

WYBRANE POJĘCIA MATEMATYCZNE A ICH ROZUMIENIE PRZEZ UCZNIÓW EDUKACJI Wczesnoszkolnej – POJĘCIE MIARY I MIERZENIA

JOANNA ŻĄDŁO-TREDER

ORCID <https://orcid.org/0000-0003-0112-1624>

Uniwersytet Pedagogiczny im. KEN w Krakowie

Wprowadzenie

Znajomość sensu mierzenia jest jednym z warunków rozumienia świata, jest on bowiem poznawany dzięki pomiarom i opisywany za pomocą ich wyników¹. Poznawanie istoty mierzenia zaczyna się w dzieciństwie i trwa przez całą szkolną edukację. Szczególnie ważny jest etap edukacji elementarnej, tu bowiem powinno mieć miejsce przejście od wiedzy potocznej na temat mierzenia do wiedzy formalnej, od znajomości nazw jednostek miary do ich rozumienia i dostrzegania wzajemnych związków. Tymczasem spora część dzieci rozpoczynających naukę w szkole nie osiąga takiego poziomu rozumowania², który gwarantowałby im możliwość formalnego rozumienia istoty mierzenia i wszystkich jego konsekwencji³. Dzieci te, nie uznając stałości wielkości ciągłych (stałości długości, masy, objętości), nie są w stanie zrozumieć istoty pomiaru tych wielkości. Potrzebują dużo czasu i wielu ćwiczeń wspomagających proces myślenia, by osiągnąć taki jego poziom, który umożliwi w pełni świadome rozwiązywanie problemów i zadań dotyczących pomiarów⁴. Zamiast wsparcia rozwoju ich myślenia, proponuje im się w szkole zadania tekstowe, w których co najwyżej o mierzeniu się mówi, czy wykonywanie rachunków na liczbach mianowanych (por. Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 2015,

¹ *Pomiar* rozumiany jest jako czynność mierzenia, zaś *miara* jest jego wynikiem.

² Zgodnie z teorią Jeana Piageta wiek 6–7 lat to koniec etapu przedoperacyjnego, a zarazem początek kształtowania się tzw. operacji konkretnych (zob. Piaget, 2006).

³ Odpowiedni poziom operacyjnego rozumowania to jeden z istotnych wyznaczników dojrzałości do uczenia się matematyki w szkole. Badania w tym zakresie prowadziła Edyta Gruszczyk-Kolczyńska (1994).

⁴ Więcej na temat myślenia operacyjnego i możliwości jego stymulowania u dzieci można przeczytać w: Gruszczyk-Kolczyńska, Zielińska, 2009, s. 349–369; Zielińska, 2009, s. 388–400, 401–418.

s. 153–185). Taka zbyt szybka formalizacja wiedzy na temat jednostek miary przejawiająca się sprowadzaniem ich poznawania do działań na liczbach mianowanych, stanowi niebezpieczeństwo zagrażające dzieciom w pełnym rozumieniu pojęcia mierzenia (por. Nowak, 2008, s. 157; Nowak, 2009, s. 204–205). By pojęcia matematyczne zostały prawidłowo ukształtowane, ich uczenie się winno przebiegać zgodnie z prawidłowym mechanizmem nabywania wiedzy matematycznej. Brak uwzględnienia istotnych etapów tego procesu prowadzi do zjawiska tzw. formalizmu zdegenerowanego, co oznacza, że uczeń posługuje się nazwami pojęć, nie rozumiejąc ich sensu (Hejný, 1997, s. 19)⁵. A przecież słowo (nazwa) i liczba (reprezentacja symboliczna) zarówno znaczą, jak i oznaczają jedynie wtedy gdy, zgodnie z koncepcją Jerome’a Brunera, wytworzy się najpierw w świadomości dziecka ich reprezentacja enaktywna oraz ikoniczna (Łuczyński, za: Nowak, 2009, s. 158).

Rozumienie sensu mierzenia wielkości ciągłych i umiejętność dokonywania pomiarów, jak wspomniano wcześniej, warunkuje sprawne funkcjonowanie człowieka od najmłodszych lat, najpierw w rzeczywistości szkolnej i pozaszkolnej, później w życiu zawodowym i prywatnym dorosłego. Dlatego w podstawie programowej dla edukacji wczesnoszkolnej znaczące miejsce zajmują tzw. wiadomości i umiejętności praktyczne. Uczeń ma zdobyć nie tylko wiedzę, ale i umiejętności odnoszące się bezpośrednio do fizycznych aspektów świata, które pozwolą mu sprawnie w tym świecie się poruszać. Zgodnie z zapisami obowiązującej obecnie podstawy programowej na koniec klasy III uczeń: „[...] mierzy długości odcinków, boków figur geometrycznych itp.; podaje wynik pomiaru, posługując się jednostkami długości: centymetr, metr, milimetr; wyjaśnia związki między jednostkami długości; posługuje się wyrażeniami dwumianowanymi; wyjaśnia pojęcie kilometr; [...] mierzy obwody różnych figur za pomocą narzędzi pomiarowych” (Podstawa programowa..., 2017, s. 38). Ponadto: „odczytuje godziny na zegarze ze wskazówkami oraz elektronicznym (wyświetlającym cyfry w systemie 24-godzinny); wykonuje proste obliczenia dotyczące czasu; posługuje się jednostkami czasu: doba, godzina, minuta, sekunda; posługuje się stoperem, aplikacjami telefonu, tabletu, komputera; [...] mierzy temperaturę za pomocą termometru oraz odczytuje ją; [...] dokonuje obliczeń szacunkowych w różnych sytuacjach życiowych; [...] waży; używa określeń: kilogram, dekagram, gram, tona; zna zależności między tymi jednostkami; odmierza płyny; używa określeń: litr, pół litra, ćwierć litra” (tamże).

Badania własne i ich wyniki

Badania nad rozumieniem przez dzieci 7-, 9-letnie sensu mierzenia wielkości ciągłych miały charakter pilotażowy. Realizowane były na początku listopada 2018 roku. Pilotażem objęto dziesięcioro dzieci, pięcioro z klasy I i pięcioro z klasy III jednej z krakowskich szkół podsta-

⁵ Według Milana Hejnego (1997, s. 17–18) wspomniany mechanizm nabywania wiedzy matematycznej obejmuje sześć etapów. Są to: 1. Motywacja, 2. Etap izolowanych modeli, 3. Etap uniwersalnych modeli, 4. Podniesienie abstrakcji, 5. Etap krystalizacji, 6. Etap automatyzacji.

wowych. **Celem badań** było ustalenie, jak badane dzieci rozumieją sens pomiaru. Chodziło o sprawdzenie, czy umieją one: zmierzyć wskazaną wielkość, wiedzą jakim przyrządami i jak się posłużyć, co jest wynikiem pomiaru oraz do czego taki wynik może być przydatny.

W badaniu zastosowano metodę indywidualnych przypadków realizowaną za pomocą techniki obserwacji i rozmowy, zaś narzędziem badawczym był zestaw sześciu zadań dotyczących mierzenia: (1) długości, (2) masy, (3) pojemności, (4) temperatury, (5) czasu, (6) pola powierzchni. Zadania zostały skonstruowane według jednego schematu np. w przypadku długości było następujące zadanie:

1. *Czym można zmierzyć np. długość stołu?* Czekamy na odpowiedź, gdy nie odpowiada, zadajemy kolejne pytanie: *Czy są tu przedmioty, za pomocą których można zmierzyć długość?*
2. *Zmierz np. długość stołu.* Obserwujemy czynność pomiaru, zwracamy uwagę na to, którym narzędziem dziecko się posługuje i w jaki sposób to robi.
3. *Jak długi jest stół?* Oczekujemy wyniku pomiaru jako efektu wykonanej czynności.
4. *Czy takie informacje są przydatne i do czego?*

[Podczas rozwiązywania każdego z sześciu zadań zawsze dostępne są następujące rekwizyty: klocki, paski papieru, sznurki i sznurówki, linijka szkolna, miarka krawiecka, taśma miernicza, metr stolarski, małe szklane kafelki, kartonowe kwadraciki, kartonowe kółka i trójkąty, szklanka, butelka $\frac{1}{2}$ i 1-litrowa, naczynie z zaznaczoną podziałką, menzurka, waga szalkowa, łazienkowa, kuchenna, zegar demonstracyjny, budzik, zegarek ręczny, minutnik, klepsydra, telefon komórkowy, termometr lekarski, pokojowy, zaokienny, demonstracyjny, wannowy].

