PRZEGLĄD STATYSTYCZNY
R. LXI – ZESZYT 2 – 2014

JACEK SZANDUŁA

UWAGI DO UNITARYZACJI ZMIENNYCH W REFERENCYJNYM SYSTEMIE GRANICZNYM

1. WSTĘP

Jednym z podstawowych etapów większości badań empirycznych jest zdefiniowanie badanego obiektu oraz zjawiska. Zjawiska obserwowane w obiektach można podzielić na (Jajuga, 1993):

a) proste – gdy do wyczerpującego opisu zjawiska wystarczy jedna zmienna diagnostyczna,
b) złożone – gdy do wyczerpującego opisu należy użyć wielu zmiennych diagnostycznych.

Zjawisko złożone można zdefiniować jako abstrakcyjny twór obrazujący stan jakościowy rzeczywistych obiektów, opisywany przez wiele (więcej niż jedną) zmiennych zwanych diagnostycznymi (Kukuła, 2000). Przykładem zjawiska złożonego może być np. kondycja finansowa przedsiębiorstwa, poziom życia społeczeństwa, stan pogody. W zależności od rodzaju oddziaływania poszczególnych zmiennych diagnostycznych na zjawisko złożone można podzielić je na stymulanty, destymulanty i nominanty. Do stymulant zalicza się te zmienne, których wzrost wartości oznacza korzystny rozwój zjawiska, natomiast spadek oznacza sytuację niekorzystną. Przeciwną interpretację mają destymulanty, dla których wzrost wartości oznacza sytuację niekorzystną dla zjawiska, a spadek korzystną. Nominanty charakteryzują się pewnym optymalnym (nominalnym) poziomem, od którego jakiekolwiek odchylenia w górę czy w dół traktowane są jako niekorzystnie wpływające na określone zjawisko. Należy zauważyć, że ze względu na konieczność określenia wpływu zmiennej na zjawisko złożone, ta sama zmienna w poszczególnych przypadkach może przyjąć różny charakter. Np. poziom płac może być traktowany jako stymulanta dla osoby poszukującej pracy, a jako destymulanta dla inwestora rozważającego ulokowanie nowego zakładu.

W celu uproszczenia opisu zjawiska złożonego często korzysta się z zaproponowanej przez Hellwiga (1968) tzw. zmiennej syntetycznej. Zmienna syntetyczna jest agregatem złożonym ze zmiennych diagnostycznych. Celem jej budowy jest na ogół przedstawienie za pomocą jednej wartości stanu zjawiska złożonego. Koncepcja zmiennej syntetycznej była wielokrotnie podejmowana, między innymi w pracach Bartosiewicz (1976), Strahl (1978), Cieślak (1990), Maliny i Zeliasia (1997), Batóga (2003) czy Kowalewskiego (2006). Alternatywne podejścia do analizy wielokryterialnej stanowią m. in. metody ELECTRE (Roy, 1968; Corrente, Greco, Słowiński, 2013), PROMETHEE (Brans, 1982; Behzadian i inni, 2010) czy MACBETH (Bana e Costa, Vansnick, 1994).

Wartości zmiennych diagnostycznych często wyrażone są w różnych jednostkach, co uniemożliwia ich bezpośrednią agregację (np. w zł, zł/szt, dni, niektóre są pozbawione mian). Aby doprowadzić zmienne diagnostyczne do wzajemnej porównywalności korzysta się z normalizacji. Proces normalizacji pozbawia zmienne mian, pozwala również zamienić destymulanty i nominanty w stymulanty oraz zrównać ze sobą zakresy zmienności poszczególnych zmiennych.

Artykuł stanowi polemikę z propozycją Strahl, Walesiaka (1997) dotyczącą normalizacji zmiennych w referencyjnym systemie granicznym. Jego celem jest wykazanie niekorzystnych implikacji stosowania wzorów na unitaryzację proponowanych przez Strahl i Walesiaka. W literaturze przedmiotu brak jest dyskusji metodologicznej nad tą propozycją. Inne prace poruszające tę problematykę stanowią jedynie odesłanie do ich pracy (np. Piontek, 2004) bądź są egzemplifikacją przedstawionej tam metody (np. Wrzaszcz, 2012). Konsekwencją krytyki dotychczas stosowanego podejścia jest redefinicja pojęcia progu veta oraz wyprowadzenie nowych wzorów na unitaryzację w sytuacji referencyjnego systemu granicznego. Przedstawione modyfikacje są zilustrowane przykładem empirycznym.

2. METODOLOGIA

2.1. Normalizacja

Szereg procedur normalizacyjnych można ująć w ogólny wzór (Grabiński, 1988):

$$x'_i = \left(k\frac{x_i - a}{b}\right)^p, \tag{1}$$

gdzie: x'_i – i-ta znormalizowana wartość zmiennej X; x_i – i-ta wartość zmiennej X; a, b, p, k – parametry normalizacji.

Najczęściej stosowaną procedurą normalizacyjną jest standaryzacja przebiegająca według wzoru:

$$x'_i = \frac{x_i - \overline{x}}{s}, \tag{2}$$

gdzie: $\overline{x}$ – średnia arytmetyczna zmiennej X, s – odchylenie standardowe zmiennej X.

Standaryzacja pozwala pozbyć się jednostki zmiennej. Zmienna zestandaryzowana ma zerową średnią i jednostkową wariancję. W wyniku badań przeprowadzonych przez T. Grabińskiego standaryzacja okazała się jedną z lepszych metod normalizacji z uwagi na „*wysokie skorelowanie zmiennej syntetycznej ze zmiennymi pierwotnymi oraz (...) niewielką odległość taksonomiczną zmiennej syntetycznej od zmiennych pierwotnych*" (Grabiński, 1989), co pozwala stwierdzić, że standaryzacja przenosi bez znacznych zniekształceń zmienność zmiennych pierwotnych na zmienność zmiennej syntetycznej

Budowa zmiennej syntetycznej na podstawie zmiennych standaryzowanych wymaga, aby:

1. Wszystkie zmienne były stymulantami. W przypadku, gdy zmienne nie są stymulantami, należy je przed standaryzacją przekształcić na stymulanty.
2. Zmienne nie posiadały progów veta. Standaryzacja zmiennych posiadających progi veta jest błędem, gdyż wartości spoza progu często powinny być traktowane w ten sam sposób (np. jako jednakowo złe), podczas gdy standaryzacja zawsze zachowuje zróżnicowanie.

W przypadku występowania progów veta rozwiązaniem problemu normalizacji może być unitaryzacja.

