

SŁAWOMIR DOROSIEWICZ

POTOKI W SIECIACH TRANSPORTOWYCH. ROZKŁAD PRZESTRZENNY I JEGO WŁASNOŚCI DYNAMICZNE

1. WSTĘP

Analizy rozkładu potoków w sieci transportowej odgrywają ważną rolę w teorii i praktyce transportu. Alternatywą dla tych analiz są z jednej strony badania empiryczne, te zaś, szczególnie w makroskali, są na tyle kosztowne, że zakres i częstotliwość ich przeprowadzania nie mogą być, i nie są, zbyt duże. Stąd naturalna potrzeba wykorzystania możliwie dokładnych modeli opisujących przestrzenny rozkład potoków. Odnosi się to zarówno do sfery przewozów towarowych jak i pasażerskich.

Praca dotyczy dynamicznych aspektów zagadnienia przydziału ruchu, koncentrując się na modelowym ujęciu zjawiska formowania się konkretnych przestrzennych rozkładów potoków w sieci. Przyjęta w pracy terminologia odnosi się do przewozu ładunków, nie wydaje się jednak, aby aparat formalny nie mógł znaleźć zastosowania w modelowaniu potoków pasażerskich.

Konkretny rozkład potoków jest postrzegany jako wypadkowa jednostkowych decyzji o wyborze tras i następujących po nich działań podejmowanych przez przewoźników. Zasadniczym naszym zamysłem jest zbadanie różnych modeli decyzyjnych (przede wszystkim opartych na założeniu ograniczonej racjonalności). Uwaga zostanie skupiona przede wszystkim na modelu populacji przewoźników złożonej z continuum drobnych podmiotów (graczy), który to przypadek wydaje się „dobrze dopasowany” do realiów większości rynków transportowych.

Dotychczasowe propozycje równań określających dynamikę przepływów w sieciach transportowych miały przede wszystkim charakter modeli deterministycznych, choć nie brakuje konstrukcji opartych na paradygmacie probabilistycznym. Służyły one do badań nad stabilnością różnych rodzajów równowag sieci (klasyczna równowaga użytkowników sieci transportowej, *User Equilibrium*, *UE*, np. Wardrop [20], jak i jej stochastyczna odmiana, Florian et al. [7]). Z badań nad modelami z czasem ciągłym można tu wymienić prace Smitha [15], Friesza [8], Watlinga [17-18], Zhanga i Nagurney [19], Cho i Hwanga [5], Mounce’a [14]. Analizy modeli z czasem dyskretnym można znaleźć w Cantarella i Cascetta [3], Bie i Lo [2]. Wydaje się jednak, że zasadniczą rolę odgrywało założenie o racjonalności zachowań uczestników rynku. W niniejszej pracy częściowo zrezygnowano z tego założenia na rzecz ograniczonej (a dokładnie proceduralnej) racjonalności podmiotów rynkowych i zaproponowano równania określające

przestrzenny rozkład potoków we wspomnianym przypadku. Równania te pozwalają w szczególności, przy ustalonej wielkości globalnego popytu na przewozy, na identyfikowanie obszarów przyciągania stanów równowagi; mogą więc stanowić pewien głos w dyskusji nad badaniami stabilności stanów równowagi sieci transportowych.

2. MODEL DYNAMIKI POTOKÓW

Kluczowe znaczenie w konstrukcji modelu opisującego przestrzenny rozkład potoków przewozowych mają, oprócz struktury samej sieci transportowej, informacje o strukturze populacji przewoźników oraz założenia o mechanizmach decyzyjnych przewoźników, przede wszystkim w aspekcie wyboru tras realizacji przewozów. Omówimy pokrótce obie te kategorie.

