

OKREŚLENIE PRÓBY I JEJ LICZNOŚCI W BADANIACH PEDAGOGICZNYCH

DEFINITION OF THE SAMPLE AND ITS SIZE IN PEDAGOGICAL RESEARCH

Alla Matuszak

Czelabiński Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny,
Wyższa Szkoła Humanistyczna TWP w Szczecinie
Wydział Nauk Społecznych
Monte Cassino 15, Szczecin 70-466
e-mail: allalilac@o2.pl

Zbigniew Matuszak

Akademia Morska w Szczecinie
Wydział Mechaniczny
Wały Chrobrego 1/2, Szczecin 70-500
e-mail: z.matuszak@am.szczecin.pl

Abstract. In the statistical analysis it is sometimes necessary to determine sample size. It is not required if the results are not collected by means of statistical apparatus, and it serves only to present the observed phenomena or mileages. In the presented material some ways to determine sample size and sampling are given. Sampling from unknown and known set, drawing sample from strata, as well as multistage sample, systematic and in beams is characterized. Also comments on the costs of sampling and the proportions in the sample are presented.

Keywords: sample size, sampling, drawing sample, drawing sample from strata.

Wprowadzenie

Określania liczności próby oraz pobierania próby mają szczególne znaczenie dla wiarygodności pedagogicznych badań statystycznych. Szczególne znaczenie ma to dla długotrwałych i obszernych badań, gdzie występuje wiele elementów o bardzo różnych cechach charakterystycznych, mających znaczenie dla wnioskowania o przebiegu badanych zjawisk lub procesów pedagogicznych. W prezentowanym materiale przedstawiono, z konieczności, w bardzo uproszczony i skrócony sposób niektóre sposoby pobierania prób losowych i zagadnienia związane z określaniem ich liczności.

Podstawowe pojęcia w określaniu próby i jej liczności

Populacja w statystyce – zbiorowość generalna, zbiór elementów podobnych pod względem badanej cechy, podlegający badaniom statystycznym. Populacja statystyczna analizowana na gruncie pedagogicznym, może obejmować skalę makro, kiedy tworzy ją zbiór np. wszystkich maturzystów liceum ogólnokształcącego w danym kraju (populacja skończona) lub roku szkolnym (populacja nieskończona), a w skalę mikro, gdy stanowi ją np. zbiór uczniów drugorocznych w danej klasie lub w określonym czasie [3].

Próba w badaniach naukowych – część populacji poddawana określonym badaniom, wydzielona z niej według kryteriów uwzględniających istotne z punktu widzenia

celu badań właściwości tej populacji. Próba jest reprezentatywna wówczas, kiedy można uogólniać rezultaty objętych nią badań na populację jako całość [3].

Wartość zmiennej, która charakteryzuje populację całkowitą jest parametrem. Wartość zmiennej, która charakteryzuje próbę badawczą jest estymatorem [5].

Składniki populacji: podmiot (element), jednostka próby, zakres przestrzenny, czas i miejsce badań [6].

Oto przykłady zdefiniowania populacji badanej:

1. Dla projektu badawczego w pedagogice resocjalizacyjnej:

a) - podmiot – dzieci o obniżonej sprawności umysłowej;

- jednostka próby – wybrane szkoły podstawowe;

- zakres przestrzenny – powiat choszczeński;

- czas i miejsce badań – rok akademicki 2011/2012;

b) - podmiot – dzieci z rodzin patologicznych;

- jednostka próby – rodzina patologiczna;

- zakres przestrzenny – aglomeracja miejska;

- czas i miejsce badań – rok akademicki 2011/2012.

2. Dla projektu badawczego w pedagogice szkolnej:

- podmiot – uczniowie z niepowodzeniami;

- jednostka próby – wybrana szkoła średnia;

- zakres przestrzenny – aglomeracja wiejska;

- czas i miejsce badań – rok akademicki 2011/2012.

