

PORZĄDKOWANIE LINIOWE – BŁĘDY PRZY INTERPRETACJI WYNIKÓW ORAZ SPOSÓB ICH ELIMINACJI

Marta Jarocka

Katedra Informatyki Gospodarczej i Logistyki
Politechnika Białostocka
e-mail: m.jarocka@pb.edu.pl

Streszczenie: Ideą porządkowania liniowego obiektów wielocechowych jest konstrukcja wskaźnika syntetycznego, na podstawie którego przeprowadza się analizę porównawczą. W badaniach empirycznych często pojawiają się problemy przy interpretacji wyników takiego uszeregowania, które wynikają między innymi z nieznacznych różnic w wartościach otrzymanej zmiennej syntetycznej. W artykule dokonano analizy wartości wskaźnika rankingu polskich uczelni oraz wskazano wady liniowego porządkowania. Następnie, w celu zniwelowania negatywnych skutków nieznacznych różnic pomiędzy wynikami kolejnych porównywanych obiektów zaproponowano procedurę skorygowania rezultatów liniowego rankingu z wykorzystaniem metody grupowania E. Nowaka. W pracy ukazano, iż rekomendowany algorytm postępowania jest również przydatny, gdy w zbiorze cech kryterialnych znajdują się takie, które charakteryzują się tak zwaną zdolnością grupowania.

Słowa kluczowe: porządkowanie liniowe, ranking, grupowanie, metoda Nowaka, uczelnie

WPROWADZENIE

Metody porządkowania liniowego są często wykorzystywane w badaniach empirycznych [Balicki 2009, Mikulec 2008, Łuniewska, Tarczyński 2006]. W analizach porównawczych wartości zmiennej syntetycznej, na podstawie których szereguje się obiekty od „najlepszego” do „najgorszego”, mogą nieznacznie różnić się pomiędzy sobą. Wówczas istnieje duże prawdopodobieństwo błędnej interpretacji otrzymanych rezultatów wynikającej z dywersyfikowania pozycji jednostek, pomiędzy którymi nie ma widocznych różnic w zdefiniowanej – za pomocą cech diagnostycznych – jakości. W celu

zobrazowania tego problemu w artykule dokonano analizy wartości zagregowanej zmiennej, na podstawie której powstał Ranking Szkół Wyższych 2012 „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” [Strona internetowa Perspektyw 2012].

ANALIZA WARTOŚCI ZMIENNEJ SYNTETYCZNEJ

Zagregowana zmienna, na podstawie wartości której uszeregowano polskie uczelnie akademickie, przyjmuje wartości w przedziale 17,03 – 100. Analizując pozycyjne parametry, przedstawione w Tabeli 1, stwierdzono, że połowa uczelni otrzymała wynik nie wyższy niż 35,28, zaś dla 75% ocenianych szkół wyższych wartość syntetycznego wskaźnika nie przekroczyła liczby 52,88. Świadczy to o silnej prawostronnej asymetrii analizowanego rozkładu, czyli większość uczelni otrzymała niskie wartości zmiennej agregatywnej.

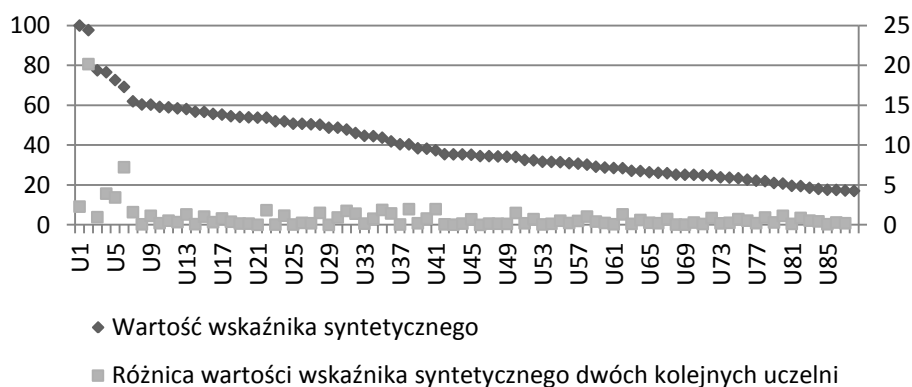
Tabela 1. Podstawowe statystyki zmiennej syntetycznej oraz różnicy wartości zmiennej syntetycznej dwóch kolejnych uczelni