Dobór zadań był podyktowany celem badań. Ważna była rzeczywista/praktyczna umiejętność mierzenia, a nie umiejętność wykonywania szkolnych zadań rachunkowych. Ważne też było ustalenie, jak radzą sobie uczniowie z mierzeniem wszystkich sześciu, możliwych do zmierzenia przez nich, wielkości ciągłych. Dlatego, by zasygnalizować zakres i rangę podjętej problematyki, zostaną omówione wyniki wszystkich zadań.

Z każdym dzieckiem z osobna spotykano się trzykrotnie, tym samym jednorazowo dzieci wykonywały dwa zadania. Początek każdego zadania stanowiła rozmowa z dzieckiem na temat możliwości mierzenia wybranej wielkości ciągłej, w dalszym etapie dzieci dokonywały prób pomiaru za pomocą wybranego przez siebie przyrządu, podawały wynik i wypowiadały się na temat przydatności takich wyników. Wypowiedzi dzieci oraz wyniki obserwacji notowano, a następnie je analizowano oraz oceniano według przyjętych wskaźników (tabela 1).

Mierzenie długości

W zadaniu tym uczniowie w pierwszej kolejności odpowiadali na pytanie: *Czym można zmierzyć długość, np. stołu?* Później prezentowano im rekwizyty. Czekano na reakcję dziecka na widok tych przedmiotów, a następnie pytano: *Czy są tu przedmioty, za pomocą których można zmierzyć długość?* Na koniec badany miał zmierzyć długość stolika, podać wynik pomiaru oraz odpowiedzieć na pytanie: *Czy i do czego przydatne są takie informacje?*

Tabela 1. Rozumienie sensu pomiaru – zestawienie wyników badań

Lp.	Inicjał imienia	W	K	P	Rozumienie sensu pomiaru																							
					Długość				Masa				Czas				Temperatura				Objętość				Pole			
					A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
1.	Z.	6,11	Klasa I	+	1	2	1	2	2	0	0	1	1	0	0	2	1	2	1	2	0	0	0	1	0	1	1	2
2.	F.	7,6		+	1	2	1	2	2	0	0	1	1	1	0	2	1	2	2	2	0	2	2	1	0	1	0	2
3.	M.	7,8		+	1	2	2	2	0	0	0	1	2	1	0	2	1	2	1	2	0	0	0	1	0	1	0	2
4.	N.	7,4		+	1	1	0	2	2	0	0	2	1	1	0	2	1	0	0	2	0	0	0	1	0	1	1	2
5.	J.	7,6		+	1	2	2	2	1	0	0	0	2	1	0	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1.	Ma.	9,5	Klasa III	+	2	2	2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	0	0	1	0	0	0	0
2.	P.	9,5		+	2	2	2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	1	0	2	2	0
3.	Zo.	9,8		+	2	0	0	2	2	1	0	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0	0	0	1	0	1	1	2
4.	Al.	9,2		+	2	2	2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	1	0	1	1	2
5.	A.	9,7		+	2	2	2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	1	1	1	0	1	1	2

Legenda:

Dane dotyczące dzieci: W: wiek, K: poziom edukacji (klasa), P: uczęszczanie do przedszkola (tak +, nie –); Zmienne: A: umiejętność trafnego doboru przyrządu pomiarowego, B: umiejętność dokonania poprawnego pomiaru przy użyciu wybranego przyrządu (w przypadku czasu obliczenie odcinka czasu od... do...), C: poprawne ustalenie wyniku pomiaru (w przypadku czasu odczytanie godziny z zegara analogowego), D: wiedza na temat przydatności wyniku pomiaru wskazanej wielkości ciągłej.

Wskaźniki: 0 – brak wykonania zadania lub jego niepoprawne wykonanie, 1 – częściowo poprawne wykonanie zadania, 2 – poprawne wykonanie zadania.

Źródło: opracowanie własne.

Zarówno badani uczniowie klasy III, jak i I wiedzieli, że długość można zmierzyć. O ile uczniowie klasy I nie rozpoznawali wszystkich przedmiotów do jej zmierzenia (najczęściej rozpoznawali linijkę lub metr krawiecki), o tyle uczniowie klasy III znali wszystkie prezentowane, jednakże nie potrafili prawidłowo ich nazwać. Znana im była z nazwy jedynie linijka, a w przypadku pozostałych potrafili określić ich zastosowanie. Uczniowie klasy I nie dość, że nie znali nazw, to także mieli trudności z określeniem zastosowania. Co ciekawe trójka pierwszoklasistów miała świadomość możliwości mierzenia za pomocą dowolnie obranej jednostki i wskazała na sznurek oraz tasiemkę jako przedmioty, za pomocą których możemy zmierzyć długość. Wśród trzecioklasistów był tylko jeden uczeń, który wybrał ołówek i sznurek jako przedmioty mogące służyć do mierzenia długości oraz jeden, który znał dawne sposoby mierzenia i dokonał pomiaru długości stolika za pomocą swojej ręki (długości od łokcia do dłoni).

Czworo badanych trzecioklasistów potrafiło poprawnie mierzyć długość przedmiotów, znało zasady dokonywania tego pomiaru. Jeden z uczniów mierzył niewłaściwie, przykładając linijkę zamiast od zera to od jedyńki, tym samym odczytany wynik był błędny. Prawidłowe posługiwanie się przez czwórkę trzecioklasistów

przyrządami do mierzenia długości (taśma miernicza lub metr krawiecki) skutkowało w ich przypadku odczytaniem prawidłowego wyniku wraz z odpowiednią jednostką. Tylko jeden uczeń odczytał błędny wynik z miarki, jednakże prawidłowo nazwał jednostkę. Dzieci z klas I poprawnie mierzyły długość. W tym celu troje wybrało metr krawiecki i za jego pomocą prawidłowo dokonało pomiaru, dwoje zaś mierzyło za pomocą sznurka. Ich prawidłowe czynności mierzenia nie gwarantowały podania dobrego wyniku, bo np. dwoje dzieci choć prawidłowo odczytało liczby z miarki, to błędnie podało jednostkę, dwoje dzieci mierzących sznurkiem wynik ustaliło dobrze, mówiąc: *prawie cały sznurek, 3 i pół sznurka*, jeden uczeń ze względu na niedokładny pomiar podał błędny wynik.

Zarówno uczniowie z klasy III, jak i ci z klasy I wiedzieli, że miary długości są potrzebne człowiekowi oraz wiedzieli, do czego są one potrzebne. Oto kilka przykładowych wypowiedzi dzieci:

Klasa III

Artur: Informacje są potrzebne, *bo jak np. trzeba zrobić stół, np. który ma 1 km (???) jak trzeba zrobić zabawkę, to trzeba mierzyć, mierzę też siebie.*

Jak to robisz? (badający)

Stoję pod ścianą, raz zrobiłem to z linijką, jak byłem mały, zaznaczyłem kreską. Teraz przesuwam palcem 1, 2, 3 i dodaję do tego, co było...

