

JAN CZERNIAWSKI

## O PEWNYM ZAŁOŻENIU TWIERDZENIA BELLA

**Streszczenie.** Dowód twierdzenia Bella sprowadza się do wyprowadzenia którejś z nierówności Bella. W ich standardowych wyprowadzeniach jednak kluczową rolę odgrywa warunek faktoryzowalności łącznego prawdopodobieństwa warunkowego, który można uzyskać jako konsekwencję dwóch innych warunków, znanych jako *parameter independence* i *outcome independence*. Pierwszy z nich jest dość oczywistym wyrazem warunku lokalności, natomiast drugi budzi wątpliwości. Ponieważ jednak jest on uszczegółowieniem warunku *screening off* zasady wspólnej przyczyny, jego podważenie wymagałoby zakwestionowania również tego warunku. Gdyby się to powiodło, efektywny dowód twierdzenia Bella wymagałby wyprowadzenia nierówności Bella nie wykorzystującego żadnego uszczegółowienia warunku *screening off*. Przetawiona zostanie sugestia kierunku, w jakim powinny iść poszukiwania modelu naruszającego ten warunek.

**Słowa kluczowe:** twierdzenie Bella, splątanie kwantowe, zmienne ukryte, niezależność od wyniku, zasada wspólnej przyczyny, ekranowanie, determinizm naukowy, chaos deterministyczny

1. Wstęp. 2. Funkcja korelacji a nierówność CHSH. 3. Faktoryzacja Bella i jej dekompozycja. 4. Duch teorii kwantów a niepowodzenie modeli ze zmiennymi ukrytymi. 5. Natura redukcji stanu a dwa rodzaje własności. 6. Teoria wspólnej przyczyny a twierdzenie Bella. 7. Determinizm metafizyczny i naukowy a twierdzenie Bella. 8. Podsumowanie.

### 1. WSTĘP

Kwantowe „splątanie” (*entanglement*)<sup>1</sup> jest chyba najbardziej zagadkowym zjawiskiem kwantowym. Obiekty w stanach „splątanych” wydają się zachowywać jakąś tajemniczą więź po rozdzieleniu ich dystansem tak dużym, że w związku z relatywistyczną lokalnością

---

1 R. Penrose, *Droga do rzeczywistości*, tłum. z ang. J. Przystawa, Warszawa 2006, 389, 557–567.

jakiegokolwiek oddziaływanie między nimi jest wykluczone, gdyż wymagałoby nośników rozprzestrzeniających się szybciej niż światło w próżni, czy wręcz natychmiastowo. Czasem mówi się, że w jakiś sposób wzajemnie „czują” natychmiastowo swoje stany. Prowadzi to do korelacji wyników dokonywanych na nich równocześnie pomiarów, jakich trudno byłoby się spodziewać bez założenia takiego „czucia na odległość” czy też „namiętności na odległość”<sup>2</sup> (*passion at a distance*<sup>3</sup>).

Należy zaznaczyć, że nie same natychmiastowe korelacje między wynikami odległych pomiarów są czymś tajemniczym. Wręcz przeciwnie, *pewnych* korelacji należałoby się spodziewać również w ramach fizyki klasycznej, tj. niekwantowej, jeśli pomiary dotyczą tej samej wielkości podlegającej prawu zachowania. Tym, co zdumiewa, jest fakt, że korelacje kwantowe są *silniejsze* niż wynikałoby to z rachunków klasycznych, mimo że fizyka klasyczna jest ściśle deterministyczna, a kwantowa jest uważana za w istotny sposób indeterministyczną.

Naturalnym kierunkiem poszukiwań wyjaśnienia tego zaskakującego faktu są próby zbudowania deterministycznych modeli zjawisk kwantowych odwołujące się do pojęcia *zmiennych ukrytych*, o które należałoby uzupełnić opis kwantowy, aby uzyskać przewidywania deterministyczne. Dla niektórych zjawisk udało się takie modele zbudować, jednak zasadnicze trudności stwarzało klasyczne modelowanie właśnie „splątania” kwantowego. W końcu John Stewart Bell udowodnił twierdzenie sugerujące, że te poszukiwania są daremne<sup>4</sup>.

Wynik ten można uznać za wysoce kłopotliwy dla racjonalnego umysłu. Z drugiej strony, z historii nauki wiadomo, że nierzadko takie *no-go theorems* wynikały z jakichś pozornie oczywistych założeń,

2 T. Pabjan, *Eksperymentalna metafizyka. Johna S. Bella filozofia mechaniki kwantowej*, Kraków 2011, 232.

3 A. Shimony, *Controllable and uncontrollable non-locality*, w: tenże, *Search for a Naturalistic World View*, Vol. II, Cambridge 1993, 133.

4 J.S. Bell, *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, *Physics* 1(1964)3, 198–199.

których uchylenie nie przychodziło nikomu do głowy, a bez których dowód twierdzenia byłby niemożliwy. Pozwala to podejrzewać, że klasa modeli, które wziął pod uwagę Bell, jest w jakiś niezauważony przez niego sposób zawężona i ewentualne kontrprzykłady znajdują się poza nią.

