Krzysztof Piasecki
Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

O ISTOCIE WARTOŚCI BIEŻĄCEJ

Wprowadzenie

Fundamentalnym założeniem arytmetyki finansowej jest pewnik, że wartość pieniądza rośnie wraz z upływem czasu, po jakim będzie on spożytkowany. Założenie to jest uzasadniane na ogół poprzez analizę równania wymiany pieniądza[*] zaproponowanego przez Irvinga Fishera. W analizie tej korzysta się z dodatkowego założenia o stałej ilości pieniądza. Jest to typowo normatywne założenie i z tego względu rozpatrywaną w arytmetyce finansowej wartość pieniądza będziemy nazywać wartością normatywną pieniądza. Proces przyrostu wartości normatywnej nazywamy procesem aprecjacji kapitału. Wzrost względnej aprecjacji wywołany przez przyrost wartości nominalnej pieniądza nazywamy efektem synergii kapitału. Jeśli względna aprecjacja przebiega w sposób niezależny od wartości nominalnej pieniądza, to stwierdzamy niewystępowanie efektu synergii. Z drugiej strony na ogół stosowana praktyka gospodarczo-finansowa powoduje przyrost ilości pieniądza szybszy od przyrostu wolumenu produkcji. Obserwujemy wtedy spadek wartości realnej pieniądza. Oznacza to, że wartości normatywnej pieniądza nie możemy identyfikować z jego wartością realną. Rodzi to pytanie o istotę pojęcia „wartości normatywnej". Konsekwencją tego pytania jest kolejne pytanie o istotę podstawowych funkcji arytmetyki finansowej.

W ostatnich latach w arytmetyce finansowej wyodrębnił się nurt badawczy eksponujący rolę odgrywaną przez pojęcie „użyteczności strumienia finansowego". Do tego nurtu należą m.in. prace [5; 6; 7; 8; 9; 10; 18]. Stosując to podejście możemy przedstawić pojęcie „wartości normatywnej" w kontekście funkcji użyteczności. Takie podejście rzuca nowe światło na podstawowe zmienne arytmetyki finansowej.

Celem rozważań prezentowanych w tym opracowaniu jest objaśnienie na gruncie teorii użyteczności pojęcia „wartości bieżącej". Cel ten zostanie osiągnię-

[*] Taka analiza została opisana np. w [15].

ty poprzez budowę modelu formalnego o możliwie niskim stopniu złożoności logicznej. Dzięki temu będzie można zdefiniować wartość bieżącą jako funkcję spełniającą pewien prosty układ aksjomatów. Uzyskana tą drogą definicja zostanie porównana z aksjomatyczną definicją wartości bieżącej przedstawioną w [11]. W celu pokazania przydatności budowanej teorii dyskutowany tutaj też będzie efekt synergii kapitału.

1. Uporządkowana przestrzeń strumieni finansowych

Niech będzie dany zbiór momentów czasowych $\Theta \subseteq [0, +\infty[$. W szczególnym przypadku może to być zbiór momentów kapitalizacji lub nieujemna półprosta czasu.

W analizie rynków finansowych każda z płatności jest reprezentowana przez instrument finansowy opisany jako strumień finansowy (t, C), gdzie symbol $t \in \theta$ oznacza moment przepływu strumienia, natomiast symbol $C \in \mathbf{R}$ opisuje wartość nominalną tego przepływu. Każdy z tych strumieni finansowych może być realizowaną należnością lub wymaganym zobowiązaniem. Wartość nominalna każdej należności jest nieujemna. Zobowiązania obciążające dłużnika stanowią zawsze należność wierzyciela. W tej sytuacji wartość zobowiązania jest równa wziętej ze znakiem minus wartości należności odpowiadającej temu zobowiązaniu.

W pierwszym kroku nasze rozważania ograniczymy do zbioru $\Phi^+ = \Theta \times [0, +\infty[$ wszystkich należności (t, C). Na zbiorze tych należności każdy z inwestorów określa swoje preferencje. Preferencje te mają pewne wspólne cechy.