Wyszczególnienie	Min	Max	Mediana	Q1	Q3
Wartość zmiennej syntetycznej	17,03	100	35,28	26,03	52,88
Różnica wartości zmiennej syntetycznej dwóch kolejnych uczelni	0,0017	20,16	0,35	0,15	1,04

Źródło: opracowanie własne

Graficzną strukturę wartości wskaźnika syntetycznego oraz różnice tych wartości dla dwóch kolejnych uczelni zobrazowano na Rysunku 1. W celu uniknięcia pełnych nazw 88 ocenianych szkół wyższych wprowadzono oznaczenia U1, U2, ..., U88, które wynikają z ich pozycji na opublikowanej w 2012 roku liście rankingowej.

Rysunek 1. Wartości wskaźnika syntetycznego oraz różnice tych wartości dwóch kolejnych uczelni w Rankingu Uczelni Akademickich 2012 „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej”



Źródło: opracowanie własne

Przykładowe skupienia uczelni, których wyniki oceny są bardzo podobne zaznaczono na Rysunku 2. Rozrzut analizowanych jednostek potwierdza zatem fakt, iż szeregowanie uczelni na podstawie wartości zmiennej syntetycznej może przyczynić się do nadania różnych pozycji uczelniom na liście rankingowej pomimo braku znaczących różnic w ich „jakości”.

PROCEDURA GRUPOWANIA NOWAKA

W celu zniwelowania negatywnych skutków nieznaczących różnic pomiędzy wartościami wskaźników syntetycznych, proponuje się skorygowanie rezultatów liniowej hierarchizacji uczelni poprzez przeprowadzenie klasyfikacji ocenianych jednostek, opierającej się na odległościach pomiędzy sąsiednimi, uporządkowanymi nierosnąco uczelniami. Postulowana procedura grupowania, zaproponowana przez E. Nowaka [Nowak 1990], sprowadza się do analizy różnic w poziomie wartości cechy syntetycznej i przebiega według następujących kroków:

1. wyznaczenie różnic w poziomie wartości cechy syntetycznej obiektów będących bezpośrednimi sąsiadami, w uporządkowanym nierosnąco liniowym ich ciągu:

$$\Delta z_{i,i+1} = z_i - z_{i+1}, i = 1, 2, \dots, n-1; \quad (1)$$

2. wyliczenie, na podstawie przyrostów $\Delta z_{i,i+1}$, odległości granicznej wyrażonej wzorem:

$$z^* = \bar{\Delta z} + u s_{\Delta z}, \quad (2)$$

gdzie:

$$\bar{\Delta z} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \Delta z_{i,i+1}, \quad (3)$$

$$s_{\Delta z} = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} (\Delta z_{i,i+1} - \bar{\Delta z})^2 \right]^{1/2}, \quad (4)$$

u – oznacza dowolną, obraną przez badacza, liczbę rzeczywistą z przedziału $[0,2]$, przy czym, im mniejsza jej wartość, tym bardziej szczegółowy podział (więcej grup typologicznych);

3. wyodrębnienie grup obiektów według następujących zaleceń: te obiekty, które w uporządkowanym nierosnąco ciągu realizacji cechy syntetycznej spełniają nierówność:

$$\Delta z_{i,i+1} \geq z^* \quad (5)$$

stanowią granicę podziału zbioru porównywalnych obiektów. Grupę podobnych obiektów stanowią tylko te jednostki, dla których odległości pomiędzy obiektami sąsiednimi spełniają nierówność:

$$\Delta z_{i,i+1} < z^* \quad (6)$$

Zaproponowaną powyżej koncepcję klasyfikacji obiektów zilustrowano przykładem empirycznym.

SKORYGOWANIE WYNIKÓW RANKINGU UCZELNI

Badanie przeprowadzono z wykorzystaniem 33 cech kryterialnych*, na podstawie których dokonano porządkowania polskich uczelni akademickich w 2012 roku w rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej”. Na podstawie wartości wskaźnika syntetycznego przeprowadzono analizę różnic w poziomach jej wartości pomiędzy kolejnymi uczelniami. Z wykorzystaniem wzoru (2) wyznaczono wartości odległości granicznych z^* , przy czym przeanalizowano cztery jej warianty, w zależności od przykładowo przyjętego poziomu u . Wyniki uzyskanych klasyfikacji uczelni, w zależności od u równego odpowiednio 0, 0,5, 1 oraz 2 zaprezentowano w Tabeli 2.

