Zeszyty Naukowe
Wyższej Szkoły Bankowej we Wrocławiu
Nr 2(34)/2013

Mirosław Dytczak

AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Kraków

Generowanie struktur harmonogramu z jednoczesnym rozwiązywaniem zadań poziomu dolnego różnymi metodami

Streszczenie. W artykule rozważono zagadnienie identyfikacji najbardziej korzystnego uporządkowania operacji technologicznych przedsięwzięcia budowlanego. Problem jest trudny do rozwiązania z uwagi na zwykle bardzo dużą liczbę dopuszczalnych uporządkowań operacji. Przedstawiono też wielokryterialny model wykorzystujący wybrane dopuszczalne uporządkowania operacji przedsięwzięcia pozwalający na rozwiązanie tego zagadnienia.

Do identyfikacji optymalnego z uwagi na czas i koszt realizacji przedsięwzięcia uporządkowania operacji wykorzystuje się dwuetapowe podejście. W pierwszym etapie są generowane dopuszczalne uporządkowania technologicznych operacji przedsięwzięcia przy wykorzystaniu symulacji Monte Carlo oraz algorytmów ewolucyjnych. Drugi etap służy przydzieleniu odpowiednich sposobów wykonania poszczególnym operacjom. Uwzględnia się przy tym ograniczoną dostępność zasobów odnawialnych w postaci zestawów środków technicznych niezbędnych do wykonania operacji poszczególnymi sposobami. Do optymalizacji wykorzystuje się programowanie liniowe (podejście MC-PL) oraz losowe przydziały sposobów wykonania operacji (podejście MC-MC). Zastosowane metody optymalizacji uzupełniają się, ponieważ pierwsza okazuje się bardziej skuteczna w przypadku przedsięwzięć o mniejszych, druga zaś – o większych rozmiarach.

Słowa kluczowe: przedsięwzięcie, inwestycja, budownictwo, harmonogram, programowanie liniowe, algorytm ewolucyjny, metoda Monte Carlo

Wstęp

Z następstwa technologicznego przedsięwzięcia budowlanego wynika wiele dopuszczalnych sieci stanowiących odwzorowania harmonogramu ze względu na przyjęte uporządkowania operacji technologicznych. Operacja to zazwyczaj złożenie; agregat pewnej liczby operacji elementarnych. W zależności od sposobów złożenia operacji elementarnych (szeregowe lub równoległe) mogą być wyznaczone charakterystyki czasowo-kosztowe takiego agregatu. Liczba dopuszczalnych sieci w odniesieniu do zagadnień praktycznych, angażujących po kilkaset operacji, jest zwykle liczbą astronomiczną.

Dla każdej z tych sieci można sformułować zadanie optymalizacji jednokryterialnej (ze względu na koszt lub czas) lub wielokryterialnej (jednocześnie koszt i czas). Możliwe jest także uwzględnienie innych, dodatkowych kryteriów (np. ryzyka związanego z oddziaływaniem otoczenia na realizację inwestycji) lub uwarunkowań. Ponadto każdą z operacji można wykonać na wiele sposobów. Każdy ze sposobów charakteryzuje się czasem realizacji i kosztami operacji. Zadanie decyzyjne dotyczące tak określonej sieci nazwiemy zadaniem lokalnym. Celem rozwiązania zadania lokalnego będzie wyznaczenie lokalnego ekstremum (rozwiązania sprawnego w przypadku użycia wielu kryteriów), poprzez dobór odpowiednich sposobów wykonania wszystkich operacji.

W praktyce projektowania i przygotowania procesu inwestycyjnego tworzenie harmonogramu ogranicza się do wskazania sieci powiązań na podstawie doświadczenia i intuicji. Jest to więc wskazanie przypadkowe. W praktyce także jest to **zazwyczaj jedna sieć**, a postępowanie optymalizacyjne dokonywane na tej sieci wątpliwe, gdyż nie jest to zwykle najlepsza sieć. Zazwyczaj rozwiązanie problemu ogranicza się do wskazania rozwiązania minimalizującego czas przy ograniczonych nakładach. Drugim przypadkiem jest minimalizacja nakładów przy zadanym terminie zakończenia inwestycji.

W rezultacie otrzymuje się harmonogramy znacznie gorsze od najlepszych. Nic dziwnego, że inwestycje realizowane na podstawie tak powstałych harmonogramów trwają o wiele dłużej i angażują większe nakłady oraz koszty, w porównaniu z podobnymi inwestycjami np. wykonywanymi za granicą. Powodują one także frustrację i mogą stanowić przyczynę pomówień o patologie procesów inwestycyjnych.

Ze względu na liczbę dopuszczalnych sieci powiązań operacji technologicznych należałoby rozwiązać zadania decyzyjne lokalne dla wszystkich takich sieci. Dla sieci o niewielkiej liczbie operacji jest to oczywiście możliwe. W przypadku zagadnień praktycznych rozwiążemy jednak tylko ograniczoną liczbę zadań lokalnych ze względu na ich ogromną liczbę, co pozwoli zaledwie na znalezienie wśród nich rozwiązania suboptymalnego w sensie przyjętych

kryteriów. Zwiększając jednak liczbę przeglądanych sieci będziemy zbliżać się do rozwiązania globalnego z założonym błędem (odległością od rozwiązania globalnego).