3. W niektórych badaniach jednostka może być jednocześnie podmiotem badań:

- podmiot – rodzice;

- jednostka próby – rodzice;

- zakres przestrzenny – gmina Kamień Pomorski;

- czas i miejsce badań – październik 2011 – czerwiec 2012 roku.

Ustalenie operatu populacji badanej

Wybór jednostki wymaga ustalenia wykazu populacji badanej. Listy populacji badanej (zbiór jej elementów) to operat populacji badanej [6]. Operatem mogą być: dziennik klasy, lista uczniów szkoły, lista wychowanków placówki opiekuńczo-wychowawczej wielofunkcyjnej, itd.

Reprezentatywność próby

S. Nowak [8] podaje, że wg G. Lissowskiego „termin *próba reprezentatywna* jest niejednoznaczny. Po pierwsze – przez próbę reprezentatywną możemy rozumieć taką część zbiorowości, która jest miniaturą tej zbiorowości. Po drugie ... reprezentatywność próby jest kwestią stopnia”.

1. Próba jest reprezentatywna wówczas, kiedy występują w niej wszystkie wartości zmiennej czy zmiennych nas interesujących.

2. Próba jest reprezentatywna, kiedy rozkłady interesujących nas zmiennych w tej próbie odpowiadają rozkładom tych zmiennych w zbiorowości, którą ona reprezentuje, czyli w populacji generalnej.

3. Próba jest reprezentatywna wówczas, kiedy występujące w niej zależności między zmiennymi odpowiadają analogicznym zależnościom w zbiorowości generalnej.

Każde z tych znaczeń może ponadto być bądź atrybutywnie – próba jest lub nie jest reprezentatywna, bądź też w sposób stopniowalny - próba jest reprezentatywna w określonym stopniu [8]:

- **Typologiczna reprezentatywność próby** – aby w próbie wystąpiły wszystkie wartości danej zmiennej (...) zbadać reprezentantów wszystkich kategorii wyróżnionych ze względu na pewne zmienne społeczno-demograficzne, bez względu na to, jak liczne są w zbiorowości generalnej. Np. w badaniach nt. „Analiza problemów dewiacyjnego zachowania się dzieci, młodzieży w środowisku wiejskim” za pomocą metody sondażu diagnostycznego wśród mieszkańców wiejskich muszą być przewidywane odpowiedzi mieszkańców w wieku młodym, średnim i starszym, kobiet i mężczyzn.

- **Reprezentatywność ze względu na rozkłady określonych zmiennych** wiąże się z rozkładami zmiennych w próbie i populacji. Np. w badaniach nt. „Analiza problemów dewiacyjnego zachowania się dzieci, młodzieży w środowisku wiejskim” metoda sondażu diagnostycznego musi przewidywać określone proporcje ankietowania mieszkańców w różnym wieku i różnych płci.

- **Reprezentatywność pod względem statystycznych zależności.** Może tak się stać, że próba reprezentatywna dla jednej zbiorowości ze względu na rozkłady pewnych zmiennych nie będzie dla tej zbiorowości reprezentatywna ze względu na związki między tymi zmiennymi, lub odwrotnie. Np. w badaniach nt. „Analiza problemów

dewiacyjnego zachowania się dzieci, młodzieży w środowisku wiejskim” zależność samopoczucia bezpieczeństwa mieszkańców od różnych typów dewiacyjnego zachowania młodzieży środowiska wiejskiego może być reprezentatywna dla innych wiejskich środowisk. Ale zależność między wykształceniem młodzieży i jej zachowaniem w środowisku może nie być reprezentatywna dla innych wiejskich środowisk.

