

ANALIZA PORÓWNAWCZA MODELOWANIA LOGITOWEGO I LINIOWEJ FUNKCJI DYSKRYMINACYJNEJ W OCENIE RYZYKA UPADŁOŚCI SPÓŁEK GIEŁDOWYCH

Jolanta Wojnar

Katedra Metod Ilościowych i Informatyki Gospodarczej
Uniwersytet Rzeszowski
e-mail: jwojnar@univ.rzeszow.pl

Streszczenie: W pracy dokonano porównania efektów modelowania logitowego i liniowej funkcji dyskryminacyjnej w ocenie zagrożenia finansowego spółek giełdowych. Badano wpływ różnych wskaźników analizy finansowej na zdolność prognostyczną modeli. Poszukiwano wskaźników, które w najlepszy sposób ostrzegają o zagrożeniu upadłością. Dokonano weryfikacji empirycznej przydatności oszacowanych modeli dla przewidywania upadłości spółek.

Słowa kluczowe: aplikacja modeli logitowych, analiza dyskryminacyjna, prognozowanie upadłość

WSTĘP

Wczesne rozpoznanie pojawiającego się zagrożenia upadłością jest niezbędnym i koniecznym warunkiem podjęcia szybkich działań naprawczych zmierzających do uniknięcia bankructwa. Trafna diagnoza jest możliwa dzięki istnieniu modeli wczesnego ostrzegania. Systemy wczesnego ostrzegania są interesującym i użytecznym narzędziem szacowania ryzyka upadłości przedsiębiorstwa, tym samym mogą być traktowane, jako przydatne narzędzie pozwalające na dokonanie oceny aktualnej sytuacji ekonomiczno-finansowej i wykrycie ewentualnych zagrożeń [Wajda 2009].

Z przeglądu literatury przedmiotu wiadomo, że zakres zastosowań modeli służących prognozowaniu upadłości przedsiębiorstwa jest bardzo szeroki [Gajdka i in. 1996, Mączyńska 2006, Hołda 2001, Korol 2010, Kitowski 2013, Pocięcha 2014]. Zgodnie z wynikami badań [Aziz i Dar 2006] najczęściej, bo aż w 64% przypadków, wykorzystywane są metody statystyczne, w 25% metody miękkich

technik obliczeniowych, zaś w zaledwie 11% metody teoretyczne. Najpopularniejsze są modele dyskryminacyjne, które są stosowane w ponad 30% analiz. Kolejną popularną metodą jest analiza logitowa 21%, następnie sieci neuronowe 9% i drzewa decyzyjne 6%. Różni autorzy preferują różne podejście metodologiczne do oceny ryzyka upadłości. Powstaje pytanie, czy istnieją metody dające bardziej precyzyjne prognozy bankructwa.

Celem pracy jest poszukiwanie wskaźników analizy finansowej, które statystycznie istotnie decydują o podziale spółek na dwie grupy: bankrutów i „niebankrutów” oraz sprawdzenie czy liniowe modele analizy dyskryminacyjnej i modele logitowe charakteryzują się zbliżoną trafnością klasyfikacji. W artykule oszacowano różne modele logitowe i funkcje dyskryminacyjne pozwalające ocenić ryzyko upadłości spółki. Kolejno dokonano weryfikacji empirycznej przydatności oszacowanych modeli.

ZAŁOŻENIA TEORETYCZNE MODELI

Do konstruowania modeli oceniających kondycję finansową przedsiębiorstw najczęściej wykorzystywaną metodą jest analiza dyskryminacyjna. Zagadnienie dyskryminacji zostało po raz pierwszy podniesione przez R. A. Fishera [Fisher 1936]. W swojej pracy przedstawił on pojęcie funkcji dyskryminacyjnej oraz podał sposób szacowania jej parametrów. Literatura dotycząca idei, formalizacji oraz zastosowań liniowej funkcji dyskryminacyjnej Fishera jest bardzo obszerna. Szczegółowy opis analizy dyskryminacyjnej można znaleźć w pracach Jajugi [Jajuga 1990], Krzyśko [Krzyśko 1990], Zeliasia [Zeliś 2000], Maddali [Maddala 2006]. Jednak rozwój dyskryminacyjnych modeli wczesnego ostrzegania przedsiębiorstw przed bankructwem zapoczątkowały prace Edwarda Altmana [Altman 1968]. W Polsce liniową analizę dyskryminacyjną do przewidywania bankructwa przedsiębiorstw zastosowali między innymi Gajdka [Gajdka i in. 1996], Hadasik [Hadasik 1998], Hołda [Hołda 2001], Mączyńska [Mączyńska 2006].