Formalne poszukiwanie rozwiązań sprawnych harmonogramowania przebiegałoby co najmniej dwupoziomowo. Poziomem dolnym byłyby zadania lokalne, które dotyczyłyby wyboru sposobów wykonania operacji dla określonych (zadanych) struktur sieci przedsięwzięć. Decyzją lokalną w zadaniu optymalizacji lokalnej jest wektor opisujący sposoby wykonania kolejnych operacji. Elementy tego wektora wskazują na pozycje katalogowe w odpowiednich katalogach sposobów wykonania operacji. Komplikując nieco problem, kolejną ważną dla inwestycji decyzją byłby np. termin rozpoczęcia inwestycji, który minimalizowałby wpływ warunków klimatycznych na realizowane operacje[1].

Koordynacja rozwiązań lokalnych następuje w zadaniu globalnym, w którym decyzją koordynującą jest wskazanie sieci, dla której uzyskano ekstremum (minimum) w zbiorze rozwiązań zadań lokalnych. Dla wskazania rozwiązania globalnego wystarczy więc ranking rozwiązań lokalnych.

W pracy dokonano oceny efektywności rozwiązywania zadań lokalnych z użyciem programowania liniowego (PL), algorytmu ewolucyjnego oraz metody Monte Carlo (MC) w zastosowaniu do zadań różnej skali wyrażonej liczbą operacji technologicznych.

1. Zadanie lokalne

Klasyczne zadanie lokalne opisane jest w literaturze[2]. Inwestycja złożona jest z m operacji technologicznych $\{m(i), i = 1, 2, ..., m\}$ o określonej objętości robót Q_i, określającej ich zakres i ilość. Operacje przedsięwzięcia muszą być wykonane w określonym porządku technologicznym. Każdej operacji odpowiada o_i różnych sposobów jej wykonania poprzez wykorzystanie różnych zestawów środków technicznych ($R + M + S$). Sposobom tym odpowiadają różne wartości charakterystyk operacji, np. czasu (τ_{ij}) i kosztu wykonania (c_{ij}) odniesionych do objętości Q_i. Liczba zestawów jest ograniczona.

---

[1] M. Dytczak, G. Ginda, N. Szklennik, T. Wojtkiewicz, *Weather influence-Aware Robust Construction Project Structure*, „11th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques, MBMST 2013", „Procedia Engineering" 2013.

[2] M. Dytczak, G. Ginda, T. Wojtkiewicz, *Wieloetapowa identyfikacja najlepszych wariantów wykonania przedsięwzięcia budowlanego*, w: S. Forlicz, *Zastosowanie metod ilościowych w ekonomii i zarządzaniu*, CeDeWu.pl, Warszawa 2012, s. 83-101; M. Dytczak, T. Wojtkiewicz, *Wielokryterialna metoda oceny harmonogramu*, „Archiwum Instytut Inżynierii Lądowej" 2012, nr 13, s. 85-98.

Optymalizacja przedsięwzięcia sprowadza się ostatecznie do przydzielenia poszczególnym operacjom takich sposobów ich wykonania, które pozwolą w najlepszy, w sensie przyjętych kryteriów, sposób zrealizować cele przedsięwzięcia, w ramach dostępnej liczby zestawów środków technicznych.

Pierwotnie opisu porządku technologicznego operacji przedsięwzięcia dostarcza macierz następstw **A**, której odpowiada skierowany acykliczny i niesymetryczny graf następstw G_A. Na podstawie następstwa operacji można wyróżnić operacje zależne oraz niezależne. Wykonywanie operacji zależnej można rozpocząć dopiero po zakończeniu operacji, od której jest ona zależna. Natomiast operacje wzajemnie od siebie niezależne mogą być wykonywane w dowolnej kolejności. Z zależności operacji wynikają możliwości ich porządkowania. Jak pokazano w pracy pt. *Wieloetapowa identyfikacja najlepszych wariantów wykonania przedsięwzięcia budowlanego*[3] nawet niewielkiej liczbie operacji przedsięwzięcia równej 10 odpowiada kilka tysięcy unikalnych uporządkowań operacji.

Każde z takich uporządkowań odwzorowane jest siecią $S(G,\boldsymbol{\Psi},\boldsymbol{\Phi})$ stanowiącą obiekt matematyczny, w której G oznacza macierz incydencji przyjętej postaci grafu operacji technologicznych stanowiącego reprezentację topologiczną tej sieci, $\boldsymbol{\Psi}$ – charakterystyki obiektów przypisanych do wierzchołków sieci (obiektami są zdarzenia przedsięwzięcia oznaczające rozpoczęcie zakończenie operacji), $\boldsymbol{\Phi}$ – charakterystyki obiektów przypisanych do łuków sieci (obiektami są operacje technologiczne). Optymalizacja przedsięwzięcia polega więc na wyznaczeniu takich wartości charakterystyk $\boldsymbol{\Psi}$, $\boldsymbol{\Phi}$, które najlepiej spełnią przyjęte kryteria.

