



Anna Ojrzyńska

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Demografii i Statystyki Ekonomicznej
anna.ojrzyńska@ue.katowice.pl

ZASTOSOWANIE MIARY RYZYKA OMEGA W OCENIE TRWANIA ŻYCIA W ZDROWIU

Streszczenie: Lata życia w zdrowiu to jedna z miar zaproponowanych do monitorowania stanu zdrowia w krajach europejskich. Metoda ta oparta została na dwóch miarach: częstości występowania niepełnosprawności w populacji w określonym wieku oraz umieralności. Celem artykułu jest wykorzystanie miary ryzyka Omega do oceny ryzyka czasu przeżycia oraz czasu przeżycia w zdrowiu. Miara Omega zaliczana jest do miar kwantylowych, gdyż zakłada występowanie pewnego punktu progowego, dzielącego zbiór realizacji zmiennej na obszar zysku oraz obszar strat. W badaniu jako zysk rozumiana jest liczba lat życia bez niesprawności, natomiast stratą określaną jest liczba lat życia z niesprawnością.

Słowa kluczowe: oczekiwana długość życia, lata życia w zdrowiu, miara ryzyka Omega.

Wprowadzenie

Większość krajów Europy to kraje zaawansowane w procesie starzenia się ludności. Występuje jednak zróżnicowanie jego dynamiki wewnątrz kontynentu. Nie ulega wątpliwości, że proces ten nadal będzie postępował, a Europa (jako region) i jej państwa będą stawać się coraz starsze w sensie demograficznym. Według długookresowej prognozy Eurostatu do 2060 r. odsetek osób starszych (powyżej 65. roku życia) w UE wzrośnie z 17% w 2008 r. do 30% w 2060 r. (przy czym w krajach postkomunistycznych udział osób starszych przekroczy 30%, a w Polsce wynosić on będzie 36,2%). Wzrośnie również odsetek osób powyżej 80. roku życia z 4,4% ogółu ludności w 2008 r. do 12,1% w 2060 r. (w Polsce 13,1%).

W świetle przedstawionej prognozy ważną kwestią jest stan zdrowia ludności. Wraz z upływem lat rośnie prawdopodobieństwo pogorszenia stanu zdrowia, wystąpienia niesprawności [Robine, 2006]. Dlatego odchodzi się od obliczania

„lat do przeżycia” na rzecz miar obrazujących „lata do przeżycia w zdrowiu” [Jagger, Gillies, Moscone, Cambois, Van Oyen, Nusselder i in., 2008]. Wyliczenia te wskazują, iż mamy do nadrobienia podwójny dystans. Po pierwsze, przeciętne trwanie życia w Polsce jest krótsze niż w rozwiniętych krajach Europy, po drugie „życie w zdrowiu” też wykazuje niższe wartości [Wróblewska, 2008]. Według danych z Eurostatu z 2012 r. mężczyźni w Polsce przeżywają w zdrowiu (bez ograniczonej sprawności, 81,4% swojego życia, kobiety zaś nieco mniej (przy znacząco dłuższym trwaniu życia) – 77,5%.

Celem pracy jest wykorzystanie miary ryzyka Omega, dotychczas wykorzystywanej w ocenie ryzyka kapitałowego, do oceny ryzyka czasu przeżycia oraz czasu przeżycia w zdrowiu. Przedstawiono ryzyko czasu przeżycia w krajach europejskich z wykorzystaniem przeciętnego dalszego trwania życia (LE) w wieku 65 lat i miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$. Następnie zaprezentowano również ryzyko czasu przeżycia w dobrym zdrowiu w krajach europejskich z wykorzystaniem lat życia w zdrowiu (HLY) w wieku 65 lat i miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$.

1. Metody badawcze

Miara ryzyka Omega wykorzystywana jest w ocenie ryzyka kapitałowego. Została zaproponowana jako alternatywa dla miar klasycznych, opartych na rozkładzie normalnym. Miara Omega bierze pod uwagę cały rozkład zmiennej losowej, nie nakładając żadnych parametrycznych założeń na funkcję gęstości. Jest zaliczana do miar kwantylowych, gdyż zakłada występowanie pewnego punktu progowego, dzielącego zbiór realizacji zmiennej na obszar zysku oraz obszar strat. W badaniu tym miara Omega wykorzystana została do oceny ryzyka czasu przeżycia oraz czasu przeżycia w zdrowiu. Jako strata rozumiana jest liczba utraconych lat życia w związku z przedwczesną śmiercią lub liczba lat życia z niesprawnością.