Zasadniczym celem analizy dyskryminacyjnej jest klasyfikacja obiektu do jednej z wyróżnionych grup według określonego czynnika klasyfikacji. Przy badaniu zagrożenia upadłością spółek najczęściej rozpatrywane są tylko dwie grupy, jednostki „zdrowe”, czyli niezagrożone upadłością i jednostki zagrożone bankructwem. Problem polega na znalezieniu takiej reguły klasyfikacyjnej, która pozwoli na poprawne sklasyfikowanie spółek opisanych przez zmienne diagnostyczne (wskaźniki finansowo-ekonomiczne) do jednej z dwóch grup.

Liniowa funkcja dyskryminacyjna zaproponowana przez Fishera ma postać:

$$D(X) = \alpha_0 + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_k X_k$$

gdzie:

X – wektor zmiennych niezależnych (objaśniających) $[X_k]$; w przypadku prognozowania upadłości są to najczęściej wskaźniki finansowe,

- α_0 – stała funkcji dyskryminacyjnej,
 α_k – współczynniki (wagi) funkcji dyskryminacyjnej.

Przyjmuje się, że zmienne dyskryminacyjne modelu posiadają wielowymiarowy rozkład normalny, chociaż badania empiryczne dowodzą, [Gatnar 1998], że naruszenie tego założenia nie wpływa znacząco na ich właściwości dyskryminacyjne.

Statystyką charakteryzującą ogólną zdolność dyskryminacyjną funkcji jest współczynnik lambda Wilksa, który przyjmuje wartość z przedziału $\langle 0,1 \rangle$. Bliższa zeru wartość tej miary świadczy o dużej zdolności dyskryminacyjnej modelu.

Najistotniejszą kwestią jest zapewnienie przez model trafności klasyfikacji badanych jednostek. W tym celu wykorzystuje się macierz klasyfikacji, która porównuje klasyfikację obiektów na podstawie funkcji dyskryminacyjnej z ich rzeczywistą przynależnością do odpowiedniej grupy. Z praktycznego punktu widzenia, budowa i wykorzystanie funkcji dyskryminacyjnej ma sens jedynie wtedy, gdy trafność klasyfikacji, uzyskiwanych na jej podstawie jest (w sensie statystycznym) istotnie wyższa niż w przypadku losowego przydziału jednostek statystycznych do danej grupy.

W krajowej literaturze przedmiotu metodyczny aspekt zastosowania modeli dyskryminacyjnych do oceny zagrożenia upadłością przedsiębiorstw często poddawany jest krytyce [Mączyńska i in. 2006, Rogowski 2008, Zarzecki 2000], za to, że modele te nie uwzględniają specyficznych uwarunkowań działalności przedsiębiorstwa, ponieważ opierają się wyłącznie na danych finansowych.

Model logitowy jest drugim pod względem częstości jego stosowania w praktyce, narzędziem przewidywania bankructwa. Model ten należy do klasy modeli binarnych, w których zmienna objaśniana przyjmuje tylko dwie wartości, 1 z prawdopodobieństwem p_i , oraz wartość 0 z prawdopodobieństwem $1-p_i$, co można zapisać:

$$P(y_i = 1) = p_i, P(y_i = 0) = 1 - p_i$$

Prawdopodobieństwo jest funkcją wektora zmiennych objaśniających \mathbf{x}_i oraz wektora parametrów β , zatem:

$$p_i = P(y_i = 1) = F(x_i^T \beta) \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, n$$

Wartości funkcji odwrotnej do F nazywa się logitami (stąd w literaturze przedmiotu przyjęto określenie „model logitowy”). Logit jest logarytmem ilorazu szans wystąpienia i nie wystąpienia zdarzenia, które chcemy prognozować. Wyznacza się go z zależności:

$$F^{-1}(p_i) = \ln \frac{p_i}{1 - p_i},$$

W odniesieniu do rozpatrywanego problemu logit jest więc logarytmem ilorazu szans bankructwa i „niebankructwa” spółki. Jeżeli szanse te są jednakowe, czyli

$p=0,5$, to logit jest równy 0, dla $p > 0,5$ logit jest dodatni, zaś gdy $p < 0,5$ logit jest ujemny.