Najlepszy harmonogram lub odpowiednio mało liczny podzbiór najlepszych harmonogramów wykonania przedsięwzięcia, stanowiący podstawę ostatecznego wyboru wariantu realizacji przedsięwzięcia, otrzymujemy dzięki zastosowaniu dwuetapowego podejścia, którego pierwszy etap polega na wielokrotnym powtórzeniu ($\boldsymbol{\tau}$, $\boldsymbol{c}$ stanowią odpowiednio czas i koszt wykonania operacji technologicznych przy wykorzystaniu poszczególnych sposobów ich realizacji):

1) generowania populacji dopuszczalnych grafów technologicznych **G** reprezentujących zbiór sieci **S**,
2) dwukryterialnej, czasowo-kosztowej, optymalizacji sieci $S(G,\boldsymbol{\tau},\boldsymbol{c})$, $S \in \mathbf{S}$.

2. Generowanie struktur harmonogramu

Przy generowaniu grafów operacji technologicznych wykorzystano pewien graf nazwany „nadmiarowym", stanowiący sumę wszystkich grafów przedsięwzięcia. Maksymalna liczba wierzchołków tego grafu równa jest liczbie operacji

[3] M. Dytczak, G.Ginda, T. Wojtkiewicz, op. cit.

powiększonej o 1, co odpowiada szeregowej realizacji operacji. Liczba łuków wynika natomiast z macierzy następstw technologicznych; zazwyczaj poszczególne operacje są reprezentowane przez wiele łuków, rozpoczynających się i kończących w różnych węzłach. Wiąże się to z możliwościami wykonywania równoległego pewnych operacji, co w konsekwencji prowadzi do zmniejszenia czasu łącznego trwania inwestycji. Ostatecznie każda sieć i reprezentujący ją graf zawierają po jednym łuku reprezentującym daną operację. Naturalną możliwością tworzenia grafu sieci jest zastosowanie metody Monte Carlo do losowania kolejnych łuków reprezentujących operacje, ze zbioru łuków możliwych do jej reprezentacji. Zastosowanie metody Monte Carlo sprowadza się więc do sekwencyjnego losowania po jednym łuku dla każdej z operacji technologicznych. Najwygodniej można to zrealizować dzięki wykorzystaniu poszczególnych bloków macierzy incydencji nadmiarowego grafu. Wybór jednego z alternatywnych łuków i-tej operacji ($i = 1, 2, ..., m$) jest tożsamy z wyborem jednej z kolumn macierzy bloku. Wykorzystano przy tym jednostajny rozkład prawdopodobieństwa.

Właściwą liczbę losowań można dobrać eksperymentalnie. Istnieją także sposoby jej szacowania na podstawie wymaganej dokładności d wyznaczania najlepszego rozwiązania oraz poziomu istotności α dla zastosowanego rozkładu prawdopodobieństwa. Wymagają one jednak znajomości zróżnicowania wartości oceny generowanej wartości zmiennej losowej. W przypadku stopniowego przybliżania najlepszych uporządkowań operacji w kolejnych eksperymentach 1, 2, ... można w tym celu także użyć wyników poprzednich eksperymentów.

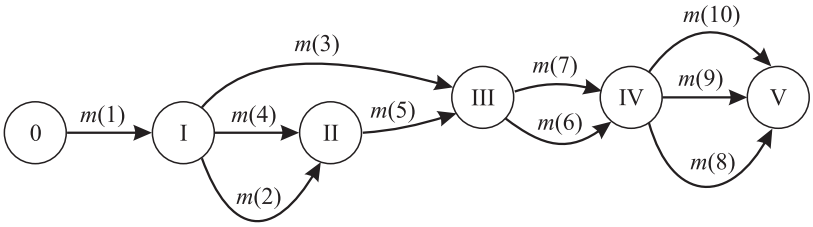
Łuki operacji różnią się etykietami wierzchołków początkowych i końcowych. W uproszczeniu można przyjąć, że każda operacja identyfikowana jest innym kolorem. W trakcie losowego generowania grafu każdy kolor może być użyty tylko jeden raz.

W praktyce realizacji algorytmu generowania sieci działamy na macierzy incydencji grafu nadmiarowego. Losowania kolejnych łuków reprezentujących operacje pozwalają na eliminowanie niewylosowanych łuków tego samego „koloru”

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	**1**									
I	**–1**	**1**	**1**	**1**						
II		**–1**		**–1**	**1**					
III			**–1**		**–1**	**1**	**1**			
IV						**–1**	**–1**	**1**	**1**	**1**
V								**–1**	**–1**	**–1**

Rys. 1. Wynik kolejnego losowania w postaci macierzy incydencji wygenerowanej sieci

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 2. Sieć odpowiadająca wynikowi losowego generowania

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

z początkowej macierzy incydencji. Znikają także wierzchołki (wiersze macierzy grafu nadmiarowego), gdy wiersz odpowiadający danemu wierzchołkowi zawiera same zera. W przybliżeniu algorytm ten prowadzi do powstania macierzy incydencji grafu jednej z sieci odwzorowującej harmonogram (por. rys. 1).