Miara Omega jest ilorazem zysków do strat, względem pewnego punktu progowego, ważonym odpowiednim prawdopodobieństwem.

Z matematycznego punktu widzenia Omega zdefiniowana jest w postaci [Kręzołek, 2014]:

$$Omega(X) = \frac{\int_p^b [1 - F(x)] dx}{\int_a^p F(x) dx}$$

gdzie:

X – zmienna losowa określona na przedziale $[a, b]$

$F(x)$ – dystrybuanta tej zmiennej

p – przyjęty punkt progowy, spełniający założenie $a \leq p \leq b$.

C. Keating i W.F. Shadrick zaproponowali nieparametryczny sposób wyznaczania miary Omega za pomocą dystrybuanty empirycznej. Wyznaczenie wartości logarytmu funkcji Omega dla każdego z k przedziałów szeregu jako iloraz wartości skumulowanych w postaci [Domański, 2011]:

$$Omega_k = \ln \left(\frac{cum[1-F(w_j)]}{cum[F(w_j)]} \right) \quad \text{dla } j = 1, \dots, k$$

gdzie:

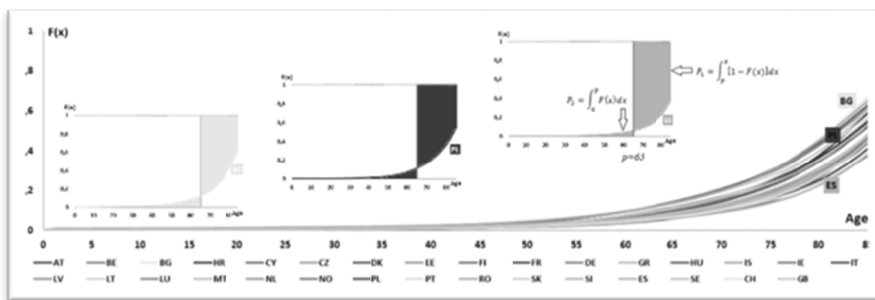
$F(w_j)$ – dystrybuanta empiryczna dla j -tego przedziału.

Ze statystycznego punktu widzenia Omega uwzględnia wszelkie wartości analizowanego szeregu zmiennej losowej, a co za tym idzie może być wykorzystywana do oceny ryzyka w przypadku rozkładów innych niż gaussowski.

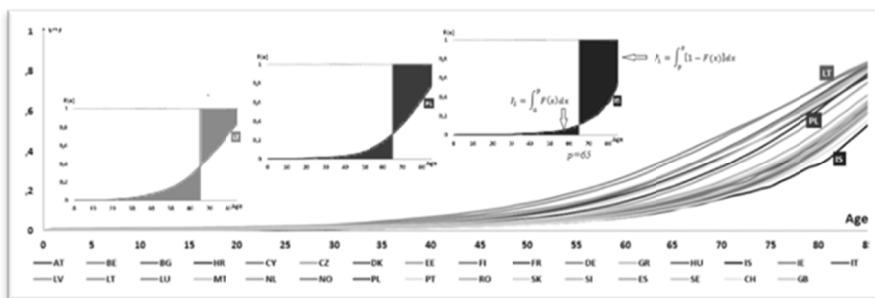
2. Analiza empiryczna

Wykorzystanie miary Omega do oceny ryzyka czasu przeżycia oraz czasu przeżycia w zdrowiu, przedstawiono na przykładzie krajów europejskich odrębnie dla kobiet oraz mężczyzn. W badaniu wykorzystano informacje pochodzące ze strony internetowej EurOhex, która zawiera bazę danych na temat wskaźników stanu zdrowia, obejmujących m.in. przeciętne trwanie życia (LE) oraz lata życia w zdrowiu (HLY) w 31 krajach europejskich. Wszystkie dane dotyczą 2012 r.

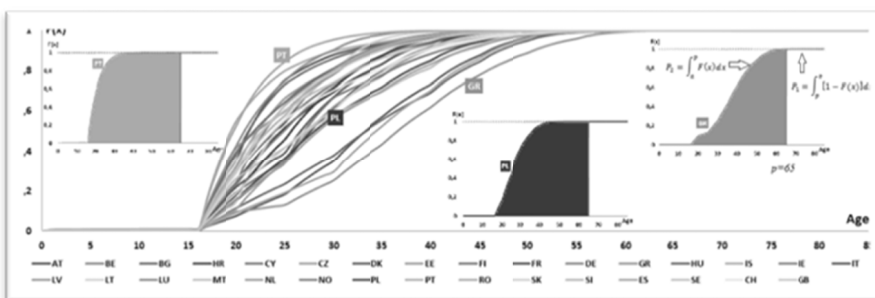
Na podstawie tablic trwania życia oraz danych dotyczących samooceny stanu zdrowia w 2012 r., wyznaczono dystrybuantę empiryczną czasu przeżycia (rys. 1 i 2) oraz dystrybuantę empiryczną czasu przeżycia w zdrowiu (rys. 3 i 4). W literaturze jako metrykalny próg starości przyjmuje się coraz częściej – 65 lat. Dlatego też ustalono punkt progowy na poziomie 65 lat.