Wybór metody doboru próby

Podstawowym problemem jest określenie sposobu przeprowadzenia losowania, tj. czy wybrane elementy należycie reprezentują całą populację zbioru. Przy pobieraniu próbek należy zapewnić jednakową szansę trafienia do próby każdemu z elementów badanej populacji. Najprostsza metoda polega na ponumerowaniu elementów zbioru i wylosowaniu odpowiednią liczbę kartek z numerami, które wskazują elementy do analizy. Czasem stosuje się w tym celu specjalne tabele liczb losowych. Przy losowaniu ustala się np. stronę, z której odczytuje się kolejno ilość liczb, które będą numerami elementów wybranych do badania, albo też na określonej stronie wybiera się liczby z pewnej kolumny itp.

Wybór metody doboru próby badanej jest sposobem w jaki elementy próby badawczej będą dobierane do próby. Metody te dzielą się na metody oparte na doborze losowym, metody oparte na doborze nielosowym [6], dobór oparty na ochotnikach [5].

Próbę nazywa się losową, gdy dobór badanej części populacji odbywa się w drodze losowania z całej populacji; normalizacyjną, gdy ona służy do określenia norm, np. testowych, dzięki którym można pokazać funkcjonowanie poszczególnych jednostek w porównaniu z funkcjonowaniem osób tworzących całą badaną populację, np. pozwala określić miejsce postępów w nauce danego ucznia na tle postępów jego kolegów z klasy czy szkoły [3].

Dobór celowy polega na zamierzonym doborze do badań tych jednostek, które spełniają określone kryteria oraz charakteryzują się takimi, a nie innymi właściwościami, a w których dobór losowy jest niemożliwy [5].

Dobór oparty na ochotnikach nie reprezentuje zbiorowości. Ochotnicy sami deklarują udział w badaniach. Mogą to być więźniowie z

zakładów karnych, młodzież z domów poprawnych, osoby nieprzystosowane społecznie itd. [5].

1. Dobór losowy próby [1]:

- losowanie ze zbioru nieznanego (prosty dobór losowy),
- losowanie z warstw (dobór warstwowy),
- losowanie wielostopniowe (dobór wielostopniowy grupowy),
- losowanie systematyczne (dobór losowy prosty systematyczny).

2. Dobór nielosowy (celowy) próby [6; 10]:

- metoda doboru jednostek typowych;
- metoda doboru kwotowego;
- metoda kuli śniegowej;
- próbkowanie teoretyczne.

Prosty dobór losowy polega na tym, że korzystając z tablic liczb losowych lub z komputera, losuje się z operatu jednostki do badania [10].

Dobór warstwowy. Istotą doboru jest podzielenie populacji całkowitej na rozłączne grupy – zwane warstwami – w taki sposób, aby elementy należące do każdej z grup były do siebie jak najbardziej podobne. Każda warstwa powinna być z punktu widzenia badanych cech w miarę jednorodna [5].

Podział może być rozłączny:

- wariant proporcjonalny: wielkość prób losowych z warstw jest proporcjonalna do wielkości samych warstw,
- wariant optymalny: optymalna wielkość próby, która ma być wylosowana z każdej warstwy, jest proporcjonalna nie tylko do wielkości samych warstw, ale także do wielkości odchylenia standardowego badanej zmiennej w określonej warstwie [9].

Metoda losowania z warstw polegała na podziale całego zbioru na warstwy i następnie losowaniu z każdej warstwy próby, w której każda warstwa będzie reprezentowana proporcjonalnie do jej liczebności w całym zbiorze [14]. Można to przedstawić zależnością:

$$N_1 : N_2 : N_3 : \dots = n_1 : n_2 : n_3 \dots \quad (1)$$

gdzie:

N_i - liczebność warstwy,

n_i - liczebność próby.

Odchylenie standardowe charakteryzuje dyspersję każdej warstwy; im większe odchylenie standardowe, tym bardziej jest różnorodna warstwa.