3. Rozwiązywanie zadań lokalnych

Wygenerowaniu kolejnego grafu za pomocą metody Monte Carlo (MC) reprezentującego sieć uporządkowań operacji, odpowiada kolejne zadanie lokalne opisane w paragrafie 2. Zadanie to można rozwiązywać wykorzystując zarówno programowanie liniowe PL (zadanie alokacji zestawów do wykonania operacji)[4], zastosować algorytm ewolucyjny[5] (AE), jak również kontynuować korzystanie z metody MC. Pierwsze z tych podejść oznaczymy MC-PL, drugie MC-AE, a ostatnie MC-MC. Zarys pomysłu przedstawiono w literaturze[6].

3.1. Metoda MC-PL

Do optymalizacji lokalnej sieci wykorzystano programowanie liniowe, rozwiązujące zagadnienie przydziału wariantów sposobu wykonania operacji

[4] M. Dytczak, G. Ginda, T. Wojtkiewicz, op. cit.

[5] G. Ginda, *Metoda Monte Carlo i algorytmy ewolucyjne w harmonogramowaniu w budownictwie*, „Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej" 2012, vol. 13, s. 131-136.

[6] M. Dytczak, *Porównanie zastosowania programowania liniowego z metodą Monte Carlo w rozwiązywaniu zadań harmonogramowania w budownictwie*, s. 75-84; M. Dytczak, G. Ginda, *Simulation-based identification of the best construction project schedule*, w: *Theoretical Foundations of Engineering. Polish Ukraïnian Transactions*, red. W. Szcześniak, vol. 20, Warsaw University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Prydneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, OWPW, Warsaw, s. 387-394.

technologicznych z uwzględnieniem możliwych rywalizacji między równolegle wykonywanymi operacjami, o ograniczone zasoby odnawialne – zestawy środków technicznych. Oznaczmy przez G wygenerowany graf struktury i-tej sieci. Model matematyczny zadania przedstawiają odpowiednio formuły (1-4).

$$\min f(G,\boldsymbol{\tau},\mathbf{c}) = w_1 \cdot \frac{T(G,\boldsymbol{\tau},\mathbf{x})}{T_{\max}} + w_2 \cdot \frac{C(G,\mathbf{c},\mathbf{x})}{C_{\max}},$$

$$\text{s.t.}$$

$$\begin{gathered}
\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{o_i} x_{ij} = 1, \\
\underset{i=1,2...m}{\forall} \; t_i^{(\mathrm{f})}(G,\mathbf{x},\boldsymbol{\tau}) - t_i^{(\mathrm{s})}(G,\mathbf{x},\boldsymbol{\tau}) \geq \sum_{j=1}^{o_i} x_{ij}\tau_{ij}, \\
\underset{k=1,2...p}{\forall} \; h^{(k)}(\mathbf{x}) \leq 1, \\
\underset{i=1,2...m}{\forall} \; \underset{j=1,2...o_i}{\forall} \; x_{ij} \in [0,1].
\end{gathered} \tag{1}$$

Funkcja celu zastosowana w modelu (1) uwzględnia dwa kryteria; czasu realizacji przedsięwzięcia T i jego kosztu C. Kryteria te zależą od struktury przedsięwzięcia G, charakterystyk czasowych i kosztowych sposobów wykonania operacji oraz wyboru sposobów wykonania operacji $\mathbf{x}$. Waga w_1 wyraża wpływ czasu realizacji, natomiast waga w_2 – wpływ kosztu, przy czym:

$$w_1 + w_2 = 1. \tag{2}$$

Do wyznaczenia wartości wag można wykorzystać dowolną metodę.

Macierze $\boldsymbol{\tau}$ i $\mathbf{c}$ definiują czasy trwania i koszty dostępnych sposobów wykonania operacji. Ich wiersze opisują operacje technologiczne, kolumny zaś możliwe sposoby wykonania operacji. Przyjmuje się, że dla i-tej operacji istnieje o_i (i = 1, 2, ..., m) dostępnych sposobów jej wykonania. Binarne zmienne decyzyjne $\mathbf{x}$ wskazują przyjęte sposoby wykonania poszczególnych operacji. Czas realizacji przedsięwzięcia wynika głównie z topologii sieci oraz charakterystyk czasowych sposobów wykonania operacji. Im więcej tzw. pęczków w strukturze sieci, które odpowiadają równoległemu wykonywaniu operacji, tym bardziej może nastąpić skrócenie realizacji przedsięwzięcia w czasie, ale również mogą pojawić się konflikty między operacjami o ograniczone zasoby. Czas zakończenia przedsięwzięcia określa czas zdarzenia końcowego $\theta_n(G,\boldsymbol{\tau},\mathbf{c})$. Koszt całego przedsięwzięcia jest sumą kosztu jego operacji składowych:

$$C(\mathbf{c},\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{o_i} x_{ij}c_{ij}, \tag{3}$$