Referując podstawy teorii kapitału, de Soto [16] przedstawił regułę preferencji czasowej. Reguła ta głosi, że przy uwzględnieniu zasady ceteris paribus podmiot ekonomiczny woli zaspokoić swoje potrzeby bądź osiągać postawione cele możliwie jak najszybciej. Inaczej mówiąc, kiedy podmiot ma przed sobą dwa cele o subiektywnie jednakowej wartości, to wyżej sobie ceni ten, który może osiągnąć w krótszym czasie. W szczególnym przypadku oznacza to, że inwestor porównując dwie wpłaty o równej wartości nominalnej zawsze preferuje wpłatę szybciej dostępną. Relację tę opisujemy za pomocą preporządku $\succcurlyeq_T$ zdefiniowanego następująco:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^+ : (t_1, C) \succcurlyeq_T (t_2, C) \Leftrightarrow t_1 \leq t_2 \tag{1}$$

Z drugiej strony jest oczywiste, że każdy podmiot ekonomiczny w swoim działaniu kieruje się regułą preferencji majątkowej. Reguła ta oznacza, że przy uwzględnieniu zasady ceteris paribus podmiot ekonomiczny woli wchodzić we władanie możliwie jak najbardziej wartościowych przedmiotów ekonomicznych, czyli kiedy ma przed sobą dwa przedmioty ekonomiczne równocześnie dostępne, to wybiera ten, który charakteryzuje się większą subiektywną wartością. W szczególnym przypadku oznacza to, że inwestor porównując dwie równocześnie dostępne wpłaty zawsze wybiera wpłatę o wyższej wartości. Relację tę opisujemy za pomocą preporządku $\succcurlyeq_C$ zdefiniowanego następująco:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^+ : (t, C_1) \succcurlyeq_C (t, C_2) \Leftrightarrow C_1 \geq C_2 \quad (2)$$

Równoczesne uwzględnienie obu tych preporządków prowadzi do ostatecznego określenia relacji preferencji $\succcurlyeq$ na zbiorze Φ^+ należności, jako porównania wielokryterialnego:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^+ : (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Leftrightarrow t_1 \leq t_2 \wedge C_1 \geq C_2 \quad (3)$$

Istnieje wtedy funkcja użyteczności $U{:}\Phi^+ \to [0, +\infty[$ spełniająca warunek:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^+ : (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Rightarrow U(t_1, C_1) \geq U(t_2, C_2) \quad (4)$$

W kolejnym kroku nasze rozważania poświęcimy zbiorowi $\Phi^- = \Theta \times]-\infty, 0]$ wszystkich zobowiązań (t, C). Należność zawsze stanowi kapitał wierzyciela. Zobowiązanie dłużnika powstaje na skutek udostępnienia tego kapitału dłużnikowi przez wierzyciela. Zależność ta powoduje, że korzyści osiągane przez wierzyciela stanowią koszt dłużnika. Oznacza to m.in., że relacja preferencji określona na zbiorze zobowiązań jest relacją odwrotną do relacji preferencji określonej na zbiorze należności. W tej sytuacji relacja relacji preferencji $\succcurlyeq$ na zbiorze Φ^- zobowiązań jest określona za pomocą równoważności:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^- : (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Leftrightarrow (t_2, -C_2) \succcurlyeq (t_1, -C_1) \quad (5)$$

Porównanie zależności (3) i (5) prowadzi do ostatecznego określenia relacji preferencji $\succcurlyeq$ na zbiorze Φ^- zobowiązań jako porównania wielokryterialnego:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^- : (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Leftrightarrow t_1 \geq t_2 \wedge C_1 \geq C_2 \quad (6)$$

Istnieje wtedy funkcja określająca użyteczność poszczególnych zobowiązań. Z finansowego punktu widzenia każda należność jest bardziej użyteczna niż dowolne zobowiązanie, co zapisujemy:

$$\forall \big((t_1, C_1), (t_2, C_2) \big) \in \Phi^+ \times \Phi^- : \mathrm{U}(t_1, C_1) \geq U(t_2, C_2) \quad (7)$$

Spełnienie tego warunku możemy uzyskać poprzez przyjęcie założenia, że użyteczność dowolnego zobowiązania jest liczbą nieujemną[*]. Możemy zatem stwierdzić, że istnieje funkcja użyteczności $U;\Phi^- \to]-\infty, 0]$ spełniająca warunek:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi^- : (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Rightarrow U(t_1, C_1) \geq U(t_2, C_2) \quad (8)$$

[*] Pojęcie „ujemnej użyteczności” zostało zaproponowane i dyskutowane w pracach [2; 3; 15].

