Renata Dudzińska-Baryła

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Informatyki i Komunikacji
Katedra Badań Operacyjnych
renata.dudzinska-baryla@ue.katowice.pl

OCENA WARIANTÓW DECYZYJNYCH O ROZKŁADACH CIĄGŁYCH NA GRUNCIE TEORII PERSPEKTYWY

Streszczenie: Niewątpliwą wadą modelu teorii perspektywy jest możliwość oceny wariantów decyzyjnych złożonych z co najwyżej dwóch niezerowych wyników. Wada ta uniemożliwia stosowanie jej na większą skalę, gdyż w większości rzeczywistych wariantów decyzyjnych należy brać pod uwagę więcej możliwych wyników decyzji, a także często warianty decyzyjne mają ciągły rozkład prawdopodobieństwa. W pracy zostaną przedstawione koncepcje rozszerzające teorię perspektywy na warianty decyzyjne o rozkładach ciągłych oraz o rozkładach dyskretnych z więcej niż dwoma niezerowymi wynikami. Przykłady zastosowania prezentowanych modeli będą opierać się na rzeczywistych danych giełdowych.

Słowa kluczowe: teoria perspektywy, rozkład ciągły, analiza danych giełdowych

Wprowadzenie

Teoria perspektywy jest podejściem deskryptywnym, którego głównym zadaniem jest opisywanie decyzji podejmowanych przez decydentów. Postać modelu oceny decyzji jest podobna do modelu opartego na teorii oczekiwanej użyteczności, jednak tutaj jej autorzy, Kahneman i Tverksy [1979], dodatkowo uwzględnili pewne czynniki psychologiczne oparte na obserwacji rzeczywistego procesu decyzyjnego: subiektywną ocenę względnych wyników decyzji, jak również subiektywną ocenę prawdopodobieństw wyników.

Teoria perspektywy często spotyka się z zarzutem niezgodności z zasadami dominacji stochastycznych, powszechnie uważanymi za podstawę racjonalnych decyzji. Niezgodność ta została „poprawiona” w kumulacyjnej teorii perspektywy [Tversky i Kahneman, 1992], jednak w opinii wielu badaczy w sytuacjach, gdy preferencje decydentów są niezgodne z dominacjami stochastycznymi to ich wybory są lepiej opisywane za pomocą teorii perspektywy niż kumulacyjnej teorii perspektywy.

Niewątpliwą wadą modelu teorii perspektywy jest możliwość oceny wariantów decyzyjnych złożonych z co najwyżej dwóch niezerowych wyników. Wada ta uniemożliwia stosowanie jej na większą skalę, gdyż w większości rzeczywistych wariantów decyzyjnych należy brać pod uwagę więcej możliwych wyników decyzji. Rozszerzenie teorii perspektywy na warianty decyzyjne o większej liczbie wyników zostało zaproponowane przez różnych badaczy, np. Karmarkara [1978], Fennemę i Wakkera [1997], Camerera i Ho [1994]. Z kolei Rieger i Wang [2008] zaproponowali rozszerzenie teorii perspektywy na rozkłady niedyskretne. Podejście takie daje nowe możliwości zastosowań teorii perspektywy, gdyż wiele zmiennych ekonomicznych, jak np. stopy zwrotu akcji, ma rozkłady ciągłe.

Rieger i Wang w swojej pracy [2008] zapowiadają przygotowanie artykułu autorstwa Hensa, Mayera i Riegera, w którym zamierzają przedstawić praktyczne zastosowanie teorii perspektywy dla rozkładów ciągłych na historycznych danych giełdowych, jednak artykuł taki, według wiedzy autorki, nie został do tej pory opublikowany. Stąd też celem tej pracy jest pokazanie praktycznego przykładu wykorzystania teorii perspektywy dla rozkładów ciągłych do analizy wybranych polskich spółek giełdowych.

W pracy zostaną przedstawione koncepcje rozszerzające teorię perspektywy na warianty decyzyjne o rozkładach ciągłych oraz o rozkładach dyskretnych z więcej niż dwoma niezerowymi wynikami. Przykłady zastosowania prezentowanych modeli będą opierać się na rzeczywistych danych giełdowych. W kwestiach dotyczących oszacowania rozkładów stóp zwrotu spółek wykorzystano wyniki pracy Piaseckiego i Tomasik [2013].