Marysia: *Muszą (ludzie) wiedzieć, jakie są miary, jak np. ktoś kupuje drzwi, musi wiedzieć, jaka jest ich długość.*

Klasa I

Jaś: *Ktoś chce zbudować dom i chce wiedzieć, na ile centymetrów chciałby krzesło.*

Małgosia: *Tasiemką też można zmierzyć.*

Prawidłowo mierzyła długość stolika, dbała o precyzję wykonywanych czynności.

Mówiła: *1 cały i kawałek*, poprawiła się: *3 i pół sznurka.*

Jak trzeba zmierzyć meble, ich długość i szerokość. Aby wstawić meble, jak zostanie miejsce, to coś jeszcze się zmieści.

Na polu mierzymy, ile nam zostanie miejsca, jak postawimy stolik.

Obserwacja, w jaki sposób dzieci mierzyły długość oraz rozmowa z nimi na ten temat pozwala na wysunięcie następujących wniosków:

- badani, niezależnie od wieku oraz szkolnych doświadczeń, wiedzieli, że długość można zmierzyć, prawie wszyscy potrafili prawidłowo dokonać jej pomiaru, orientowali się w zakresie wykorzystania takich informacji przez człowieka;
- istnieją różnice w zakresie umiejętności określenia wyniku pomiaru: badane dziewięciolatki w większości prawidłowo podawały wynik, właściwie używały jednostek takich jak centymetr i metr; siedmiolatki wiedziały, że trzeba liczbę z miarki odczytać, nie zawsze jednak wiedziały, co ta liczba oznacza, więc nie umiały podać prawidłowo wyniku pomiaru (liczby z jednostką);
- nie wszyscy badani, tak dziewięcioletni, jak i siedmioletni wiedzieli, że możemy dokonywać pomiaru za pomocą dowolnie obranej jednostki, tylko nieliczni sięgali np. po sznurek, wstążkę itp.;

- tylko dziewięcioletki prawidłowo rozpoznały wszystkie przyrządy do mierzenia długości (linijka, taśma miernicza, metr stolarski, metr krawiecki itp.), nie zawsze potrafiły je nazwać, jednak znały ich zastosowanie;
- dzieci siedmioletnie nie znały wszystkich przyrządów, wskazywały głównie linijkę oraz metr krawiecki, nazywając prawidłowo jedynie linijkę;
- częściej młodsi uczniowie wskazywali jako przedmioty mogące służyć do mierzenia tasiemki, wstążki, ołówek, dokonywali pomiaru za ich pomocą, nie zawsze jednak poprawnie, starsi uczniowie w większości pomijali te przedmioty, skupiając się jedynie na profesjonalnych (metrycznych) przyrządach do pomiaru długości.

Mierzenie masy

W kolejnym z zadań uczniowie w pierwszej kolejności odpowiadali na pytanie: *Czym można zważyć np. cukier do pieczenia ciasta?* Później prezentowano im rekwizyty. Czekano na reakcję dziecka na widok tych przyrządów, a następnie pytano: *Czy są tu przyrządy, za pomocą których można zważyć cukier do pieczenia ciasta?* Na koniec badany miał zważyć cukier lub ryż, podać wynik pomiaru oraz odpowiedzieć na pytanie: *Czy i do czego przydatne są takie informacje?*

Wszyscy badani uczniowie, niezależnie od wieku, wiedzieli, że towar można ważyć za pomocą wagi. Tylko jedno dziecko z klasy I opisowo wskazało na wagę, lecz nie użyło tej nazwy. Wszyscy badani uczniowie klasy III poprawnie wskazali przyrządy do ważenia, znali zastosowanie każdej z wag, nie znali jednak ich nazw. Tylko jeden uczeń poprawnie nazwał prawie wszystkie zaprezentowane wagi, jedynie zamiast waga *elektroniczna* mówił *elektryczna*. Badane siedmioletki najszybciej rozpoznawały wagę szalkową i łazienkową, troje z nich znało wszystkie wagi, chociaż nie potrafiło ich prawidłowo nazwać, potrafiło jednak wskazać ich zastosowanie. Dwoje dzieci nie znało elektronicznej wagi kuchennej.

Czterech trzecioklasistów do zważenia towaru wybrało wagę szalkową. Dzieci te starały się dokładnie zważyć towar, dobierały odpowiednie odważniki, manipulowały nimi, jednakże nie zwracały uwagi na konieczność wytarowania wagi przed przystąpieniem do ważenia. Badani ci potrafili wskazać, co jest cięższe, co lżejsze, ale nie potrafili określić wyniku pomiaru. Tylko jedna dziewczynka do zważenia towaru wybrała wagę elektroniczną. Odczytała wynik, nie był on jednak właściwy, bowiem nie wytarowała na wstępie wagi.

Uczniowie I klasy, chociaż podjęli się zważenia towaru, to jednak nie radzili sobie z wykonaniem zadania. Dwoje dzieci zupełnie nie wiedziało, jak je wykonać, chociaż podchodziło do wagi z zamiarem jej użycia. Trójka dzieci ważyła towar. Jeden uczeń użył wagi szalkowej, ale chaotycznie dobierał odważniki, nie zwracał uwagi na konieczność wytarowania wagi, nie podał wyniku, wiedział jedynie, co jest cięższe, a co lżejsze. Dwoje pierwszoklasistów ważyło towar za pomocą elektronicznej wagi kuchennej. Żaden z nich nie zwracał uwagi na konieczność ustawienia zera na wadze. Jeden włączył wagę, ustawił towar, ale nie potrafił odczytać wyniku. Drugi postawił towar przed włączeniem wagi, potem ją uruchomił i bardzo się zdziwił, gdy pojawiło się zero. Spytał: *Jak to?*

Dziewięcioro badanych miało świadomość przydatności informacji dotyczących masy towarów. Oto wybrane wypowiedzi dzieci podczas ważenia cukru/ryżu:

Klasa III

Zosia: Twierdziła, że nie da się tego dokładnie zważyć, bo *raz jest za mało, raz za dużo*. Mówiła dalej: *to jest lżejsze* (wskazując szalę z odważnikami) *a to jest cięższe* (wskazując torebkę ryżu). Wypowiadając się na temat przydatności takich informacji, dzieci twierdziły, np.: *Informacje o wadze towaru potrzebne są nam w sklepie, gdy np. coś kupujemy, wtedy mówimy, że chcemy 1 kilogram, albo mniej, albo więcej*.

Artur: *Dawniej ceny były za kilo to tyle kosztuje, za pół to ileś. Zawody: ważymy sportowców, na targu, pisze 1 kg – kosztuje*.

Marysia: *Ważymy się u lekarza, jak mamy dietę to ważymy produkty*.

Klasa I

Nikola: *Aby wiedzieć, jak pieczemy babeczki, ile np. mąki wsypać*.

Franek: *Aby za dużo nie zjeść, jak robimy ciasto*.

Obserwacja dzieci w toku kolejnego zadania badawczego prowadzi do następujących wniosków:

- wszyscy badani uczniowie, niezależnie od wieku, wiedzieli, że towar można ważyć za pomocą wagi;
- wszyscy trzecioklasiści i tylko niektórzy pierwszoklasiści rozumieli istotę równowagi na wadze szalkowej, potrafili prawidłowo określić, co jest cięższe, a co lżejsze;
- wszyscy badani podjęli się zważenia towaru, jednak żaden badany nie potrafił prawidłowo tego zrobić, czy to z użyciem wagi szalkowej, czy elektronicznej (jeżeli nawet sami taką wybierali); podstawową trudność stanowiła konieczność wytarowania wagi, badani układając towar na wadze, nie zwracali uwagi na ustawienie szal, a w przypadku wagi elektronicznej nie sprawdzali, czy na wyświetlaczu ustawione jest 0;
- brak umiejętności ważenia uniemożliwił badanym ustalenie wyniku pomiaru, tylko jedno z dzieci potrafiło go podać, jednakże ze względu na brak wytarowania wagi nie był to wynik poprawny;
- wszystkie dziewięciolatki oraz czterech siedmiolatków prawidłowo wskazywało przyrządy do ważenia, nie zawsze jednak nazywali je poprawnie, znali jednak ich zastosowanie;
- dziewięcioro badanych orientowało się w zakresie użyteczności informacji o wadze towarów.