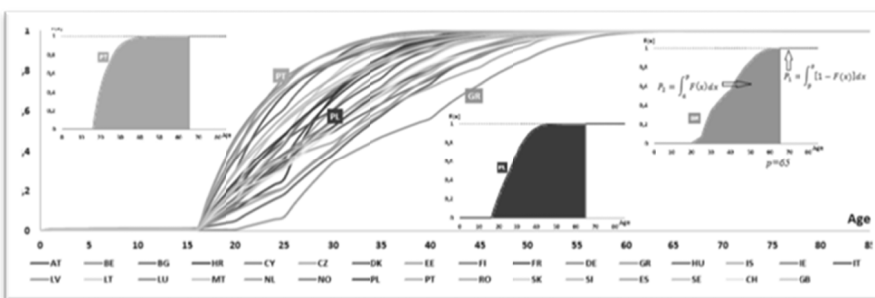
Rys. 1. Dystrybuanta empiryczna czasu przeżycia kobiet w krajach europejskich



Rys. 2. Dystrybuanta empiryczna czasu przeżycia mężczyzn w krajach europejskich



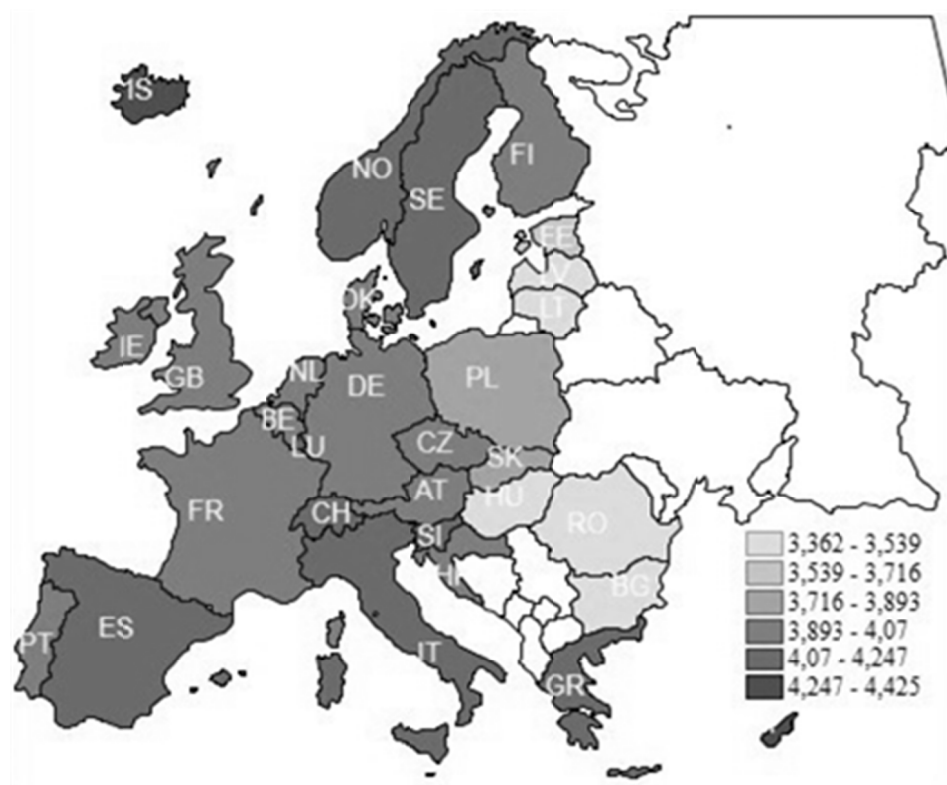
Rys. 3. Dystrybuanta empiryczna czasu przeżycia w zdrowiu kobiet w krajach europejskich



Rys. 4. Dystrybuanta empiryczna czasu przeżycia w zdrowiu mężczyzn w krajach europejskich