Pobieranie losowej próby z każdej warstwy proporcjonalnie do odchylenia standardowego tych warstw można wyrazić jako:

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 : \dots = n_1 : n_2 : n_3 \dots \quad (2)$$

We wzorze (2) liczebność elementów z każdej warstwy nie uwzględnia liczebności tych warstw. Aby można było przeprowadzić losowanie, biorąc pod uwagę liczebność warstw i odchylenia standardowe każdej warstwy, stosuje się zależność:

$$N_1 \sigma_1 : N_2 \sigma_2 : N_3 \sigma_3 : \dots = n_1 : n_2 : n_3 \dots \quad (3)$$

Zastosowanie losowania z warstw powoduje, że maksymalne różnice między średnią próby a średnią arytmetyczną całego zbioru są mniejsze, aniżeli w wypadkach, gdy losuje się z całego zbioru bez uwzględniania warstw. Losowanie metodą z warstw zabezpiecza przed możliwością otrzymania próby bardzo mało reprezentatywnej. Przykładem zastosowania tej metody jest uznanie za warstwy poszczególnych klas w szkole, a w przypadku np. miasta, poszczególnych szkół objętych badaniami statystycznymi.

Np., aby poznać opinie nauczycieli szkół małego miasta na temat wartości prognozowania w działalności nauczyciela dzielimy nauczycieli na warstwy dotyczące ich stażu pracy. Jeżeli populacja liczy $N=1000$, dzielimy na warstwy $N_1+N_2+N_3+N_4$:

N_1 (nauczyciele, mający staż 30 lat i więcej),

N_2 (nauczyciele, mający staż 20–29 lat),

N_3 (nauczyciele, mający staż 10–19 lat),

N_4 (nauczyciele, mający staż do 10 lat).

Do badań zdecydowano się dobrać próbę $n=50$ nauczycieli w relacji 1/20 z każdej warstwy. $N_1=300$, $n_1=15$; $N_2=200$, $n_2=10$; $N_3=400$, $n_3=20$; $N_4=100$, $n_4=5$.

Dobór wielostopniowy jest zastosowany w złożonych przypadkach, gdy nie można sporządzić operatu losowania. Jest to warstwowanie w wielostopniowej próbie grupowej [10]. Przeprowadza się najpierw losowanie kilku największych grup; następnie z nich losuje się kilka mniejszych grup; by z nich pobrać losowo kilka elementów [1].

Losowanie systematyczne. Polega na cyklicznym pobieraniu (losowaniu) elementów do oceny. Ten sposób losowania systematycznego można stosować również przy losowaniu z każdej warstwy lub przy losowaniu wielostopniowym, co ma często zastosowanie przy kontroli nauczania, kiedy bada się co n -ucznia. Należy przestrzegać, by pobierani kolejno do oceny uczniowie nie byli tymi samymi, którzy byli wcześniej losowani.

Metoda doboru jednostek typowych polega na doborze do próby takich jednostek, które zostały uznane za przeciętne [6]. Przykładem

są szkoły miejskie i wiejskie różnych poziomów kształcenia (podstawowy, gimnazjalny, ponadgimnazjalny), placówki opiekuńczo-wychowawcze wielofunkcyjne, rodziny z zaburzeniami (alkoholowe, patologiczne), Domy Dziecka i inne.

Metoda doboru kwotowego opiera się na założeniu, że próba jest reprezentacyjna dla całej populacji badanej, jeżeli struktura próby z punktu widzenia istotnych cech jest taka sama jak struktura badanej zbiorowości. Badaną populację opisuje się według określonych cech, dzieląc ją na kwoty. Następnie określa się skład próby proporcjonalnie do udziałów poszczególnych kwot w badanej populacji [6]. Jeżeli chcemy zastosować metodę doboru kwotowego do próby 100 nauczycieli, należy ustalić proporcję próby z punktu widzenia różnych cech (tu - kwota nauczycieli szkoły podstawowej i nauczycieli szkoły gimnazjalnej). Próba ma być odbiciem całej populacji. Wg W. Wojciechowskiego, L. Kaliny, A. Łaszka „Szkołę ma wiedzę kosztowną”, *Forum Obywatelskiego Rozwoju*, 14.10.2010, Polska w 2010 roku miała 178 000 nauczycieli szkoły podstawowej, 240 000 nauczycieli szkoły średniej [11]. Wynosi to odpowiednio 43% i 57%. Badanie opinii 100 nauczycieli musi być więc prowadzone wśród 43 nauczycieli szkoły podstawowej i 57 nauczycieli szkoły średniej.