Pierwsza część pracy zawiera charakterystykę zasad teorii perspektywy, w drugiej części przestawiono propozycję Riegera i Wanga rozszerzającą zasady teorii perspektywy na rozkłady ciągłe oraz koncepcję oceny losowych wariantów decyzyjnych o więcej niż dwóch wynikach. Natomiast w trzeciej części przedstawiono praktyczne wykorzystanie zasad teorii perspektywy dla rozkładów ciągłych do utworzenia rankingów spółek należących do indeksu WIG20. Zbudowano także rankingi tych spółek na podstawie ich ocen na gruncie teorii perspektywy dla rozkładów dyskretnych.

1. Teoria perspektywy

Teoria perspektywy [Kahneman i Tversky, 1979] zrodziła się z potrzeby opisu wyborów dokonywanych przez decydentów. W teorii tej autorzy rozszerzyli koncepcję oczekiwanej użyteczności, uwzględniając dodatkowo psychologiczne aspekty podejmowania decyzji. Rozpatrywanie bezwzględnych wyników decyzji (końcowego bogactwa) zastąpiono rozpatrywaniem ich w postaci zysków i strat względem pewnego punktu odniesienia, ponadto funkcja użyteczności została zastąpiona funkcją wartości $v(x)$ złożoną z dwóch części: wklęsłej dla zysków i wypukłej dla strat. Tak skonstruowana funkcja odzwierciedla awersję do ryzyka decydentów w obliczu zysków i jednoczesną skłonność do ryzyka w obliczu strat. Ponadto, dwuczłonowa postać funkcji wartości umożliwia formalne modelowanie awersji do strat. Inną istotną cechą teorii perspektywy jest uwzględnienie subiektywnych prawdopodobieństw, realizowane przez ważenie prawdopodobieństw za pomocą S-kształtnej funkcji $w(p)$. Funkcja ta modeluje zachowania decydentów polegające na przeszacowywaniu małych prawdopodobieństw i niedoszacowywaniu dużych.

Ocena wariantu decyzyjnego o rozkładzie prawdopodobieństwa $p = (x_1, p_1; x_2, p_2)$, przy czym $p_1 + p_2 \le 1$ oraz $x_1 x_2 < 0$ jest obliczana według formuły

$$PT(p) = w(p_1)v(x_1) + w(p_2)v(x_2). \tag{1}$$

W odmienny sposób jest obliczana ocena wariantu decyzyjnego, gdy wśród wyników nie ma wyniku 0 i oba wyniki są zyskami lub stratami ($x_1 > x_2 > 0$ lub $x_1 < x_2 < 0$). Wtedy ocena jest obliczana następująco

$$PT(p) = v(x_2) + w(p_1)\left[v(x_1) - v(x_2)\right]. \tag{2}$$

Postaci analityczne funkcji $v(x)$ i $w(p)$ zostały zaproponowane dopiero w 1992 r. [Tversky i Kahneman, 1992], kiedy to twórcy teorii perspektywy, przez wprowadzenie przewartościowywania skumulowanych prawdopodobieństw, starali się uczynić ją zgodną z kryterium dominacji stochastycznej. Od tego czasu funkcje w postaci zaproponowanej przez Tversky'ego i Kahnemana są często wykorzystywane w badaniach empirycznych. Także w tym badaniu przyjęto takie podejście, przyjmując:

$$v(x) = \begin{cases} x^{0,88}, & x \ge 0 \\ -2{,}25(-x)^{0,88}, & x < 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$w(p) = \frac{p^{\gamma}}{\left(p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma}\right)^{1/\gamma}}, \tag{4}$$

przy czym γ = 0,69, gdy prawdopodobieństwo dotyczy strat i γ = 0,61 w przypadku zysków.