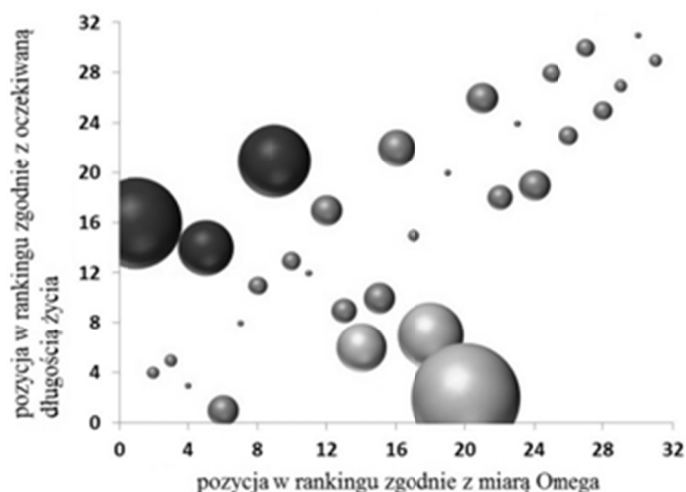
W pierwszej kolejności porównano ryzyko czasu przeżycia przy zastosowaniu przeciętnego dalszego trwania życia e_x (LE) w wieku 65 lat oraz z wykorzystaniem miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$, oddzielnie dla kobiet i mężczyzn. Krajami o największej wartości przeciętnego dalszego trwania życia kobiet są Francja, Hiszpania, Szwajcaria, Włochy. Natomiast o ok. 5 lat krótszego dalszego trwania życia mogą się spodziewać mieszkanki Chorwacji, Łotwy, Słowacji i Węgier. Najkrócej przeciętnie będą żyły kobiety w Rumunii i Bułgarii.

Zastosowanie miary Omega wskazuje, że najbardziej atrakcyjne ze względu na długość życia kobiet są, takie kraje jak: Islandia, Cypr, Włochy, Hiszpania, Szwajcaria. Najmniej korzystna sytuacja w oparciu o miarę Omega, podobnie jak przy zastosowaniu e_x , ma miejsce w Rumuni, Łotwie, Bułgarii, na Litwie i Węgrzech (rys. 5).



Rys. 5. Ryzyko czasu przeżycia kobiet z wykorzystaniem miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

Natomiast rys. 6 przedstawia uszeregowanie krajów od najwyższej wartości e_x (oś OX) i od najwyższej wartości Omega (oś OY). Rozmiar bąbelka wskazuje na wielkość zmiany pozycji w związku z wykorzystaniem miary Omega w stosunku do uszeregowania względem e_x . Można zaobserwować, iż w większości przypadków kraje o wysokich wartościach przeciętnego dalszego życia charakteryzują się również wysokimi wartościami miary Omega, stąd można mówić o zależności dodatniej między uszeregowaniem krajów z wykorzystaniem tych dwóch miar.