2.1. Unitaryzacja

Strahl i Walesiak (1997) wyróżniają następujące typy zmiennych mierzonych na skali przedziałowej i ilorazowej:

1. Stymulanty:

a) S_1 – bez progu veta,

b) S_2 – z progiem veta $x_{0j}^{S_2}$

2. Destymulanty:

a) D_1 – bez progu veta,

b) D_2 – z progiem veta $x_{0j}^{D_2}$,

3. Nominanty:

a) N_1 – z wartością nominalną $x_{0j}^{N_1}$,

b) N_2 – z zalecanym przedziałem wartości ograniczonym progami veta $x_{0j}^{N_2^1}$ i $x_{0j}^{N_2^2}$,

b) N_3 – z określoną wartością nominalną $x_{0j}^{N_3}$ i dopuszczalnym przedziałem wartości ograniczonym progami veta $x_{0j}^{N_3^1}$ i $x_{0j}^{N_3^2}$.

Poniżej przedstawione są wzory służące unitaryzacji poszczególnych typów zmiennych zaproponowane w pracy Strahl, Walesiaka (1997).

I. Stymulanty
1. $j \in S_1$

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}, \tag{3}$$

$z_{ij} \in [0,1]$,

gdzie: x_{ij} – wartość j-tej zmiennej w i-tym obiekcie, z_{ij} – znormalizowana wartość j-tej zmiennej w i-tym obiekcie,

2. $j \in S_2$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \min_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} \geq x_{0j}^{S_2} \\ \dfrac{x_{ij} - \max_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{S_2} \end{cases}, \tag{4}$$

$z_{ij} \in [–1,1]$.

II. Destymulanty
1. $j \in D_1$

$$z_{ij} = \frac{\max_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}, \tag{5}$$

$z_{ij} \in [0,1]$,

2. $j \in D_2$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{\max_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} \leq x_{0j}^{D_2} \\ \dfrac{\min_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{D_2} \end{cases}, \tag{6}$$

$z_{ij} \in [–1,1]$.

III. Nominanty

1. $j \in N_1$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \max\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{N_1} \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} = x_{0j}^{N_1} \\ \dfrac{\min\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{N_1} \end{cases}, \tag{7}$$

$z_{ij} \in [-1,1]$.

2. $j \in N_2$

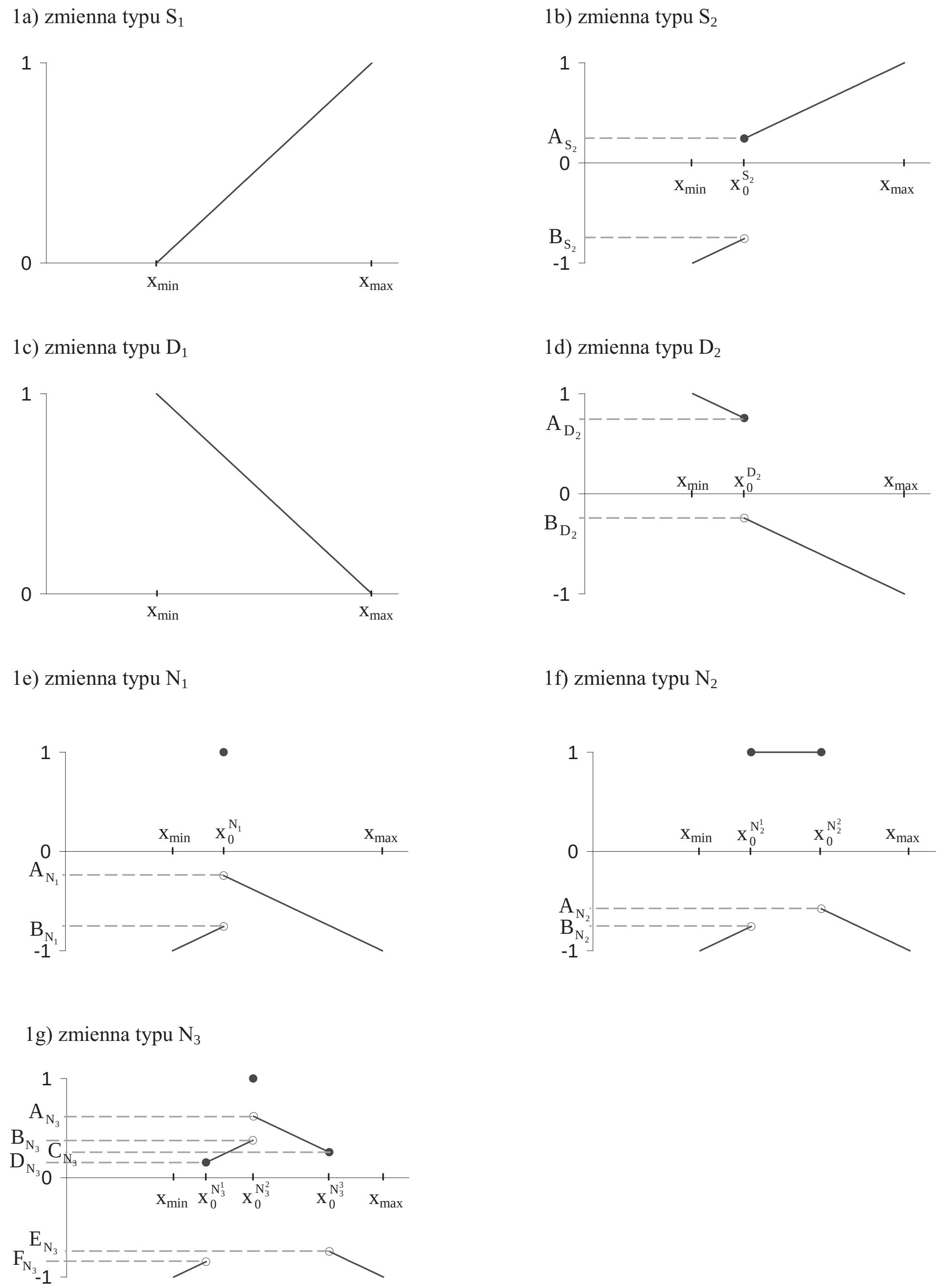
$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \max\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{N_2^1} \\ 1 & \text{dla} \quad x_{0j}^{N_2^1} \le x_{ij} \le x_{0j}^{N_2^2} \\ \dfrac{\min\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{N_2^2} \end{cases}, \tag{8}$$

$z_{ij} \in [-1,1]$.

3. $j \in N_3$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \max\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{N_3^1} \\ \dfrac{x_{ij} - \min\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{0j}^{N_3^1} \le x_{ij} < x_{0j}^{N_3} \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} = x_{0j}^{N_3} \\ \dfrac{\max\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{0j}^{N_3} < x_{ij} \le x_{0j}^{N_3^2} \\ \dfrac{\min\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{N_3^2} \end{cases}, \tag{9}$$

$z_{ij} \in [-1,1]$.



Rysunki 1a-g. Unitaryzacja z wykorzystaniem wzorów Strahl, Walesiaka (1997)

Źródło: opracowanie własne.