Kwoty populacji można ustalić z punktu widzenia takich cech jak płeć, wiek, zdrowie, miejsce zamieszkania, typ szkoły, itd.

Metodę kuli śniegowej stosuje się, kiedy populacja składa się z jednostek nietypowych. Rozpoczynamy dobór od nielicznej grupy badanych, następnie prosimy o wskazaniu kolejnych osób posiadających podobne cechy [6].

Próbkowanie teoretyczne. Przypadki do badania wybiera się według sugestii, które pochodzą z wyłaniającej się teorii, aż do wyjaśnienia [10].

Losowanie wiązkami. Stosuje się je dla określonych grup, w specyficznych środowiskach. Dotyczy losowania grup pracowników lub skupisk ludności. Może mieć szczególne zastosowanie w badaniach socjologicznych grup młodzieży szkolnej.

Proporcje w próbie

Często zadaniem jest określenie udziału pewnego rodzaju elementów w całym zbiorze

na podstawie próby. Chcąc na przykład ustalić, jaki udział (procent) stanowią uczniowie typów: A – agresywni w zachowaniu, B – obojętni na agresywne zachowanie innych i C – przeciwdziałający agresji, albo też jaki jest udział tych grup w całej populacji obserwowanych uczniów, zbadanie tego procesu w dłuższym okresie czasie, np. w ciągu roku, czy też zbadanie całej populacji jest bardzo pracochłonne i pociąga za sobą znaczne koszty. Można tego dokonać w pewnym krótszym okresie czasu (tydzień, miesiąc) i na podstawie tego badania (próby) oszacować proporcję poszczególnych typów uczniów.

Jeżeli elementy mające pewną cechę oznaczy się przez 1, to elementy nie mające tej cechy będą oznaczone przez 0. Badając na przykład agresję uczniów, typ A oznaczono przez 1, a pozostałe typy uczniów przez 0. Tak więc, jeżeli obserwowano zachowanie np. 100 uczniów (N), a wśród nich było 30 zachowań typu A, to proporcja zachowań typu A dla całej badanej populacji wynosi: $p = 30/100 = 0,3$.

Prowadząc np. badania przez dwa tygodnie, w pierwszym tygodniu na 100 zachowań uczniów 30 było typu A, natomiast w drugim tygodniu na 200 zachowań uczniów 50 było typu A, tak więc proporcje są następujące: $p_1 = 30/100 = 0,3$, $p_2 = 50/200 = 0,25$.

Udział zachowań typu A w okresie badanym (dwa tygodnie) wynosi:

$$P = \frac{30 + 50}{100 + 200} = 0,267$$

lub

$$P = \frac{100 \cdot 0,3 + 200 \cdot 0,25}{100 + 200} = 0,267.$$

Powyższe obliczenia określa zależność:

$$P = \frac{\sum N_h \cdot p_h}{N} \quad (4)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} N_h & - \text{liczebność warstwy,} \\ N & - \text{liczebność całego zbioru} \\ & (N = \sum N_h). \end{aligned}$$

Obliczanie wariancji

Oznaczając przez P udział elementów w zbiorze mającym określoną cechę, a przez Q udział elementów w zbiorze, które tej cechy nie mają, to wariancja proporcji zbioru jest równa [12, 13]:

$$\sigma_p^2 = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{PQ}{n} \quad (5)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} N & - \text{liczebność zbioru,} \\ n & - \text{liczebność próby,} \\ P & - \text{proporcja (udział) jednostek} \\ & \text{posiadających określoną cechę,} \\ Q & - \text{proporcja (udział) jednostek nie} \\ & \text{posiadających określonej cechy.} \end{aligned}$$