2. Teoria perspektywy dla rozkładów o wielu wynikach i rozkładów ciągłych

Uważa się, że wadą podejścia zaproponowanego przez Kahnemana i Tversky'ego jest możliwość jego stosowania jedynie dla wariantów decyzyjnych o co najwyżej dwóch niezerowych wynikach, jednak jak sami autorzy zauważyli [Kahneman i Tversky, 1979, s. 288], rozszerzenie wzorów (1)-(2) na losowe warianty decyzyjnej o większej liczbie wyników jest proste i co najwyżej, w przypadku wariantów o dużej liczbie wyników, wymaga dodatkowych uproszczeń w fazie edycji. Dla wariantów decyzyjnych o wielu wynikach, zarówno dodatnich, jak i ujemnych, proponuje się następujący sposób oceny [Camerer i Ho, 1994; Fennema i Wakker, 1997]:

$$\mathrm{PT}(p) = \sum_{i=1}^{n} w(p_i)v(x_i)\,. \tag{5}$$

Przyjęcie we wzorze (5) nieliniowego przewartościowywania prawdopodobieństw za pomocą funkcji (4) powoduje, że suma tak otrzymanych wag jest mniejsza od jedności. Nie jest to pożądana własność, szczególnie w przypadku wariantów decyzyjnych o dużej lub nieskończonej liczbie wyników, gdyż może powodować rozbieżność do $+\infty$ oceny wariantu decyzyjnego. Własność dotyczącą sumy wag w modelu subiektywnej ważonej użyteczności (SWU – *subjectively weighted utility*) zaobserwował Karmarkar [1978] i zaproponował wprowadzenie normalizacji wag, dzięki której wagi sumują się do jeden i waga każdego wyniku zależy od prawdopodobieństw pozostałych wyników. Taki sam zabieg wprowadzony we wzorze służącym do obliczania wartości $\mathrm{PT}(p)$ dla wariantów o wielu wynikach (o różnych znakach) skutkuje następującą formułą obliczeniową:

$$\mathrm{PT}(p) = \frac{\sum_{i=1}^{n} w(p_i)v(x_i)}{\sum_{i=1}^{n} w(p_i)}\,. \tag{6}$$

Podejście zaproponowane przez Karmarkara będzie wykorzystane w dalszych rozważaniach dotyczących zdefiniowania teorii perspektywy dla rozkładów ciągłych.

Wprowadźmy następujące pojęcia (za [Rieger i Wang, 2008]). Niech p będzie miarą prawdopodobieństwa w **R**. Delta Diraca δ_{x_0} jest zdefiniowana przez $\int_{\mathbf{R}} f(x)\delta_{x_0}(x) = f(x_0)$ dla każdej ciągłej funkcji f. W szczególności, dowolny rozkład prawdopodobieństwa p ze skończenie wieloma wynikami $x_1, \ldots, x_n$ i ich prawdopodobieństwami $p_1, \ldots, p_n$ można zapisać jako sumę delt Diraca o postaci

$$p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i \delta_{x_i} \ . \tag{7}$$

Suma (7) będzie nazywana miarą Diraca.

Pomysłem Riegera i Wanga [2008] jest aproksymowanie ciągłej miary prawdopodobieństwa p za pomocą ciągu miar Diraca p_n. Jeżeli zbiór wyników zostanie podzielony na przedziały o szerokości $1/n$, wtedy

$$p_{n,z} := \int_{\frac{z}{n}}^{\frac{z+1}{n}} dp \ , \ p_n = \sum_{z \in Z} p_{n,z} \delta_{\frac{z}{n}} \ , \tag{8}$$

gdzie z jest indeksem przedziału, Z jest zbiorem indeksów przedziałów, a $\delta_{\frac{z}{n}}$ jest początkiem przedziału o indeksie z.