Rysunki 1a – 1g przedstawiają przebieg unitaryzacji przy wykorzystaniu wzorów 3 – 9. Wzory proponowane przez Strahl i Walesiaka dla zmiennych typu S_1 i D_1 nie budzą zastrzeżeń. Przekształcenie jest ciągłe. Odcinek [x_{min}, x_{max}] w sposób liniowy zamieniany jest na odcinek [0, 1]. W przypadku zmiennych typu S_2 i D_2, przy progu veta pojawia się nieciągłość. Przekroczenie progu powoduje skokowe obniżenie wartości zmiennej normalizowanej o 1. Wynika to bezpośrednio ze wzorów, gdyż:

$$\frac{x_{ij}-\max\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}=\frac{x_{ij}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}-1, \tag{10}$$

$$\frac{\min\limits_i\{x_{ij}\}-x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}=\frac{\max\limits_i\{x_{ij}\}-x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}-1, \tag{11}$$

Punkt A_{S_2} na rysunku 1b osiąga wartość $\frac{x_{0j}^{S_2}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}$, a B_{S_2} wynosi $\frac{x_{0j}^{S_2}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}-1$. Z kolei na rysunku 1d punkt A_{D_2} osiąga wartość $\frac{\min\limits_i\{x_{ij}\}-x_{0j}^{D_2}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}$, a $B_{D_2}=\frac{\min\limits_i\{x_{ij}\}-x_{0j}^{D_2}}{\max\limits_i\{x_{ij}\}-\min\limits_i\{x_{ij}\}}-1$. Najprawdopodobniej intencją Strahl i Walesiaka było swego rodzaju „ukaranie" zmiennej po przekroczeniu progu veta. W tym miejscu rodzą się jednak wątpliwości co do:

a) wielkości kary – dlaczego odejmowana jest stała o wartości 1?
b) przebiegu zmiennej znormalizowanej po przekroczeniu progu veta.

W procedurze zaproponowanej przez Strahl i Walesiaka dla zmiennych typu S_2 i D_2 przekroczenie progu veta o dowolnie małą wartość karane jest zmniejszeniem wartości zmiennej znormalizowanej o jeden. Jeżeli przyjąć, że przekroczenie progu veta jest dyskwalifikujące – tak należy interpretować odjęcie stałej – to jaki sens ma jeszcze dodatkowe różnicowanie wartości zdyskwalifikowanej zmiennej? Różnicowanie wartości wynika z liniowej zależności między zmiennymi przed i po unitaryzacji w przedziałach $[x_{\min}, x_0^{S_2})$ – w przypadku S_2 – oraz $(x_0^{S_2}, x_{\max}]$ – w przypadku D_2. Czy wykres zmiennej znormalizowanej po przekroczeniu progu veta nie powinien być płaski?

Wzory dla nominant budzą jeszcze więcej wątpliwości. W przypadku zmiennej typu N_1 wartość punktu A_{N_1} (patrz rys. 1e) wynosi $\frac{x_{0j}^{N_1} - \max_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$, a $B_{N_1} = \frac{\min_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{N_1}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$. Odchylenie od wartości nominalnej jest więc „karane" w tym przypadku o więcej niż 1, dodatkowo w różny sposób w zależności od tego czy wartość zmiennej jest większa, czy mniejsza od wartości nominalnej.

Podobnie rzecz wygląda w przypadku zmiennych typu N_2. Wartość punktu A_{N_2} (patrz rys. 1f) wynosi $\frac{x_{0j}^{N_2^1} - \max_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$, a $B_{N_2} = \frac{\min_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{N_2^2}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$. Ponownie odchylenie od przedziału nominalnego „karane" jest o więcej niż 1 i ponownie w różny sposób w zależności od tego, z której strony następuje wyjście poza przedział nominalny.

W przypadku zmiennych typu N_3 (nominant z określonym przedziałem dopuszczalnym ograniczonym progami veta) – patrz rys. 1g – pojawiają się aż trzy punkty nieciągłości: dla wartości nominalnej i obu progów veta. W otoczeniu wartości nominalnej $x_0^{N_3}$ pojawia się skok w wartości zmiennej normalizowanej, dla którego autor nie widzi uzasadnienia. Co prawda wartość zmiennej przed normalizacją nie jest na optymalnym poziomie, ale jednak w przedziale dopuszczalnym. Zmiany wartości zmiennej znormalizowanej powinny być ciągłe. Do tego „kara" nakładana na zmienną znormalizowaną zależy tu od tego czy różnica wartości zmiennej przed normalizacją od wartości nominalnej jest:

a) dodatnia – wówczas wielkość skoku w punkcie nieciągłości (wielkość „kary") wynosi $1 - A_{N_3} = \frac{x_{0j}^{N_3} - \min_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$, następnie zmiany są liniowe aż do osiągnięcia progu veta $x_{0j}^{N_3^2}$,

b) ujemna – w takim przypadku „kara" wynosi $1 - B_{N_3} = \frac{\max_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{N_3}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}$, po czym zmiany są liniowe aż do progu veta $x_{0j}^{N_3^1}$.

Po przekroczeniu progu veta, zmienna znormalizowana jest dodatkowo skokowo zmniejszana o jeden, po czym – przy coraz większym oddalaniu się od progów veta – przebieg wykresu ponownie jest liniowy.

W dalszej części przedstawione zostaną nowe propozycje unitaryzacji zmiennych w referencyjnym systemie granicznym, pozbawione niedogodności zawartych we wzorach Strahl i Walesiaka.

3. CHARAKTERYSTYKA PROGÓW VETA

Aby dokonać modyfikacji wzorów dla unitaryzacji w referencyjnym systemie granicznym, kluczową kwestią jest wyjaśnienie, czym jest próg veta. Zdaniem autora można rozróżnić następujące warianty progów veta:

1. Przekroczenie progu veta oznacza, że obiekt nie spełnia minimalnych wymagań. W tej sytuacji zmiennej syntetycznej – będącej wypadkową zmiennych znormalizowanych – należy przypisać minimalną wartość (np. 0) bez względu na to, jakie wartości mają inne zmienne opisujące obiekt. Na przykład: uczeń otrzymuje ocenę niedostateczną z jednego przedmiotu i musi powtarzać cały rok, potencjalny kredytobiorca spóźnia się ze spłatą długu określonej wielkości (został wpisany do rejestru dłużników), co powoduje dyskwalifikację jego wniosku kredytowego. Inne przykłady to np. dostawy towarów szybko psujących się. Jeżeli po 3 dniach 100% towaru ulega zepsuciu, to potencjalny dostawca powinien zostać zdyskwalifikowany, jeżeli nie jest w stanie zagwarantować szybszego terminu dostawy. Podobnie rzecz się ma, gdy dostarczymy dokumenty na przetarg po terminie. Zmienne, dla których występują progi veta w wariancie pierwszym, mogą być przydatne do wstępnej filtracji i odrzucenia zbyt słabych obiektów bez konieczności normalizowania pozostałych zmiennych opisujących obiekt.
2. Przekroczenie progu veta nie pociąga dodatkowych konsekwencji. Tu można rozważyć jeszcze dwie sytuacje:
   a) przekroczenie progu veta nie przynosi dodatkowych korzyści – na przykład oceniając przydatność poszczególnych marek samochodów można ustalić próg veta dla prędkości maksymalnej pojazdu. To czy auto jest w stanie rozwinąć prędkość maksymalną 160 czy 250 km/h nie ma znaczenia, jeżeli użytkownik nie zamierza przekraczać 140km/h (próg veta). Podobne właściwości ma współczynnik bieżącej płynności finansowej. Większość finansistów zgadza się, że powinien on przekraczać wartość 1,2 (zobacz np. Sierpińska, Jachna, 2004). Można przyjąć, że, gdy wskaźnik bieżącej płynności finansowej jest wyższy niż ta (lub inna wyznaczająca próg veta) wartość, nie ma to już znaczenia – bieżąca płynność nie jest zagrożona. W opisywanej sytuacji przekroczenie progu veta oznacza wkroczenie w obszar optymalnych wartości. Można więc stwierdzić, że taki próg veta określa nominantę z jednostronnie otwartym przedziałem nominalnym.
   b) Przekroczenie progu veta nie powoduje dodatkowych strat. W takiej sytuacji próg veta wyznacza wartość maksymalnej straty – zmiennej znormalizowanej należy przypisać możliwie najniższą wartość (np. 0). Przekroczenie progu veta nie oznacza jednak całkowitej dyskwalifikacji obiektu. Przykładem

może być np. ocena miejsca wypoczynku letniego. Niech wśród zmiennych wpływających na wybór miejsca wypoczynku będzie temperatura wody w morzu (jeziorze, rzece), a próg veta wynosi 20°C. Temperatura akwenu poniżej progu veta oznacza, że nie popływamy. Nie oznacza to jednak, że taka lokalizacja musi zostać definitywnie wykluczona ze zbioru potencjalnych miejsc wypoczynku. Jedynie w wymiarze określającym możliwości pływania zostanie jej przyznana minimalna wartość.

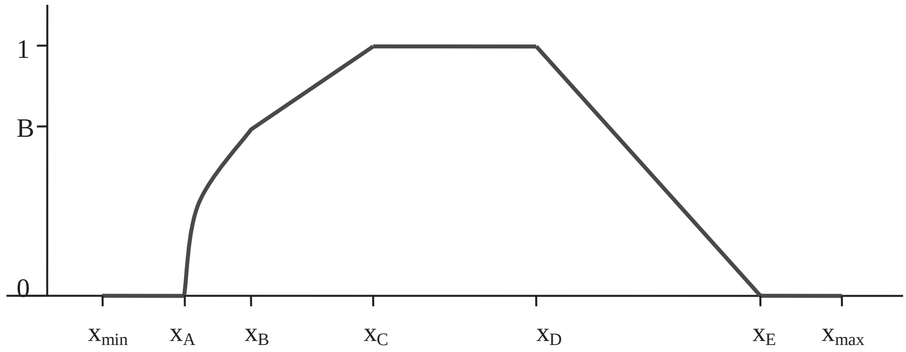
3. Przekroczenie progu veta oznacza znaczne pogorszenie atrakcyjności obiektu. Na przykład: dla osoby odśnieżającej chodnik grubość pokrywy śnieżnej jest destymulantą. Przyjmijmy, że do grubości pokrywy śnieżnej wynoszącej 10 cm problem uprzątania śniegu jest wprost proporcjonalny do jej grubości, a po przekroczeniu tej wartości – ze względu np. na zbijanie się śniegu – zależność jest funkcją kwadratową. Podobnie ma się sprawa z budową wysokościowców. Budynki do 3-pięter jest stosunkowo łatwo postawić. Wyższy budynek trzeba np. wyposażyć w windę. Im jest on wyższy tym wind powinno być więcej i ich prędkość jazdy powinna być szybsza. Należy też wykorzystać inne technologie budowy np. ze względu na ciężar budowli a czasami nawet aerodynamikę. Tego typu progi veta określają również nominantę z zalecanym przedziałem wartości. W zalecanym przedziale przekształcenie unitaryzacyjne jest funkcją stałą z wartością równą jeden. Wyjście poza zalecany przedział – przekroczenie progu veta – oznacza pogorszenie atrakcyjności obiektu. Funkcja stała zmienia się w np. funkcję liniową rosnącą lub malejącą – w zależności od tego, który próg (dolny czy górny) został przekroczony.

Opisane powyżej warianty progów veta dla poszczególnych zmiennych mogą wystąpić samodzielnie lub łącznie. Możliwość ta w kombinacji z trzema dostępnymi typami zmiennych (stymulanta, destymulanta, nominata), powoduje, że każda sytuacja wymaga odrębnego opisu za pomocą osobnych wzorów. Autor postuluje, aby w każdej sytuacji spełnione były następujące warunki:

1. Ciągłość przekształcenia unitaryzacyjnego.
2. Przekształcenie przedziału $[x_{min}, x_{max}]$ na przedział [0, 1].
3. Wartościom najlepszym/optymalnym przypisuje się wartość 1, a najgorszym wartość 0.

Przykład przekształcenia spełniającego powyższe postulaty dla nominanty z 3 wariantami progów veta przedstawia rys. 2.

Jak widać na rys. 2, przekształcenia dla progu veta w wariancie 1. oraz 2. w wersji b nie różnią się od siebie dla pojedynczej zmiennej. Próg veta w wariancie 3. wymaga określenia wartości zmiennej znormalizowanej dla progu veta (punkt B) oraz przebiegu funkcji normalizacyjnej po przekroczeniu progu veta. Z tego względu poniżej przedstawione zostaną tylko wzory na unitaryzację zmiennych w przypadku występowania progów veta w wariancie 2.



Rysunek 2. Przykładowe przekształcenie unitaryzacyjne nominanty z 3 wariantami progów veta

Legenda: x_{min} – wartość minimalna zmiennej, x_A – próg veta: wariant 1, x_B – próg veta: wariant 3, x_C – dolna wartość zalecanego przedziału wartości, x_D – górna wartość zalecanego przedziału wartości, x_E – próg veta: wariant 2, x_{max} – wartość maksymalna zmiennej, B – wartość zmiennej znormalizowanej dla progu veta w wariancie 3.

Źródło: opracowanie własne.