2.1 PRZEWOŹNICY

W wielu krajach, także w Polsce, samochodowy transport ładunków jest zdecentralizowany. Dostarczycielami usług transportowych jest stosunkowo duża liczba małych przedsiębiorstw transportowych¹. Istnieją znaczące rozbieżności danych o liczbie tych podmiotów. Burnewicz [3] szacował ją na ponad 80 tys. (w 2006r). Inni autorzy (Bentkowska-Senator, Kordel [1]) na podstawie różnych źródeł szacują ją na około 110 tys., w znaczącej większości dysponujących 1 lub 2 samochodami ciężarowymi. Warto wspomnieć, że według danych GUS [16], w końcu 2008r. było około 1200 przedsiębiorstw posiadających 11-50 samochodów i niewiele ponad 100 firm dysponujących większym taborem. Mimo ciągłych zmian (z jednej strony rejestracje nowych, z drugiej zaś bankructwa i wyrejestrowania z innych powodów) wydaje się, że łączna ich liczba pozostaje na mniej więcej jednakowym poziomie. Istnieją więc tym samym praktyczne przesłanki, aby zbiorowość przewoźników uznać za jednorodną, zaś każdego z przewoźników za małego gracza rynkowego a więc podmiot, którego działalność ma znikomy wpływ na łączną wielkość przewozów. Wydaje się także akceptowalnym założenie o niezależnym charakterze działalności przewoźników, wyrażającym się w podejmowaniu przez nich niezależnych decyzji o wyborze konkretnego układu tras w celu realizacji zadań przewozowych.

¹ Prawo polskie (Ustawa o swobodzie działalności gospodarczej, Dz.U. Nr 173, poz. 1807 z późn. zm.) precyzuje, że przedsiębiorcą jest osoba fizyczna, osoba prawna lub jednostka organizacyjna mająca zdolność prawną – wykonująca we własnym imieniu działalność gospodarczą. Dodatkowo Ustawa o transporcie samochodowym (Dz.U. z 2004r., Nr 204, poz. 288) określa przewoźnika drogowego jako przedsiębiorcę uprawnionego do wykonywania działalności gospodarczej w zakresie transportu drogowego.

2.2. SIEĆ TRANSPORTOWA I POTOKI ŁADUNKÓW

Elementem *sieci transportowej* (zwanej dalej *siecią*) jest skierowany multigraf, którego wierzchołki odpowiadają geograficznym miejscom, pomiędzy którymi zachodzi wymiana towarowa, łuki reprezentują możliwe połączenia drogowe pomiędzy wierzchołkami.

Niech W oznacza zbiór uporządkowanych par wierzchołków multigrafu, P_i – zbiór dróg (nie zawierających cykli) łączących początkowy wierzchołek z końcowym wierzchołkiem pary $i \in W$. *Rozkład przewozów na drogach* (łukach) sieci jest określony wektorami h, v , których składowe przedstawiają wielkości potoków wyrażających się ilością ładunków przewożonych w jednostce czasu na poszczególnych drogach (łukach) sieci. Między tymi rozkładami zachodzi zależność liniowa, $v = \delta h$, gdzie δ jest macierzą incydencji dróg i łuków grafu. Każda droga – element zbioru $P = \cup_{i \in W} P_i$ – jest scharakteryzowana układem stosownych parametrów i funkcji (np. czas lub, wyrażone w pieniądzu, koszty przewozu). Z uwagi na kongestię transportową i towarzyszące jej zjawiska wielkości te są funkcjami aktualnego rozkładu ruchu.

2.3. RÓWNANIA DYNAMIKI

Wielkość łącznych przewozów jest wynikiem agregacji cząstkowych potoków generowanych przez przewoźników. Te ostatnie zaś, a dokładniej ich rozkład przestrzenny (na drogach sieci), odzwierciedlają jednostkowe decyzje o wyborze tras przewozów. Wielkość potoku na drodze p w chwili t jest dana wzorem:

$$h_{p,t} = \pi_{p,t} D_{i,t} \quad \forall p \in P_i, i \in W, \quad (1)$$

gdzie h_p jest potokiem ładunku na drodze $p \in P_i$, D_i – łącznym popytem na przewozy pomiędzy parą wierzchołków i , π_p – prawdopodobieństwem wyboru drogi przez reprezentatywnego przewoźnika. Zależność taka zachodzi dla każdego momentu (czasu). Otrzymujemy z niej bezpośrednio formuły dla potoków na drodze $p \in P_i$ ($i \in W$):

$$dh_{p,t} = D_{i,t} d\pi_{p,t} + \pi_{p,t} dD_{i,t}, \quad (2)$$

$$h_{p,t+1} - h_{p,t} = \Delta D_{i,t} \pi_{p,t+1} + D_{i,t} \Delta \pi_{p,t}. \quad (3)$$