Tym, co stymuluje to podejrzenie, jest zwłaszcza fakt, że w świetle wyniku Bella wszystkie modele ze zmiennymi ukrytymi prowadzą w pewnych przypadkach do przewidywań empirycznych niezgodnych z przewidywaniami kwantowymi. Za paradygmat zmiennej ukrytej można zaś uznać eter geometryczny<sup>5</sup>, tj. wyróżniony czterowektor prędkości, który w świetle szczególnej teorii względności nie jest definiowalny na podstawie żadnego eksperymentu fizycznego, co oznacza, że interpretacja STW z eterem jest absolutnie empirycznie równoważna interpretacji bez niego. Skoro więc modele te prowadziły do przewidywań empirycznych różnych od przewidywań opartych na odpowiednich modelach kwantowych, to znaczy, że zakładane w nich zmienne ukryte są ukryte tylko *in a Pickwickian sense*, a nie w sensie dosłownym.

Powyższe spostrzeżenie skłoniło autora niniejszej pracy do zagłębienia się nieco bardziej w temat. W trakcie tych rozważań pojawiło się podejrzenie, że klasyczne modele, które brał pod uwagę Bell, były *za mało*, a nie *za bardzo* deterministyczne. Umotywoowało ono wnikliwe przyjrzenie się przedstawianym przez różnych autorów wyprowadzeniom nierówności zbiorczo określanym jako *nierówności Bella*, do których sprowadzają się dowody twierdzenia Bella, jak również dyskusjom wokół nich. Przedstawieniu aktualnego stanu tych badań, których wcześniejsze stadium zreferowane zostało już wcześniej<sup>6</sup>, poświęcony jest ten artykuł.

---

5 W. Kopczyński, A. Trautman, *Czasoprzestrzeń i grawitacja*, Warszawa 1981, 58.

6 J. Czerniawski, *Fizyka a magia: W sprawie oddziaływań na odległość*, *Studia Metodologiczne* 33(2014), 97–120.

## 2. FUNKCJA KORELACJI A NIERÓWNOŚĆ CHSH

Nierówności Bella są doniosłe przede wszystkim z uwagi na ich łamanie w pewnych sytuacjach eksperymentalnych. Z tego punktu widzenia najważniejsza jest nie nierówność wyprowadzona przez samego Bella, lecz inna nierówność, określana z uwagi na inicjały nazwisk autorów jako *nierówność CHSH*<sup>7</sup>, która stała się podstawą dla empirycznych testów. W różnych źródłach pojawiają się różne jej warianty. Skupmy się na jednej z nich, przedstawionej przez Bella<sup>8</sup>:

$$(CHSH) \quad |C(\hat{a}, \hat{b}) - C(\hat{a}, \hat{b}')| + |C(\hat{a}', \hat{b}) + C(\hat{a}', \hat{b}')| \leq 2$$

(oznaczenia zostały nieco zmienione, a sama nierówność uproszczona). Wielkość  $C$  Bell nazywa *funkcją korelacji* i definiuje jako wartość oczekiwaną iloczynu wyników pomiarów mierzonej wielkości, którą w eksperymentach testujących nierówność CHSH był rzut spinu fotonu, na pierwszej spośród cząstek na kierunek scharakteryzowany przez wektor (jednostkowy)  $\hat{a}$  i na drugiej na kierunek scharakteryzowany przez wektor  $\hat{b}$ .

Przy wyprowadzaniu własnej nierówności Bell, w wyniku jeszcze dość uproszczonej analizy, założył następującą postać funkcji korelacji<sup>9</sup>:

$$C(\hat{a}, \hat{b}) = \int_A d\lambda \rho(\lambda) A(\hat{a}, \lambda) B(\hat{b}, \lambda),$$

gdzie  $\lambda$  symbolizuje zbiór wielkości (w tym ewentualnych zmiennych ukrytych), determinujących wyniki pomiarów przy danym ustawieniu przyrządów,  $A(\hat{a}, \lambda)$  i  $B(\hat{b}, \lambda)$  to wyniki pomiarów na obu

7 J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, R.A. Holt, *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Physical Review Letters 23(1969)15, 881.

8 J.S. Bell, *La nouvelle cuisine*, w: tenże, *Speakable and Unspeakeable in Quantum Mechanics*, wyd. 2, Cambridge 2004, 244.

9 Tenże, *On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox*, art. cyt., 196.

przrządach jako funkcje tych wielkości i parametrów określających ustawienie przyrządów, zaś  $\rho(\lambda)$  to rozkład prawdopodobieństwa stanów określonych przez te wielkości. Po kolejnych poprawkach, uwzględniających pominięte aspekty, funkcja korelacji przybrała nową postać:

$$C(\hat{a}, \hat{b}) = \int_A d\lambda \rho(\lambda|\hat{a}, \hat{b}) \sum_{A,B} P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) AB,$$

gdzie uwzględniono możliwą zależność rozkładu prawdopodobieństwa tych wielkości od ustawienia przyrządów, sumowanie jest po możliwych wynikach pomiarów na obu przyrządach (ze zbioru  $\{+1, -1\}$ ), a  $P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda)$  – to łączne prawdopodobieństwo warunkowe tych wyników ze względu na dane wartości owych wielkości i dane ustawienie przyrządów.