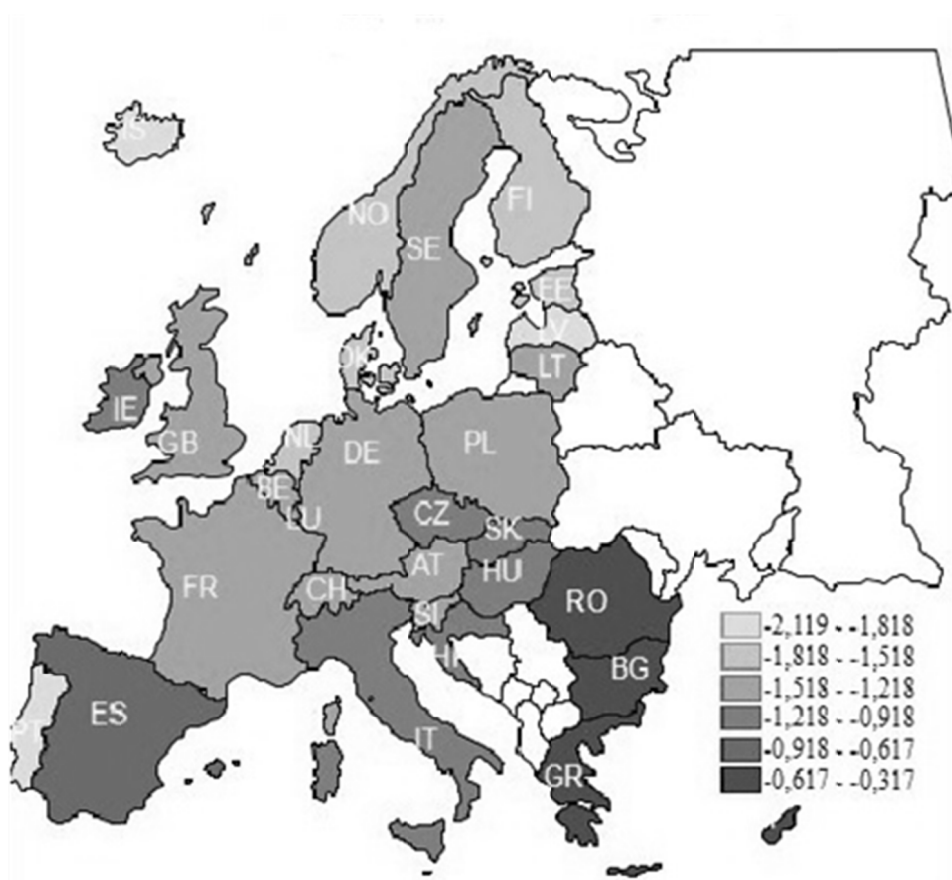


Rys. 6. Uszeregowanie krajów względem ryzyka czasu przeżycia kobiet z wykorzystaniem przeciętnego dalszego trwania życia e_x (LE) w wieku 65 lat oraz miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

Wyjątek stanowią takie kraje jak Francja, Belgia i Finlandia oraz Cypr, Norwegia i Szwecja. Pierwszą grupę stanowią kraje o wysokiej pozycji ze względu na e_x , a zdecydowanie niższej (aż o 9 pozycji i więcej) ze względu na miarę Omega. Odwrotna sytuacja dotyczy krajów z drugiej grupy, szczególnie widoczne jest to w przypadku Cypru.

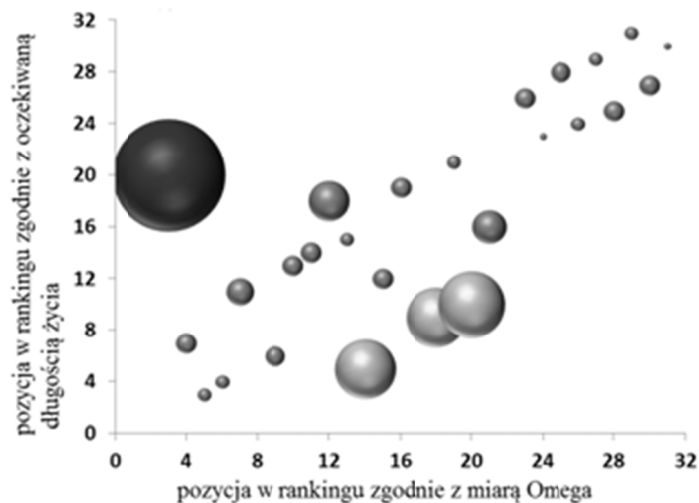
Przechodząc do oceny ryzyka czasu przeżycia subpopulacji mężczyzn, można stwierdzić, iż krajami o największej wartości przeciętnego dalszego trwania życia mężczyzn są Islandia, Szwajcaria, Francja. Natomiast o ponad sześć lat krótszego dalszego trwania życia mogą się spodziewać mieszkańcy Łotwy, Bułgarii i Litwy.

Zastosowanie miary Omega wskazuje, że najbardziej atrakcyjne ze względu na długość życia mężczyzn są, takie kraje jak: Islandia, Szwajcaria, Włochy i Szwecja. Najmniej korzystna sytuacja w oparciu o miarę Omega, podobnie jak przy zastosowaniu e_x , ma miejsce w Rumunii, Łotwie, Litwie, Estonii i Bułgarii.



Rys. 7. Ryzyko czasu przeżycia mężczyzn z wykorzystaniem miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