Twierdzenie 1 [Rieger i Wang, 2008]. Niech p jest rozkładem prawdopodobieństwa w $\mathbf{R}$, wykładniczo zanikającym w nieskończoności i niech p_n jest zdefiniowane jak wyżej. Załóżmy, że $v \in C^1(\mathbf{R})$ ma przynajmniej wykładniczy wzrost i dla funkcji ważenia prawdopodobieństw $w : [0,1] \to [0,1]$ istnieje pewne $\kappa \in (0,1)$ i pewna skończona liczba $C > 0$ taka, że $\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \frac{w(\varepsilon)}{\varepsilon^{\kappa}} = C$ dla $\varepsilon > 0$. Wtedy ocena PT o postaci

$$\mathrm{PT}(p_n) = \frac{\sum_{z=1}^{n} w(p_{n,z}) v(z/n)}{\sum_{z=1}^{n} w(p_{n,z})} \tag{9}$$

jest zbieżna do

$$\lim_{n\to\infty} \mathrm{PT}(p_n) = \mathrm{PT}(p) := \frac{\int_{-\infty}^{\infty} v(x)\big(p(x)\big)^{\kappa} dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \big(p(x)\big)^{\kappa} dx}. \tag{10}$$

Własności oceny PT dla rozkładu ciągłego danej wzorem (10) zachowują własności oceny zaproponowanej przez Kahnemana i Tversky'ego, łącznie z sytuacją, gdy dla wariantów o więcej niż dwóch wynikach wybory decydentów nie są zgodne z dominacjami stochastycznymi.

3. Ranking spółek indeksu WIG20

W części empirycznej zostaną wykorzystane zasady teorii perspektywy dla rozkładów ciągłych do utworzenia rankingów spółek należących do indeksu WIG20. Ponadto zbudowane zostaną rankingi tych spółek na podstawie ich ocen na gruncie teorii perspektywy dla rozkładów dyskretnych.

W badaniu w pierwszej kolejności należy ustalić rozkłady stóp zwrotu akcji spółek. W tym celu wykorzystano badania prowadzone przez Piaseckiego i Tomasik [2013]. Szacowali oni parametry wybranych rozkładów logarytmicznych stóp zwrotu spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w okresie 23.06.1992-1.03.2010, dzieląc ten okres na podokresy hossy i bessy. W obecnym badaniu ograniczono się do danych dotyczących spółek indeksu WIG20 według stanu na 3.03.2010 (AGORA, ASSECOPOL, BIOTON, BRE, BZWBK, CERSANIT, CEZ, CYFRPLSAT, GETIN, GTC, KGHM, LOTOS, PBG, PEKAO, PGNIG, PKNORLEN, PKOBP, POLIMEXMS, TPSA, TVN) i pochodzących z następujących podokresów (oznaczenia zgodne z [Piasecki i Tomasik, 2013]):

- bessa (b3) – 27.03.2000-3.10.2001 (381 sesji giełdowych),
- hossa (h4) – 4.10.2001-5.07.2007 (1444 sesje giełdowe),
- bessa (b4) – 6.07.2007-17.02.2009 (404 sesje giełdowe),
- hossa (h5) – 18.02.2009-1.03.2010 (261 sesji giełdowych).

W okresie b3 jedynie 10 spółek, spośród 20 podanych, było notowanych na giełdzie, w h4 już 19 spółek, a w b4 i h5 wszystkie 20 spółek.

Na podstawie swoich badań Piasecki i Tomasik [2013] stwierdzili, że „[...] empiryczny rozkład stopy zwrotu zawsze najlepiej jest aproksymować przez rozkład NIG". Aż w 93% badanych rozkładów stóp zwrotu spółek w poszczególnych okresach nie stwierdzono podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej mówiącej o tym, że rozkład stóp zwrotu jest rozkładem NIG. Wobec tego w obecnym badaniu zostanie założony taki właśnie rozkład wraz z oszacowaniami jego parametrów uzyskanymi przez Piaseckiego i Tomasik [2013].

Normalny odwrotny rozkład gaussowski (NIG) należy do klasy uogólnionych rozkładów hiperbolicznych. Funkcja gęstości zmiennej losowej $X \sim \mathrm{NIG}(\alpha,\beta,\delta,\mu)$ dana jest w postaci:

$$f_{\mathrm{NIG}}(x\,|\,\alpha,\beta,\delta,\mu) = \frac{\alpha\delta K_1\left(\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}\right)}{\pi\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}}\exp\left[(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})+\beta(x-\mu)\right],$$

gdzie α wskazuje ciężkość ogonów, β asymetrię, δ jest parametrem skali, μ jest parametrem położenia, a $K_1(\cdot)$ oznacza zmodyfikowaną funkcją Bessela drugiego rodzaju.