Tabela 2. Klasyfikacja uczelni przy różnych wariantach u

Pozycja uczelni	Symbol uczelni	Wartość cechy syntet. z_i , $i = 1, \dots,$ 88	$u=0$ $z^* = 0,0094$		$u=0,5$ $z^* = 0,0210$		$u=1$ $z^* = 0,0327$		$u=2$ $z^* = 0,0559$	
			$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
1	U1	1,0000	0,0229	1	0,0229	1	0,0229	1	0,0229	1
2	U2	0,9771	0,2016	2	0,2016	2	0,2016	2	0,2016	2
3	U3	0,7755	0,0097	3	0,0097	3	0,0097	3	0,0097	3
4	U4	0,7658	0,0392	4	0,0392		0,0392		0,0392	
5	U5	0,7266	0,0344	5	0,0344	4	0,0344	4	0,0344	
6	U6	0,6922	0,0723	6	0,0723	5	0,0723	5	0,0723	
7	U7	0,6199	0,0159	7	0,0159	6	0,0159	6	0,0159	4
8	U8	0,6039	0,0007	8	0,0007		0,0007		0,0007	
9	U9	0,6032	0,0113		0,0113		0,0113		0,0113	
10	U10	0,5919	0,0021	9	0,0021		0,0021		0,0021	
11	U11	0,5898	0,0053		0,0053	0,0053	0,0053			
12	U12	0,5845	0,0035		0,0035	0,0035	0,0035			
13	U13	0,5811	0,0131		0,0131	0,0131	0,0131			

* ze względu na ograniczoną objętość artykułu, nie wymieniono cech kryterialnych, które dostępne są na stronie internetowej Perspektyw: www.perspektywy.pl

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
14	U14	0,5680	0,0009	10	0,0009	6	0,0009	6	0,0009	4
15	U15	0,5671	0,0104		0,0104		0,0104			
16	U16	0,5567	0,0034	11	0,0034		0,0034		0,0034	
17	U17	0,5533	0,0080		0,0080		0,0080			
18	U18	0,5453	0,0040		0,0040		0,0040			
19	U19	0,5413	0,0017		0,0017		0,0017			
20	U20	0,5397	0,0016	12	0,0016		0,0016		0,0016	
21	U21	0,5381	0,0001		0,0001		0,0001			
22	U22	0,5380	0,0184	0,0184	0,0184					
23	U23	0,5196	0,0004	12	0,0004		0,0004		0,0004	
24	U24	0,5192	0,0115		0,0115	0,0115				
...			
63	U63	0,2713	0,0012	23	0,0012	0,0012	0,0012			
64	U64	0,2701	0,0061		0,0061	0,0061				
65	U65	0,2640	0,0027		0,0027	0,0027				
66	U66	0,2613	0,0021		0,0021	0,0021				
67	U67	0,2592	0,0073		0,0073	0,0073				
68	U68	0,2519	0,0004		0,0004	0,0004				
69	U69	0,2515	0,0003		0,0003	0,0003				
70	U70	0,2512	0,0029		0,0029	0,0029				
71	U71	0,2483	0,0011		0,0011	0,0011				
72	U72	0,2472	0,0086		0,0086	0,0086				
73	U73	0,2386	0,0019		0,0019	0,0019				
74	U74	0,2367	0,0026		0,0026	0,0026				
75	U75	0,2341	0,0072		0,0072	0,0072				
76	U76	0,2269	0,0053		0,0053	0,0053				
77	U77	0,2216	0,0022		0,0022	0,0022				
78	U78	0,2194	0,0092		0,0092	0,0092				
79	U79	0,2102	0,0030		0,0030	0,0030				
80	U80	0,2072	0,0113	0,0113	0,0113					
81	U81	0,1958	0,0013	24	0,0013	0,0013	0,0013			
82	U82	0,1946	0,0087		0,0087	0,0087				
83	U83	0,1859	0,0053		0,0053	0,0053				
84	U84	0,1805	0,0044		0,0044	0,0044				
85	U85	0,1762	0,0008		0,0008	0,0008				
86	U86	0,1753	0,0030		0,0030	0,0030				
87	U87	0,1724	0,0020		0,0020	0,0020				
88	U88	0,1703	-		-	-				

Legenda: W tabeli wyróżniono realizacje różnic wartości zmiennych syntetycznych spełniających nierówność (6).