Natomiast wariancję proporcji na podstawie próby oblicza się z zależności [12, 13]:

$$S_p^2 = n \frac{pq}{n-1} \quad (6)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} S_p^2 & - \text{wariancja proporcji obliczona} \\ & \text{na podstawie próby,} \\ n & - \text{liczebność próby,} \\ p & - \text{proporcja (udział) jednostek} \\ & \text{posiadających określoną cechę,} \\ q & - \text{proporcja (udział) jednostek nie} \\ & \text{posiadających określonej cechy.} \end{aligned}$$

Obliczanie odchylenia standardowego

Odchylenie standardowe proporcji obliczone na podstawie próby jest pierwiastkiem z wariancji i określa je zależność [12, 13]:

$$s_p = \sqrt{\frac{npq}{n-1}} \quad (7)$$

W analizowanym wcześniej przykładzie, odchylenie standardowe proporcji uczniów agresywnych A wynosi $s_p = \sqrt{0,212} = 0,46$.

Ustalenie liczebności próby

Wg M. Łobockiego [4] „próba powinna liczyć co najmniej 30 osób. Złożona z mniej niż 30 osób, zalicza się do „małej” próby. Próba zaś obejmująca więcej niż 30 osób, a nie przekraczająca 100 osób, zaliczana jest do „przejściowej” próby, natomiast składająca się z więcej niż 100 osób stanowi „dużą” próbą... Warto jednak pamiętać, że jeżeli dobrana próba przewiduje osoby podzielone ze względu na różny przedział wieku, rodzaj wykształcenia czy zawodu, stan posiadania itp., to w obrębie każdej grupy osób zaleca się uwzględnić nie mniej niż 10 osób przy zachowaniu – rzecz jasna – zachodzących procentowych rozkładów zmiennych charakterystycznych dla danej populacji” [4].

Z kolei wg B. Walasek-Jarosz [10] „30 jednostek to minimum, jakie powinniśmy obserwować – jest to mała próba statystyczna”. Wg W. Goriszowskiego [2] „górną granicę, stosowanie do możliwości badacza, wynosi 100 przypadków, rzadko więcej, ale i rzadko mniej niż 30”, a wg W. Ciczkowski [9] i J. Grenia [14] wzór na niezbędną wielkość próby (n_b) przy oszacowaniu frakcji elementów wyróżnionych w populacji ma postać:

$$n_b = \frac{N}{1 + \frac{d^2 (N - 1)}{z_{\alpha}^2 pq}} \quad (8)$$

gdzie:

- N – licznosc populacji;
- p – spodziewany rzad wielkosci szacowanej frakcji;
- q – $1-p$;
- z_{α} – 1,64 dla $\alpha=0,10$;
1,96 dla $\alpha=0,05$;
2,58 dla $\alpha=0,01$;
- d – dopuszczalny blad szacunku frakcji p (podany w ułamku dziesietnym).

Np., badajac agresje wsród nastolatków wybranej szkoły, z rozmów z nauczycielami ustalono, ze ich zdaniem, ze 150 uczniów tej szkoły 10 to uczniowie agresywni, 20 uczniów występuje przeciwko zaobserwowanej agresji, a 120 uczniów nie reaguje widzac agresje. Zeby określić próbkę, należy skorzystac z zależności (8).

W celu określenia zachowań agresywnych korzystajac z zależności (8) otrzymuje się:

$$n_b = \frac{150}{1 + \frac{0,05^2 \cdot (150 - 1)}{1,96^2 \cdot \frac{10}{150} \cdot (1 - \frac{10}{150})}} \approx 59$$

co oznacza, ze należy wybrac do obserwacji 59 uczniów.