Jak widać, skorygowana postać funkcji korelacji jest dość skomplikowana. Nieco uprościć pozwala ją dość naturalny warunek „braku spisku” (*No Conspiracy*)<sup>10</sup>, zgodnie z którym ustawienie przyrządów nie zostaje w żaden sposób dopasowane do stanu cząstek, ani na odwrót, stąd wynika, że rozkład prawdopodobieństwa występujący w wyrażeniu nie zależy od parametrów charakteryzujących ustawienie przyrządów:

$$(NC) \quad \rho(\lambda|\hat{a}, \hat{b}) = \rho(\lambda).$$

Warunek ten pozwala uprościć postać funkcji korelacji do postaci<sup>11</sup>:

$$C(\hat{a}, \hat{b}) = \int_A d\lambda \rho(\lambda) \sum_{A,B} P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) AB,$$

która jednak wciąż jest zbyt skomplikowana, by umożliwiać wyprowadzenie nierówności CHSH.

10 T. Pabjan, dz. cyt., 154.

11 J.S. Bell, *La nouvelle cuisine*, art. cyt., 244.

### 3. FAKTORYZACJA BELLA I JEJ DEKOMPOZYCJA

Dalsze uproszczenie jest możliwe dzięki nałożeniu warunku lokalności Bella, czy też „mocnej lokalności” (*Strong Locality*), wyrażającego się poprzez określoną faktoryzację warunkowego prawdopodobieństwa łącznego<sup>12</sup>:

$$(BL) \quad P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(A|\hat{a}, \lambda)P(B|\hat{b}, \lambda).$$

Oznacza ona statystyczną niezależność wyników pomiaru na każdej z części od wyników pomiarów na drugiej i ustawienia przyrządu, za pomocą którego dokonuje się pomiarów na tej drugiej części. Że warunek ten jest mocno nietrywialny, łatwo się przekonać, porównując go z faktoryzacją, jaką można uzyskać z twierdzenia Bayesa<sup>13</sup>:

$$P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(A|B, \hat{a}, \hat{b}, \lambda)P(B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda)$$

lub analogicznie:

$$P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(B|A, \hat{a}, \hat{b}, \lambda)P(A|\hat{a}, \hat{b}, \lambda).$$

Do faktoryzacji Bella można ją nieco zbliżyć, nakładając na prawdopodobieństwa warunkowe wyników pomiarów warunek *niezależności od parametrów*, określających ustawienie drugiego, odległego przyrządu (*Parameter Independence*<sup>14</sup>) w dość niekontrowersyjny sposób wynikający z warunku lokalności relatywistycznej:

$$(PI) \quad P(A|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(A|\hat{a}, \lambda),$$

co pozwala otrzymać:

$$P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(A|B, \hat{a}, \hat{b}, \lambda)P(B|\hat{b}, \lambda),$$

<sup>12</sup> T. Pabjan, dz. cyt., 163–165.

<sup>13</sup> J.S. Bell, *La nouvelle cuisine*, art. cyt., 243.

<sup>14</sup> A. Shimony, *Events and processes in the quantum world*, w: tenże, *Search for a Naturalistic World View*, dz. cyt., 146.

bądź:

$$P(A, B | \hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(B | A, \hat{a}, \hat{b}, \lambda) P(A | \hat{a}, \lambda).$$

Aby jednak otrzymać samą faktoryzację Bella, trzeba dodatkowo przyjąć warunek statystycznej *niezależności* wyników pomiaru na jednej cząstce *od wyników* odległego pomiaru na drugiej cząstce (*Outcome Independence*<sup>15</sup>)<sup>16</sup>:

(OI) 
$$P(A | B, \hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(A | \hat{a}, \hat{b}, \lambda),$$

który nie jest już tak oczywisty. Podczas bowiem gdy złamanie PI musiałoby oznaczać jakieś natychmiastowe oddziaływanie między poddaną pomiarowi cząstką a odległym przyrządem, złamanie OI można złożyć na karb lokalnego układu, z którego obie cząstki się wyłoniły. Nie wymagałoby więc żadnego oddziaływania na odległość.

Dlaczego więc Bell uważał warunek BL za uzasadniony nawet wtedy, gdy już uświadomił sobie, że opiera się on na kontrowersyjnym OI? Mogło na to mieć wpływ następujące spostrzeżenie. Otóż w zbiorze  $\lambda$  parametrów zawsze można wyróżnić takie dwa podzbiory  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$ , tj.  $\lambda = \lambda_1 \cup \lambda_2$ , że elementy jednego z nich mają wpływ na wyniki pomiarów na jednej cząstce, a elementy drugiego – na drugiej. Uwzględniając PI, można wtedy uzasadnić następującą faktoryzację prawdopodobieństwa łącznego<sup>17</sup>:

$$P(A, B | \hat{a}, \hat{b}, \lambda) = P(A | \hat{a}, \lambda_1) P(B | \hat{b}, \lambda_2) .$$

Łatwo jednak zauważyć, że jeśli te podzbiory zbioru parametrów są rozłączne, tj.  $\lambda_1 \cap \lambda_2 = \emptyset$ , to wyniki pomiarów na jednej cząstce

15 Tamże, 147.

16 J.P. Jarrett, *On the physical significance of the locality conditions in the Bell arguments*, *Noûs* 18(1984)4, 581–582.