Mierzenie czasu

Spośród uwzględnionych w podstawie programowej wiadomości i umiejętności praktycznych czas jest pojęciem szczególnie trudnym. Wpływa na to przede wszystkim jego abstrakcyjność, ale także i wieloznaczność pojęć czasowych⁶. W kolejnym bada-

⁶ Problematyka kształtowania pojęcia czasu u dzieci została podjęta przez autorkę w publikacji: Żądło, Nawolńska, 2016, s. 176–182.

nym zakresie uczniowie w pierwszej kolejności odpowiadali na pytanie: *Czym można zmierzyć czas?* Później prezentowano im rekwizyty. Czekano na reakcję dziecka na widok przyrządów, a następnie pytano: *Czy są tu przyrządy, za pomocą których można zmierzyć czas?* Dodatkowo pytano: *Jak byś zmierzył/a czas odrabiania zadań domowych? Ile to by trwało?* Na koniec badany miał odpowiedzieć na pytanie: *Czy i do czego przydatne są takie informacje?*

Wszyscy badani uczniowie, tak z klasy I jak i III, mieli świadomość, że czas można zmierzyć. Wszyscy w pierwszej kolejności wymieniali zegar jako podstawowy przyrząd do mierzenia czasu. Uczniowie klasy III rozpoznali wszystkie zaprezentowane przyrządy do mierzenia czasu, poprawnie je nazwali, troje wskazało minutnik, ale nie znało jego nazwy. W przypadku dzieci młodszych wiedza była bardziej zróżnicowana. Dwoje dzieci wskazało wszystkie prezentowane przyrządy do mierzenia czasu, jednak poprawnie nazwało jedynie klepsydrę, pozostałych nazw albo nie podawali, albo je mylili. Trójka dzieci znała tylko niektóre z prezentowanych przedmiotów, z czego jeden uczeń rozpoznał budzik, a dwoje nie potrafiło rozpoznać minutnika.

Czworo trzecioklasistów prawidłowo odczytało czas tak na zegarze analogowym, jak i na elektronicznym. Tylko jedna osoba popełniała błędy w tym zakresie. Młodszy uczeń nie potrafił jeszcze odczytać godziny na zegarze analogowym. Dwoje dzieci odczytało prawidłowo godzinę z zegarka elektronicznego, jeden uczeń próbował to uczynić, ostatecznie jednak zrobił to błędnie.

Uczniowie klasy III bardzo dobrze radzili sobie z określeniem czasu trwania danej czynności, wiedzieli jak to zrobić. Dwoje w tym celu chciałoby wykorzystać zegarek, dwoje stoper, a jedna minutnik. Co ciekawe, także i uczniowie klasy I posiadali wiedzę w tym zakresie. Do zmierzenia czasu trwania podanej czynności badani siedmiolatki proponowali wykorzystanie zegarka (jeden badany), troje chciało ten czas zmierzyć stoperem, a jeden poprosiłby o pomoc mamę. Nie potrafili jednak obliczyć czasu trwania odrabiania lekcji. Dziewięcioro badanych wiedziało, do czego takie informacje są człowiekowi potrzebne. Oto przykładowe wypowiedzi dzieci dotyczące mierzenia czasu trwania konkretnej czynności, sposobów mierzenia oraz przydatności informacji dotyczących czasu:

Klasa III

Artur: *Mierzenie czasu odrabiania lekcji: popatrzę na zegarek, kiedy zaczynam, a potem jak skończę. I już wiem, ile to mi zajęło czasu. Badający: zaczęłeś o 18.15 a skończyłeś o 19.00 to ile się uczyłeś?* Odpowiada prawidłowo: *45 minut.*

Jak tato idzie na spotkanie z klientem, to musi wiedzieć, o której wyjść z domu, aby się nie spóźnić. Ja też, jak znam godzinę, to się nie spóźniam.

Aleks: *też słońcem (można mierzyć), rysuje się kółko, pośrodku jest patyk, są też cyfry, potem pada cień i odczytujemy godzinę, też klepsydrę, w niej przesypuje się piasek, ile razy ją przewrócimy, tyle coś trwa.*

Mierzenie czasu odrabiania lekcji: telefonem, ustawiłbym stoper, jak zaczynam i zatrzymałbym go, jak skończę. Na wyświetlaczu miałbym czas trwania. Też na zwykłym zegarze, odczytuję czas na początku, potem na końcu. I liczę. Badający: zaczęłeś

o 16.30 a skończyłeś o 17.15, to ile się uczyłeś? Odpowiada prawidłowo: 45 minut.
Badający: *Jak liczyłeś?: po 10 minut dodałem do 17.00, a potem jeszcze 15 minut.*
Aby wiedzieć, o której godzinie wstać i się nie spóźnić do szkoły, aby wiedzieć, o której wyłączyć komputer.
Marysia: *Uczę się, np. 20 minut, to nastawiłabym budzik na 20 minut i on by zadzwonił, jak ten czas się skończy.*
Potrzebne są, aby się nie spóźnić do pracy.

Klasa I

Nikola: *Nastawiłabym stoper na początek, a potem na koniec, potem popatrzyłabym na numerki.*

Aby się nie spóźnić.

Franek: wskazuje klepsydrę i stwierdza: *ale tu jest jeden czas, musi być ich kilka, aby zmierzyć.*

Zmierzyłbym komórką. Znajdę zegar, wejść w opcje, znajdę stoper. Klikam na początek i na koniec, potem odczytam.

Ile czasu ma się na coś innego.

Obserwacja badanych dzieci w toku wykonywania zadań dotyczących mierzenia czasu pozwala na wysunięcie następujących wniosków:

- wszyscy badani uczniowie mają świadomość, że czas można zmierzyć, wszyscy w pierwszej kolejności wymieniali zegar jako podstawowy przyrząd do mierzenia czasu;
- tylko trzecioklasiści znali wszystkie prezentowane przyrządy do mierzenia czasu i prawie wszystkie nazywali poprawnie, pierwszoklasiści natomiast nie znali wszystkich przyrządów, najczęściej wybierali zegarki, ale też byli i tacy, którzy rozpoznali i nazywali klepsydrę, a np. nie potrafili nazwać budzika;
- dziewięciolatki (cztery osoby) bardzo dobrze poradziły sobie z odczytywaniem godzin tak na zegarze analogowym, jak i elektronicznym, robiły to zasadniczo bez błędów, siedmiolatki tego jeszcze nie potrafiły, a tylko nieliczni badani zrobili to dobrze z wykorzystaniem zegarka elektronicznego;
- uczniowie klasy III bardzo dobrze poradzi sobie z określeniem czasu trwania czynności, wiedzieli jak to zrobić (wykorzystanie zegarka, stopera, minutnika); co ciekawe, uczniowie klasy I także posiadali wiedzę i umiejętności w tym zakresie, jednakże obliczeń wykonać już nie potrafili.