Z kolei chcąc określić zachowania obojętne uczniów, z tej samej zależności otrzymuje się

$$n_b = \frac{150}{1 + \frac{0,05^2 \cdot (150 - 1)}{1,96^2 \cdot \frac{120}{150} \cdot (1 - \frac{120}{150})}} \approx 94$$

co oznacza, ze należy wybrac do obserwacji 94 uczniów.

Chcąc ustalic licznosc próby tak, zeby ścisłość szacunku była z dokładnością do $\pm\sigma_p$, można tego dokonac pobierajac odpowiednio licznę próbkę. Majac np. $z = 3$ oraz p i q znane z próby, ustala się licznosc próby ze wzoru [14]:

$$n = \frac{z^2 pq}{d^2} \quad (9)$$

Obliczenia wariancji całego zbioru przy losowaniu z warstw dokonuje się z zależności [14, 15]:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{N^2} \sum N_h \frac{N_h - n_h}{N_h} \cdot \frac{1}{n_h} \cdot \frac{N_h}{N_h - 1} P_h Q_h \quad (10)$$

Poniewaz zwykle nie jest znana proporcja w zbiorze, szacujemy się je na podstawie próby i wówczas wariancję zbioru można oszacowac na podstawie informacji uzyskanych z próby, ze wzoru [14, 15]:

$$\sigma_{p_h}^2 = \frac{1}{N^2} \sum N_h^2 \frac{pq}{n_h} \quad (11)$$

Wzór (11) można stosowac, kiedy liczebność próby jest niewielka w stosunku do całego zbioru. We wzorze tym zostało opuszczone wyrażenie $N_h/(N_h - 1)$ poniewaz przy dużej liczebności zbioru jest ono bardzo bliski jednosci.

W przypadku, jezeli należy tak zorganizowac badania, aby otrzymac wynik z określoną dokładnością, czyli oszacowany z próby udzial pewnych elementów w całej zbiorowości nie może być większy od założonej liczby (d), a dodatkowo ma to być szacunek wystarczajaco pewny (np. prawdopodobieństwo, ze będzie on zawarty w określonym przedziale ($\pm d$), czyli w granicach „trzech sigma” $D = d/3$), można to osiągnac przez dobór odpowiedniej liczebności próby losowej. Jezeli losuje się próbkę z warstw proporcjonalnie do liczebności warstwy, wtedy liczebność próby z każdej warstwy określana jest na podstawie zależności [14, 15]:

$$n = \frac{N \sum N_h P_h Q_h}{N^2 D^2 + \sum N_h P_h Q_h} \quad (12)$$

Jezeli losowanie przeprowadza się proporcjonalnie do iloczynu liczebności i odchylenia standardowego warstwy, a należy też uwzględnic koszty losowania z każdej warstwy, to liczebność próby określa się na podstawie zależności [14, 15]:

$$n = \frac{(\sum N_h \sqrt{c_h} P_h Q_h) \left(\sum N_h \sqrt{\frac{P_h Q_h}{c_h}} \right)}{N^2 D^2 + \sum N_h P_h Q_h} \quad (13)$$

a liczebność próby z każdej warstwy określa się proporcjonalnie do wartości $N_h \sqrt{\frac{P_h Q_h}{c_h}}$.