W rozkładzie NIG zachowanie ogonów jest określane mianem średniociężkich, są one zdecydowanie grubsze niż w rozkładzie normalnym, ale jednocześnie cieńsze niż w niegaussowskim rozkładzie stabilnym [Piasecki i Tomasik, 2013].

Analizowane były dzienne procentowe logarytmiczne stopy zwrotu obliczane jako $R_t = 100(\ln P_t - \ln P_{t-1})$. Parametry rozkładu NIG dla stóp zwrotu dla spółek indeksu WIG20 w badanych okresach b3, h4, b4 i h5 zawierają tab. 1 i 2.

Tabela 1. Parametry rozkładu NIG dla spółek indeksu WIG20 w okresach b3 i h4

Spółka	**okresn b3**				**okres h4**			
	α	β	δ	μ	α	β	δ	μ
AGORA	0,4508	0,0098	4,4194	–0,4279	0,4522	0,0575	1,9904	–0,2518
ASSECOPOL	0,5073	–0,0245	7,3445	–0,2415	0,2546	0,0235	1,8841	–0,0664
BIOTON	–	–	–	–	0,1449	0,0386	1,8197	–0,1536
BRE	0,4978	–0,0272	2,5538	0,0148	0,4704	0,0023	1,9447	0,1128
BZWBK	0,7341	0,0572	3,4821	–0,3630	0,5735	0,0419	2,4541	–0,0342
CERSANIT	0,1490	0,0070	1,6042	–0,1921	0,3287	0,0664	1,0933	–0,0109
CEZ	–	–	–	–	0,9897	–0,1596	2,2007	0,4680
CYFRPLSAT	–	–	–	–	–	–	–	–
GETIN	–	–	–	–	0,1041	0,0204	1,6743	–0,1571
GTC	–	–	–	–	0,3609	0,0258	1,9830	0,0587
KGHM	0,6727	–0,1148	4,3059	0,4373	0,4832	–0,0382	3,0682	0,4097
LOTOS	–	–	–	–	0,6507	–0,0394	2,6423	0,2734
PBG	–	–	–	–	0,4150	0,0813	1,4534	0,0217
PEKAO	0,4854	–0,0048	2,1050	0,0411	0,9020	0,0812	3,5042	–0,2189
PGNIG	–	–	–	–	0,5715	0,0607	1,9867	–0,1420
PKNORLEN	1,0923	–0,0026	4,1566	–0,1071	0,9059	0,0656	3,1757	–0,1414
PKOBP	–	–	–	–	0,7753	0,1035	2,4707	–0,2116
POLIMEXMS	0,0675	–0,0073	1,5097	–0,0001	0,1211	0,0264	1,1315	0,0142
TPSA	7,3614	4,7056	27,5394	–23,226	0,6659	0,0619	2,7191	–0,2012
TVN	–	–	–	–	0,5935	0,0367	2,6950	0,0172

Źródło: Piasecki i Tomasik [2013].

Zgodnie z twierdzeniem 1 ocena PT dla rozkładu ciągłego jest ilorazem całek. Do obliczenia odpowiednich całek dla każdej spółki i w każdym badanym okresie skorzystano z możliwości obliczeniowych programu Mathematica dostępnych online na stronie www.wolframalpha.com. Ocena PT losowego wariantu decyzyjnego zgodnie ze wzorem (10) obliczana jest jako:

$$\mathrm{PT}(p)=\frac{\int_{-\infty}^{0}-2{,}25(-x)^{0{,}88}\left(p(x)\right)^{0{,}69}dx+\int_{0}^{+\infty}x^{0{,}88}\left(p(x)\right)^{0{,}61}dx}{\int_{-\infty}^{0}\left(p(x)\right)^{0{,}69}dx+\int_{0}^{+\infty}\left(p(x)\right)^{0{,}61}dx}, \tag{11}$$

przy czym $p(x)$ jest funkcją gęstości rozkładu NIG o odpowiednich parametrach dla badanych logarytmicznych stóp zwrotu spółek.