Podsumowując dotychczasowe rozważania możemy stwierdzić, że na zbiorze $\Phi = \Theta \times \mathbf{R}$ wszystkich strumieni finansowych została określona relacja preferencji $\succcurlyeq$. Relacja ta jest określona za pomocą alternatywy porównań wielokryterialnych w następujący sposób:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi: (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (t_1 \geq t_2 \wedge 0 \geq C_1 \geq C_2) \vee (t_1 \leq t_2 \wedge C_1 \geq C_2 \geq 0) \tag{9}$$

Preporządek ten nie jest liniowy. Istnieje tutaj funkcja użyteczności $U:\Phi \to \mathbf{R}$ spełniająca warunek:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi: (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Rightarrow U(t_1, C_1) \geq U(t_2, C_2) \tag{10}$$

Określona w ten sposób funkcja użyteczności może mieć subiektywny charakter [4].

2. Użyteczność strumienia finansowego

Zbadajmy teraz właściwości wyznaczonej powyżej funkcji użyteczności. Porównanie dziedzin funkcji użyteczności opisanej w (4) i (7) pozwala zapisać:

$$\forall t \in \Theta: \quad U(t, 0) = 0 \tag{11}$$

Preporządek $\succcurlyeq$ określa na zbiorze Φ ostry porządek $\succ$ zdefiniowany za pomocą równoważności:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi: (t_1, C_1) \succ (t_2, C_2) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \wedge \sim \big((t_2, C_2) \succcurlyeq (t_1, C_1)\big) \tag{12}$$

Ostry porządek jest określony przez alternatywę porównań wielokryterialnych:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi: (t_1, C_1) \succcurlyeq (t_2, C_2) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (t_1 \geq t_2 \wedge 0 \geq C_1 > C_2) \vee (t_1 > t_2 \wedge 0 \geq C_1 \geq C_2) \vee$$
$$\vee (t_1 \leq t_2 \wedge C_1 > C_2 \geq 0) \vee (t_1 < t_2 \wedge C_1 \geq C_2 \geq 0) \tag{13}$$

Z drugiej strony mamy tutaj:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi\ (t_1, C_1) \succ (t_2, C_2) \Rightarrow U(t_1, C_1) > U(t_2, C_2) \tag{14}$$

Porównując (12), (13) i (14) otrzymujemy:

$$\forall t \in \Theta\ \forall C_1, C_2 \in \mathbb{R}:\ C_1 > C_2 \geq 0 \Rightarrow U(t, C_1) > U(t, C_2) \geq 0 \tag{15}$$

$$\forall t \in \Theta\ \forall C_1, C_2 \in \mathbb{R}:\ 0 \geq C_1 > C_2 \Rightarrow 0 \geq U(t, C_1) > U(t, C_2) \tag{16}$$

Wszystko to razem oznacza, że użyteczność jest funkcją rosnącą wartości nominalnej przepływu, co zapisujemy:

$$\forall t \in \Theta\ \forall C_1, C_2 \in \mathbb{R}:\ C_1 > C_2 \Rightarrow U(t, C_1) > U(t, C_2) \tag{17}$$

Następnie porównując (13) i (14) dostajemy:

$$\forall C > 0\ \forall t_1, t_2 \in \Theta\colon t_1 < t_2 \Rightarrow U(t_1, C) > U(t_2, C) \tag{18}$$

$$\forall C < 0\ \forall t_1, t_2 \in \Theta\colon\ t_1 < t_2 \Rightarrow U(t_1, C) < U(t_2, C) \tag{19}$$

Kwestią umowna jest wyskalowanie wartości funkcji użyteczności. Przyjmujemy tutaj, że użyteczność natychmiastowego przepływu finansowego jest równa wartości nominalnej tego przepływu. Założenie to zapisujemy jako warunek brzegowy:

$$\forall C \in \mathbb{R}:\ \ U(0, C) = C \tag{20}$$

Wszystkie te właściwości funkcji użyteczności zostaną dalej wykorzystane do badania właściwości podstawowych modeli arytmetyki finansowej.

