, mobilne.

Następnie zostały ustalone kombinacje wag. Najpierw założono, że wszystkie kryteria są tak samo ważne. Wówczas dla metody TOPSIS waga przypisana każdej zmiennej wyniosła 1/11, a w metodzie opartej na GDM – 1. Następnie

założono, że najważniejsze są kolejno poszczególne grupy. I tak, jeżeli najważniejsza była cena, to waga przypisana kryterium „cena" była większa około 3 razy od wag pozostałych kryteriów. Analogicznie postąpiono dla pozostałych grup – wagi kryteriów, dla których dana grupa była najważniejsza, były około trzy razy wyższe od wag pozostałych kryteriów. Wagi zostały ustalone dla metody TOPSIS tak, żeby ich suma dała 1, a wagi dla GDM były wagami z metody TOPSIS przemnożonymi przez 11.

Analizowane kombinacje wag dla poszczególnych grup przedstawia tabela 2.

Tabela 2. Analizowane kombinacje wag

Kryteria	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
TOPSIS											
Wagi równe	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909	0,0909
Cena	0,2350	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765	0,0765
Wydajność	0,0520	0,0520	0,0520	0,0520	0,0520	0,0520	0,0520	0,1590	0,1590	0,1590	0,1590
Mobilność	0,0590	0,0590	0,0590	0,1760	0,0590	0,1760	0,1760	0,0590	0,0590	0,0590	0,0590
Wyposażenie	0,0590	0,1760	0,1760	0,0590	0,1760	0,0590	0,0590	0,0590	0,0590	0,0590	0,0590
GDM											
Wagi równe	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Cena	2,5850	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415	0,8415
Wydajność	0,5720	0,5720	0,5720	0,5720	0,5720	0,5720	0,5720	1,7490	1,7490	1,7490	1,7490
Mobilność	0,6490	0,6490	0,6490	1,9360	0,6490	1,9360	1,9360	0,6490	0,6490	0,6490	0,6490
Wyposażenie	0,6490	1,9360	1,9360	0,6490	1,9360	0,6490	0,6490	0,6490	0,6490	0,6490	0,6490

Źródło: Opracowanie własne.

Poza powyższymi kombinacjami wag, za pomocą metody AHP, autor wyznaczył własne, subiektywne wagi przypisane poszczególnym grupom:

– Cena 0,3275;
– Wydajność 0,1451;
– Mobilność 0,4299;
– Wyposażenie 0,0976.

Następnie wagi dla każdego kryterium zostały nadane w taki sposób, żeby suma wag wszystkich kryteriów, tworzących grupy, była równa powyższym wartościom w metodzie TOPSIS, a w metodzie opartej na GDM wagi z metody TOPSIS zostały przemnożone przez 11. Subiektywne wagi autora przedstawia tabela 3.

Tabela 3. Subiektywne wagi autora

Zmienne	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}
TOPSIS											
Wagi AHP	0,3275	0,0325	0,0325	0,1433	0,0325	0,1433	0,1433	0,0363	0,0363	0,0363	0,0363
GDM											
Wagi AHP	3,6021	0,3578	0,3578	1,5764	0,3578	1,5764	1,5764	0,3989	0,3989	0,3989	0,3989

Źródło: Opracowanie własne.

Mając wszystkie kombinacje wag, dokonano rangowania wariantów decyzyjnych. Dla każdej kombinacji uzyskano trzy rankingi: dla metody TOPSIS, dla GDM w przypadku formuł dla kryteriów przedstawionych na skali ilorazowej (GDM-I) oraz dla GDM dla kryteriów przedstawionych na skali porządkowej (GDM-P). Wyniki rangowania przedstawia tabela 4.

Tabela 4. Wyniki rangowania wariantów decyzyjnych

Komputery	Równe wagi			Cena			Wydajność		
	TOPSIS	GDM-I	GDM-P	TOPSIS	GDM-I	GDM-P	TOPSIS	GDM-I	GDM-P
Lenovo Yoga 910	1	2	2	4	2	4	3	3	3
Razer Blade Pro	3	3	6	7	7	7	1	1	2
New Razer Blade Stealth	6	5	5	3	3	3	4	4	4
Asus ZenBook 3 (UX390UA)	5	6	3	2	4	2	5	7	5
Dell Inspiron 15 7000 Gaming	4	4	1	1	1	1	2	2	1
Dell XPS 13 Touch	7	7	7	6	6	6	6	6	7
Lenovo ThinkPad X260	8	8	8	5	8	8	8	8	8
Microsoft Surface Book	2	1	4	8	5	5	7	5	6
Komputery	**Mobilność**			**Wyposażenie**			**Wagi AHP**		
	TOPSIS	GDM-I	GDM-P	TOPSIS	GDM-I	GDM-P	TOPSIS	GDM-I	GDM-P
Lenovo Yoga 910	1	1	1	6	6	6	1	1	3
Razer Blade Pro	8	8	7	1	2	2	8	8	8
New Razer Blade Stealth	5	5	6	5	4	4	5	4	4
Asus ZenBook 3 (UX390UA)	4	4	2	3	3	3	2	2	2
Dell Inspiron 15 7000 Gaming	7	6	4	7	7	5	4	5	1
Dell XPS 13 Touch	3	3	5	4	5	7	6	3	6
Lenovo ThinkPad X260	6	7	8	8	8	8	3	6	5
Microsoft Surface Book	2	2	3	2	1	1	7	7	7