Wyprowadzenie równań opisujących dynamikę potoków wymaga określenia zmian obu czynników: zmian globalnego popytu na przewozy oraz zmian prawdopodobieństw wyboru dróg. Pierwszy z nich wyznaczony jest przez czynniki makroekonomiczne, w szczególności zmiany wolumenu produkcji poszczególnych sektorów gospodarki jest w dużym stopniu niezależny od działalności przewoźników. Sposób modelowego opisu drugiego czynnika – odnoszącego się do zmian prawdopodobieństw $\pi_{p,t}$ – opiera się o znaną z teorii gier populacyjnych koncepcję *procedury*. W rozważanym przypadku – modelowania zachowań przewoźników – jest to zespół czynności polegający na wypracowaniu dla bieżących warunków odpowiednio dobrej strategii przewozowej, przy

okazji służący też zweryfikowaniu, czy stosowana dotychczas strategia może być nadal "w dostatecznym stopniu" akceptowalna. Procedura może polegać na przykład na dodatkowych obserwacjach, uwzględnieniu dodatkowych danych, przeprowadzeniu stosownych kalkulacji itp.), której wyniki mają wpływ na decyzje przewoźnika w zakresie jego działalności, to jest sposobu realizacji przewozów. Przyjmijmy, że w każdym momencie mechanizm decyzyjny każdego z przewoźników jest zgodny z tzw. schematem Calvo: przewoźnik realizuje procedurę, w wyniku czego może, zgodnie z jej wynikami, zmienić swoją dotychczasową decyzję odnośnie do wyboru drogi, bądź zachować w tej materii status quo.

Formalnie proces ten można opisać następująco. Niech $\lambda_p(t, t + \varepsilon)$ (gdzie $\varepsilon > 0$ jest ustalone) oznacza prawdopodobieństwo, iż przewoźnik, który tuż przed momentem t wybierał drogę $p \in P_i$, drogę tę wybierze także w chwili $t + \varepsilon$. Dla ustalonego $p \in P_i$ liczba π_p^{proc} oznacza prawdopodobieństwo utrzymania dotychczasowego wyboru (tj. drogi p) po zrealizowaniu procedury. Zmiany tych prawdopodobieństw opisuje równanie wynikające bezpośrednio z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym:

$$\pi_{p,t+\varepsilon} = \pi_{p,t}^{\text{proc}} \lambda_p(t, t + \varepsilon) + \pi_{p,t-0}(1 - \lambda_p(t, t + \varepsilon)). \quad (4)$$

Dla modelu z czasem dyskretnym wystarczy przyjąć $\varepsilon = 1$. W przypadku modelu z czasem ciągłym zakładamy, że $\lambda_p(t, t + \varepsilon) = \lambda_{p,t}\varepsilon + o(\varepsilon)$ dla $\varepsilon \downarrow 0$, gdzie $\lambda_{p,t} > 0$. Z (4) wynika wtedy istnienie granicy

$$\lim_{\varepsilon \downarrow 0} (\pi_{p,t+\varepsilon} - \pi_{p,t-0})/\varepsilon = \lambda_{p,t}(\pi_{p,t}^{\text{proc}} - \pi_{p,t-0}) \quad (5)$$

i w konsekwencji ciągłość i różniczkowalność funkcji $t \mapsto \pi_{p,t}$. Ostatecznie mechanizm modyfikacji prawdopodobieństwa wyboru dróg może zostać zapisany następująco:

$$\pi_{p,t+1} - \pi_{p,t} = \lambda_{p,t}(\pi_{p,t}^{\text{proc}} - \pi_{p,t}) \quad \text{model z czasem dyskretnym,} \quad (6)$$

$$d\pi_{p,t} = \lambda_{p,t}(\pi_{p,t}^{\text{proc}} - \pi_{p,t}) dt \quad \text{model z czasem ciągłym.} \quad (7)$$