17 J.S. Bell, *Atomic-cascade photons and quantum-mechanical nonlocality*, w: tenże, *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*, dz. cyt., 105.

są statystycznie niezależne od parametrów wyznaczających wyniki pomiarów na drugiej i odwrotnie, tj.:

$$P(A|\hat{a}, \lambda) = P(A|\hat{a}, \lambda_1, \lambda_2) = P(A|\hat{a}, \lambda_1)$$

oraz

$$P(B|\hat{b}, \lambda) = P(B|\hat{b}, \lambda_1, \lambda_2) = P(B|\hat{b}, \lambda_2),$$

co pozwala z powyższej faktoryzacji odtworzyć faktoryzację Bella wyrażającą BL. Ta zaś, przy założeniu PI, jest równoważna OI.

Kiedy jednak mogłaby mieć miejsce taka separacja parametrów? W świetle kopenhaskiej interpretacji mechaniki kwantowej, jeśli układ kwantowy nie jest w stanie własnym danej *obserwabli*, tj. operatora podlegającej pomiarowi wielkości fizycznej, to wynik pomiaru nie charakteryzuje samego układu przed pomiarem, lecz powstaje jako skutek jego oddziaływania z makroskopowym przyrządem pomiarowym. Zgodnie więc z duchem tej interpretacji, ewentualne zmienne ukryte uzupełniające opis kwantowy nie powinny charakteryzować samego obiektu podlegającego pomiarowi, lecz właśnie to oddziaływanie. Innymi słowy, kwantowy opis obiektu, wziętego z osobna, byłby *zupełny*, a zmienne ukryte określałyby jedynie jego relacyjne cechy jako części układu złożonego z niego i przyrządu. Przy założeniu lokalności wynikałaby stąd wspomniana wyżej separacja podzbiorów parametrów, a tym samym oparte na niej uzasadnienie warunku OI. Interesujące, że J.P. Jarrett, autor omówionej wyżej dekompozycji BL, nazwał go właśnie warunkiem zupełności (*Completeness*)<sup>18</sup>, jednak z zupełnie innego powodu.

#### 4. DUCH TEORII KWANTÓW A NIEPOWODZENIE MODELI ZE ZMIENNYMI UKRYTYMI

Czy jednak warunek separacji parametrów można uzasadnić? Cząstki przed rozdzieleniem były przecież w stanie związanym, więc musi po

<sup>18</sup> J.P. Jarrett, art. cyt., 578.

tym pozostać jakiś ślad w postaci powiązania ich stanów. Klasycznie należałoby przecież założyć, że skoro ich sumaryczny kręt jest zerowy, to na mocy odpowiedniej zasady zachowania obie cząstki powinny mieć kręt taki sam co do wartości, lecz przeciwnie skierowany. Również w mechanice kwantowej w przypadku, gdy na obu cząstkach mierzony jest spin na ten sam kierunek, ma miejsce ścisła antykorelacja wyników pomiarów. Można to wyjaśnić jedynie zakładając, że część parametrów charakteryzuje jednak same cząstki i jest ściśle skorelowana u obu cząstek. Innymi słowy, każda cząstka niesie ze sobą pewną informację o stanie drugiej. Formalnie jest to równoważne sytuacji, gdy podzbiory parametrów wyznaczających wyniki pomiarów na obu cząstkach mają część wspólną, tj.  $\lambda_1 \cap \lambda_2 \neq \emptyset$ .

Skrajnym przypadkiem byłoby, gdyby wszystkie parametry dotyczące obu cząstek były ściśle skorelowane, więc stan każdej z nich byłby niejako „zwierciadlanym odbiciem” stanu drugiej, co jest równoważne sytuacji, gdy oba zbiory parametrów pokrywają się, tj.  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ . Nawet jednak przy bardziej umiarkowanym naruszeniu warunku separacji parametrów, oparte na nim uzasadnienie warunku OI traci moc. Czyżby wobec tego było ono pozbawione uzasadnienia? Gdyby tak było, to uzasadnienie straciłoby też twierdzenie Bella, chyba że zostałyby przedstawione jakieś jego uzasadnienie nie zakładające OI.

Definitywne obalenie twierdzenia Bella wymagałoby skonstruowania modelu ze zmiennymi ukrytymi, odtwarzającego łamiące nierówności Bella przewidywania teorii kwantów. Jak wiadomo jednak, poszukiwania takiego modelu nie zostały, jak dotąd, uwieńczone powodzeniem. Wydawać by się mogło, że ich sukcesowi powinna sprzyjać maksymalna zgodność modelu z duchem tej teorii. Tymczasem ten kierunek poszukiwań sugeruje separację parametrów, która prowadzi do spełnienia warunku lokalności Bella, wykluczającego odtworzenie przez model przewidywań kwantowych. Być może więc dotychczas rozważane modele nie były w swoim duchu za bardzo,

lecz za mało klasyczne i poszły na zbyt daleko idący kompromis z duchem teorii kwantów.

Spróbujmy pójść tym tropem. Klasycznie np. określony jest nie tylko kręt cząstki przed pomiarem, ale też jego składowa na dowolny kierunek. Jeśli zaś mamy do czynienia z dwiema cząstkami, których sumaryczny kręt jest zerowy, to znając wartość wektora krętu jednej, można jednoznacznie wyznaczyć kręt drugiej, jako równy co do wartości, lecz przeciwnie skierowany. Innymi słowy, ze względu na kręt stan jednej cząstki jest „zwierciadlanym odbiciem”<sup>19</sup> stanu drugiej, więc jedna cząstka niesie ze sobą kompletną informację o stanie drugiej. Formalnie odpowiada temu rozważane wyżej w tym kontekście pokrywanie się zbiorów parametrów.