Legenda:
GDM-I – rangowanie za pomocą GDM, gdy zmienne były przedstawione na skali ilorazowej;
GDM-P – rangowanie za pomocą GDM, gdy zmienne były przedstawione na skali porządkowej.

Źródło: Opracowanie własne.

Z powyższej tabeli widać, że jeżeli założymy równe wagi dla każdego kryterium, to według metody TOPSIS oraz GDM, zakładającej ilorazową skalę kryteriów (GDM-I), najlepszymi komputerami były Lenovo Yoga 910 oraz Microsoft Surface Book (ale pierwsze i drugie miejsca były zamienione), a najgorsze – Dell XPS 13 Touch i Lenovo ThinkPad X260. Jeżeli porównamy wyniki dla GDM przy założeniu, że kryteria decyzyjne są na skali porządkowej (GDM-P), to najlepszymi komputerami były Dell Inspiron 15 7000 Gaming i Lenovo Yoga 910, a najgorsze – takie same, jak przy zastosowaniu metody TOPSIS oraz GDM-I.

Jeżeli najważniejsza jest cena, to pierwsze miejsca według każdej metody zajmował komputer Dell Inspiron 15 7000 Gaming, metoda TOPSIS oraz GDM-P

jako drugi według atrakcyjności wskazały na Asus ZenBook 3 (metoda GDM-I wskazała na Lenovo Yoga 910), przedostatnim komputerem według wszystkich metod był Razer Blade Pro, a najgorszym – Lenovo ThinkPad X260 według GDM-I i GDM-P oraz Microsoft Surface Book (według metody TOPSIS).

Dość oczywiste wyniki uzyskano przy założeniu, że najważniejszym kryterium wyboru komputera jest wydajność – według każdej metody pierwsze dwa miejsca zajmowały Razer Blade Pro oraz Dell Inspiron 15 7000 Gaming. Ostatnie miejsce przypadło Lenovo ThinkPad X260.

Także nie było dużego zaskoczenia w odniesieniu do kryterium mobilności komputerów. Tutaj każda metoda wskazała, że najlepszym wyborem jest Lenovo Yoga 910, a najgorszym – Razer Blade Pro (dla TOPSIS oraz GDM-I) albo Lenovo ThinkPad X260 (dla metody GDM-P).

Jeśli chodzi o wyposażenie, to tutaj wyniki były także dla każdej metody dość oczywiste – najlepsze były Razer Blade Pro oraz Microsoft Surface Book, a najgorszym komputerem według tego kryterium był Lenovo ThinkPad X260.

Z punktu widzenia piszącego ten tekst, najciekawsze wyniki dało zastosowanie subiektywnych wag autora uzyskanych za pomocą metody AHP. Tutaj według metody TOPSIS oraz GDM-I najlepszym komputerem był Lenovo Yoga 910, a według metody GDM-P – Dell Inspiron 15 7000 Gaming, zaś najgorszym – Razer Blade Pro (co jest zrozumiałe, bo był najdroższy i najmniej mobilny, a te kryteria były dla autora najważniejsze).

Na zakończenie zbadano zgodność rangowania wariantów decyzyjnych za pomocą współczynnika korelacji liniowej Pearsona. Wyniki przedstawia tabela 5.

Tabela 5. Zgodność rangowania wariantów decyzyjnych

Porównanie metod	Równe wagi	Cena	Wydajność	Mobilność	Wyposażenie	Wagi AHP
TOPSIS a GDM-I	0,9524	0,6905	0,9048	0,9762	0,9524	0,7619
TOPSIS a GDM-P	0,6667	0,7857	0,9524	0,7143	0,8095	0,7857
GDM-I a GDM-P	0,5714	0,9048	0,9048	0,8095	0,9048	0,6429

Źródło: Opracowanie własne.

Z powyższej tabeli widać, że na ogół zgodność rangowania była wysoka. Co ciekawe, dla ceny, wydajności oraz dla wag AHP wyższa była zgodność rangowania dla metod TOPSIS i GDM-P (a więc przy założeniu, że uogólniona miara odległości była wyznaczana przy założeniu, że kryteria decyzyjne były na skali porządkowej) niż dla TOPSIS i GDM-I (czyli w przypadku, gdy obie metody były stosowane dla kryteriów mierzonych na takiej samej skali – ilorazowej).