3. Wartość bieżąca

Dla preporządku $\succcurlyeq$ określonego przez równoważność (9) wyznaczamy jego liniowe domknięcie $\sqsupseteq$. Preporządek $\sqsupseteq$ jest określony następująco:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi\colon (t_1, C_1)\ \sqsupseteq (t_2, C_2) \Leftrightarrow U(t_1, C_1)\ \geq U(t_2, C_2) \tag{21}$$

Powyższy preporządek wyznacza następującą relację $\equiv$ równoważności strumieni finansowych:

$$\forall (t_1, C_1), (t_2, C_2) \in \Phi\colon (t_1, C_1) \equiv\ (t_2, C_2) \Leftrightarrow U(t_1, C_1) = U(t_2, C_2) \tag{22}$$

Jeśli dwa strumienie finansowe są jednakowo użyteczne, to uważamy je za równoważne. O strumieniu finansowym równoważnym do danego mówimy, że jest ekwiwalentem tego ostatniego. Wartość nominalną dowolnego ekwiwalentu danego strumienia finansowego identyfikujemy jako wartość normatywną tego strumienia.

Analiza warunków (17) i (18) prowadzi nas do sformułowania zasady aprecjacji. Zasada ta głosi, że wartość normatywna należności rośnie wraz z czasem, po jakim należność ta będzie płatna. W ten sposób teoria użyteczności potwierdza fundamentalny pewnik arytmetyki finansowej głoszący, że wartość pieniądza rośnie wraz z upływem czasu.

Opisane powyżej pojęcie „wartości normatywnej" może być ujęte w karby modelu formalnego. Niech będzie dany natychmiastowy przepływ finansowy o wartości nominalnej $C \in \mathbf{R}$. Przepływ ten jest jednoznacznie przypisany strumieniowi finansowemu $(0, C)$. W dowolnym momencie $\forall t \in \Theta$ wartość normatywna dyskutowanego przepływu jest równa C_t. Zgodnie z definicją (22), relacji równoważności strumieni i warunkiem brzegowym (20) mamy tutaj tożsamość:

$$C = U(0, C) = U(\mathrm{t}, C_t) \tag{23}$$

Zgodnie z warunkiem (17), dla ustalonego momentu $\forall t \in \Theta$ jednoznacznie wyznaczamy wartość normatywną:

$$C_t = FV(t, C) = U^{-1}(t, C) \tag{24}$$

Określoną w ten sposób funkcję FV: $\Phi \rightarrow [0,+\infty[$ w arytmetyce finansowej nazywamy wartością przyszłą. Funkcję wartości przyszłej można przedstawić za pomocą tożsamości:

$$FV(t, C) = C \cdot \tilde{s}(t, C) \tag{25}$$

gdzie funkcja $\tilde{s}: \Phi \longrightarrow [0, +\infty[$ jest nazywana czynnikiem aprecjacji kapitału. Czynnik aprecjacji kapitału jest niemalejącą funkcją czasu spełniającą warunek brzegowy:

$$\tilde{s}(0, C) = 1 \tag{26}$$

Czynnik aprecjacji kapitału opisuje przebieg procesu względnej aprecjacji kapitału. Jeśli ten czynnik jest funkcją rosnącą dodatniej wartości kapitału, to wtedy mamy do czynienia z efektem synergii kapitału.