Tabela 2. Parametry rozkładu NIG dla spółek indeksu WIG20 w okresach b4 i h5

Spółka	**okres b4**				**okres h5**			
	α	β	δ	μ	α	β	δ	μ
AGORA	0,2620	–0,0528	2,2652	0,1802	0,7164	–0,0973	6,9660	1,1811
ASSECOPOL	0,3731	–0,0098	2,4196	–0,1346	0,7966	0,2782	2,5776	–0,8430
BIOTON	0,1918	–0,0153	3,3527	–0,2771	1,0823	0,5274	10,1437	–5,7174
BRE	0,2781	–0,0361	2,9222	–0,0339	0,4810	0,1606	5,2003	–1,5218
BZWBK	0,4301	–0,0131	4,0827	–0,2400	0,7740	0,1505	7,3211	–1,0998
CERSANIT	0,3578	0,0253	4,4717	–0,7299	0,4697	0,0880	4,6783	–0,7438
CEZ	0,2812	–0,0357	2,4849	0,2326	0,9292	–0,0420	3,7513	0,2618
CYFRPLSAT	0,4239	0,0544	2,0352	–0,2122	0,6181	0,0001	2,8360	0,0123
GETIN	0,3142	–0,0233	2,8700	–0,2072	0,4385	0,1789	2,4602	–0,6414
GTC	0,3551	0,0223	5,0368	–0,6504	0,4119	0,1324	3,0248	–0,8167
KGHM	0,2210	–0,0374	3,1639	0,2215	0,5794	0,0554	5,9259	–0,1597
LOTOS	0,4451	–0,0144	3,3082	–0,3242	0,5053	0,1304	3,5818	–0,5639
PBG	0,6260	0,0087	4,8584	–0,2371	0,5006	0,1043	2,1067	–0,4137
PEKAO	0,4080	–0,0401	4,4713	0,1064	0,6353	0,2709	4,7752	–1,9242
PGNIG	0,5975	–0,0200	3,7991	0,003	0,8108	0,1090	3,2964	–0,4271
PKNORLEN	0,6308	–0,0373	5,0563	0,0266	0,7227	0,0768	5,5920	–0,4160
PKOBP	0,4785	–0,0032	4,2606	–0,2257	0,5055	0,0337	3,6263	0,0306
POLIMEXMS	0,3509	0,0086	4,4646	–0,5099	0,4387	0,1135	2,8923	–0,5497
TPSA	0,6097	0,0753	2,5785	–0,3952	1,0880	–0,1986	4,5074	0,7718
TVN	0,3118	–0,0119	2,8778	–0,1247	0,3172	–0,0055	2,8819	0,2703

Źródło: Piasecki i Tomasik [2013].

Dla porównania zostały także obliczone oceny PT logarytmicznych stóp zwrotu spółek przy wykorzystaniu formuł (5) i (6). W tym celu na podstawie obserwacji historycznych utworzono szeregi rozdzielcze przedziałowe o szerokości 1. Losowy wariant decyzyjny przedstawiono jako średnie wyniki w poszczególnych przedziałach i przypisano ich częstotliwości występowania wyników w danym przedziale jako prawdopodobieństwo.

Uzyskane oceny PT losowych wariantów decyzyjnych (rozkładów stóp zwrotu spółek) pozwoliły na utworzenie rankingów zamieszczonych w tab. 3 i 4 (ranga 1 przypisana jest spółce o najwyższej ocenie). Oznaczenie NIG odnosi się do oceny PT dla normalnego odwrotnego rozkładu gaussowskiego, DYS odnosi się do oceny PT dla dyskretnego losowego wariantu decyzyjnego o więcej niż dwóch wynikach, a NORM odnosi się do oceny PT, w której wagi są normalizowane przez sumę wag wszystkich wyników.