Największą zgodność uzyskano dla metod TOPSIS i GDM-I przy założeniu równych wag, mobilności i wyposażenia oraz TOPSIS i GDM-P dla wydajności (współczynnik korelacji liniowej Pearsona był większy niż 0,95). Najsłabsza zgodność była pomiędzy GDM-I a GDM-P dla równych wag i wag AHP, dla metod TOPSIS i GDM-P dla równych wag oraz dla TOPSIS i GDM-I w przypadku, gdy najważniejszym kryterium była cena.

Ogólnie największą zgodność rangowania uzyskano dla wydajności i wyposażenia, a najmniejszą dla równych wag i wag AHP.

Podsumowanie

W artykule zaprezentowano zastosowanie uogólnionej miary odległości do rangowania wariantów decyzyjnych i porównano wyniki uzyskane za pomocą tej miary do wyników otrzymanych za pomocą znanej metody TOPSIS. Otrzymane wyniki pokazują, że GDM nadaje się do uporządkowania wariantów decyzyjnych. Wyniki uzyskane dla GDM były w dużym stopniu zgodne z tymi uzyskanymi dla metody TOPSIS. Dodatkowym atutem uogólnionej miary odległości jest to, że może być stosowana także w przypadku, gdy kryteria decyzyjne są na skali porządkowej czy nominalnej. Mimo że uogólniona miara odległości jest dość skomplikowana pod względem obliczeniowym, to obecnie stosowanie jej nie przysparza większych problemów, gdyż została oprogramowana w pakiecie R [Walesiak, 2011].

W toku dalszych badań GDM zostanie zastosowana do kryteriów decyzyjnych opisanych na skali nominalnej oraz w przypadku, gdy część kryteriów decyzyjnych będzie na skali ilorazowej i (lub) przedziałowej, część będzie na skali porządkowej, a część na skali nominalnej.

Literatura

Bąk A. (2016), *Porządkowanie liniowe obiektów metodą Hellwiga i TOPSIS – analiza porównawcza*, „Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu", nr 426(26), s. 22-31, http://dx.doi.org/10.15611/pn.2016.426.02.

Dmytrów K. (2015), *Taksonomiczne wspomaganie wyboru lokalizacji w procesie kompletacji produktów*, „Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach", nr 248, s. 17-30.

Hellwig Z. (1968), *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr*, „Przegląd Statystyczny", nr 15(4), s. 307-326.

Hwang C.L., Yoon K. (1981), *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York.

Nowak M. (2004), *Metody ELECTRE w deterministycznych i stochastycznych problemach decyzyjnych*, „Decyzje", nr 2, s. 35-65.

Podvezko V. (2011), *The Comparative Analysis of MCDA Methods SAW and COPRAS*, "Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics", Vol. 22(2), s. 134-146.

Tarczyński W. (2001), *Rynki kapitałowe. Cz. I. Metody ilościowe*, Agencja Wydawnicza Placet, Warszawa.

Trzaskalik T. (2015), *Wprowadzenie do badań operacyjnych z komputerem*, PWE, Warszawa.

Vommi V.B., Kakollu S.R. (2017), *A Simple Approach to Multiple Attribute Decision Making Using Loss Functions*, "Journal of Industrial Engineering International", Vol. 13, s. 107-116, http://dx.doi.org/10.1007/s40092-016-0174-6.

Wachowicz T. (2011), *Application of TOPSIS Methodology to the Scoring of Negotiation Issues Measured on the Ordinal Scale*, "Multiple Criteria Decision Making", Vol. 6, s. 238-260.

Walesiak M. (2000), *Propozycja uogólnionej miary odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, Referat wygłoszony na konferencji naukowej „Statystyka regionalna w służbie samorządu lokalnego i biznesu", 5-7 czerwca, Kiekrz k. Poznania.

Walesiak M. (2003), *Uogólniona Miara Odległości GDM jako syntetyczny miernik rozwoju w metodach porządkowania liniowego*, „Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu", nr 988, „Taksonomia", nr 10, *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*, Wrocław, s. 134-144.

Walesiak M. (2011), *Uogólniona Miara Odległości GDM w statystycznej analizie wielowymiarowej z wykorzystaniem programu R*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.

[www 1] http://www.pcmag.com/article2/0,2817,2369981,00.asp (dostęp: 10.03.2017).

APPLICATION OF THE GENERALISED DISTANCE MEASURE FOR MULTIPLE-CRITERIA DECISION MAKING

Summary: In the practice of multiple-criteria decision making, we face very often the situation, in which decision making criteria are non-measurable. The Generalised Distance Measure (GDM) enables ordering of objects also considering the non-measurable variables (on both ordinal and nominal scale), so it can also be used as a tool of decision support in such cases. In the article, the author will try to select the decision variant by means of the Generalised Distance Measure for various combination of weights. Ob-

tained results will be compared to these obtained by means of the TOPSIS method for Euclidean distances.

Keywords: Generalised Distance Measure, TOPSIS, multiple-criteria decision making.