Głównym przedmiotem naszych dociekań będzie dowolny strumień finansowy (t, C). Dla tego strumienia możemy określić jego ekwiwalent. Wartość nominalną C_0 tego ekwiwalentu nazywamy wartością bieżącą i oznaczamy symbolem $PV(t, C)$. Zgodnie z definicją (22) relacji równoważności strumieni i warunkiem brzegowym (20) mamy tutaj tożsamość:

$$C_0 = PV(t, C) = U(0, C_0) = U(t, C) \tag{27}$$

Wartość bieżąca dowolnego strumienia finansowego jest identyczna z jego użytecznością. Stwierdzenie to w pełni wyjaśnia istotę pojęcia „wartości bieżącej". Z drugiej strony taka identyfikacja wartości bieżącej rodzi pewne problemy formalne, o których będzie mowa w kolejnej części. Teraz naszą uwagę skupimy na formalnych własnościach funkcji PV:$\Phi \rightarrow \mathbf{R}$ określonej przez tożsamość (27). Mamy tutaj:

$$\forall C \in \mathbb{R}: \quad PV(0, C) = C \tag{28}$$

$$\forall t \in \Theta: \quad PV(t, 0) = 0 \tag{29}$$

$$\forall (t_1, C), (t_2, C) \in \Phi^+: \ \ t_1 < t_2 \Rightarrow PV(t_1, C) > PV(t_2, C) \tag{30}$$

$$\forall (t_1, C), (t_2, C) \in \Phi^-: \ \ t_1 < t_2 \Rightarrow PV(t_1, C) < PV(t_2, C) \tag{31}$$

$$\forall (t, C_1), (t, C_2) \in \Phi: C_1 < C_2 \Rightarrow PV(t, C_1) < PV(t, C_2) \tag{32}$$

Funkcję wartości bieżącej można przedstawić za pomocą tożsamości:

$$PV(t, C) = C \cdot \tilde{v}(t, C) = \frac{C}{\tilde{s}\big(t, FV(t, C)\big)} \tag{33}$$

gdzie czynnik dyskontujący $\tilde{v}\colon \Phi \to]0;1]$ jest nierosnącą funkcją czasu spełniającą warunek brzegowy:

$$\tilde{v}(0, C) = 1 \tag{34}$$

Zauważmy, że w [11] wartość bieżąca została zdefiniowana jako dowolna funkcja $PV{:}\Phi \to \mathbf{R}$ spełniająca warunki (28), (30) i dodatkowo warunek addytywności wartości bieżącej:

$$\forall (t, C_1), (t, C_2) \in \Phi\colon \; PV(t, C_1 + C_2) = PV(t, C_1) + PV(t, C_2) \tag{35}$$

W tej pracy warunek (35) braku efektu synergii został zastąpiony przez znacznie ogólniejszą koniunkcję warunków (29), (31) i (32). Z drugiej strony w [11] wykazano, że warunek (35) jest warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, aby wartość bieżąca $PV{:}\Phi \to \mathbf{R}$ spełniająca warunki (28) i (30) stanowiła funkcję daną zależnością:

$$PV(t, C) = C \cdot v(t) \tag{36}$$

gdzie czynnik dyskontujący $v\colon \Theta \to]0;1]$ jest nierosnącą funkcją czasu spełniającą tożsamość:

$$v(t) = \tilde{v}(t, C) \tag{37}$$

Oznacza to, że warunek (35) addytywności wartości bieżącej jest warunkiem koniecznym i dostatecznym do niewystępowania efektu synergii. Dowolna funkcja wartości przyszłej określona za pomocą tożsamości (27) może nie spełniać warunku (35). Obserwujemy wtedy zjawisko interakcji pomiędzy wartością nominalną i terminem przepływu strumienia finansowego. Stwierdzone do tej pory właściwości funkcji użyteczności $U{:}\Phi \to \mathbf{R}$ nie pozwalają stwierdzić, czy interakcja ta ma charakter efektu synergii kapitału.

4. Efekt synergii kapitału

Pierwsze prawo Gossena informuje o tym, że krańcowa użyteczność bogactwa maleje. Zbadajmy teraz konsekwencję przyjęcia założenia głoszącego, że funkcja użyteczności $U{:}\Phi^{+} \to [0, +\infty[$ określona przez warunek (4) spełnia warunek malejącej krańcowej użyteczności bogactwa. Dla dowolnej funkcji wartości bieżącej możemy wtedy zapisać:

$$\begin{gathered}\forall (t, C_1), (t, C_2) \in \Phi^{+} \; \forall \alpha \in]0;1[\; : \\ \alpha \cdot PV(t, C_1) + (1-\alpha) \cdot PV(t, C_2) < PV(t, \alpha \cdot C_1 + (1-\alpha) \cdot C_2)\end{gathered} \tag{38}$$