## 5. NATURA REDUKCJI STANU A DWA RODZAJE WŁASNOŚCI

W próbach uzgodnienia modelu klasycznego z teorią kwantów problemem jest jednak skwantowany charakter wielkości fizycznych. W szczególności pomiar rzutu spinu jednostkowego na dowolny kierunek, jeśli pominąć trudną do zmierzenia wartość zerową, może dać tylko wyniki o wartości jednostkowej, różniące się co najwyżej znakiem. Czy więc przyjęcie, że podobnie jak w przypadku klasycznym cząstka sama ma określone wartości rzutu spinu na dowolny kierunek, zmuszałoby do wniosku, iż cząstka ma spin skierowany we wszystkich kierunkach naraz, a nie tylko w tym, dla którego jest w stanie własnym operatora spinu?

W pomiarze kwantowym w sytuacji, gdy podlegający pomiarowi układ nie jest w stanie własnym operatora mierzonej wielkości, mówi się o *redukcji stanu*<sup>20</sup>. Sugeruje to, że stan układu, który można wtedy przedstawić jako (nietrywialną) superpozycję stanów własnych tego operatora, zostaje niejako „okrojony” z pozostałych składowych

---

19 J. Czerniawski, art. cyt., 115.

20 R. Penrose, dz. cyt., 504.

superpozycji. Czy jednak jest to obraz adekwatny? Po pomiarze przecież stan jest już w pełnym stanie własnym odpowiadającym wynikowi pomiaru jako wartości własnej, a nie w jakiejś jego części.

Spróbujmy wobec tego innej interpretacji. Załóżmy, że np. w trakcie pomiaru rzutu spinu na kierunek nie odpowiadający temu, dla którego cząstka jest w stanie własnym operatora rzutu spinu, dochodzi do będącej skutkiem oddziaływania z przyrządem *reorientacji*<sup>21</sup> jej pierwotnego spinu w taki sposób, że w jej wyniku cząstka „ustawia się” w jednym z tych stanów własnych, choć na podstawie znajomości stanu pierwotnego nie sposób jednoznacznie przewidzieć w którym. Redukcja stanu nie byłaby więc dosłownie rozumianą redukcją, lecz reorientacją. Rozwiązanie to można zresztą z łatwością uogólnić, zamiast o reorientacji spinu mówiąc o reorientacji wektora stanu w przestrzeni Hilberta. Warto też zauważyć, że co do istoty jest to powrót do intuicji stojącej za eksperymentem pomyślanym zwanym „mikroskopem Heisenberga”<sup>22</sup>, któremu dziś zwykle przypisuje się jedynie wartość heurystyczną lub dydaktyczną.

Wynik pomiaru wielkości, w której stanie własnym jest układ, niewątpliwie odsłania własność, jaką układ miał w tym stanie przed pomiarem. W świetle zaś powyższej reinterpretacji redukcji stanu, na pomiar w sytuacji, gdy układ nie byłby w stanie własnym tej wielkości, składałaby się jego reorientacja do jednego z jej stanów własnych i sam pomiar. Pozwala to ze względu na pomiar odróżnić dwa rodzaje własności układu: *aktualne*, gdy pomiar jedynie odsłania własność, którą układ miał już przed pomiarem, i *potencjalne*, gdy pomiar odsłania nie własność sprzed pomiaru, lecz własność nabytą w wyniku związanej z pomiarem reorientacji.

Z tego, że jakaś własność jest w tym sensie potencjalnością<sup>23</sup>, nie musi wynikać, iż przysługuje ona układowi jedynie potencjalnie.

---

21 J. Czerniawski, art. cyt., 117.

22 W. Heisenberg, *Die physicalischen Prinzipien der Quantentheorie*, Leipzig 1930, 15–17.

23 J. Czerniawski, art. cyt., 115.

Można bowiem założyć, że stan układu przed pomiarem, ewentualnie dookreślony przez jakieś zmienne ukryte, jednoznacznie determinuje wynik reorientacji, a tym samym własność aktualną, jaką skutek reorientacji nabędzie. Własność taka wyrażałaby się więc wtedy przez jednoznaczną dyspozycję do określonego wyniku pomiaru. Z drugiej strony, przez taką jednoznaczną dyspozycję wyraża się też własność aktualna. Oznaczałoby to, że między tymi dwoma rodzajami własności nie byłoby różnicy w statusie ontologicznym, lecz tylko w okoliczności, że jednym towarzyszy reorientacja, a drugim nie.