Wielkości $T_{\max}$ oraz $C_{\max}$ oznaczają poziomy odniesienia dla uzyskiwanych rozwiązań, co wynika bezpośrednio z postaci funkcji celu. Określane są one odpowiednio dla $j = 1, 2, ..., o_i$ jako:

$$T_{\max} = \sum_{i=1}^{m} \max_j \tau_{ij} \ , \quad C_{\max} = \sum_{i=1}^{m} \max_j c_{ij} \ . \tag{4}$$

Symbole $t_i^{(s)}$ i $t_i^{(f)}$ oznaczają funkcje, które opisują odpowiednio czasy rozpoczęcia i zakończenia i-tej operacji. Funkcja $h(k)$ pozwala na uwzględnienie ograniczonych zasobów wykorzystywanych przez sposoby wykonania operacji. Zasoby te są dostępne w zestawach. Zwykle zakłada się, że występuje tylko jeden egzemplarz określonego zestawu. Można jednak łatwo zmienić to założenie.

W celu porównania wyników uzyskiwanych różnymi metodami wykorzystano projekt garażu, którego realizacja składała się z 10 operacji. Przedsięwzięcie to zostało szczegółowo opisane w pracy T. Wojtkiewicza[7]. Przeprowadzono tam także kompleksowe obliczenia wykorzystując podejście MC-PL oraz dokonując przeglądu wszystkich sieci dopuszczalnych w liczbie blisko 10 000. Oznacza to, że znaleziono ekstremum (minimum) globalne, w wyniku wyczerpującego przeglądu wariantów sieci. Graf struktury nadmiarowej[8] zawiera 102 łuki odwzorowujące możliwe sposoby ulokowania operacji w strukturze sieci nadmiarowej oraz maksymalnie 11 wierzchołków. Z grafu nadmiarowego można utworzyć 9359 różnych struktur sieci przedsięwzięcia. W wyniku obliczeń uzyskano maksymalne wartości czasu trwania i kosztu tej inwestycji. Wyniosły one

$$T_{\max} = 3534 \text{ h}, \ C_{\max} = 14\,620\,000 \text{ PLN}. \tag{5}$$

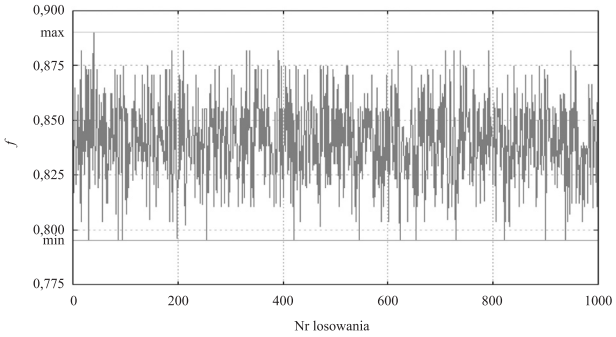
Do obliczeń optymalizacyjnych przyjęto następujące wartości wag: $w_1 = 0{,}3$ i $w_2 = 0{,}7$, odpowiadające specyfice przedsięwzięcia. Minimalna wartość funkcji celu, wyznaczona zgodnie z modelem (1), wyniosła $F_{\min} = 0{,}795260$, a korespondujące z nią czas realizacji i koszt odpowiednio $T = 1940$ h oraz $C = 13\,170\,000$ PLN. Należy zauważyć, że zidentyfikowano wiele struktur o identycznych wartościach czasu i kosztu[9], a znaczna liczba rozwiązań różniła się tylko nieznacznie od struktur sprawnych globalnie. Uzyskane rezultaty przedstawiono na rysunkach 3-6.

---

[7] T. Wojtkiewicz, *Wielokryterialna ocena harmonogramu w budownictwie*, Wyd. Politechniki Opolskiej, Opole 2012.

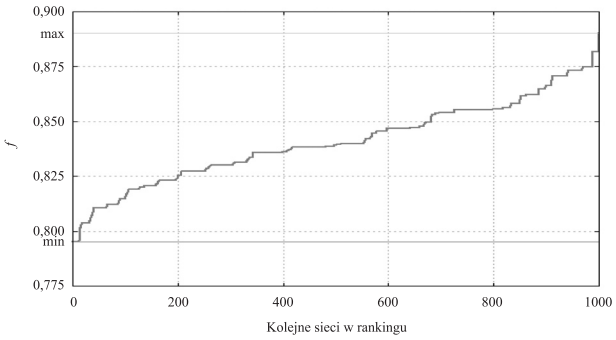
[8] M. Dytczak, G. Ginda, *Nadmiarowy graf technologiczny w budownictwie*, w: *Theoretical Foundations of Engineering. Polish-Ukraïnian Transactions*, red. W. Szcześniak, vol. 19, Warsaw University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Prydneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, OWPW, Warsaw 2011, s. 365-372.

[9] M. Dytczak, G. Ginda, T. Wojtkiewicz, op. cit.