Po przekształceniu logitowym można przystąpić do badania zależności pomiędzy wartościami logitu, a zmiennymi objaśniającymi będącymi odpowiednimi wskaźnikami finansowymi przyjmując najczęściej liniowy model ekonometryczny o postaci:

$$L = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon$$

Parametry powyższego modelu można szacować metodą największej wiarygodności. Szczegóły procedury estymacji funkcji logitowej metodą największej wiarygodności można znaleźć w pracy Gruszczyńskiego [Gruszczyński 2010]

Model dwumianowy pozwala ustalić zarówno prognozę prawdopodobieństwa jak i prognozę zmiennej y . Przekształcenie prawdopodobieństwa na zmienną dychotomiczną odbywa się według standardowej zasady prognozy: $\hat{y}=1$, jeżeli $p_i > 0$ oraz $\hat{y}=0$, jeżeli $p_i \leq 0,5$. Po przekształceniu prawdopodobieństwa na $y=0$ i $y=1$ można ocenić jakość prognoz korzystając z macierzy klasyfikacji.

WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH MODELOWANIA LOGITOWEGO I ANALIZY DYSKRYMINACYJNEJ

Materiałem empirycznym, były dane pochodzące ze sprawozdań finansowych 140 spółek (reprezentujących sektor budowlany i przemysłowy), zamieszczonych w bazie danych Emerging Markets Information Service – Polska (EMiS). Wśród badanych spółek znalazły się zarówno spółki w dobrej kondycji finansowej, jak również spółki, w przypadku których ogłoszono upadłość. Proporcja między nimi wynosiła 1:1. Zapewnienie takiej samej liczebności prób było związane z zamierzonym porównaniem metod. W odniesieniu do jednostek, które zbankrutowały, dane zostały wzięte na jeden roku przed ogłoszeniem bankructwa tj. z 2012 roku, zaś w przypadku spółek w dobrej kondycji finansowej dane pochodziły z 2013 roku. Dokonano losowego podziału spółek na „próbę uczącą” (80 jednostek), na podstawie której dokonywano estymacji parametrów modeli logitowych i funkcji dyskryminacyjnych oraz „próbę testową” (liczącą 60 jednostek), na której przeprowadzano weryfikację empirycznej przydatności oszacowanych modeli poprzez ocenę zgodności prognostycznej z rzeczywistą sytuacją spółki.

Każda spółka została opisana za pomocą zmiennych diagnostycznych w postaci wskaźników analizy finansowej zgrupowanych według kryterium zbliżonej treści ekonomicznej (najczęściej wyróżnia się cztery obszary analizy wskaźnikowej):

- wskaźniki płynności,
- wskaźniki sprawności działania (nazywane także wskaźnikami sprawności wykorzystania aktywów lub obrotowości),

- wskaźniki zadłużenia,
- wskaźniki zyskowności i rentowności,

Oprócz wymienionych wskaźników policzono jeszcze wskaźniki stosowane już w znanych modelach dyskryminacyjnych, jako bardzo dobre predykatory upadłości przedsiębiorstw.

Celem wyłonienia wskaźników o największej mocy dyskryminacyjnej (najlepszych predyktorów upadłości), we wstępnej analizie danych dokonano selekcji zmiennych. W tym celu wykorzystano następujące testy statystyczne:

- statystykę t-Studenta, która pozwoliła na ocenę istotności różnic pomiędzy średnimi wartościami wskaźników w dwóch porównywanych grupach spółek,
- test Lambda Wilksa, który pozwolił na określenie mocy predykcyjnej każdej ze zmiennych (wskaźników), w wyniku zastosowania jednowskaźnikowych modeli dyskryminacyjnych.