## 6. TEORIA WSPÓLNEJ PRZYCZYNY A TWIERDZENIE BELLA

Podważenie warunku OI oznaczałoby, że twierdzeniu Bella zabrakłoby standardowego uzasadnienia. Gdyby więc w jego miejsce nie znaleziono innego, to zamiast o twierdzeniu, należałoby raczej mówić o hipotezie Bella. Niestety, wniosek taki na tym etapie rozważań byłby przedwczesny. Wsparcia dla OI dostarcza bowiem teoria wspólnej przyczyny<sup>24</sup> Reichenbacha, leżąca u podstaw jego zasady wspólnej przyczyny (*principle of common cause*)<sup>25</sup>. Naturalną drogą do zgodnego z klasycznymi intuicjami wyjaśnienia korelacji kwantowych bez odwoływania się do jakichś łamiących lokalność bezpośrednich oddziaływaniach na odległość jest przecież odwołanie się do wspólnej przyczyny stanów obu części. Teoria wspólnej przyczyny zaś zawiera założenie, za którego uszczegółowienie uznać można warunek OI.

Okazuje się, że w teorii tej przyjmuje się założenie analogiczne do BL, którego treścią jest faktoryzacja wzoru na łączne prawdopodobieństwo warunkowe dwóch skutków tej samej przyczyny:

$$P(A, B|C) = P(A|C)P(B|C)$$

24 H. Reichenbach, *The Direction of Time*, Berkeley 1956, 158–159.

25 T. Pabjan, dz. cyt., 167.

Jak widać, przy założeniu wspólnej przyczyny oba zdarzenia okazują się wzajemnie statystycznie niezależne i zależne tylko od niej. Podobnie jednak jak BL, nie jest to konsekwencja samego twierdzenia Bayesa, które pozwala otrzymać jedynie np.:

$$P(A, B|C) = P(A|B, C)P(B|C).$$

Faktoryzację Reichenbacha można jednak odtworzyć, przyjmując warunek tzw. ekranowania<sup>26</sup> (*Screening Off*)<sup>27</sup>:

$$(SO) \quad P(A|B, C) = P(A|C).$$

Łatwo zauważyć, że warunek OI stanowi jego uszczegółowienie. Aby więc skutecznie podważyć uzasadnienie twierdzenia Bella, należałoby zakwestionować warunek SO.

Jakie jest jednak jego uzasadnienie? Reichenbach najwyraźniej rozumiał związek przyczynowy w sensie zwykłego, „sztywnego” determinizmu. Przy takim założeniu, jeśli zdarzenie  $C$  jest przyczyną zdarzeń  $A$  i  $B$ , a tym samym też zdarzenia łącznego  $A \cap B$ , to  $P(A|C) = 1$ , ale też  $P(B|C) = 1$  i  $P(A, B|C) = 1$ . Wtedy jednak, na mocy twierdzenia Bayesa (por. wyżej), również  $P(A|B, C) = 1$ , co oznacza, że  $P(A|B, C) = P(A|C)$ .

Oczywiście wnioskowania tego nie można byłoby przeprowadzić, gdyby obowiązywała jakaś słabsza wersja determinizmu, przy której przyczyna powodowałaby skutek jedynie z pewnym prawdopodobieństwem mniejszym od jedności. Można jednak zastanawiać się, czy rezygnacja ze zwyczajnie rozumianego determinizmu w modelu ze zmiennymi ukrytymi nie byłaby kosztem zbyt wysokim. Spróbujmy

26 Tamże.

27 L. Wroński, *Reichenbach's Paradise*, Warsaw/Berlin 2014, 4.

więc zastanowić się, jak podważyć warunek SO bez takiego kompromisu z indeterminizmem kwantowym.

## 7. DETERMINIZM METAFIZYCZNY I NAUKOWY A TWIERDZENIE BELLA

Przyjrzyjmy się sytuacji problemowej. Z jednej strony, tym, z czego nie chcielibyśmy zrezygnować, jest model (ściśle) deterministyczny. Z drugiej zaś, ścisły determinizm oznacza jednostkowe prawdopodobieństwo warunkowe skutku względem przyczyny, a tym samym spełnienie warunku SO, w szczególności zaś warunku OI, a w konsekwencji spełnianie przez oparte na modelu przewidywania nierówności Bella.

Zauważmy jednak, że przewidywania ułożone są na innej płaszczyźnie niż związek przyczynowy. Odnosi się do niej też inne rozumienie prawdopodobieństwa warunkowego. Na płaszczyźnie przedmiotowej można je rozumieć jako miarę skłonności przyczyny do spowodowania skutku. Na płaszczyźnie przewidywań jednak mowa jest nie tyle o stosunku przyczyny do skutku, co raczej *znajomości* przyczyny do *przewidywania* skutku. Prawdopodobieństwo warunkowe skutku ze względu na przyczynę ma zaś na niej praktyczny sens nie tyle skłonności przyczyny do wytworzenia skutku, ile skłonności podmiotu poznawczego do przewidywania skutku na podstawie znajomości przyczyny. Praktycznie więc liczy się na niej nie tyle sam determinizm modelu, co oparta na nim przewidywalność.

Czy jednak do pomyślenia jest ścisły determinizm bez ścisłej przewidywalności? Faktycznie pytanie to sprowadza się do pytania o możliwość braku *determinizmu naukowego* mimo *determinizmu metafizycznego* (lub *prima facie*)<sup>28</sup>. Jak wiadomo, możliwość taką stwarza fizyka *stanów niestabilnych* w zakresie zjawisk określanych jako deterministyczny chaos. Chodzi o przypadki, gdy dowolnie mała zmiana warunków początkowych powoduje drastyczną zmianę przebiegu

---

28 M. Heller, *Filozofia przyrody*, Kraków 2004, 176–177.

ewolucji układu<sup>29</sup>. Warunkiem jednoznacznej przewidywalności musiałyby więc być nieosiągalna dla ludzkiego podmiotu poznawczego znajomość warunków początkowych z nieskończoną dokładnością.