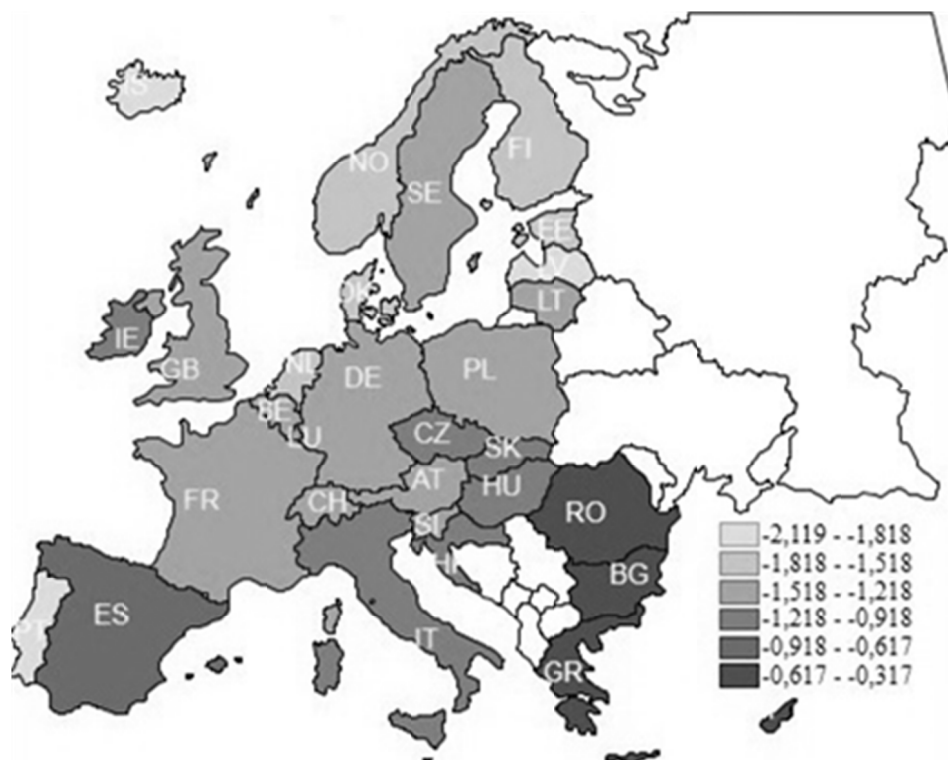
Można zaobserwować, podobnie jak w przypadku kobiet, że w większości przypadków, państwa o wysokich wartościach przeciętnego dalszego trwania życia charakteryzują się również wysokimi wartościami miary Omega, stąd można mówić o zależności dodatniej między uszeregowaniem krajów z wykorzystaniem tych dwóch miar. Wyjątek stanowią, takie kraje jak: Francja, Holandia, Dania i Malta. Francja to kraj o wysokiej pozycji ze względu na e_x , a zdecydowanie niższej (o 17 pozycji) ze względu na miarę Omega. Odwrotna sytuacja dotyczy krajów z drugiej grupy.



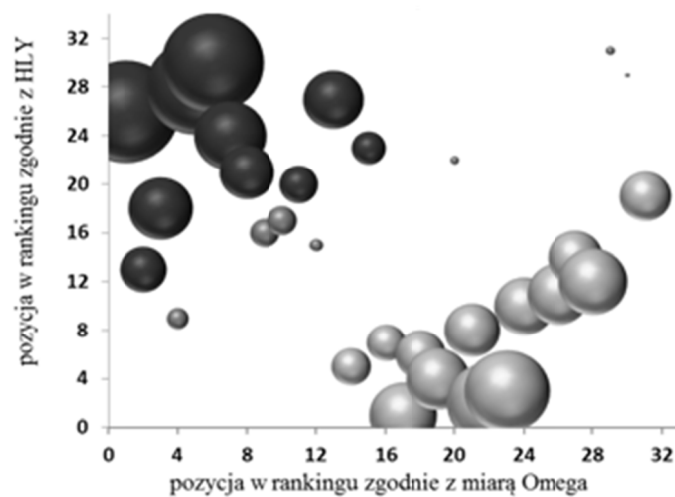
Rys. 8. Uszeregowanie krajów względem ryzyka czasu przeżycia mężczyzn z wykorzystaniem przeciętnego dalszego trwania życia e_x (LE) w wieku 65 lat oraz miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

Druga część badania dotyczyła wykorzystania miary Omega do oceny czasu przeżycia w zdrowiu oraz porównania wyników uporządkowania krajów, względem oczekiwanych lat życia w zdrowiu (HLY). Kraje europejskie charakteryzują się dużym zróżnicowaniem ze względu na oczekiwaną liczbę lat życia w zdrowiu kobiet w wieku 65 lat. Rozstęp w przypadku tej zmiennej wynosi ponad 13 lat. Krajami o największej HLY są Norwegia, Szwajcaria, Szwecja, Irlandia, dla których HLY wynosi ponad 13 lat. W przeciwieństwie do mieszkanki Łotwy, Portugalii, Węgier i Polski, które mogą spodziewać się, że przeżyją w zdrowiu mniej niż dwa kolejne lata swojego życia. Najniższa wartość HLY dotyczy kobiet na Litwie (0,55 lat).