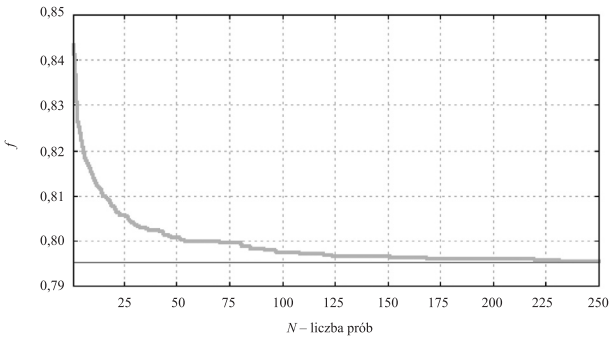
Rys. 3. Wyniki obliczeń dla 1000 struktur sieci operacji

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



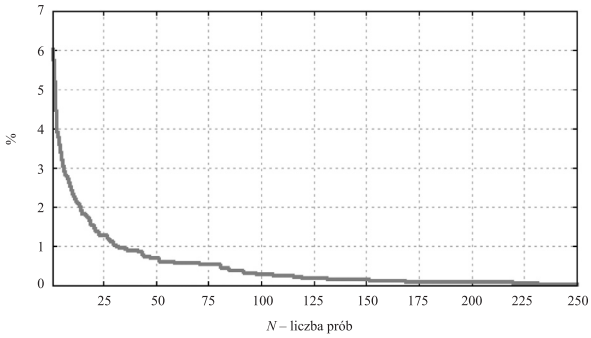
Rys. 4. Wyniki uporządkowane rosnąco

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 5. Wyniki obliczeń po zbadaniu 250 struktur

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 6. Błąd oszacowania minimalnej wartości funkcji celu modelu (1)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

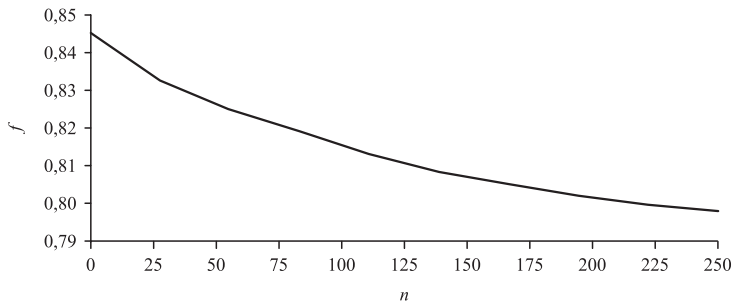
3.2. Zastosowanie algorytmu ewolucyjnego MC-AE

W harmonogramowaniu znalazły zastosowanie także algorytmy ewolucyjne[10]. Do opisu harmonogramu wykorzystano chromosom złożony z m genów – liczb rzeczywistych z przedziału jednostkowego, wskazujących po jednym alternatywnym łuku dla kolejnych operacji (i = 1, 2, ..., m). Wykorzystuje się w tym celu przyporządkowanie kolejnych alternatywnych łuków i-tej operacji podprzedziałom przedziału jednostkowego o równej długości. Kolejność łuków odpowiada ich uporządkowaniu w macierzy incydencji nadmiarowego grafu operacji przedsięwzięcia.

W celu wykonania obliczeń konieczne jest losowe wygenerowanie P_N dopuszczalnych grafów operacji technologicznych dla początkowej populacji P_N sieci. Liczebność populacji jest parametrem ustalanym doświadczalnie. Dzięki przeprowadzanej, z ustalonym doświadczalnie prawdopodobieństwem p_m, mutacji genów chromosomu każdego z członków wstępnej populacji jest generowany jeden potomek. W wyniku zastosowania selekcji turniejowej otrzymuje się następnie P_N osobników kolejnej generacji. Do oceny osobników wykorzystuje się wyniki optymalizacji liniowej. W tym celu konieczne jest zapewnienie dopuszczalności generowanych uporządkowań operacji technologicznych **G**. Doświadczalnie wyznaczono wartości parametrów: $P_N = 20$ oraz $p_m = 0{,}15$.

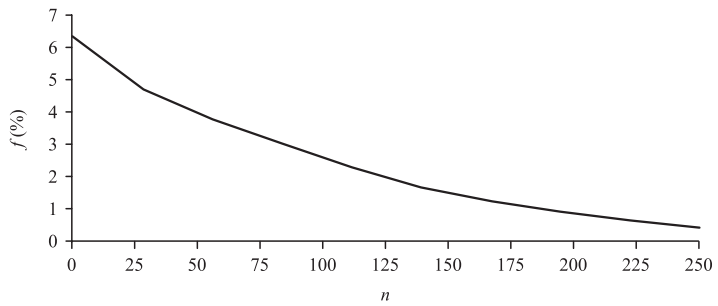
Powyższe obliczenia są powtarzane w kolejnych krokach aż do spełnienia kryterium zakończenia obliczeń. W tym celu wykorzystano zarówno zmianę

[10] M. Pawlak, *Algorytmy ewolucyjne jako narzędzie planowania produkcji*, WN PWN, Warszawa 1999.



Rys. 7. Ilustracja zbieżności procesu optymalizacji wykorzystującego podejście MC-AE

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 8. Ilustracja zmian błędu oszacowania minimalnej wartości funkcji celu (MC-AE)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

najlepszych wyników dostarczanych w ramach kolejnych generacji osobników, jak i ograniczenie liczby generacji. Otrzymane wyniki obliczeń przedstawiają wykresy na rysunkach 7-8.