Pamiętamy, że w przyjętej tu interpretacji redukcja stanu jest reorientacją. Możliwość charakterystycznego dla teorii kwantów braku jednoznacznej przewidywalności wyników pomiarów na podstawie modelu ściśle deterministycznego wydaje się stwarzać założenie, że reorientacja, będąca, jak pamiętamy, wynikiem oddziaływania z przyrządem pomiarowym, jest procesem chaotycznym, tj. jego przebieg – a tym samym wynik – zależy od zmiennych ukrytych w sposób chaotyczny. Dowolnie mała zmiana ich wartości może więc zmienić znak wyniku pomiaru rzutu spinu na przeciwny.

Co jednak mogłoby stanowić te zmienne ukryte? Klasycznie tym, co wyznacza rzut krętu na dowolny kierunek, jest jego pierwotna wartość i orientacja, a przy ustalonej wartości – sama orientacja. Nasuwa się więc założenie, że tak samo jest również w przypadku kwantowym. Wobec zaś skwantowania spinu, w eksperymentach testujących nierówności Bella powinna wystarczyć sama orientacja. Warunek OI przybrałby wtedy postać:

$$P(A|B, \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}) = P(A|\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}),$$

gdzie  $\hat{c}$  jest wektorem jednostkowym wyznaczającym pierwotną orientację spinu jednej z cząstek, a pośrednio również drugiej.

Z kolei wzór na funkcję korelacji, po uwzględnieniu NC, przyjąłby wtedy postać:

$$C(\hat{a}, \hat{b}) = \int_{\Omega} d\hat{c} \rho \sum_{A,B} P(A, B|\hat{a}, \hat{b}, \hat{c}) AB,$$

gdzie całkowanie dokonuje się po zbiorze możliwych orientacji, tj. po sferze, a gęstość prawdopodobieństwa  $\rho$  jest stała z uwagi na

—  
29 Tamże, 177.

izotropię przestrzeni. Zastanówmy się, jaki sens ma występujące we wzorze prawdopodobieństwo warunkowe. Zważywszy, że model z założenia jest deterministyczny, to gdyby miało ono być miarą skłonności warunków do wytworzenia danej pary wyników pomiarów, mogłoby przyjmować tylko wartości 1 i 0, które w dodatku mnożyłyby się przez wartości  $A$  i  $B$  ze zbioru  $\{+1, -1\}$ . Gdyby zatem wyniki pomiarów zależały od zmiennej w sposób chaotyczny, to funkcja pod całką przyjmowałaby na zmianę, w sposób gęsty, wartości jednostkowe różniące się co do znaku. Wykonanie całkowania byłoby wtedy problematyczne.

Rzecz jednak wyglądałaby inaczej, gdyby prawdopodobieństwa warunkowe uwzględniały niemożliwość praktycznego określenia warunków, tj. przede wszystkim zmiennej  $\hat{c}$  (pozostałe parametry są stałe), z nieskończoną dokładnością. Należałoby wtedy wziąć graniczną wartość ich wartości uśrednionej po skończonym obszarze, przy wielkości tego obszaru zdążającej do zera. Takie uśrednione prawdopodobieństwo mogłoby już przyjmować wartości nie tylko zerowe lub jednostkowe, lecz również pośrednie, mimo że model byłby deterministyczny. Podobnie jednak, tak rozumiane uśrednione prawdopodobieństwa warunkowe musiałyby wtedy pojawić się również w faktoryzacji łącznego prawdopodobieństwa warunkowego opartej na twierdzeniu Bayesa. W rezultacie nie można byłoby uzasadnić warunku OI jako uszczegółowienia SO, ani opartej na nim faktoryzacji Bella BL, na której opiera się wyprowadzenie nierówności Bella, a tym samym dowód twierdzenie Bella.

## 8. PODSUMOWANIE

Przypomnijmy poszczególne kroki w przyjętej tu strategii podważania twierdzenia Bella. Pierwszym z nich było spostrzeżenie, że dowodzenie twierdzenia Bella sprowadza się do wyprowadzenia którejś z nierówności Bella. Wyprowadzenia te zakładają faktoryzację Bella łącznego prawdopodobieństwa warunkowego wyników

pomiaru, występującego we wzorze na funkcję korelacji. Faktoryzacja ta z kolei opiera się na dwóch warunkach, z których jeden jest intuicyjny i niekontrowersyjny. Oczywiście opcją jest więc skupienie się na podważaniu drugiego warunku, który jest zarazem istotnym i budzącym wątpliwości założeniem twierdzenia Bella.

Na pierwszy rzut oka jego zakwestionowanie wydaje się łatwe, jeśli przyjrzeć się podejściu do jego uzasadnienia, które może wydawać się naturalne w kontekście kopenhaskiej interpretacji mechaniki kwantowej. Założenie separacji parametrów jest, po elementarnej refleksji, nie do utrzymania. Trudniej za to oddalić uzasadnienie dla niego oparte na teorii wspólnej przyczyny, w ramach której można go zinterpretować jako uszczegółowienie warunku ekranowania, wyglądającego na nieunikniony wobec deterministycznego charakteru modelu klasycznego.