4. PROPOZYCJA UNITARYZACJI W REFERENCYJNYM SYSTEMIE GRANICZNYM

Ze względu na występowanie różnic w poniższej propozycji unitaryzacji w stosunku do propozycji Strahl i Walesiaka wprowadzone zostają następujące oznaczenia:

1. Stymulanty:

a) S_0 – bez progu veta.

b) S_a – z progiem veta w wariancie 2a $x_{0j}^{S_a}$.

c) S_b – z progiem veta w wariancie 2b $x_{0j}^{S_b}$.

d) $S_{a,b}$ – z progami veta w wariantach 2a – $x_{0j}^{S_a}$ oraz 2b – $x_{0j}^{S_b}$.

2. Destymulanty:

a) D_0 – bez progu veta.

b) D_a – z progiem veta $x_{0j}^{D_a}$ w wariancie 2a.

c) D_b – z progiem veta $x_{0j}^{D_b}$ w wariancie 2b.

d) $D_{a,b}$ – z progami veta w wariantach 2a – $x_{0j}^{D_a}$ oraz 2b – $x_{0j}^{D_b}$.

3. Nominanty:

a) N_0 – z zalecanym przedziałem wartości ograniczonym wartościami $x_{0j}^{N_D}$ i $x_{0j}^{N_G}$ przy czym: $x_{0j}^{N_D} \leq x_{0j}^{N_G}$.

W przypadku, gdy granice przedziału są równe, mamy do czynienia z nominantą o ustalonej wartości nominalnej.

b) N_{b1} – z zalecanym przedziałem jak dla N_0 oraz z progiem veta $x_{0j}^{N_{b1}}$ w wariancie 2b, przy czym $x_{0j}^{N_{b1}} < x_{0j}^{N_D}$.

c) N_{b2} – z zalecanym przedziałem jak dla N_0 oraz z progiem veta $x_{0j}^{N_{b2}}$ w wariancie 2b, przy czym $x_{0j}^{N_{b2}} > x_{0j}^{N_G}$.

d) $N_{b1\text{-}b2}$ – z zalecanym przedziałem jak dla N_0 oraz z progami veta w wariantach 2b: $x_{0j}^{N_{b1}} < x_{0j}^{N_D}$.

Dla tak zdefiniowanych typów zmiennych proponuje się następujące przekształcenia unitaryzacyjne:

I Stymulanty

1. $j \in S_0$

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i\{x_{ij}\}}{\max_i\{x_{ij}\} - \min_i\{x_{ij}\}}, \tag{12}$$

2. $j \in S_a$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \min_i\{x_{ij}\}}{x_{0j}^{S_a} - \min_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{S_a} \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} \geq x_{0j}^{S_a} \end{cases}, \tag{13}$$

3. $j \in S_b$

$$z_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{S_b} \\ \dfrac{x_{ij} - x_{0j}^{S_b}}{\max_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{S_b}} & \text{dla} \quad x_{ij} \geq x_{0j}^{S_b} \end{cases}, \tag{14}$$

4. $j \in S_{a,b}$

$$z_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{S_b} \\ \dfrac{x_{ij} - x_{0j}^{S_b}}{x_{0j}^{S_a} - x_{0j}^{S_b}} & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left[x_{0j}^{S_b}, x_{0j}^{S_a}\right] \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{S_a} \end{cases}, \tag{15}$$

II. Destymulanty

1. $j \in D_0$

$$z_{ij} = \frac{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - \min\limits_i\{x_{ij}\}}, \tag{16}$$

2. $j \in D_a$

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad x_{ij} \le x_{0j}^{D_a} \\ \dfrac{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{D_a}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{D_a} \end{cases}, \tag{17}$$

3. $j \in D_b$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{0j}^{D_b} - x_{ij}}{x_{0j}^{D_b} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{D_b} \\ 0 & \text{dla} \quad x_{ij} \ge x_{0j}^{D_b} \end{cases} \tag{18}$$

4. $j \in D_{a,b}$

$$z_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{D_a} \\ \dfrac{x_{0j}^{D_b} - x_{ij}}{x_{0j}^{D_b} - x_{0j}^{D_a}} & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left[x_{0j}^{D_a}, x_{0j}^{D_b}\right], \\ 0 & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{D_b} \end{cases} \tag{19}$$

III. Nominanty

1. $j \in N_0$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \min\limits_i\{x_{ij}\}}{x_{0j}^{N_D} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{N_D} \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left[x_{0j}^{N_D}, x_{0j}^{N_G}\right], \\ \dfrac{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{N_G}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{N_G} \end{cases} \tag{20}$$

2. $j \in N_{b1}$

$$z_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad x_{ij} \le x_{0j}^{N_{b1}} \\ \dfrac{x_{ij} - x_{0j}^{N_{b1}}}{x_{0j}^{N_D} - x_{0j}^{N_{b1}}} & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left(x_{0j}^{N_{b1}}, x_{0j}^{N_D}\right) \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left[x_{0j}^{N_D}, x_{0j}^{N_G}\right], \\ \dfrac{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max\limits_i\{x_{ij}\} - x_{0j}^{N_G}} & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{N_G} \end{cases} \tag{21}$$

3. $j \in N_{b2}$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - \min\limits_i\{x_{ij}\}}{x_{0j}^{N_D} - \min\limits_i\{x_{ij}\}} & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{N_D} \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left[x_{0j}^{N_D}, x_{0j}^{N_G}\right], \\ \dfrac{x_{0j}^{N_{b2}} - x_{ij}}{x_{0j}^{N_{b2}} - x_{0j}^{N_G}} & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left(x_{0j}^{N_G}, x_{0j}^{N_{b2}}\right) \\ 0 & \text{dla} \quad x_{ij} > x_{0j}^{N_G} \end{cases} \tag{22}$$