W konsekwencji równanie opisujące dynamikę potoku na drodze $p \in P_i$ ($i \in W$) mają odpowiednio postać:

$$h_{p,t+1} - h_{p,t} = (\pi_{p,t}^{\text{proc}} \lambda_{p,t} + \pi_{p,t}(1 - \lambda_{p,t}))(D_{i,t+1} - D_{i,t}) + \lambda_{p,t}(\pi_{p,t}^{\text{proc}} - \pi_{p,t})D_{i,t}, \quad (8)$$

$$dh_{p,t} = \lambda_{p,t}(\pi_{p,t}^{\text{proc}} - \pi_{p,t}) D_{i,t} dt + \lambda_{p,t} \pi_{p,t} dD_{i,t}. \quad (9)$$

Punkty krytyczne tego układu odpowiadają odmianie równowagi proceduralnej: wykonanie procedury i ewentualne wdrożenie jej wyników, a więc reoptymalizacja strategii przewoźnika, nie zmienia sumarycznego rozkładu potoków². Naturalne jest założenie,

² Można pokazać (por. [2], [6]), że w określonych przypadkach punkty krytyczne równań (8,9) są punktami równowagi użytkowników.

iż $(\pi_{p,t}^{\text{proc}} : p \in P)$ zależą od wcześniejszych obserwacji wielkości ruchu, przede wszystkim dotychczasowych kosztów przewozu. Przykładowa postać zależności dla modeli z czasem ciągłym i dyskretnym może być następująca:

$$\pi_{p,t}^{\text{proc}} = \begin{cases} A \sum_{s \geq 0} w_{t-s} \varphi(c_p(h_{t-s}) - c_i^0(h_{t-s})), \\ A \int_0^{\infty} w(t-s) \varphi(c_p(h_{t-s}) - c_i^0(h_{t-s})) ds, \end{cases} \quad \forall p \in P_i, i \in W, \quad (10)$$

gdzie $c_i^0 = \min\{c_k : k \in P_i\}$ jest minimalnym kosztem przewozu pomiędzy parą wierzchołków i , zaś A , φ oraz w są zadanymi funkcjami. Druga z nich jest funkcją nierosnącą, trzecia – zwykle niemalejąca. To ostatnie związane jest z tym, iż zwykle przyjmuje się, że dane pochodzące z odległej przeszłości mają mniejszy wpływ na rezultat bieżącego wnioskowania, niż dane młodszej daty. Postać funkcji A jest wyznaczona przez warunek unormowania prawdopodobieństwa tak, aby $\sum_{i \in P_i} \pi_{p,t}^{\text{proc}} = 1$. Tym samym własności dynamiczne modelu zależą od charakteru zmienności łącznego popytu, a przy stałej wartości tego ostatniego – są określone przez rodzaj wykonywanej procedury oraz skłonność przewoźników do akceptacji i uwzględnienia jej wyników. Ilustracją tego mogą być przytoczone w dalszej części przykłady.

3. PRZYKŁADY

Rozwiążemy równania dynamiki (8)-(9) w przypadku grafu złożonego z dwóch wierzchołków połączonych dwoma łukami (tu także drogami $p = 1, 2$). Dopuszczalne rozkłady potoków tworzą sympleks określony warunkami $x_1 + x_2 = D$, $x_1, x_2 \geq 0$. Jednostkowe koszty przewozu zależą liniowo od wielkości potoków: $c_1(h) = h_1$, $c_2(h) = 2h_2$.