Zastosowanie miary Omega wskazuje zupełnie odmienne uszeregowanie krajów ze względu na ryzyko przeżycia w zdrowiu. Najbardziej atrakcyjne ze względu na długość życia w zdrowiu kobiet są, takie kraje jak: Grecja, Rumunia, Bułgaria czy Cypr. Najmniej korzystna sytuacja w oparciu o miarę Omega ma miejsce w: Portugalii, Islandii, Łotwie, Danii, Finlandii. Nie można już mówić o istnieniu dodatkowej zależności między uszeregowaniem krajów z wykorzystaniem tych dwóch miar.

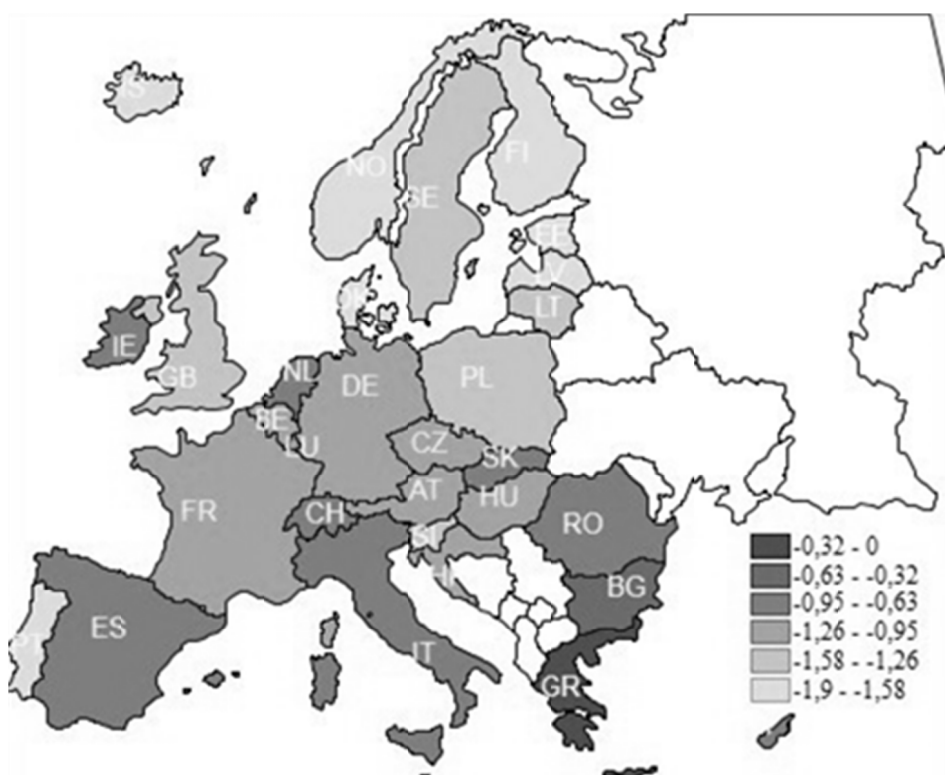


Rys. 9. Ryzyko czasu przeżycia w zdrowiu kobiet z wykorzystaniem miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$



Rys. 10. Uszeregowanie krajów względem ryzyka czasu przeżycia w zdrowiu kobiet z wykorzystaniem przeciętnego dalszego trwania życia e_x (LE) w wieku 65 lat oraz miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

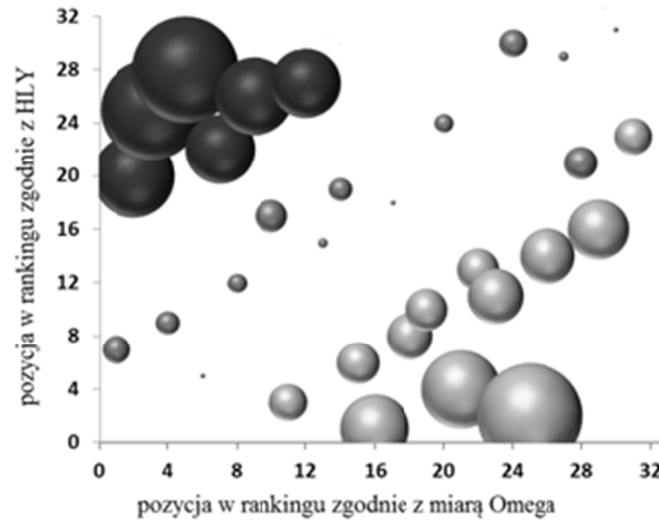
W ostatnim etapie badania wykorzystano miarę Omega do oceny czasu przeżycia w zdrowiu mężczyzn oraz porównano wyniki uporządkowania krajów względem oczekiwanych lat życia w zdrowiu HLY. Zaobserwować można również duże zróżnicowanie krajów ze względu na oczekiwaną liczbę lat życia w zdrowiu mężczyzn w wieku 65 lat. Rozstęp w przypadku tej zmiennej wynosi ponad 12 lat. Krajami o największej HLY są Szwajcaria, Szwecja, Norwegia, dla których HLY wynosi ponad 12 lat. W przeciwieństwie do mieszkańców Litwy, Łotwy, Węgier, Polski, Estonii i Chorwacji, którzy mogą spodziewać się, że przeżyją w zdrowiu mniej niż trzy kolejne lata swojego życia. Najniższa wartość HLY dotyczy mężczyzn na Litwie (0,77 lat).