3.3. Metoda MC-MC

Po wygenerowaniu struktury sieci zastosowanie metody MC jest kontynuowane do wielokrotnego generowania rozwiązań zadania lokalnego. Uzyskanie pojedynczego rozwiązania dla danej struktury sieci polega na losowym doborze sposobów wykonania poszczególnych operacji. Uzyskiwane są w ten sposób czas i koszt rozwiązania. Liczba niezbędnych do uzyskania rozwiązań lokalnych (liczba eksperymentów numerycznych) zależy między innymi od wymaganej dokładności obliczeń, wartości oczekiwanej z populacji eksperymentów (której nie znamy) i poziomu istotności. Wraz ze wzrostem wymaganej dokładności rośnie

wymagana liczba eksperymentów. Na szczęście czas obliczeń nawet dla dużych struktur jest akceptowalny. Po uzyskaniu wymaganej liczby wyników możliwe jest wyznaczenie dla obu wielkości T i C ich wartości oczekiwanych, odchyleń standardowych oraz uzyskanych minimów wartości funkcji celu f. Uzyskana wartość oczekiwana np. czasu realizacji pozwala na ponowne wyznaczenie wartości minimalnej, niezbędnej liczby eksperymentów przy zadanej dokładności wyniku. Oczywiście w trakcie symulacji wyboru sposobów uwzględniane są możliwe konflikty występujące w pęczkach. Obliczenia przebiegają według schematu:

Dla $i = 1, 2, ..., M$ generowanie struktur (sieci)

Dla $j = 1, 2, ..., N$ generowanie rozwiązań lokalnych dla losowo wskazanych sposobów wykonania operacji

Obliczenia f_celu

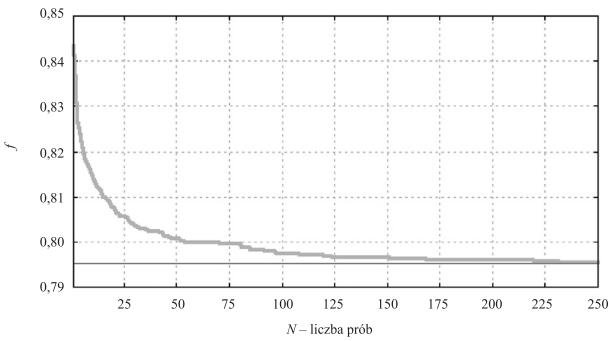
$j = j + 1$

$i = i + 1$

Koordynacja: ranking wg min f.

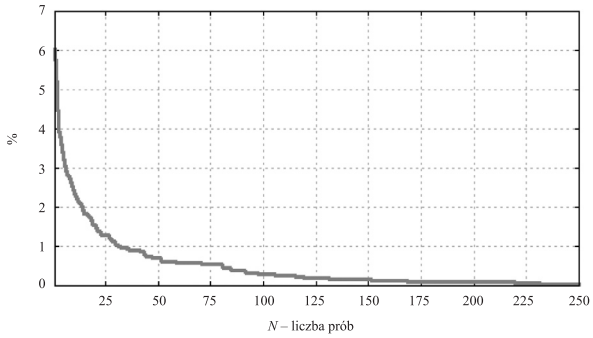
W ten sposób uzyskiwane są wyniki dla kolejnych struktur sieci, których minimalna liczba do zbadania także zależy od oszacowanej liczby wszystkich struktur dopuszczalnych. Pozwala to ostatecznie na znalezienie rozwiązania najlepszego ze względu na zastosowane kryteria i porównanie go z uzyskanym zastosowaniem programowania liniowego.

Ponieważ znamy wartość ekstremum globalnego uzyskanego metodą MC-PL, możemy obecnie zbadać konsekwencje użycia metody MC-AE oraz MC-MC. W tym celu dla rożnych struktur, w tym opisanej wcześniej struktury sieci sprawnej globalnie, przeprowadzono obliczenia symulacyjne, wykonując od 50 do 500 eksperymentów numerycznych. Uzyskane średnie wartości funkcji celu oraz względne różnice wartości funkcji celu w stosunku do globalnego F_{min} przedstawiono na rysunkach 9 i 10.



Rys. 9. Średnia wartość funkcji celu w funkcji liczby eksperymentów (linia pozioma wyznacza minimum globalne zadania)

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.



Rys. 10. Różnica w % między średnią wartością funkcji celu a minimum globalnym w funkcji liczby przeprowadzonych eksperymentów

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Tabela 1. Wyniki uzyskane metodą MC-MC

N – liczba eksperymentów	10	20	50	100	200	500
$f_{\min}^{(N)}$	0,82756	0,81044	0,81164	0,80622	0,80122	0,79979
Błąd oszacowania [%]	4,06	1,83	2,02	1,35	0,73	0,56
T [h]	2140	2226	2248	1998	2140	1990
C [PLN × 10^3]	13 490	12 980	12 966	13 296	12 940	13 176

Ź r ó d ł o: opracowanie własne.