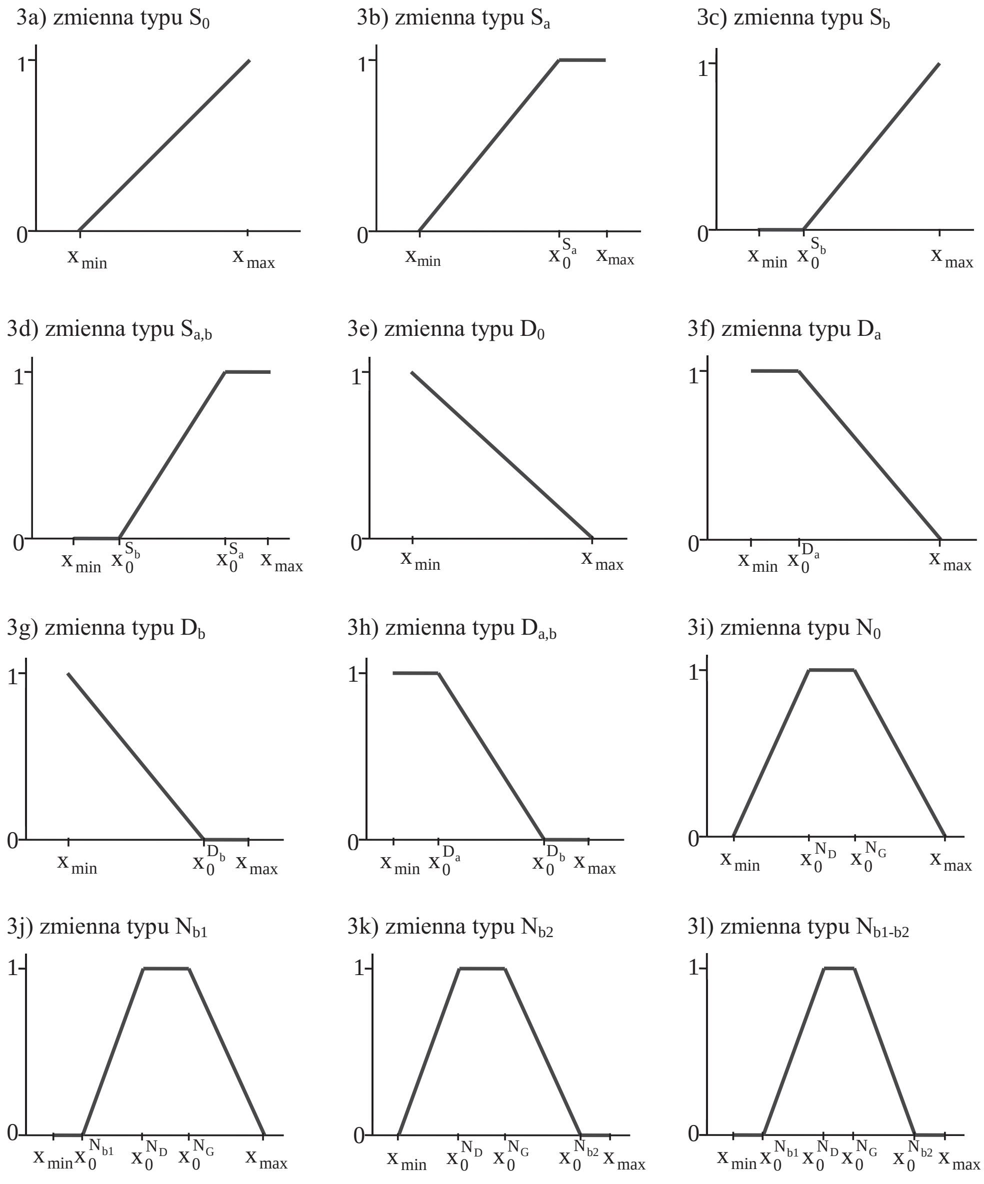
4. $j \in N_{b1-b2}$

$$z_{ij} = \begin{cases} \dfrac{x_{ij} - x_{0j}^{N_{b1}}}{x_{0j}^{N_D} - x_{0j}^{N_{b1}}} & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left(x_{0j}^{N_{b1}}, x_{0j}^{N_D}\right) \\ 1 & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left[x_{0j}^{N_D}, x_{0j}^{N_G}\right] \\ \dfrac{x_{0j}^{N_{b2}} - x_{ij}}{x_{0j}^{N_{b2}} - x_{0j}^{N_G}} & \text{dla} \quad x_{ij} \in \left(x_{0j}^{N_G}, x_{0j}^{N_{b2}}\right) \\ 0 & \text{dla} \quad x_{ij} < x_{0j}^{N_{b1}} \vee x_{ij} > x_{0j}^{N_{b2}} \end{cases}, \tag{23}$$

Dysponując znormalizowanymi wartościami zmiennych diagnostycznych, można wyznaczyć wartość zmiennej syntetycznej:

$$s_i = \sum_{j=1}^{m} w_j z_{ij} , \tag{24}$$

gdzie: s_i – wartość zmiennej syntetycznej i-tego obiektu, w_j – waga j-tej zmiennej diagnostycznej.



Rysunki 3a-l. Unitaryzacja z wykorzystaniem wzorów 12 – 23

Wykorzystanie wag przy konstrukcji zmiennej syntetycznej pozwala na uwzględnienie preferencji w stosunku do zmiennych diagnostycznych. Większa waga oznacza większy transfer informacji zawartej w zmiennej diagnostycznej postrzeganej jako bardziej istotnej dla oceny zjawiska. Problem doboru wag w_j wykracza poza zakres artykułu i nie będzie tu szerzej omawiany. Najczęściej stosowany jest system wag jednakowych, równych 1/m. Mogą też być ustalane na podstawie opinii ekspertów, lub metod statystycznych (zobacz np. Borys, 1984; Abrahamowicz, Zając, 1986; Milligan, 1989).

5. PRZYKŁAD EMPIRYCZNY

W celu zilustrowania praktycznego zastosowania proponowanych przekształceń i porównania wyników z wcześniejszymi propozycjami, wykorzystany zostanie przykład użyty w pracy Strahl i Walesiaka. Na podstawie 7 zmiennych diagnostycznych dla 14 banków w Polsce wyznaczone zostaną wartości zmiennych syntetycznych. Wartości te posłużą konstrukcji rankingu banków. Zestawienie danych prezentuje tabela 1. W badaniu uwzględnione zostały następujące zmienne:
X_1 – udział należności nieregularnych w kredytach (destymulanta D_0),
X_2 – rentowność netto (S_b, próg veta: $x_{0,2} = 0$),
X_3 – stopa zwrotu z kapitału (S_b, próg veta: $x_{0,3} = 10$),
X_4 – zwrot na aktywach (S_b, próg veta: $x_{0,3} = 1$),
X_5 – współczynnik wypłacalności (S_b, próg veta: $x_{0,5} = 8$),
X_6 – płynność banku (S_a, próg veta: $x_{0,6} = 90$),
X_7 – fundusze podstawowe banku (S_b, próg veta: $x_0 = 0$).

Tabela 1.

Wartości zmiennych charakteryzujące wybrane banki

Lp.	Nazwa banku	Zmienna						
		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
1	Bank Przemysłowo Handlowy SA	24,2	27,9	72,8	5,4	15,1	89,0	291,7
2	Bank Śląski SA	47,3	20,2	97,2	4,6	14,8	69,0	295,7
3	Bank Zachodni SA	33,3	24,1	55,5	4,6	19,1	90,0	207,1
4	Powszechny Bank Kredytowy SA	29,4	16,7	75,6	3,2	20,6	70,0	195,6
5	Powszechny Bank Gospodarczy SA	6,8	16,5	73,2	1,8	18,0	70,0	121,1
6	Wielkopolski Bank Kredytowy SA	25,1	11,5	77,0	2,5	10,6	102,0	82,4
7	Pomorski Bank Kredytowy SA	35,2	12,8	41,9	2,8	15,5	64,7	156,0
8	Bank Depozytowo-Kredytowy SA	30,4	18,3	44,3	3,8	23,7	73,4	158,9
9	Bank Gdański SA	27,9	16,1	48,9	4,1	34,1	68,3	228,8
10	Polski Bank Inwestycyjny SA	0,4	2,0	13,3	0,4	13,6	73,0	105,9
11	PKO BP	15,9	2,8	19,2	0,7	9,5	66,3	668,6
12	PEKAO SA	68,6	2,0	6,7	0,2	14,2	64,0	617,4
13	BISE SA	24,5	3,1	2,1	0,6	85,1	171,0	21,9
14	Invest Bank SA	4,4	1,9	10,2	0,7	8,6	126,0	21,5

Źródło: Gazeta Bankowa nr 26 z dnia 25.06.1995 r. cyt. za: Strahl, Walesiak 1997.