Obliczenia przeprowadzono za pomocą procedur oprogramowanych w pakiecie statystycznym *STATISTICA PL*. Zastosowanie wymienionych testów pozwoliło na redukcję liczby zmiennych diagnostycznych z poziomu 38 wskaźników do 24, które wzięto pod uwagę w dalszej analizie.

W pierwszym etapie, w wyniku analiz symulacyjnych uzyskano cztery funkcje dyskryminacyjne separujące spółki na znajdujące się w dobrej kondycji finansowej i spółki, które upadły. Wyniki trafności klasyfikacji oszacowanych modeli oraz wartości lambdy Wilksa przedstawiono w Tabeli 1.

Tabela 1. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne oszacowanych funkcji dyskryminacyjnych

Model	Zmienne (wskaźniki)	Lambda Wilksa	Trafność klasyfikacji (w %)			Zdolność prognostyczna na próbie testowej (w %)
			niebankrut	bankrut	razem	
D ₁	W ₁₁ , W ₁₂ , W ₂₁	0,310	92,5	95,0	93,75	90,00
D ₂	W ₁ , W ₁₂	0,337	92,5	85,0	88,75	86,67
D ₃	W ₉ , W ₁₁ , W ₁₂	0,349	95,0	90,0	92,50	88,33
D ₄	W ₇ , W ₁₁ , W ₁₂ , W ₁₄ , W ₂₀ , W ₂₁	0,241	97,5	95,0	96,25	91,67

W₁-stopa zwrotu przychodów, W₇- zdolność do spłaty zadłużenia, W₉-wskaźnik bieżącej płynności, W₁₁- produktywność aktywów, W₁₂ - zlogarytmowana wartość aktywów, W₁₄ - wskaźnik szybkiej płynności, W₁₅ - wskaźnik płynności gotówkowej, W₂₀ – wskaźnik rotacji należności, W₂₁ – wskaźnik rotacji zapasów.

Źródło: obliczenia własne na podstawie badań empirycznych w oparciu o program *STATISTICA PL*

Różna kombinacja wskaźników pozwoliła na oszacowanie modeli charakteryzujących się wysoką trafnością klasyfikacji. W przeprowadzonej analizie uwzględniono tylko te liniowe funkcje dyskryminacyjne, w przypadku których wszystkie pojawiające się w modelu zmienne były istotne na poziomie istotności $\alpha=0,05$. Oszacowane modele zostały poddane weryfikacji, aby sprawdzić, czy wysoka trafność klasyfikacji uzyskana w „próbie uczącej” będzie tak samo wysoka w „próbie testowej”. Zdolność prognostyczna oszacowanych modeli weryfikowana na nowej próbie mieściła się w granicach 87-92% i była nieco niższa niż otrzymana w przypadku „próby uczącej” (93-98%). Można wnioskować, że oszacowane funkcje bardzo dobrze dyskryminują badane spółki. W modelu o najwyższej trafności klasyfikacji (D_4), istotnymi okazało się aż sześć wskaźników, chociaż z literatury wiadomo [Mączyńska i in. 2006], że liczba zmiennych nie jest czynnikiem przesądającym o jakości modelu. Estymację parametrów tej funkcji wyrażono w dwóch formach: ze współczynnikami standaryzowanymi i współczynnikami niestandaryzowanymi. Wyniki estymacji parametrów oszacowanej funkcji D_4 przedstawiono w Tabeli 2.