Tabela 3. Rankingi spółek indeksu WIG20 w okresach b3 i h4

Spółka		**b3**			**h4**		
		NIG	**DYS**	**NORM**	**NIG**	**DYS**	**NORM**
AGORA		7	8	7	15	15	16
ASSECOPOL		10	10	10	13	17	17
BIOTON		–	–	–	**1**	**19**	**18**
BRE		5	4	3	14	14	15
BZWBK		2	2	2	9	11	11
CERSANIT		4	5	5	4	1	1
CEZ		–	–	–	**17**	**9**	13
CYFRPLSAT		–	–	–	–	–	–
GETIN		–	–	–	**5**	**16**	**12**
GTC		–	–	–	7	4	4
KGHM		8	7	8	19	18	19
LOTOS		–	–	–	**18**	**13**	14
PBG		–	–	–	3	2	2
PEKAO		1	1	1	**12**	**7**	**7**
PGNIG		–	–	–	10	6	6
PKNORLEN		3	3	4	11	8	8
PKOBP		–	–	–	6	5	5
POLIMEXMS		9	9	9	2	3	3
TPSA		6	6	6	**16**	12	**10**
TVN		–	–	–	8	10	9
Wsp. korelacji rang Spearmana	NIG	–	0,9758	0,9636	–	0,4333	0,5614
	DYS	–	–	0,9758	–	–	0,9632

Źródło: Obliczenia własne.

W okresach b3, b4 zgodność utworzonych rankingów, mierzona współczynnikiem korelacji rang Spearmana (tabela 3 i 4), jest bardzo wysoka. Jedynie w okresie h4 uwagę zwraca stosunkowo niska zgodność pomiędzy rankingiem utworzonym na podstawie przyjętego rozkładu ciągłego a rankingami utworzonymi na podstawie rozkładów dyskretnych, zarówno przy stosowaniu wzorów bez normalizacji, jak i z uwzględnieniem normalizacji wag.

Tabela 4. Rankingi spółek indeksu WIG20 w okresach b4 i h5

Spółka		b4			h5		
		NIG	DYS	NORM	NIG	DYS	NORM
AGORA		17	13	15	19	19	17
ASSECOPOL		5	4	5	7	5	5
BIOTON		20	20	20	18	17	20
BRE		18	19	19	**5**	**11**	9
BZWBK		12	10	10	8	9	6
CERSANIT		11	14	12	12	13	12
CEZ		6	7	7	15	12	15
CYFRPLSAT		1	1	1	17	16	16
GETIN		16	16	17	1	1	1
GTC		10	12	9	4	8	8
KGHM		19	18	16	9	10	10
LOTOS		13	11	13	3	3	3
PBG		4	5	4	10	7	11
PEKAO		15	17	18	2	2	2
PGNIG		3	3	3	**13**	**6**	**7**
PKNORLEN		9	9	11	14	15	13
PKOBP		7	8	8	11	14	14
POLIMEXMS		14	15	14	6	4	4
TPSA		2	2	2	20	18	18
TVN		8	6	6	16	20	19
Wsp. korelacji rang Spearmana	NIG	–	0,9609	0,9699	–	0,8782	0,9143
	DYS	–	–	0,9744	–	–	0,9564

Źródło: Obliczenia własne.

W tab. 3 i 4 czcionką pogrubioną zaznaczono pozycje w rankingach różniące się co najmniej o 5 pozycji w danym okresie. Najbardziej zaskakująca jest ocena pozycji spółki BIOTON. Jeżeli oceniane są rozkłady ciągłe, to spółka ta jest najlepiej oceniana, gdy natomiast oceniane są rozkłady dyskretne, to jest ona najgorszą (ostatnią lub przedostatnią) spółką. Duże, choć mniej spektakularne, różnice w ocenie wystąpiły także dla spółek CEZ, GETIN, LOTOS, PEKAO, TPSA (nazwy spółek aktualne na dzień 3.03.2010).