Źródło: opracowanie własne

Z analizy wyników klasyfikacji uczelni można wnioskować, że wraz ze wzrostem wartości u , maleje liczba wyodrębnianych klas uczelni. Dla $u=0$ uzyskano 24 grupy szkół wyższych, zaś dla $u=2$ – tylko 4. Przyjęcie wysokiej wartości u do wyliczenia granicy podziału szkół wyższych na grupy podobnych do siebie pod względem uzyskanego wyniku oceny jednostek, przyczynia się do zaniknięcia podstawowej funkcji liniowego rankingu, jaką jest różnicowanie ich pozycji. W związku z tym zaleca się przyjęcie za u dolnej granicy proponowanego przez E. Nowaka przedziału $[0,2]$, czyli $u=0$. Pozwoli to na uwzględnienie w rankingu nieznacznych – z założenia autorki – różnic w wartościach kolejnych, uporządkowanych nierosnąco wartościach zmiennej syntetycznej, a tym samym nie „rozmyje” liniowej hierarchizacji ocenianych uczelni. Zastosowanie metody grupowania obiektów liniowo uporządkowanych pozwoli zatem na skorygowanie liniowego rankingu, czyli przydzielenie takiej samej pozycji uczelniom, pomiędzy których wynikiem oceny różnica jest z założenia nieznaczna. Przyjęcie $u=0$ oraz pogrupowanie szkół wyższych spowodowało w omawianym przykładzie zmniejszenie przestrzeni wymiaru pozycji uczelni z 88 do 24 (kolumna (5)). Oznacza to, że wśród analizowanych jednostek występują skupienia, w ramach których znajdują się uczelnie charakteryzujące się podobnym lub takim samym poziomem definiowanej poprzez kryteria oceny „jakości” ich działalności. Tym samym w opinii autorki dywersyfikacja uczelni w ramach uzyskanych grup jest nieuzasadniona. Najliczniejszą grupę – uplasowaną na 23 pozycji – tworzy 18 uczelni, które w rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” znajdują się pomiędzy 63 a 80 pozycją.

Skorygowanie liniowego rankingu z wykorzystaniem zaproponowanej metody klasyfikacji Nowaka może okazać się również przydatne, gdy w zbiorze cech kryterialnych znajdują się takie, które charakteryzują się tak zwaną zdolnością grupowania. Pojęcie to rozwinął A. Sokołowski, który zaproponował procedurę taksonomicznej „wartości” informacyjnej [Pociecha i in. 1988] cech diagnostycznych. Sprowadza się ona do analizy zdolności grupowania oraz zdolności hierarchizacji tych cech. Na podstawie jej wyników można dokonać identyfikacji zadania taksonomicznego, czyli stwierdzić, czy zbiór obiektów opisany zadanymi charakterystykami powinien zostać poddany grupowaniu czy uporządkowaniu liniowemu. Miara zdolności grupowania i -tej zmiennej wyraża się następującą formułą:

$$G_i = 1 - \frac{1}{R_i} \sum_{i=1}^{m-1} \min \left\{ \left(x_{i(j+1)} - x_{i(j)} \right) \frac{R_i}{m-1} \right\}, \quad (7)$$

gdzie: R_i oznacza zakres zmienności cechy i oraz wylicza się ze wzoru:

$$R_i = \max_j \{ x_{ij} \} - \min_j \{ x_{ij} \}. \quad (8)$$

Miara G_i przyjmuje wartość z przedziału $\left\langle 0; 1 - \frac{1}{m-1} \right\rangle$. Zakłada się, że im jej wartość jest większa, tym zdolność grupowania i -tej zmiennej jest lepsza. Zdolność do hierarchizacji obiektów i -tej zmiennej określa się zaś jako:

$$H_i = 1 - G_i. \quad (9)$$

Przedział zmienności miary H_i jest postaci $\left\langle \frac{1}{m-1}; 1 \right\rangle$. Doskonała zdolność do hierarchizacji istnieje wtedy, gdy odległości pomiędzy sąsiednimi (uporzędkowanymi) obserwacjami są takie same. Wówczas zdolność grupowania jest zerowa.