Tabela 2. Estymacja parametrów funkcji dyskryminacyjnej D_4

Nazwa wskaźnika	Opis wskaźnika	Oceny parametru α	
		niestandaryzowane	standaryzowane
Wskaźnik rotacji zapasów (w dniach)	(zapasy/przychody ze sprzedaży)·360	-0,004	-0,464
Produktywność aktywów	przychody ze sprzedaży / aktywa ogółem	0,255	0,503
Wskaźnik szybkiej płynności	(aktywa bieżące-zapasy) / zobowiązania bieżące	0,490	0,678
Zdolność do spłaty zadłużenia	(wynik finansowy netto + amortyzacja) / zobowiązania ogółem	-1,154	-0,468
Wskaźnik rotacji należności (w dniach)	(należności / przychody ze sprzedaży)·360	-0,004	-0,389
Zlogarytmowana wartość aktywów	log aktywa	1,545	0,454
Stała		-8,579	

Źródło: Obliczenia własne na podstawie badań empirycznych w oparciu o program *STATISTICA PL*

Ocena wyników modelowania wskazuje, że wskaźnikami statystycznie istotnymi w ocenie kondycji przedsiębiorstwa są wskaźnik rotacji zapasów, wskaźnik szybkiej płynności, wskaźnik rotacji należności, produktywność aktywów, zdolność do spłaty zadłużenia oraz względna wielkość aktywów, która jest miernikiem wielkości przedsiębiorstwa, a także rentowności netto kapitału własnego.

Oszacowane parametry modelu informują, że trzy zmienne (produktywność aktywów, wskaźnik szybkiej płynności i zlogarytmowana wartość aktywów) wykazały dodatni wpływ na zmienną zależną – rosnące wartości tych wskaźników zwiększają wartość funkcji dyskryminacyjnej, świadczą o malejącym zagrożeniu upadłością (zmniejszają ryzyko upadłości). Standaryzowane współczynniki funkcji wskazują na wkład poszczególnych zmiennych w dyskryminację spółek na bankrutów i „nie bankrutów”. Wyższa wartość bezwzględna standaryzowanego współczynnika funkcji dyskryminacyjnej oznacza większy wkład danej zmiennej, przy której występuje współczynnik w podział jednostek na rozważane grupy. Na podstawie oszacowanych parametrów, największy wkład w proces dyskryminacji jednostek ma wskaźnik szybkiej płynności. Warto podkreślić, że dany wskaźnik może się okazać dobrą zmienną diagnostyczną, co może wynikać nie tyle z jego konstrukcji ekonomicznej, co z własności statystycznych (jego rozkładu w populacji).

Dokonując weryfikacji oszacowanej funkcji należy stwierdzić, że otrzymany model w sposób istotny dyskryminuje spółki w dobrej i złej kondycji finansowej, na co wskazuje uzyskana, niska wartość lambdy Wilksa równa $\lambda=0,24$, która informuje o istotności statystycznej zdolności dyskryminacyjnej całego modelu. Wiadomo, że im niższa wartość lambda Wilksa tym poprawniejsza jest formuła dyskryminacyjna. W oszacowanym modelu zaledwie 24% zmienności funkcji dyskryminacyjnej nie jest wyjaśniona różnicami między grupami. Wartości zamieszczone w macierzy klasyfikacji wskazują na to, iż 97,5% łącznej liczby przypadków stanowiła trafność prognozowania w grupie spółek o dobrej kondycji finansowej, natomiast 95% trafność prognozowania dla spółek, które zbankrutowały.

Kolejnym etapem rozważań jest wyznaczenie parametrów modeli logitowych i określenie ich trafności klasyfikacji. W ramach analizy logitowej rozpatrywano tylko te modele, których parametry okazały się statystycznie istotne na poziomie istotności równym 0,05. W celu zweryfikowania hipotezy zerowej głoszącej, że wartość danego parametru w modelu logitowym jest równa zero (parametr jest statystycznie nieistotny) wobec hipotezy alternatywnej, że wartość parametru istotnie różni się od zera posłużono się testem Warda. Zmienne zostały wybrane do modelu za pomocą metody krokowej w przód. Rezultaty przeprowadzonych estymacji modelowania logitowego przy różnej kombinacji wskaźników zaprezentowano w Tabeli 3.