W nierówności (38) podstawiamy $C_2 = 0$. Dla dodatniej wartości $C_3 < C_1$ mamy wtedy:

$$\frac{C_3}{C_1}\cdot PV(t,C_1)+\left(1-\frac{C_3}{C_1}\right)\cdot PV(t,0)<PV\left(t,\frac{C_3}{C_1}\cdot C_1+\left(1-\frac{C_3}{C_1}\right)\cdot 0\right)$$

co razem z (29), po prostych przekształceniach prowadzi do:

$$\frac{PV(t,C_1)}{C_1}<\frac{PV(t,C_3)}{C_3}$$

Następnie, korzystając z (33) otrzymujemy:

$$\tilde{s}(t,C_3)<\tilde{s}(t,C_1) \tag{39}$$

Czynnik aprecjacji kapitału okazał się funkcją rosnącą wartości nominalnej. Oznacza to, że pierwsze prawo Gossena jest warunkiem dostatecznym dla ujawnienia się efektu synergii kapitału. Obiektywnie obserwowanym faktem jest też stosowanie w arytmetyce finansowej liniowej funkcji wartości bieżącej danej w postaci (36). Pozwala to na postawienie hipotezy, że dowolną funkcję wartości bieżącej możemy zapisać:

$$\forall (t,C_1),(t,C_2)\in\Phi^+\ \forall\alpha\in[0;1]:$$

$$\alpha\cdot PV(t,C_1)+(1-\alpha)\cdot PV(t,C_2)\le PV(t,\alpha\cdot C_1+(1-\alpha)\cdot C_2) \tag{40}$$

Nierówność (40) opisuje słabą wersję pierwszego prawa Gossena stwierdzającą, że krańcowa użyteczność bogactwa nie rośnie. W celu weryfikacji tej hipotezy zbadajmy konsekwencje zaprzeczenia warunku (40). Istnieją wtedy dodatnie wartości $C_1 < C_2$ i $\alpha \in\ ]0;1[$ takie, że dla pewnego momentu $t^* \in \Theta$ spełniona jest nierówność:

$$\alpha\cdot PV(t^*,C_1)+(1-\alpha)\cdot PV(t^*,C_2)> PV(t^*,\alpha\cdot C_1+(1-\alpha)\cdot C_2)$$

Oznacza to m.in., że istnieją wartości $\chi_1,\chi_2\in[C_1,C_2]$ takie, że spełnione są warunki:

$$\chi_1<\alpha\cdot C_1+(1-\alpha)\cdot C_2<\chi_2$$

$$\tilde{v}(t^*,\chi_1)<\frac{PV(t^*,C_2)-PV(t^*,C_1)}{C_2-C_1}<\tilde{v}(t^*,\chi_2)$$

Wtedy, korzystając z (33) otrzymujemy:

$$\tilde{s}(t^*,\chi_1)>\tilde{s}(t^*,\chi_2) \tag{41}$$

co pozostaje w sprzeczności z efektem synergii kapitału. Oznacza to, że pierwsze prawo Gossena jest warunkiem koniecznym i dostatecznym dla ujawnienia się efektu synergii kapitału.

Ponadto w praktyce finansów nie jest znany incydent zmniejszania się względnej prędkości aprecjacji równocześnie ze wzrostem wartości nominalnej. Fakt ten oznacza empiryczne zaprzeczenie nierówności (41). W ten sposób została pozytywnie zweryfikowana hipoteza stwierdzająca, że dowolna funkcja wartości przyszłej $PV:\Phi\to\mathbf{R}$ spełnia warunek (40).

Podsumowanie

Przedstawione w pracy rozważania na temat wzajemnych relacji pomiędzy użytecznością bogactwa a wartością bieżącą wykazują logiczną spójność formalnych modeli ekonomii i finansów.