Zmiennej X_1 można by także nadać próg veta w wariancie 1. Zrezygnowano jednak z tego ze względu na trudność w ustaleniu wartości takiego progu veta. Zmienna X_6 często traktowana jest jak nominanta (porównaj np. Sierpińska, Jachna, 2004) – tak było u Strahl i Walesiaka. Autor jest jednak zdania, że nadmierna płynność nie jest czynnikiem zagrażającym działalności banku i dlatego zmienna ta potraktowana zostanie jako stymulanta z progiem veta w wariancie 2a.

Tabela 2 zawiera znormalizowane wartości poszczególnych zmiennych oraz ranking banków uzyskany przez Strahl i Walesiaka oraz dla proponowanego tu sposobu unitaryzacji. Wynika z niej, że poszczególne metody dały nieco odmienne rezultaty uporządkowania banków (kolumny R_1 i R_2), choć różnica w uzyskanych rangach dla

Tabela 2.

Wartości znormalizowane oraz ranking banków

Lp.	Nazwa banku	Zmienna po unitaryzacji							Miara syntetyczna s_i	R_1	R_2
		Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7			
1	Bank Przemysłowo Handlowy SA	0,65	1,00	0,72	1,00	0,09	0,96	0,44	0,69	1	3
2	Bank Śląski SA	0,31	0,72	1,00	0,82	0,09	0,19	0,44	0,51	3	4
3	Bank Zachodni SA	0,52	0,86	0,52	0,82	0,14	1,00	0,31	0,60	2	1
4	Powszechny Bank Kredytowy SA	0,57	0,60	0,75	0,50	0,16	0,23	0,29	0,44	6	6
5	Powszechny Bank Gospodarczy SA	0,91	0,59	0,72	0,18	0,13	0,23	0,18	0,42	8	7
6	Wielkopolski Bank Kredytowy SA	0,64	0,41	0,77	0,34	0,03	1,00	0,12	0,47	4	2
7	Pomorski Bank Kredytowy SA	0,49	0,46	0,37	0,41	0,10	0,03	0,23	0,30	11	9
8	Bank Depozytowo-Kredytowy SA	0,56	0,66	0,39	0,64	0,20	0,36	0,24	0,44	7	8
9	Bank Gdański SA	0,60	0,58	0,45	0,70	0,34	0,17	0,34	0,45	5	5
10	Polski Bank Inwestycyjny SA	1,00	0,07	0,04	0,00	0,07	0,35	0,16	0,24	13	11
11	PKO BP	0,77	0,10	0,11	0,00	0,02	0,09	1,00	0,30	10	12
12	PEKAO SA	0,00	0,07	0,00	0,00	0,08	0,00	0,92	0,15	14	14
13	BISE SA	0,65	0,11	0,00	0,00	1,00	1,00	0,03	0,40	9	13
14	Invest Bank SA	0,94	0,07	0,00	0,00	0,01	1,00	0,03	0,29	12	10

R_1 – ranking banków według proponowanej metody, R_2 – ranking banków uzyskany przez Strahl i Walesiaka (1997).

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2.

obu propozycji na ogół nie przekracza 2. Wyjątkiem jest BISE SA, który zajął 9-te miejsce według nowej propozycji, a 13 w badaniu Strahl i Walesiaka. Różnica ta wynika głównie z odmiennego potraktowania zmiennej X_6 w obu badaniach i przypisaniu zmiennej znormalizowanej Z_6 wartości maksymalnej w tym badaniu oraz wartości minimalnej w pracy Strahl i Walesiaka.

Zamieszczony przykład ma jedynie charakter ilustratywny. Same różnice w porządkowaniu obiektów według poszczególnych metod nie pozwalają na stwierdzenie, która z nich jest lepsza. Takie rozstrzygnięcie byłoby możliwe w przypadku istnienia jakiegoś uporządkowania wzorcowego, do którego można by odnieść uzyskane wyniki. W tym przypadku istotniejsze jest wcześniejsze zaakceptowanie własności metod. Zgłoszone wcześniej niedogodności metody Strahl i Walesiaka – m.in. brak ciągłości przekształcenia unitaryzacyjnego – skłaniają autora do preferowania uporządkowania banków uzyskanego według własnej propozycji.

6. PODSUMOWANIE

Budowa zmiennej syntetycznej wymaga przeprowadzenia normalizacji zmiennych. W przypadku występowania progów veta uzasadnioną procedurą normalizacyjną jest unitaryzacja. Kluczową kwestią wymagającą określenia jest ocena wpływu przekroczenia progu veta przez zmienną diagnostyczną na zjawisko złożone. Wyróżnić można następujące warianty progów veta:

1. Przekroczenie progu veta oznacza, że obiekt nie spełnia minimalnych wymagań.
2. Przekroczenie progu veta nie pociąga dodatkowych konsekwencji.
3. Przekroczenie progu veta oznacza znaczne pogorszenie atrakcyjności obiektu.

Sposób unitaryzacji musi uwzględniać typ progu veta oraz rodzaj zmiennej (stymulanta, destymulanta, nominata), z którymi badacz ma do czynienia. Ponadto poszczególne progi veta mogą pojawić się pojedynczo lub w kombinacji. Zaproponowane powyżej wzory na unitaryzację zmiennych w przypadku występowania progów veta w wariancie 2, w przeciwieństwie do przedstawionych przez Strahl i Walesiaka (1997), spełniają postulaty:

a) ciągłości przekształcenia,
b) przekształcenia przedziału [xmin, xmax] na przedział [0, 1],
c) przypisania wartościom optymalnym liczby 1, a wartościom ocenianym najgorzej – 0.

Dzięki temu unika się gwałtownych skoków w wartości zmiennej diagnostycznej po unitarazycji w otoczeniu progu veta. Co za tym idzie, ewentualne małe różnice w wartościach przed normalizacją nie są przekładane na duże różnice po jej przeprowadzeniu – różnice te nie są zniekształcane.