Uwagi końcowe

Istotnym zagadnieniem przy pobieraniu próby jest minimalizacja wariancji średnich, gdyż wtedy wnioski wysnute na podstawie próby będą możliwie najbardziej trafne. Aby zmniejszyć wariancję średnich prób, należy niemal zawsze zwiększyć liczebność próby. Jednak przy każdym badaniu, zwiększenie liczebności próby pociąga za sobą wzrost kosztów badań. Dysponując na badania określoną pewną kwotą c , stanowiącą koszt badań, można ją podzielić na: c_o – koszty stałe, niezależne od liczebności próby i c_h – koszt pobrania jednego elementu do próby. Jeżeli próba liczy n elementów, to:

$$c = c_o + c_h \cdot n \quad (14)$$

to liczebność próby przy założonym koszcie badań wynosi:

$$n = \frac{c - c_o}{c_h} \quad (15)$$

Bardziej skomplikowane jest określenie liczebności próby, kiedy prowadzi się losowanie z warstw. Jeżeli liczebność próby z każdej warstwy wynosi n_h wówczas równanie funkcji kosztów ma postać:

$$c = c_o + \sum c_h n_h \quad (16)$$

Jeżeli przeprowadzane jest losowanie z warstw tak, że liczebność próby jest proporcjonalna do iloczynu liczebności warstwy i odchylenia standardowego warstwy, wtedy liczebność próby z każdej warstwy ustala się na podstawie zależności:

$$n_h = \frac{N_h \cdot \sigma_h}{\sqrt{c_h}} \cdot n \quad (17)$$

gdzie:

- N_h - liczebność warstwy,
- σ_h - odchylenie standardowe warstwy,
- c_h - koszt pobrania jednego elementu z warstwy.

Zaprezentowane zagadnienia przedstawiają tylko niektóre sposoby określania liczebności próby oraz pobierania próby. Literatura szeroko charakteryzuje opisywane problemy, które w prezentowanym materiale tylko zasygnalizowano.

Bibliografia

1. Chybowski L., Matuszak Z., *Wybrane sposoby określenia liczebności próby*, Zeszyty Naukowe Akademii Morskiej w Szczecinie Nr 10 (82), 2006.
2. Goriszowski W., *Podstawy metodologiczne badań pedagogicznych*, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Pedagogicznej TWP, Warszawa 2006.
3. Kupisiewicz Cz., Kupisiewicz M., *Słownik pedagogiczny*, Warszawa, Wydawnictwo Naukowe PWN 2009.
4. Łobocki M., *Wprowadzenie do metodologii badań pedagogicznych*, Oficyna wydawnicza „Impuls”, Kraków 2003.
5. Maszke A.W., *Tok przygotowania badań* [w] *Podstawy metodologii badań w pedagogice*, red.nauk. Stanisław Palka. Pedagogika GWP, Gdańsk 2010, s. 153-176.
6. Michalska-Dudek I., *Określenie liczebności próby. Materiały z ćwiczeń z badań marketingowych*. <http://www.michalska-dudek.pl/pliki/>.
7. Nowaczyk Cz., *Podstawy metod statystycznych dla pedagogów*. PWN, Warszawa – Poznań 1986.
8. Nowak S. *Metodologia badań społecznych*, Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2007.
9. Ciczkowski W. [red]., *Prace promocyjne z pedagogiki: Skrypt dla uczestników seminariów: licencjackiego, magisterskiego i doktoranckiego*. WUW-M, Olsztyn 2000.
10. Walasek-Jarosz B., *Tok realizacji badań oraz opracowanie wyników* [w] *Podstawy metodologii badań w pedagogice / red.nauk. Stanisław Palka*. Pedagogika GWP, Gdańsk 2010, s. 177 – 199.
11. Wojciechowski W., Kalina L., Łaszek A. *Szkolę mą widzę kosztowną*, *Forum Obywatelskiego Rozwoju*, Warszawa, 14.10.2010.
12. Bobrowski D., *Probabilistyka w zastosowaniach technicznych*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1986.
13. Bobrowski D., Maćkowiak-Łybacka K., *Wybrane metody wnioskowania statystycznego*. Wyd. Politechniki Poznańskiej, Poznań 1988.
14. Greń J., *Statystyka matematyczna. Modele i zadania*. PWN, Warszawa 1984.
15. Pacut A., *Prawdopodobieństwo. Teoria. Modelowanie probabilistyczne w technice*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1985.