Wartości miar zdolności grupowania i hierarchizacji dla dwóch przykładowo wybranych cech kryterialnych rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” (zaplecze innowacyjne uczelni – I3 oraz wielokulturowość środowiska studenckiego – Um7) przedstawiono w Tabeli 3.

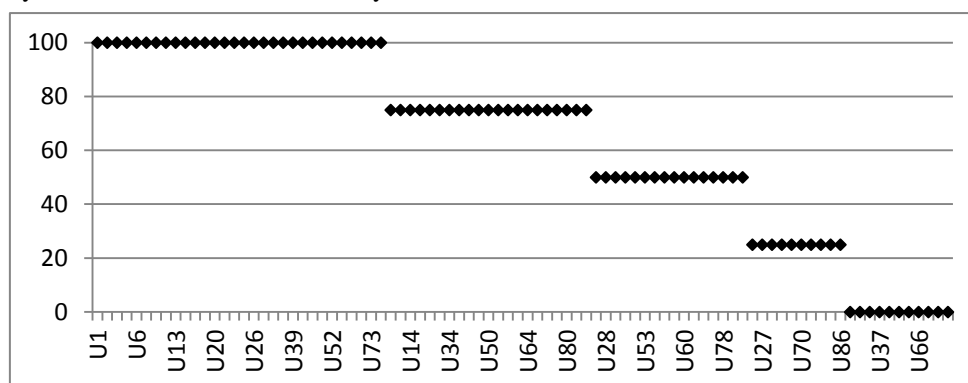
Tabela 3. Miary zdolności grupowania i hierarchizacji

Cecha	Miara zdolności grupowania	Miara zdolności hierarchizacji
I3	0,954	0,046
Um7	0,862	0,138

Źródło: opracowanie własne

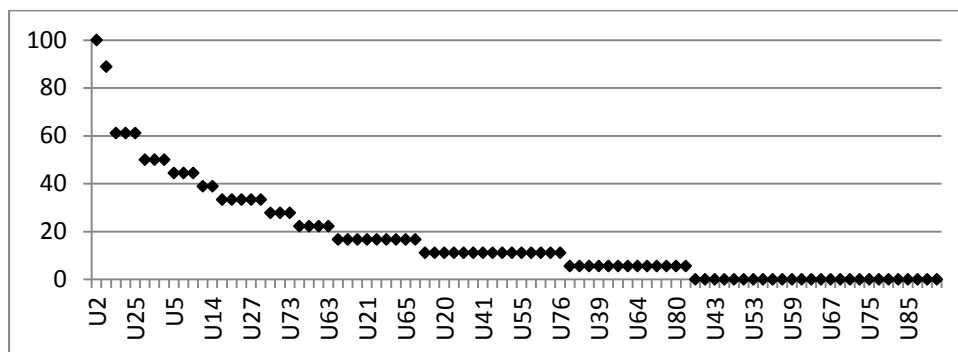
Zaprezentowane w Tabeli 3 wartości omawianych miar świadczą o tym, iż cechy I3 oraz Um7 charakteryzują się dużą zdolnością grupowania. Rozkłady wartości tych cech, zobrazowano na Rysunkach 3 i 4.

Rysunek 3. Rozkład wartości cechy I3



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 4. Rozkład wartości cechy Um7



Źródło: opracowanie własne

Analizując rozkłady wartości cech przedstawione na Rysunkach 3 i 4 widać, że dla części uczelni wartości cechy są takie same. Konstrukcja liniowego rankingu z wykorzystaniem tego typu charakterystyk może spowodować, iż wskaźnik rankingowy przyjmie taką samą wartość dla wielu ocenianych jednostek. Nasuwa się pytanie, jak przydzielić im kolejne miejsca w rankingu? Wówczas rozwiązaniem tego problemu jest skorygowanie wyników liniowego rankingu z wykorzystaniem zaproponowanego algorytmu klasyfikacji Nowaka.