Rysunek 10 przedstawia procentowe różnice między uzyskanymi wartościami funkcji celu a $F_{\min}$. Może zaskakiwać, że błąd wynoszący tylko 1% pojawia się przy zaledwie 27 eksperymentach, zakładając rozkład równomierny i poziom istotności $\alpha = 0{,}99$.

Szczegółowe wyniki poszukiwania minimum globalnego dla opisywanego zadania z wykorzystaniem podejścia MC-MC przedstawiono w tabeli 1.

Wnioski

Prezentowane wyniki pokazują, jak obiecującym narzędziem do tworzenia wartościowych harmonogramów jest metoda Monte Carlo. Warto odnotować, że efektywność zastosowania podejścia MC-PL gwałtownie maleje wraz ze wzrostem liczby operacji. Wynika to z szybko rosnącego czasu rozwiązywania zadania

alokacji w PL. Barierę stanowi już liczba 30-50 operacji. W przypadku większych zadań należałoby wykorzystywać szczególne własności topologiczne sieci pozwalające na jej dekompozycję strukturalną. Podobne wnioski dotyczą obliczeń wykonywanych za pomocą algorytmu ewolucyjnego.

Wad tych nie posiada podejście MC-MC. Wprawdzie problemem wspólnym obu podejść jest generowanie struktur sieci ze struktury nadmiarowej, ale samo „rozwiązanie" zadania lokalnego (zadania poziomu dolnego) nie stanowi już problemu. Oznacza to, że podejście MC-MC stanowi niezłe narzędzie dla wspomagania tworzenia wartościowych harmonogramów realnych projektów, w których liczba operacji może być w zasadzie dowolna. Narzędzie to może być także wykorzystywane do poszukiwania rozwiązań nienajgorszych działając na niewielkiej próbie struktur sieci. Uzyskane rezultaty mogą być dalej wykorzystywane jako wstępne w algorytmach ewolucyjnych, jak również wspomagać rozpoznawanie własności topologicznych najlepszych sieci. Wnioski powyższe powstały w rezultacie badania znacząco większych struktur, których opisanie przekraczałoby ramy niniejszej pracy.

Literatura

Dytczak M., Ginda G., *Nadmiarowy graf technologiczny w budownictwie*, w: *Theoretical Foundations of Engineering. Polish-Ukraïnian Transactions*, red. W. Szcześniak, vol. 19, Warsaw University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Prydneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, OWPW, Warsaw 2011, s. 365-372.

Dytczak M., Ginda G., *Simulation-based identification of the best construction project schedule*, w: *Theoretical Foundations of Engineering. Polish Ukraïnian Transactions*, red. W. Szcześniak, vol. 20, Warsaw University of Technology, Faculty of Civil Engineering, Prydneprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture, OWPW, Warsaw 2012, s. 387-394.

Dytczak M., Ginda G., Szklennik N., Wojtkiewicz T., *Weather influence-Aware Robust Construction Project Structure*, „11th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques, MBMST 2013", „Procedia Engineering" 2013.

Dytczak M., Ginda G., Wojtkiewicz T., *Wieloetapowa identyfikacja najlepszych wariantów wykonania przedsięwzięcia budowlanego*, w: *Zastosowanie metod ilościowych w ekonomii i zarządzaniu*, red. S. Forlicz, CeDeWu.pl, Warszawa 2012, s. 83-101.

Dytczak M., Wojtkiewicz T., *Wielokryterialna metoda oceny harmonogramu*, „Archiwum Instytut Inżynierii Lądowej" 2012, vol. 13, s. 85-98.

Ginda G., *Metoda Monte Carlo i algorytmy ewolucyjne w harmonogramowaniu w budownictwie*, „Archiwum Instytutu Inżynierii Lądowej" 2012, vol. 13, s. 131-136.

Pawlak M., *Algorytmy ewolucyjne jako narzędzie planowania produkcji*, WN PWN, Warszawa 1999.

Generation of project schedule structure along with solving low level optimisation problems using different methods

Summary. The problem of identification of the most beneficial order of technological operations of a complex construction project is dealt with in the paper. The problem is hard to solve because of a large number of feasible orders. A special approach is proposed to effectively solve the matter in question. The approach applies multi-criteria optimisation to project realisation based on selected feasible orders of operations.

The paper proposes a two-step approach to determine the best, in terms of project execution time and cost, schedule of the project. Simulation is utilised in the first stage to determine feasible orders of project operations. Monte Carlo simulations and evolutionary algorithms are applied for generating of the operation orders. The second stage is devoted to identification of the best ways to perform different technological project operations, taking into account limited availability of required renewable resources – sets of technical measures. Different methods are applied with this regard. The MC-LP and MC-AE methods concern linear programming to allocate execution modes to operations, while MC-MC applies a random assignment with this regard. Utilised optimisation methods are complementary as they allow to identify optimal assignments of execution modes to project operations for both less and more complex construction projects.

Key words: project investment, construction, scheduling, linear programming, evolutionary algorithm, Monte Carlo method