Mierzenie temperatury

Kolejnym badanym obszarem było pojęcie temperatury. Uczniowie w pierwszej kolejności odpowiadali na pytanie: *Czym można zmierzyć temperaturę?* Następnie prezentowano im rekwizyty. Czekano na reakcję dziecka na widok tych rekwizytów i pytano: *Czy są tu przedmioty, za pomocą których można zmierzyć temperaturę?* Na koniec badany miał ustalić jaką temperaturę wskazuje termometr pokojowy a jaką zaokienny oraz zmierzyć temperaturę wody w dwóch naczyniach. Podsumowaniem tej próby była odpowiedź na pytanie: *Czy i do czego przydatne są takie informacje?*

Badani uczniowie mieli świadomość, że temperaturę można zmierzyć, wszyscy wskazywali na termometr jako przyrząd do jej mierzenia. Tylko jeden uczeń z klasy I nie znał nazwy tego przyrządu, ale wiedział, że można nim zmierzyć temperaturę. Uczniowie klasy III spośród różnych przyrządów do mierzenia prawidłowo wskazywali różne termometry, nie pomijali żadnego. Potrafili określić, co można zmierzyć wskazanym termometrem, chociaż nie znali ich nazw. W zakresie znajomości przyrządów do mierzenia temperatury uczniowie klasy I poradzili sobie słabiej. Wszyscy znali zastosowanie termometru zaokienego i lekarskiego, chociaż nie podawali ich nazw. Nie wiedzieli, co mierzymy innymi termometrami, ale wybierali je jako przyrządy do mierzenia temperatury. Najwięcej trudności sprawiało dzieciom rozpoznanie termometru do mierzenia temperatury wody, troje dzieci go nie znało.

Uczniowie klasy III prawidłowo odczytywali temperaturę powietrza w sali lekcyjnej, posługując się termometrem pokojowym, jeden z uczniów zwrócił przy tym uwagę na dwie jednostki, jakie zaznaczone były na termometrze (stopnie Celsjusza i stopnie Fahrenheita). Poprawnie dokonywali też pomiaru temperatury wody w naczyniach, prawidłowo posługując się stopniami Celsjusza. Dzieci te potrafiły porównać temperaturę wody, poprawnie określały, która temperatura jest wyższa, a która niższa. Uczniowie klasy I nad wyraz dobrze poradzili sobie z pomiarem temperatury w pomieszczeniu. Troje odczytało wynik, jednak nie podało jednostki, tylko jeden uczeń wskazując wynik pomiaru, podał właściwą jednostkę (stopnie Celsjusza), zaś jedna dziewczynka nie umiała zupełnie wykonać zadania. W przypadku pomiaru ciepłoty wody w naczyniach sytuacja wyglądała analogicznie. Jedna osoba nie umiała dokonać pomiaru, jedna zaś wykonała zadanie dobrze: podała wynik, posługując się stopniami Celsjusza. Pozostali odczytali właściwie liczby jako wyniki pomiaru, nie podając jednak jednostki. Dzieci wiedziały, która temperatura jest wyższa, a która niższa, czyli która woda jest cieplejsza, a która zimniejsza. Możliwe, że udało im się zadanie wykonać dobrze, gdyż obie temperatury były dodatnie. Bez wątplenia sytuacja byłaby trudniejsza, gdyby musiały porównać dwie temperatury ujemne (np. -5 i -8). Wówczas prawdopodobnie nie wykonałyby zadania dobrze.

Dziewięcioro badanych uznało, że informacje o temperaturze są potrzebne, potrafiło też wskazać, do czego je wykorzystujemy. Oto kilka przykładowych wypowiedzi dzieci zarejestrowanych w toku wykonywanych zdań:

Klasa III

Zosia: *Musimy znać temperaturę powietrza, aby wiedzieć, jak się ubrać.*

Artur: *aby wiedzieć jak się ubrać, bo ktoś wyjdzie w krótkim rękawku, a jest poniżej zera.*

Przemek: *Chcemy wiedzieć, czy nie jest za ciepło, czy za zimno, a wtedy wiemy, jak się prawidłowo ubrać.*

Czasem chcemy znać temperaturę wody, aby się nie poparzyć, aby nie zmarznąć w wodzie, nasz basen ma 27 stopni Celsjusza i jest średnio ciepły.

Marysia: *Informacje takie potrzebne są nam w kuchni do pieczenia, mierzymy też temperaturę ciała, chcemy wiedzieć, czy jesteśmy zdrowi, czy nie.*

Klasa I

Jaś: Ustalił temperaturę w jednym pojemniku jako 30, mówi: *30 stopni* (nie znał określenia stopnie Celsjusza), w drugim 20 stopni i powiedział: *ta jest zimniejsza*.

Zuzia: mierzyła temperaturę wody w pojemnikach i mówiła: *tu jest 30 temperatury* (wskazała na pierwszy pojemnik) *a tu 25 temperatury* (wskazała na drugi). Wiedziała, że ta woda, która ma 30 stopni, jest cieplejsza.

Jak jest za zimno, aby nie wychodzić.

Nikola: *Jak jest za gorąco, aby się odpowiednio ubrać, a jak się jest chorym, to aby wiedzieć, czy ma się gorączkę.*

Franek: *Aby woda do kąpieli nie była za gorąca.*

Małgosia: określiła temperaturę mówiąc 32, ale nie wiedziała czego. W kolejnym naczyniu zauważyła, że słupek spadł, powiedziała: *ta jest zimniejsza, ma 24*.

Na podstawie poczynionych obserwacji można wysunąć następujące wnioski:

- wszyscy badani uczniowie mieli świadomość, że temperaturę można zmierzyć, wszyscy wskazali na termometr jako przyrząd do mierzenia temperatury;
- dziewięciolatki spośród różnych przyrządów do mierzenia prawidłowo wskazywały wszystkie termometry, nie omijając żadnego. Potrafiły określić, co którym mierzymy, nie znały jednak ich nazw, w tym zakresie siedmiolatki poradziły sobie słabiej, znały zastosowanie termometru zaokiennego i lekarskiego, chociaż nie podawały ich nazw, badani wskazywali też inne termometry ale nie znali ich zastosowania;
- prawie wszyscy badani wykazali się umiejętnością mierzenia temperatury, prawidłowo odczytywali temperaturę powietrza w sali lekcyjnej, posługując się termometrem pokojowym, właściwie też dokonywali pomiaru temperatury wody w naczyniach, potrafili porównać temperaturę wody oraz określić, która jest wyższa, a która niższa;
- różnica pomiędzy siedmiolatkami i dziewięciolatkami dotyczyła znajomości stopni Celsjusza, trzecioklasiści jednostkę tę znali, pierwszoklasiści nie;
- dziewięcioro badanych uznało informacje o temperaturze jako potrzebne, potrafiło też wskazać, w jakich sytuacjach je wykorzystujemy.

Mierzenie objętości

W przypadku pomiaru objętości, który stanowił kolejny badany obszar, uczniowie w pierwszej kolejności odpowiadali na pytanie: *Czym można zmierzyć objętość/pojemność np. garnka lub plastikowego pudełka?* Potem prezentowano im rekwizyty i pytano: *Czy są tu przedmioty, za pomocą których można zmierzyć pojemność plastikowego pudełka?* Następnie badany miał zmierzyć pojemność/objętość prezentowanego pudełka oraz odpowiedzieć na pytania: *Gdzie znajdują się informacje o pojemności/objętości? Do czego przydatne są takie informacje?*

W przypadku tego zadania odpowiedzi dzieci z klasy I istotnie różniły się od tych z III. I tak uczniowie klasy III wiedzieli, że pojemność/objętość można zmierzyć, nie wiedzieli jednak, jak można to zrobić oraz czym. Uczniowie klasy I nie wiedzieli,

że pojemność/objętość można zmierzyć, ani jak można to zrobić. Dla trójki dzieci z klasy III zmierzyć pojemność/objętość znaczyło zmierzyć długość. Dzieci te sięgały po miarki centymetrowe i dokonywały pomiaru wysokości, szerokości lub długości pudełka. Jeden uczeń z tej grupy wycofał się z tej pierwotnej koncepcji, i choć ostatecznie podał błędny wynik, dokonywał pomiaru miarką mililitrową. Pozostali byli przekonani, że mierzyć można pojemnikiem, ale koniecznie takim z zaznaczoną miarką mililitrową lub litrową, pomijając np. pojemnik w postaci filiżanki z zaznaczoną miarką. Żaden uczeń nie wykorzystał kubków różnej wielkości, specjalnej łyżki-miarki. Dwoje dzieci wykorzystujących pojemniki z miarkami w mililitrach prawidłowo określiło wynik pomiaru. Jak można sądzić, dzieci te znały już jednostki miary pojemności/objętości takie jak mililitr czy litr.