Tabela 3. Zdolności klasyfikacyjne i prognostyczne oszacowanych modeli logitowych

Model	Zmienne (wskaźniki)	Trafność klasyfikacji (w %)	Zdolność prognostyczna na próbie testowej (w %)
L ₁	W ₉ , W ₁₁ , W ₁₂	92,50	91,67
L ₂	W ₁ , W ₁₅	65,00	68,33
L ₃	W ₁ , W ₁₂	91,25	88,33
L ₄	W ₁₂ , W ₁₄	91,25	90,00

W₁-stopa zwrotu przychodów, W₉-wskaźnik bieżącej płynności, W₁₁- produktywność aktywów, W₁₂ - zlogarytmowana wartość aktywów, W₁₄ - wskaźnik szybkiej płynności, W₁₅ - wskaźnik płynności gotówkowej.

Źródło: Obliczenia własne na podstawie badań empirycznych w oparciu o program *STATISTICA PL*

Oszacowane modele logitowe pozwalają na trafną klasyfikację spółek do dwóch rozważanych grup. Moc predykcyjną tych modeli jest dość wysoka, co potwierdza również klasyfikacja nowych spółek do grup. W przypadku modelu L₂, (dla którego trafność klasyfikacji była najniższa) zdolność prognostyczna dokonana na „próbie testowej” była wyższa niż na „próbie uczącej”. Wyniki estymacji modelu o największej trafności klasyfikacji (posiadającego tę samą kombinację wskaźników jak funkcja dyskryminacyjna D₃) przedstawiono w Tabeli 4.

Tabela 4. Wyniki testu Walda dla modelu logitowego L₁

Nazwa wskaźnika	Ocena parametru	Średni błąd szacunku	Statystyka Warda	watość p
Wyraz wolny	24,571	6,372	14,871	0,000
Wskaźnik bieżącej płynności	-0,936	0,363	6,662	0,010
Produktywność aktywów	-1,029	0,391	6,933	0,008
Względna wielkość aktywów	-4,006	1,019	15,461	0,000

Źródło: opracowanie własne

Zmiennymi istotnymi (na poziomie istotności $\alpha=0,05$), a zarazem predyktorami oceny kondycji finansowej przedsiębiorstwa na podstawie modelu logitowego okazały się trzy wskaźniki, wskaźnik płynność bieżącej, produktywność aktywów oraz względna wielkość aktywów. Ujemne oceny parametrów dla zmiennych wskazują, że wzrost wartości tych zmiennych powoduje zmniejszenie prawdopodobieństwa sklasyfikowania spółki do grupy spółek w złej kondycji finansowej.

Szczegółowe wyniki, wskazują na to, iż 95% łącznej liczby przypadków stanowiła trafność prognozowania w grupie spółek w dobrej kondycji finansowej (38 poprawnie sklasyfikowanych, zaś 2 błędnie), natomiast 90% trafność prognozowania spółek, które zbankrutowały (36/4). Ogólna trafność klasyfikacji

post hoc badanej próby empirycznej wyniosła 92,5%. Trafność klasyfikacji jest więc bardzo dobra.

PODSUMOWANIE

W obecnych czasach ryzyko upadłości, które towarzyszy niemal każdej działalności gospodarczej, dzięki istniejącym modelom może być skutecznie minimalizowane poprzez wczesną diagnozę pogarszającej się sytuacji finansowej.

Porównanie wyników zdolności prognostycznej modelowania logitowego i funkcji dyskryminacyjnej pozwala wyciągnąć wniosek, że nie stwierdzono wyraźnych różnic w zdolności prognostycznej omawianych typów modeli. Nie można mówić o metodach lepszych i gorszych. Precyzja predykcji bankructwa nie zależy od typu modelu prognostycznego. Poddane rozważaniom dwie metody można uznać za jednakowo skuteczne, dające podobne sygnały o zagrożeniu upadkiem i mogące się wzajemnie uzupełniać.

Oszacowane modele pozwalają w łatwy sposób ocenić ryzyko upadłości. Należy jednak podkreślić, że uzyskane wyniki nie powinny być traktowane, jako rozstrzygające. Odpowiednio stosowane modele mogą jedynie stanowić ważną pomoc w ocenie rzeczywistej sytuacji finansowej przedsiębiorstw. Warto zaznaczyć, że zadaniem modeli przewidywania upadłości jest tylko sygnalizowanie o pogarszającej się kondycji. Modele te nie dają żadnych odpowiedzi na pytanie, w jaki sposób poprawić sytuację finansową jednostki. Bez wątpienia nie są pozbawione wad. Nie uwzględniają otoczenia makroekonomicznego, sytuacji na rynku pracy czy popytu na wytworzone dobra. Jednak ich zaletą jest prostota i zrozumiałość stosowania. Pomimo wielu ograniczeń mają na pewno duże znaczenie gospodarcze, pozwalają na wstępną ocenę sytuacji finansowej spółki.