Rys. 11. Ryzyko czasu przeżycia w zdrowiu mężczyzn z wykorzystaniem miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

Zastosowanie miary Omega wskazuje zupełnie odmienne uszeregowanie krajów ze względu na ryzyko przeżycia w zdrowiu. Najbardziej atrakcyjne ze względu na długość życia w zdrowiu mężczyzn są, takie kraje jak: Grecja, Bułgaria, Hiszpania, Rumunia, Holandia oraz Cypr. Najmniej korzystna sytuacja

w oparciu o miarę Omega ma miejsce na Łotwie, w Portugalii i Estonii. Nie zaobserwowano zależności między uszeregowaniem krajów z wykorzystaniem tych dwóch miar.



Rys. 12. Uszeregowanie krajów względem ryzyka czasu przeżycia w zdrowiu mężczyzn z wykorzystaniem przeciętnego dalszego trwania życia e_x (LE) w wieku 65 lat oraz miary Omega z przyjętym punktem progowym $p = 65$

Podsumowanie

W większości przypadków kraje o wysokich wartościach przeciętnego dalszego trwania życia charakteryzują się również wysokimi wartościami miary Omega, stąd można mówić o zależności dodatniej między uszeregowaniem krajów z wykorzystaniem tych dwóch miar. Zastosowanie miary Omega wskazuje zupełnie odmienne uszeregowanie krajów ze względu na ryzyko przeżycia w zdrowiu. Nie zaobserwowano zależności między uszeregowaniem krajów z wykorzystaniem tych dwóch miar.

Podsumowując, można wyciągnąć wniosek, iż miara Omega stanowi alternatywę wobec klasycznego podejścia do analizy przeżycia w zdrowiu (opartego na wartości oczekiwanej trwania życia). Jest ona szczególnie przydatna, gdy ma się do czynienia z rozkładami zmiennej, które nie mają rozkładu normalnego. Miernik Omega odzwierciedla pełną informację o rozkładzie badanej zmiennej i nie jest uzależniony od założeń dotyczących postaci tego rozkładu. W tym obsza-

rze objawia się najpełniej wszechstronność zastosowań miernika Omega. Wnioski przedstawione w artykule należy traktować jako konieczne do szerszej weryfikacji oraz rozwinięcia. Omega to miara ryzyka, która może być przedmiotem zainteresowania demografów, głównie z uwagi na jej dużą elastyczność oraz prostotę: analityczną i zastosowania.

Literatura

- Domański C. (2011), *Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka. Otwarte fundusze emerytalne*, PWE, Warszawa.
- Jagger C., Gillies C.L., Moscone F., Cambois E., Oyen H. van, Nusselder W.J. i in. (2008), *Inequalities in Healthy Life Years in the 25 Countries of the European Union in 2005: A Cross-national Metaregression Analysis*, Lancet.
- Kreżolek D. (2014), *Rozkłady alfa-stabilne. Zastosowanie w ekonomii i zarządzaniu*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- Robine J.M., *Summarizing Health Status* [w:] D. Pencheon, C. Guest, D. Melzer, J.A.M. Gray (2006), *Oxford Handbook of Public Health Practice*, 2nd ed., Oxford University Press.
- Wróblewska W. (2008), *Sumaryczne miary stanu zdrowia populacji*, „Studia Demograficzne”, nr 1-2, s. 153-154.

USE OF OMEGA MEASURE FOR THE ASSESSMENT SURVIVAL TIME IN HEALTHY

Summary: Years of healthy life is one of the measures proposed to monitor the state of health in European countries. This method is based on two measures: the frequency of a disability in the population at a certain age and mortality. The aim of this lecture is to use Omega risk measures to risk assessment of survival time and survival time in health. It is counted to quantile measures because it assumes the existence of a threshold point dividing the set of variables into the profit and loss area. In this study, the number of years of life without disability is understood as a profit, and the loss is defined by the number of years of life with disability.

Keywords: life expectancy, Healthy Life Years, the Omega risk measures.