W przypadku uczniów klasy I tylko dwoje podjęło się próby zmierzenia pojemności/objętości pudełka. Jeden uczeń zrobił to prawidłowo, wykorzystując do tego pojemnik z miarką mililitrową. Oceniał na oko, ile wody może się zmieścić i odmierzył najpierw 200 ml, potem jeszcze 200 ml, bo uznał, że tyle się zmieści. Na końcu zauważył, że tak dużo już nie wejdzie, więc odmierzył dwa razy po 50 ml. Następnie określił wynik stwierdzając, że w pojemniku zmieści się 500 ml. Drugie dziecko mierzenie pojemności/objętości kojarzyło z mierzeniem długości. Sięgnęło więc po taśmę mierniczą, zmierzyło nią prawidłowo wysokość pudełka, po czym stwierdziło: *45 wody się zmieści*.

Żaden badany nie wiedział, gdzie można znaleźć informacje o pojemności/objętości, ale prawie wszyscy (9) wiedzieli, po co człowiekowi takie informacje.

Wykonując to zadanie, dzieci ciekawie się wypowiadały zarówno w czasie wykonywania pomiaru pojemności/objętości, jak i później w swobodnej rozmowie na temat praktycznego zastosowania pozyskanej wiedzy. Oto kilka przykładów:

Klasa III

Zosia: (pojemność) *Można zmierzyć centymetrem, tymi płytkami.*

Badający: *Jak?* Dziewczynka wzięła wówczas leżące na stoliku pudełko i kafelki, wypełniła nimi pudełko. Po napełnieniu pudełka (niezbyt jednak dokładnie) powiedziała: *teraz zmierzyłabym, ile jest na wysokość i potem bym sprawdziła. Co byś sprawdziła? Nie wiem.*

Badający: *Jak zmierzyć, ile wody mieści się w tym pudełku?*

Zosia sięgnęła po miarkę centymetrową, zmierzyła wysokość i powiedziała: *7 centymetrów ma wysokość, dowiem się, ile mogę wlać, aby się dowiedzieć, ile się zmieści.* Na tym skończyła pomiar, nie sięgnęła po nic innego. Wydawała się zagubiona. Obserwując zachowanie dziewczynki, jej odpowiedzi, odnieść można było wrażenie, że słowo *mierzyć* kojarzy się dziecku jedynie z pomiarem długości i miarką centymetrową, nie kojarzy się z niczym innym. Na pytanie, *co można mierzyć*, zawsze kierowała wzrok na linijkę.

Artur: Na pytanie: *Czym można zmierzyć plastikowego pudełka?*, chłopiec sięgnął po metr stolarski i powiedział: *tym metrem.* *Jak?* Chłopiec zmierzył długość pudełka i stwierdził: *jest 18 cm, to tu zmieści się ok. 18 litrów.*

Badający: *A czy można by bardziej dokładnie zmierzyć, ile wody się zmieści w tym pudełku?*

Artur sięgnął wtedy po pojemnik z miarką mililitrową, powiedział: *tu mieści się 50 mililitrów* (faktyczna pojemność to 500 ml). Wlał najpierw do niego 100 mililitrów, choć sądził, że 10, sprawdził ile zostało, powiedział np. 40 mililitrów (faktycznie 400). Potem wpadł na pomysł, że zapewne wszystko się zmieści, przelał więc całą wodę do pudełka. Następnie dolewał po 100 ml (mówił, że po 10), czynił tak pięć razy, Stwierdził na koniec, że w pudełku zmieści się ok. 100 ml (faktyczna pojemność 1100 ml). Informacje o pojemności/objętości są na butelkach mleka, soku, potrzebujemy ich, aby nie marnować.

Aleks: *Pojemność to to, ile zmieści się, np. w tym pudełku* – chłopiec wskazał na leżące na stole pudełko.

Przemek:

Badający: *Jak zmierzyć, ile wody mieści się w tym pudełku?*

Chłopiec wlał wodę do pudełka z miarką „cup”, zauważył że nie ma tam jego zdaniem właściwej miarki, zmienił więc naczynie i przelał wodę do pojemnika z podziałką litrową i mililitrową. Przelewając odmierzoną wodę, mówił: *jeden raz 500 mililitrów i jeszcze raz to 1000 mililitrów*.

Chłopiec był przekonany, że zmierzyć ilość płynu można tylko pojemnikami z miarką litrową lub mililitrową. *Jak bym chciał zmierzyć butelkę, to musiałbym wiedzieć, ile w niej się zmieści. Takie informacje są na płynach, ważne to jest, jak chcemy np. podzielić się po równo, czasem do pieczenia ciasta potrzebujemy wiedzieć, ile czegoś wlać.*

Klasa I

Małgosia: *Twierdziła, że objętość można zmierzyć wstążką. Pokazała więc jak. Zaznaczyła wstążką wysokość pudełka, potem długość, powiedziała: sto się zmieści.*

Badający: *Dlaczego 100?* Małgosia: *Tak myślę.*

Ponowiono więc pytanie jak zmierzyć, ile wody zmieści się w tym pudełku. Tym razem dziewczynka sięgnęła po metr krawiecki, zmierzyła wysokość pudełka i powiedziała: *45 wody się zmieści.*

Aby woda się nie wylała, musimy wiedzieć, ile się zmieści.

Podsumowując wyniki uzyskane w zakresie pomiaru pojemności/objętości, można stwierdzić, że:

- uczniowie klasy III wiedzieli, że pojemność/objętość można zmierzyć, nie wiedzieli jednak ani jak, ani czym można to zrobić; uczniowie klasy I nawet nie wiedzieli, że można mierzyć pojemność/objętość;
- dla trójki dziewięciolatków zmierzyć pojemność, to znaczy zmierzyć długość, dzieci sięgały więc po miarki centymetrowe, dokonywały pomiaru wysokości, szerokości lub długości pudełka, niektórzy (2) byli przekonani, że mierzyć można pojemnikiem, ale koniecznym takim z zaznaczoną miarką mililitrową lub litrową, żaden uczeń nie wykorzystał kubków różnej wielkości czy specjalnej łyżki-miarki;
- dwóch trzecioklasistów znało jednostki miary objętości takie jak mililitr czy litr, ci uczniowie prawidłowo określali objętość pudełka;
- czwórka siedmiolatków nie wiedziała, jak można zmierzyć pojemność pudełka, nieliczni podejmowali się tego zadania i tylko jedna osoba zrobiła to dobrze za

pomocą miarki mililitrowej, byli też tacy, dla których mierzenie objętości to mierzenie długości;

- badani nie wiedzieli, gdzie można znaleźć informacje o pojemności, ale dziewięcioro wiedziało, po co takie informacje są człowiekowi potrzebne.