Hipotetyczną sytuację, w której do budowy rankingu uczelni wykorzystano dwie cechy kryterialne, wykazujące dużą zdolność grupowania: I3 oraz Um7, przedstawiono w Tabeli 4.

Tabela 4. Wyniki klasyfikacji dziesięciu pierwszych uczelni na podstawie dwóch cech I3 oraz Um7

Liniowy ranking uczelni			Klasyfikacja uczelni, $u=0$, $z^* = 1,1$	
Ranking	Uczelnia	Wskaźnik rankingowy	$\Delta z_{i,i+1}$	Ranking skorygowany
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	U1	94,4	6,9	1
2	U2	87,5	6,9	2
3	U4	80,6	5,6	3
4	U3	75,0	0,0	4
5	U11	75,0	2,8	
6	U5	72,2	0,0	5
7	U15	72,2	5,6	
8	U19	66,7	0,0	
9	U24	66,7	2,8	6
10	U13	63,9	0,0	

Źródło: opracowanie własne

Powtarzające się wartości wskaźnika syntetycznego przedstawione w kolumnie (3) w Tabeli 4 klasyfikują uczelnie U3 i U11, U5 i U15 oraz U19 i U24 na tej samej pozycji. Nie jest więc możliwe przydzielenie każdej z nich innej rangi, a zatem konstrukcja „tradycyjnej” listy rankingowej nie ma uzasadnienia. Rozwiązaniem tego problemu jest pogrupowanie obiektów według algorytmu Nowaka. Wyniki klasyfikacji przedstawiono w Tabeli 4 w kolumnie (5).

PODSUMOWANIE

W procesie porządkowania liniowego badacze stają przed wieloma dylematami. Dotyczą one głównie wyboru zmiennych diagnostycznych, sposobu ich ważenia czy przyjęcia odpowiedniej formuły normalizacyjnej [Kukuła 2000]. Nie mniej ważnym problemem w analizie porównawczej jest interpretacja jej wyników. Jak ukazano w artykule, nie zawsze jednoznacznie można ocenić analizowane obiekty. W opinii autorki zastosowanie procedury grupowania Nowaka zmniejsza prawdopodobieństwo błędnej interpretacji otrzymanych rezultatów wynikającej z przydzielenia innych pozycji jednostkom, pomiędzy którymi nie ma istotnych różnic w zdefiniowanej za pomocą kryteriów „jakości” oraz eliminuje problem występowania w zbiorze kryteriów oceny cech charakteryzujących się wysoką zdolnością grupowania.

BIBLIOGRAFIA

- Balicki A. (2009) Statystyczna analiza wielowymiarowa i jej zastosowania społeczno-ekonomiczne, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk.
- Krzyśko M., Wołyński W., Górecki T., Skorzybut M. (2008) Systemy uczące się, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, str. 362-371.
- Kukuła K. (2000) Metoda unitaryzacji zerowej, PWN, Warszawa.
- Łuniewska M., Tarczyński W. (2006) Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym, PWN, Warszawa.
- Mikulec A. (2008) Ocena metod porządkowania liniowego w analizie starości demograficznej, „Wiadomości Statystyczne”, nr 6, str. 28-39.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych, PWE, Warszawa, str. 94.
- Pociecha J., Podolec B., Sokołowski A., Zając K. (1988) Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-ekonomicznych, PWN, Warszawa, str. 63-64.
- Strona internetowa portalu edukacyjnego „Perspektywy”: www.perspektywy.pl

**LINEAR ORDERING – MISTAKES IN INTERPRETATION
OF RESULTS AND WAYS OF THEIR ELIMINATION**

Abstract: The idea of linear ordering of multivariate objects is construction of aggregated indicator, which will be useful in the comparative analysis. In the empirical research very often there are many problems with interpretation of the results of linear ordering. In the article analysis of value of indicator of polish university ranking was done and the defects of linear ordering was indicated. Moreover, the E. Nowak method of grouping to correct of the results of the linear ordering was proposed. The recommended algorithm is also useful, when in the set of characteristics of the objects are variables characterized by the so-called ability of grouping.

Keywords: linear ordering, ranking, grouping, the Nowak method, universities