Krokiem wstępnym do podważenia jego stosowności do korelacji kwantowych jest reinterpretacja redukcji stanu jako reorientacji. Pozwala ona powrócić do klasycznej intuicji, zgodnie z którą cząstka ma przed pomiarem określony rzut spinu na każdy kierunek dzięki odróżnieniu jej własności aktualnych od potencjalnych. W końcu perspektywę podważenia warunku ekranowania pozwala dostrzec Popperowskie odróżnienie determinizmu naukowego od metafizycznego w kontekście, jaki dla niego stwarza fizyka stanów niestabilnych.

Oczywiście jest to tylko pewna perspektywa. Rozwiązaniem problemu, jaki dla intuicji stwarza twierdzenie Bella, mogłoby być tylko zbudowanie zgodnych z określającymi ją wskazówkami klasycznych modeli testów nierówności Bella, które pozwalałyby przewidzieć wyniki pomiarów łamiące te nierówności, najlepiej w taki sposób, w jaki łamią je modele kwantowe. Aktualnie brak mi kwalifikacji do sprostania temu zadaniu. Być może jednak powyższe analizy mogą okazać się użyteczne dla kogoś, kto takimi kwalifikacjami już dysponuje.

## BIBLIOGRAFIA

- Bell J.S., *Atomic-cascade photons and quantum-mechanical nonlocality*, Comments on Atomic and Molecular Physics 9(1980), 121–126; przedruk w: tenże, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*, wyd. 2, Cambridge Univ. Press, Cambridge 2004, 105–110.
- Bell J.S., *La nouvelle cuisine*, w: *Between Science and Technology*, red. A. Sarlemijn, P. Kroes, Elsevier Science Publishers, Amsterdam 1990, 97–118; przedruk w: tenże, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*, wyd. 2, Cambridge Univ. Press, Cambridge 2004, 232–248.
- Bell J.S., *On the Einstein–Podolsky–Rosen paradox*, Physics 1(1964), 195–200; przedruk w: tenże, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics*, wyd. 2, Cambridge Univ. Press, Cambridge 2004, 14–21.
- Clauser J.F., Horne M.A., Shimony A., Holt R.A., *Proposed experiment to test local hidden-variable theories*, Physical Review Letters 23(1969)15, 880–884.
- Czerniawski J., *Fizyka a magia: W sprawie oddziaływań na odległość*, Studia Metodologiczne 33(2014), 97–120.
- Heisenberg W., *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*, Leipzig 1930.
- Heller M., *Filozofia przyrody*, Znak, Kraków 2004.
- Jarrett J.P., *On the physical significance of the locality conditions in the Bell arguments*, Noûs 18(1984)4, 569–589.
- Kopczyński W., Trautman A., *Czasoprzestrzeń i grawitacja*, PWN, Warszawa 1981.
- Pabjan T., *Eksperymentalna metafizyka. Johna S. Bella filozofia mechaniki kwantowej*, Copernicus Center Press, Kraków 2011.
- Reichenbach H., *The Direction of Time*, Univ. of Los Angeles Press, Berkeley 1956.
- Shimony A., *Controllable and uncontrollable non-locality*, w: *Foundations of Quantum Mechanics in the Light of New Technology*, The Physical Society of Japan, Tokyo 1984, 225–230; przedruk w: tenże, *Search for a Naturalistic World View*, Vol. II, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1993, 130–139.
- Shimony A., *Events and processes in the quantum world*, w: *Quantum Concepts in Space and Time*, red. R. Penrose, C. Isham, Oxford Univ. Press, Oxford 1986, 182–203; przedruk w: tenże, *Search for a Naturalistic World View*, Vol. II, Cambridge Univ. Press, Cambridge 1993, 140–162.
- Wroński L., *Reichenbach's Paradise*, De Gruyter Open Ltd., Warsaw/Berlin 2014.

## ON SOME ASSUMPTION OF BELL'S THEOREM

**Abstract.** Any proof of Bell's theorem reduces to a derivation of one of Bell's inequalities. The key role in such derivations is played by the condition of factorizability of the joint conditional probability, which may be obtained as a consequence of two other conditions, known as *parameter independence* and *outcome independence*. The former is a quite obvious consequence of locality, whereas the latter is controversial. However, since it is a particularization of the condition of *screening off* of the *principle of common cause*, its undermining entails questioning the latter condition as well. If successful, any effective proof of Bell's theorem would demand deriving some of Bell's inequality without making use of any particularization of *screening off*. A direction of search for a model breaking this condition is suggested.

**Keywords:** Bell's theorem, quantum entanglement, hidden variables, outcome independence, principle of common cause, screening off, scientific determinism, deterministic chaos

---

JAN CZERNIAWSKI

uzczerni@cyf-kr.edu.pl

Uniwersytet Jagielloński, Instytut Filozofii

Grodzka 52, 31-044 Kraków

DOI: 10.21697/spch.2016.52.4.12

---

Autor dziękuje p. Joannie Luc i anonimowemu Recenzentowi za uwagi krytyczne, które pozwoliły usunąć pewne braki pracy.