Mierzenie pola

Ostatnim z badanych obszarów tzw. wiadomości i umiejętności praktycznych było pojęcie pola powierzchni. Pytano dzieci: *Czym można zmierzyć pole/powierzchnię, np. kartki?* Następnie prezentowano badanym rekwizyty i zadawano pytanie: *Czy są tu przedmioty, za pomocą których można zmierzyć powierzchnię?* W sytuacji braku odpowiedzi pytano o liczbę kafelków potrzebnych do wyłożenia, takiej jak ta kartka, podłogi. Dodatkowo badani mieli zmierzyć powierzchnię kartki i odpowiedzieć na pytania: *Czy umiałbyś zmierzyć powierzchnię podłogi? Czy i do czego przydatne są takie informacje?*

I jak się okazało, dziewięcioro badanych poprawnie rozumiało pojęcie „powierzchnia”, bowiem dłonią zakreślali powierzchnię kartki. Niektórzy trzecioklasiści mieli nawet skojarzenia z tym związane (*powierzchnia Ziemi, powierzchnia jeziora*). Tylko jeden pierwszoklasista nie wiedział, co to powierzchnia, nie potrafił wskazać jej na kartce. Uczniowie klasy III wiedzieli, że powierzchnię zmierzyć można, ale nie wiedzieli jak. Dzieci z klasy I nie wiedziały, czy można ją zmierzyć i nie wiedziały też, jak można to zrobić. Czwooro dzieci z klasy III na pytanie o pomiar powierzchni kartki sięgnęło po przedmioty do mierzenia długości, wskazując je jako te, za pomocą których można zmierzyć pole, inni mówili, że zmierzyć można *plaskimi rzeczami*. Jednakże tylko jeden trzecioklasista samorzutnie (bez podpowiedzi) użył kafelków do zmierzenia powierzchni kartki, prawidłowo wypełnił nimi kartkę i podał dobry wynik. Chłopiec ten wiedział, jak obliczyć pole, mnożąc długość i szerokość kartki. Nie podał wyniku, bo nie umiał pomnożyć tak dużych liczb.

Pozostali trzecioklasiści dopiero po przeformułowaniu zadania podejmowali się jego wykonania. Kiedy zostało im postawione pytanie o liczbę kafelków potrzebnych na wyłożenie podłogi, od razu po nie sięgnęli. Pomijając inne niż kwadratowe kafelki, dokładnie wymierzili nimi pole i podali prawidłowy wynik – 54. Sposób zliczania kafelków był zróżnicowany – od liczenia po jednym, przez dodawanie, aż po mnożenie. Tylko jedno dziecko nie poradziło sobie zupełnie z zadaniem. Wydawało się mocno zafiksowane na mierzeniu długości, dlatego nawet kiedy wybrało kafelki, to najpierw zmierzyło każdy kafelek, skupiając się na jego wymiarach i dalej już nie wiedziało, co robić. Dziewczynka ta wybrała prawie wszystkie kafelki (okrągłe i trójkątne) i pokrywała nimi kartkę. Nie zwracała uwagi na ich kształt, mieszała je i pozostawiała puste miejsca między nimi. Ani razu nie podała wyniku.

Uczniowie klasy I chociaż nie wiedzieli, czym można zmierzyć powierzchnię, to po przeformułowaniu zadania od razu przystępowali do jego wykonania. Wszyscy sięgali po małe białe kafelki, dokładnie wykładali nimi „podłogę”, zliczali je po jednym i podawali prawidłowy wynik – 54. Dwoje uczniów pomyliło się podczas liczenia i podało błędny wynik.

Troje badanych uczniów klasy III i czworo z klasy I wiedziało, do czego potrzebne nam są takie informacje, pozostali niestety nie. Oto przykładowe wypowiedzi dzieci:

Klasa III

Zosia: znała słowo *powierzchnia*. Mówiła np.: *jest powierzchnia wody w basenie, powierzchnia to początek wody od góry.*

Do zmierzenia pola powierzchni dziewczynka wybrała paski papieru i układała je wzdłuż jeden obok drugiego i mówiła: *niepełne trzy paski.*

Dziewczynka wydawała się zagubiona w tym zadaniu, zapytano więc: *a gdyby to była podłoga (wskazano na kartkę), jakbyś obliczyła, ile płytek potrzeba na jej wyłożenie?* Wtedy dziewczynka od razu sięgnęła po płytki i wykladała nimi kartkę, mówiąc przy tym: *to będzie 9 razy 6*, pokazała rzędy poziome i pionowe i powiedziała: *to 54. Potrzebujemy takich informacji wtedy, jak robimy podłogę, aby nie kupić za dużo lub za mało kafli.*

Artur: *Podłogę mogę zmierzyć centymetrem.*

Jak?

Wezmę kwadrat (bierze kartonik), sprawdzę, ile ma centymetrów, a potem ułożę na boku kartki. Układa i mówi: 7 i 7 (na szerokości mieszczą się 2 kwadraty) to 14 cm. Ale od innego końca ma 21 cm (na długości układa 3 kwadraty) i mówi: 21 cm.

To ile ma ta powierzchnia kartki?

21 cm, bo ten bok jest dłuższy o 7 cm.

A gdybyś chciał sprawdzić, ile płytek potrzeba na wyłożenie tej podłogi?

Teraz chłopiec sięgnął po małe kafelki i ułożył je jeden przy drugim. Nie układał całości tylko połowę, stwierdzając: *tu będzie 6 razy 9, to 54 kafelki.*

Jak ludzie coś budują, to potrzebują takich informacji, jak remontują to też. Wtedy kupują np. 100 kafelków i już wiedzą ile potrzeba.

Aleks:

Zdaniem chłopca pole powierzchni można zmierzyć *płaskimi rzeczami, np. takim metrem jak ten z Castoramy, nie taśmą mierniczą.*

Następnie chłopiec poproszony o zmierzenie powierzchni kartki zmierzył jej długość miarką centymetrową i po namyśle powiedział: *21 cm to będzie długość*; zamyślił się jednak i powiedział: *ostatecznie nie wiem jak.*

Przemek:

Powierzchnia to powierzchnia Ziemi, to, na czym stoimy, po czym chodzimy.

Do zmierzenia wziął też linijkę. Zmierzył bok krótszy i dłuższy. Powiedział: *21 cm to długość, 14 cm to szerokość, to pole będzie 21 razy 14, ale nie wiem, ile to jest.*

Próbował też zmierzyć pole kwadratowymi oraz okrągłymi kafelkami. Z „kółek” się wycofał, mówiąc: *kólkami nie da się, bo zachodzą na siebie.*

Nie wiedział, do czego takie informacje są potrzebne.

Klasa I

Franek:

Aby wiedzieć, ile kafelków dać, gdy chcemy napisać coś na tablicy, aby mieć wystarczającą powierzchnię.

Małgosia:

Jeżeli ktoś będzie kładł płytki, to musi wiedzieć, ile ich potrzeba, trzeba zmierzyć, ile płytka ma szerokości, a ile długości, potem na ścianie zaznaczyć kreseczki i policzyc. Kontynuuje wypowiedź: Jak kładziemy parkiet na podłodze.

Podsumowując wyniki w ostatnim z badanych obszarów, wysunąć można następujące wnioski:

- dziewięcioro badanych rozumiało pojęcie powierzchni, wskazywali oni bowiem właściwie powierzchnię kartki, niektórzy mieli nawet skojarzenia z tym związane (*powierzchnia Ziemi, powierzchnia jeziora*), uczniowie klasy III wiedzieli, że powierzchnię można zmierzyć, ale nie wiedzieli jak, dzieci z klasy I nie wiedziały tego;
- czworo dziewięciolatków kojarzyło jednak mierzenie powierzchni z mierzeniem długości i do zmierzenia powierzchni kartki wybierało linijkę, pasek papieru, miarkę krawiecką, pojawiały się argumenty typu: pole można zmierzyć *płaskimi rzeczami*, niektórzy nie dość, że prezentowali sposób mierzenia, to nawet podawali jego wynik, jednakże tylko jeden badany dziewięciolatek samorzutnie do zmierzenia powierzchni kartki wybrał leżące na stole kafelki, wypełnił nimi kartkę i prawidłowo podał wynik, znał też inny poprawny sposób obliczenia pola;
- prawie wszyscy badani trzecioklasiści oraz czwórka pierwszoklasistów wykonali zadanie jedynie w wersji „kafelkowania podłogi”. Podawali wówczas dobry wynik, stosując przy tym mnożenie (klasa III) lub zliczanie po jednym (klasa I);
- siedmioro dzieci wiedziało, do czego potrzebne są nam takie informacje.