Wykazanie, że wartość bieżąca danego strumienia finansowego jest identyczna z użytecznością tego strumienia wskazuje na subiektywny charakter pojęcia „wartości bieżącej”. W tej sytuacji otrzymujemy podwaliny teoretyczne pod budowę modeli finansów behawioralnych wykorzystujących subiektywne oceny wartości bieżącej. Przykłady takich modeli można znaleźć w pracach [12; 13].

Na marginesie tej pracy warto też dostrzec, że dziedzina badań arytmetyki finansowej w coraz większym stopniu wykracza poza domenę teorii procentu. W tej sytuacji arytmetykę finansową należy traktować jako rozszerzenie opartej na obiektywnych przesłankach teorii procentu. Wobec subiektywnych aspektów podejmowanej problematyki dynamicznej oceny pieniądza jest to rozszerzenie istotne.

Literatura

1. Arrow K.J., Essays in the theory of risk-bearing, Elsevier, Amsterdam 1971.
2. Becker G.S., An Economic Analysis of Fertility, w: Demographic and Economic Change in Developed Countries, New York 1960.
3. Cooper B., Garcia Peñaloza C., Funk P., Status effect and negative utility growth, “The Economic Journal” 2001, No. 111.
4. Dacey R., Zielonka P., A detailed prospect theory explanation of the disposition effect, “Journal of Behavioral Finance” 2005, No. 2/4.
5. Doyle J.R., Survey of time preference, delay discounting models, Working Paper, Cardiff Business School, Cardiff University 2010, http://ssrn.com/abstract=1685861 (12.01.2011).
6. Epper T., Fehr-Duda H., Bruhin A., Uncertainty Breeds Decreasing Impatience: The Role of Risk Preferences in Time Discounting. Working Paper No. 412. Institute for Empirical Research in Economics, University of Zuerich, 2009, http://ssrn.com/abstract=1416007 (15.02.2011).
7. Frederick S., Loewenstein G., O’Donoghue T., Time Discounting and Time Preference: A critical Review, “Journal of Economic Literature” 2002, Vol. 40.
8. Killeen P.R., An additive-utility model of delay discounting, “Psychological Review” 2009, No. 116.

9. Kim B.K., Zauberman G., Perception of Anticipatory Time in Temporal Discounting, "Journal of Neuroscience, Psychology, and Economics" 2009, Vol. 2.
10. Kontek K., Decision Utility Theory: Back to von Neumann, Morgenstern, and Markowitz. Working Paper, 2010, http://ssrn.com/abstract=1718424 (03.01.2011).
11. Piasecki K., Od arytmetyki handlowej do inżynierii finansowej, Poznań 2005.
12. Piasecki K., Behavioural Present Value, "Behavioral & Experimental Finance eJournal" 2011/4, http://hq.ssrn.com/Journals/IssueProof.cfm?abstractid=1729351&journalid=1504395&issue_number=4&volume=3&journal_type=CMBO&function=showissue (22.02.2011).
13. Piasecki K., Simple Return Rate at Imprecision Risk, Capital Markets: Asset Pricing & Valuation eJournal 2011/115, http://hq.ssrn.com/Journals/IssueProof.cfm?abstractid=1885771&journalid=1508951&issue_number=115&volume=3&journal_type=CMBO&function=showissue (10.11.2011).
14. Piasecki K., Ronka-Chmielowiec W., Matematyka finansowa, C.H. Beck, Warszawa 2011.
15. Rabin M., Incorporating Fairness into Game Theory and Economics, "The American Economic Review" 1993, Vol. 83, No. 5.
16. Soto de J.H., Pieniądz, kredyt bankowy i cykle koniunkturalne, Warszawa 2009.
17. Zauberman G., Kyu Kim B., Malkoc S., Bettman J.R., Discounting Time and Time Discounting: Subjective Time Perception and Intertemporal Preferences, "Journal of Marketing Research" 2009, Vol. XLVI.

THE ESSENCE OF PRESENT VALUE

Summary

Theoretical basis for discussion is the natural nonlinear preorder defined on the set of financial flows. Then there exists a utility function consistent with this preorder. Two financial flows are equivalent iff their utilities are equal. Then we can show that the present value of financial flow is equal to its utility. Lack of capital synergy is not a necessary condition for this thesis.