Podsumowanie

Koncepcja zaproponowana przez Riegera i Wanga [2013] charakteryzuje się dwoma istotnymi cechami: umożliwia opisywanie wyborów decydentów niezgodnych z zasadami dominacji stochastycznych (wybory takie są opisywane w literaturze np. [Birnbaum i Navarrete, 1998]) i może być stosowana do oceny wielu rzeczywistych problemów decyzyjnych z dziedziny ekonomii i finansów, w których warianty decyzyjne są opisane za pomocą rozkładów ciągłych. Choć druga cecha jest bardzo interesująca, dotąd brakowało w literaturze praktycznego wykorzystania zasad teorii perspektywy do oceny stóp zwrotu spółek giełdowych. Przyczyn takiego stanu rzeczy można upatrywać w trudnościach, jakie napotyka się przy praktycznym wykorzystaniu zaproponowanej koncepcji. Jedną z nich jest potrzeba znajomości rozkładów stóp zwrotu spółek i oszacowań odpowiednich parametrów. Wiadomo, że stopy zwrotu spółek nie mają rozkładu normalnego, a oszacowanie parametrów i testowanie ich istotności dla innych rozkładów wymaga dobrej znajomości zagadnień statystycznych wykraczających poza zakres podstawowy. Inna trudność związana jest ze stroną matematyczną, gdyż konieczne jest wyznaczenie wartości całek, które dla rozkładów ciągłych charakteryzujących stopy zwrotu spółek mają skomplikowaną postać. Dodatkowo ilość koniecznych obliczeń jest dość znaczna, np. aby utworzyć jeden ranking 20 spółek należało wyznaczyć wartości 80 całek.

Należałoby się zastanowić, czy poniesiony trud opłaca się. Rankingi utworzone dla rozkładów dyskretnych (bez konieczności szacowania rozkładów ciągłych i obliczania całek), poza okresem h4, różnią się nieznacznie. Przeważnie pozycje spółek w rankingach różnią się o 1 lub 2, rzadziej o 3 lub 4 miejsca. Jedynie okres h4 jest tu zaskakujący zarówno pod względem dużych różnic w pozycjach spółek w rankingu, jak i ilości takich spółek. Choć tylko w jednym rankingu wystąpiły tak znaczne różnice, to przed wyciągnięciem wniosku „rankingi różnią się nieznacznie", należałoby poszukać przyczyn zaobserwowanych rozbieżności.

Literatura

Birnbaum M.H., Navarrete J.B. (1998), *Testing descriptive utility theories: Violations of stochastic dominance and cumulative independence*, „Journal of Risk and Uncertainty", Vol. 17, s. 49-78.

Camerer C., Ho T.-H. (1994), *Violations of the betweenness axiom and nonlinearity in probability*, „Journal of Risk and Uncertainty", Vol. 8, s. 167-196.

Fennema H., Wakker P. (1997), *Original and cumulative prospect theory: A discussion and empirical differences*, „Journal of Behavioral Decision Making", Vol. 10, s. 53-64.

Kahneman D., Tversky A. (1979), *Prospect theory: An analysis of decision under risk*, „Econometrica", Vol. 47, s. 263-291.

Karmarkar U.S. (1978), *Subjectively weighted utility: A descriptive extension of the expected utility model*, „Organizational Behavior and Human Performance", Vol. 21, s. 61-72.

Piasecki K., Tomasik E. (2013), *Rozkład stóp zwrotu z instrumentów polskiego rynku kapitałowego*, edu-Libri, Kraków-Warszawa.

Rieger M.O., Wang M. (2008), *Prospect theory for continuous distributions*, „Journal of Risk and Uncertainty", Vol. 36, s. 83-102.

Tversky A., Kahneman D. (1992), *Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty*, „Journal of Risk and Uncertainty", Vol. 5, s. 297-323.

VALUATION OF DECISION ALTERNATIVES WITH CONTINUOUS DISTRIBUTIONS BASED ON PROSPECT THEORY

Summary: The work presents concepts extending prospect theory on decision-making alternatives with continuous distributions and discrete distributions with more than two non-zero outcomes. Examples of the application of the presented models will be based on real market data. The first part of the paper describes the principles of prospect theory, the second part shows the proposal of Rieger and Wang which extends the prospect theory to continuous distributions, also the extension to alternatives with more than two outcomes is presented. In the third section we give the example of the practical application of prospect theory for continuous distributions to create rankings of stocks belonging to the WIG20 index. We also built the rankings of these companies based on their valuation on the basis of prospect theory for discrete distributions.

Keywords: prospect theory, continuous distribution, analysis of stock market data.