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu

LITERATURA

Abrahamowicz M., Zając K., (1986), Metoda ważenia zmiennych w taksonomii numerycznej i procedurach porządkowania liniowego, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, nr 328, 5–17.

Bana e Costa C. A., Vansnick J. C., (1994), MACBETH – An Interactive Path Towards the Construction of Cardinal Value Functions, *International Transactions in Operational Research*, 1 (4), 489–500.

Batóg J., (2003), Klasyfikacja obiektów w przypadku agregacji danych, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, nr 365 (Metody ilościowe w ekonomii), 14, 35–44.

Behzadian M., Kazemzadeh R. B., Albadvi A., Aghdasi M., (2010), PROMETHEE: A Comprehensive Literature Review on Methodologies and Applications, *European Journal of Operational Research*, 200 (1), 198–215.

Borys T., (1984), Kategoria jakości w statystycznej analizie porównawczej, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, nr 284.

Brans J. P., (1982), L'ingénierie de la décision. Elaboration d'instruments d'aide à la décision. Méthode PROMETHEE, w: Nadeau R., Landry M., (red.), *L'aide a la Décision: Nature, Instruments et Perspectives d'avenir*, Presses de l'Université Laval, Québec, 183–214.

Cieślak M., (1990), Zagadnienie „ruchomego celu" w wielowymiarowej analizie porównawczej, *Przegląd Statystyczny*, 37 (1–2), 25–35.

Grabiński T., (1988), Metody statystycznej analizy porównawczej, w: Zeliaś A., (red.), *Metody statystyki międzynarodowej*, PWE, Warszawa, 235–260.

Grabiński T., (1989), Funkcje i mierniki odległości, w: Zeliaś A., (red.), *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa, 19–35.

Hellwig Z., (1968), Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasady i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, 5 (4), 307–326.

Jajuga K., (1993), *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Kowalewski G., (2006), Jeszcze o nominantach w metodach porządkowania liniowego zbioru obiektów, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, nr 1126, (Taksonomia 13, Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania), 519–528.

Kukuła K., (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Malina A., Zeliaś A., (1997), O budowie taksonomicznej miary jakości życia, w: Jajuga K., Walesiak M., (red.), *Klasyfikacja i analiza danych: teoria i zastosowania*, Taksonomia, zeszyt 4, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław, 238–262.

Milligan G. W., (1989), A Validation Study of a Variable Weighting Algorithm for Cluster Analysis, *Journal of Classification*, 1, 53–71.

Piontek K., (2004), Metodologia, w: Ronka-Chmielowiec W., (red.), *Zastosowanie metod ekonometryczno-statystycznych w zarzadzaniu finansami zakładów ubezpieczeń*, Wydawnictwo AE we Wrocławiu, Wrocław.

Roy B., (1968), Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE), *La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationelle*, 2 (8), 57–75.

Sierpińska M., Jachna T., (2004), *Ocena przedsiębiorstwa według standardów światowych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Strahl D., (1978), Propozycja konstrukcji miary syntetycznej, *Przegląd Statystyczny*, 25 (2), 205–215.

Strahl D., Walesiak M., (1997), Normalizacja zmiennych w skali przedziałowej i ilorazowej w referencyjnym systemie granicznym, *Przegląd Statystyczny*, 44 (1), 69–77.

Wrzaszcz W., (2012), Czynniki kształtujące zrównoważenie gospodarstw rolnych, *Journal of Agribusiness and Rural Development*, 2 (24), 285–296.

UWAGI DO UNITARYZACJI ZMIENNYCH W REFERENCYJNYM SYSTEMIE GRANICZNYM

Streszczenie

Artykuł stanowi polemikę z propozycją Strahl i Walesiaka (1997) dotyczącą unitaryzacji zmiennych w referencyjnym systemie granicznym. Wykazane zostały niekorzystne implikacje stosowania wzorów na unitaryzację proponowanych przez Strahl i Walesiaka. Aby dokonać modyfikacji wzorów dla unitaryzacji w referencyjnym systemie granicznym, kluczową kwestią jest wyjaśnienie, czym jest próg veta. Zdaniem autora można rozróżnić następujące warianty progów veta:

1. Przekroczenie progu veta oznacza, że obiekt nie spełnia minimalnych wymagań.
2. Przekroczenie progu veta nie pociąga dodatkowych konsekwencji. Tu można rozważyć jeszcze dwie sytuacje:

a) przekroczenie progu veta nie przynosi dodatkowych korzyści,
b) przekroczenie progu veta nie powoduje dodatkowych strat.

3. Przekroczenie progu veta oznacza znaczne pogorszenie atrakcyjności obiektu.

Wskazane wyżej warianty progów veta mogą wystąpić samodzielnie lub łącznie. Możliwość ta w kombinacji z trzema dostępnymi typami zmiennych (stymulanta, destymulanta, nominata), powoduje, że każda sytuacja wymaga odrębnego opisu za pomocą osobnych wzorów. Autor postuluje, aby w każdej sytuacji spełnione były następujące warunki:

1. Ciągłość przekształcenia unitaryzacyjnego.
2. Przekształcenie przedziału [xmin, xmax] na przedział [0, 1].
3. Wartościom najlepszym/optymalnym przypisuje się wartość 1, a najgorszym wartość 0.

Dla wymienionych wyżej warunków autor proponuje nowe wzory w sytuacji występowania progów veta. Propozycja jest zilustrowana przykładem empirycznym.

Słowa kluczowe: wielowymiarowa analiza porównawcza, normalizacja, unitaryzacja, próg veta

NOTES TO UNITARISATION VARIABLES IN THE BORDER REFERENCE SYSTEM

Abstract

The article is a polemic with the proposal of Strahl and Walesiak (1997) concerning unitarisation variables in the border reference system. Shown are adverse implications of the unitarisation model proposed by Strahl and Walesiak. To be able to modify formulas for unitarisation in the border reference system, the key issue is to clarify what is the veto threshold. According to the author, one can distinguish the following variants of the veto thresholds:

1. The veto threshold means that the object does not meet the minimum requirements.
2. The veto threshold does not implicate additional consequences. Here you can consider two situations:

a) transgression of the veto threshold does not bring additional benefits,
b) transgression of the veto threshold does not cause additional losses.

3. Transgression of the veto threshold means a significant deterioration in the attractiveness of the object.

The above variants of veto thresholds may occur alone or together. This possibility, in combination with the three possible types of variables (a stimulant, destimulant, nominant) causes that each situation requires a separate description with the use particular formulas. The author postulates that in each situation following conditions should be met:

1. Continuity of unitarisation transformation.
2. Transformation of the interval [xmin, xmax] to the interval [0, 1].
3. Best / optimal values are assigned a value of 1, and the worst values of 0.

For the above terms the author proposes new models in the case of presence of veto thresholds. The proposal is illustrated by an empirical example.

Keywords: multidimensional comparative analysis, normalization, veto threshold