Podsumowanie i wnioski z badań pilotażowych

Obserwacja badanych dzieci w toku rozwiązywania zadań, analiza ich wypowiedzi pozwala na sformułowanie następującego wniosku: niezależnie od wieku, poziomu edukacyjnego (klasa I lub III), badani uczniowie rozumieli sens mierzenia długości, czasu i temperatury, nie radzili sobie dobrze z ważeniem i nie rozumieli sensu mierzenia pola i objętości. Uszczegóławiając, można stwierdzić, że badani:

- nie rozumieli istoty równowagi na wadze szalkowej, wobec tego nie potrafili ustalić wyniku pomiaru masy;
- czynność mierzenia kojarzyli głównie z pomiarem długości oraz ze specjalnymi przyrządami, brakowało im świadomości tego, że mierzyć możemy różne wielkości ciągłe, że mierzyć możemy za pomocą dowolnie obranych jednostek, i że wynik pomiaru zależy od wyboru jednostki (im mniejsza jednostka tym wyższy wynik pomiaru).

Ponadto:

- w trakcie badań widoczne było ogromne zainteresowanie dzieci pomiarami i przyrządami pomiarowymi, lecz niestety nie towarzyszyła temu umiejętność mierzenia. Najprawdopodobniej brak umiejętności dzieci w tym zakresie wynika z braku doświadczeń, których nie mają okazji zdobyć ani w domu, ani niestety w szkole, a gdy brak takich doświadczeń to w „umyśle dziecka nie wytworzą się schematy

umysłowe niezbędne do należytego rozumienia sensu mierzenia i do rozwiązywania trudniejszych zadań” (Semadeni, 2015, s. 126).

Zakończenie

Kształtowanie umiejętności mierzenia i pojęcia miary jest procesem wieloetapowym. Pominięcie etapów początkowych, ich niedocenienie prowadzi do „budowania «zamków napowietrznych» i w praktyce nieumiejętności posługiwania się miarą i jej pojęciem” (Nowak, 2008, s. 205). Zanim więc dojdziemy do etapu ostatniego, stanowiącego wykonywanie obliczeń z wykorzystaniem liczb mianowanych i przeliczanie jednostek, istotne jest nabywanie różnorodnych doświadczeń tak motorycznych, jak i wyobrażeniowych. Tymi ważnymi etapami wcześniejszymi są: (1) spontaniczne nabywanie przez dziecko wiedzy i doświadczeń związanych z pomiarem w toku własnej aktywności w środowisku społecznym i przyrodniczym; (2) intencjonalne, kierowane przez nauczyciela, postrzeganie i porównywanie przez dziecko przedmiotów pod względem cech wielkościowych; (3) uświadomienie sobie przez dziecko konieczności pomiaru pośredniego i jego istoty; (4) poznanie przez dziecko jednostek standaryzowanych poprzedzone mierzeniem za pomocą dowolnie obranych jednostek, uświadomienie sobie nieprecyzyjności tego pomiaru (por. Nowak, 2008, s. 205–206; Nowak, 2009, s. 158–161). Pokonywanie opisanej drogi „na skróty” prowadzi zazwyczaj do formalizmu zdegenerowanego (por. Hejny, 1997, s. 19), wtedy uczniowie pomimo posługiwania się nazwą, poprawnego wykonywania obliczeń (zadań rachunkowych), w istocie pojęcia nie rozumieją. A zatem: „Kształtowanie pojęć miarowych powinno przypominać naukę macierzystego języka, gdzie uczymy się zarówno słówek, jak i ich znaczeń, a znajomość samych słówek prowadzi, co najwyżej do bełkotu” (por. Bocheński, za: Nowak, 2009, s. 157).

Bibliografia

- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (1994). *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki*. Warszawa: WSiP.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E., Zielińska, E. (2009). Wspomaganie dzieci w rozwijaniu operacyjnego rozumowania w zakresie potrzebnym do rozumienia pomiaru długości. Kształtowanie tych umiejętności i stosowanie ich w rozwiązywaniu zadań oraz w sytuacjach życiowych. W: E. Gruszczyk Kolczyńska (red.), *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*. Warszawa: Edukacja Polska.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E., Zielińska, E. (2015). *Dziecięca matematyka – dwadzieścia lat później*. Kraków: Wydawnictwo „Blżej Przedszkola”.
- Hejny, M. (1997). Rozwój wiedzy matematycznej. *Dydaktyka Matematyki*, 19, 15–28.
- Nowak, Z. (2008). Dylematy kształtowania pojęć z zakresu tzw. „wiadomości i umiejętności praktycznych”. *Acta Universitatis Palackianae Olomucensis, Facultas Paedagogica, mathematica VI*, 203–207.
- Nowak, Z. (2009). Homo mensura. Jak dziecko uczy się mierzyć świat. W: *Mathematics from Primary Education View. The Conference Proceedings* (s. 157–162). Banská Bystrica: Univerzita Mateja Bela.

- Piaget, J. (2006). *Studia z psychologii dziecka*. Warszawa: WN PWN.
- Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla szkoły podstawowej z dnia 14 lutego 2017 roku. Dz.U. 2017, poz. 356.
- Semadeni, Z. (2015). Matematyka w edukacji początkowej – podejście konstruktywistyczne. W: Z. Semadeni, E. Gruszczyk-Kolczyńska, G. Treliński, B. Bugajska-Jaszczołt, M. Czajkowska (red.), *Matematyczne edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*. Kielce: Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP.
- Zielińska, E. (2009a). Waga i ważenie. Wspomaganie dzieci w operacyjnym rozumowaniu w zakresie pomiaru ciężaru (masy). Kształtowanie umiejętności ważenia i rozwiązywania zadań. W: E. Gruszczyk-Kolczyńska (red.), *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*. Warszawa: Edukacja Polska.
- Zielińska, E. (2009b). Wspomaganie dzieci w operacyjnym rozumowaniu w zakresie ustalania stałości ilości płynu. Kształtowanie umiejętności pomiaru płynu i rozwiązywanie zadań. W: E. Gruszczyk-Kolczyńska (red.), *Wspomaganie rozwoju umysłowego oraz edukacja matematyczna dzieci w ostatnim roku wychowania przedszkolnego i w pierwszym roku szkolnej edukacji*. Warszawa: Edukacja Polska.
- Żądło, J., Nawolska B. (2016). Nabywanie pojęcia czasu w edukacji matematycznej sześciolatków. W: M. Kwaśniewska, J. Lenzion (red.), *Sześciolatek w roli ucznia*. Kielce: Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP.

CHOSEN MATHEMATICS CONCEPTS AND THEIR UNDERSTANDING BY STUDENTS OF EARLY SCHOOL EDUCATION – THE CONCEPT OF MEASURE AND MEASUREMENT

Abstract

The early school education stage is a particularly important period, in which the child has possibility to confront colloquial and formal knowledge. An important area of such confrontation is the so-called *practical information and skills*, including the concept of measure and measuring ability. At the elementary level the child passes from colloquial knowledge of measurement to formal knowledge and starts to understand the interrelationships between various measures. One of the basic threats in shaping the concept of measure in children is too early formalization of knowledge.

The article presents the results of the pilot studies regarding the understanding by 7–9 year old children the sense of measuring continuous magnitudes such as: length, volume, mass, time, temperature and surface area.

On the basis of the results, it was found that the most difficulties for children is to measure mass, volume and surface area. Basically, the studied group does not understand the importance of balance on the beam balance, so they cannot determine the result of mass measurement. Based on the observation it was noticed that children mostly associate the measuring activity with length and special tools. They are not aware that we can measure with any chosen units and that we can measure different continuous magnitudes.

Keywords: early school education, elementary mathematics, continuous magnitudes, measure, measurement