BIBLIOGRAFIA

- Altman E. I. (1968) Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy, *The Journal of Finance*, Vol.23, Iss.4, September.
- Aziz M., Dar H. (2006) Predicting corporate bankruptcy – where we stand?, *Corporate Governance Journal*, Vol. 6, No. 1, str.18-33.
- Fisher R. (1936) The use of multiple measurements in taxonomic problems. *Annals of Eugenics*, 7, 179–188.
- Gajdka J., Stos D. (1996) Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie kondycji finansowej przedsiębiorstw, pod red. R. Borowieckiego, *Restrukturyzacja w procesie przekształceń i rozwoju przedsiębiorstw*, AE, Kraków.
- Gatnar E. (1998) *Symboliczne metody klasyfikacji danych*, PWN, Warszawa, str. 54.
- Gruszczyński M. (2010) *Mikroekonometria. Modele i metody analizy danych indywidualnych*, Wolter Kluwer Polska, Warszawa.
- Hadasik D. (1998) Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania, *Wyd. AE, Poznań. Ser. II*, str. 153.

- Hoład A. (2001) Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej Z, *Rachunkowość* 5.
- Hoład A. (2001) Wstępna weryfikacja skuteczności wykorzystania funkcji dyskryminacyjnej Z w warunkach gospodarki polskiej, *Rachunkowość* 10.
- Jajuga K. (1990) *Statystyczna teoria rozpoznawania obrazów*, PWN, Warszawa.
- Kitowski J. (2013) Metody dyskryminacyjne jako instrument oceny ryzyka upadłości przedsiębiorstwa, *Zarządzanie i Finanse*, Nr 4, str. 197-214.
- Korol T. (2010) *Systemy ostrzegania przedsiębiorstw przed ryzykiem upadłości*, Oficyna a Wolters Kluwer Business, Warszawa. str. 93.
- Krzyśko M. (1990) *Analiza dyskryminacyjna*, WNT, Warszawa
- Maddala G. S. (2006) *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, str. 370-371.
- Mączyńska E., Zawadzki M. (2006) Dyskryminacyjne modele predykcji upadłości przedsiębiorstw, *Ekonomista* nr 2, str. 211.
- Pociecha J., Pawełek B., Baryła M., Augustyn S. (2014) *Statystyczne metody prognozowania bankructwa w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej*, Wyd. UE w Krakowie, Kraków.
- Rogowski W. (2008) Dylematy wykorzystania w warunkach polskich modeli oceny zagrożenia upadłością, [w:] *Bankructwa przedsiębiorstw. Wybrane aspekty instytucjonalne*, Mączyńska E. (red.) SGH, Warszawa. str. 246–248.
- Wajda P. (2009) Wykorzystanie analizy dyskryminacyjnej w ocenie ryzyka upadłości przedsiębiorców, *Przegląd Corporate Governance* nr 1, str. 29-35.
- Zarzecki D. (2000) O metodach oceny zagrożenia bankructwem i możliwościach ich wykorzystania, [w:] *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie, cz.1*, red. Tarczyński W. (red.), Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, str. 373–375.
- Zeliaś A. (2000) *Metody statystyczne*, PWE, Warszawa.

COMPARATIVE ANALYSIS OF LOGIT MODELING AND DISCRIMINANT FUNCTION IN THE ASSESSMENT OF BANKRUPTCY RISK OF LISTED COMPANIES

Abstract: In the paper the effects of logit model and discriminant function in the hazard assessment of the companies listed were compared. The effect of different indicators of financial analysis for the predictive ability of the models was studied. The aim was to find indicators which warn about the threat of bankruptcy in the best way.

Keywords: logit model, discriminant analysis, forecasting bankruptcy