Będziemy zakładali, że stałe są prawdopodobieństwa $\lambda_t = \lambda$. Wspólną ich wartość można traktować jako miarę skłonności przewoźników do uaktualnienia sposobu realizacji przewozów. Przyjmujemy, że każdy z przewoźników modyfikuje swoje wyobrażenia za pomocą procedury uwzględniającej wyniki jedynie *bieżących* obserwacji wielkości ruchu tak, że jedynym brany pod uwagę czynnikiem jest koszt przewozu. W przypadku, gdy procedura charakteryzuje się takim swoistym „brakiem pamięci”, co odpowiada przyjęciu we wzorze (10) $w_s = 0$ dla $s \neq 0$ oraz w w postaci delty Diraca odpowiednio w przypadku modelu z czasem dyskretnym i ciągłym, otrzymujemy:

$$\pi_{p,t}^{\text{proc}} = A \varphi(c_p - c_i^0) \quad \forall p \in P_i, i \in W. \quad (11)$$

Rozważymy szczególny przypadek (11), gdy prawdopodobieństwa wyboru dróg są określone modelem logitowym:

$$\pi_{p,t}^{\text{proc}} \sim \exp(-\alpha(c_p - c_i^0)) \sim \exp(-\alpha c_p), \quad (12)$$

gdzie $\alpha > 0$ jest parametrem określającym wrażliwość prawdopodobieństwa wyboru dróg na zmiany kosztów przewozu. Z warunku unormowania otrzymujemy dla rozważanych prawdopodobieństw wielomianowy model logitowy:

$$\pi_{p,t}^{proc}(h_p) = \exp(-\alpha c_p(h_p)) / ((\exp(-\alpha c_1(h_1)) + \exp(-\alpha c_2(h_2)))) . \quad (13)$$

W zamieszczonych przykładach zbadamy niektóre własności dynamiki potoków. Z uwagi na skomplikowaną naturę równań dynamiki, do efektywnego przeprowadzenia jakościowej analizy rozwiązań konieczne jest zastosowanie stosownych procedur numerycznych. Prezentowane w dalszej części wyniki zostały uzyskane za pomocą programu IDMC (Interactive Dynamical Model Calculator, por. [11],[12]) oraz autorskich skryptów dla programu **R**.

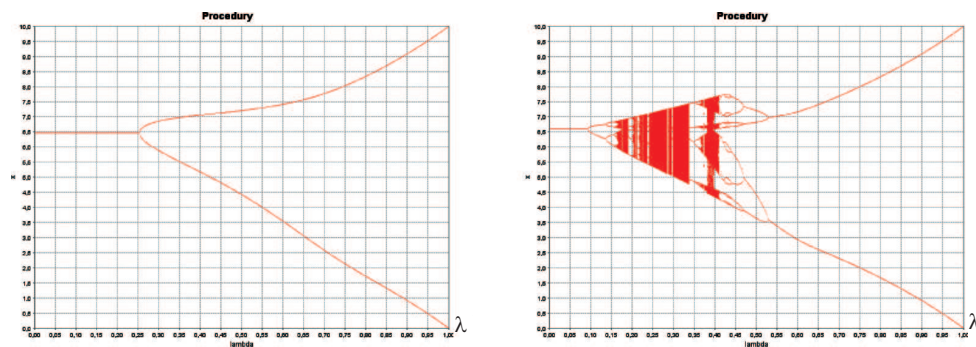
Przykład 1.

Założmy dodatkowo, że stały jest łączny popyt na przewozy ($D_t = D$). W przypadku modelu z czasem dyskretnym i ciągłym wielkością potoków ewoluują zgodnie z równaniami (8)-(9), które przyjmują postaci:

$$h_{p,t+1} - h_{p,t} = \lambda \left(\frac{D \exp(-\alpha c_p(h_{p,t}))}{\exp(-\alpha c_1(h_{1,t})) + \exp(-\alpha c_2(h_{2,t}))} - h_{p,t} \right), \quad (14)$$

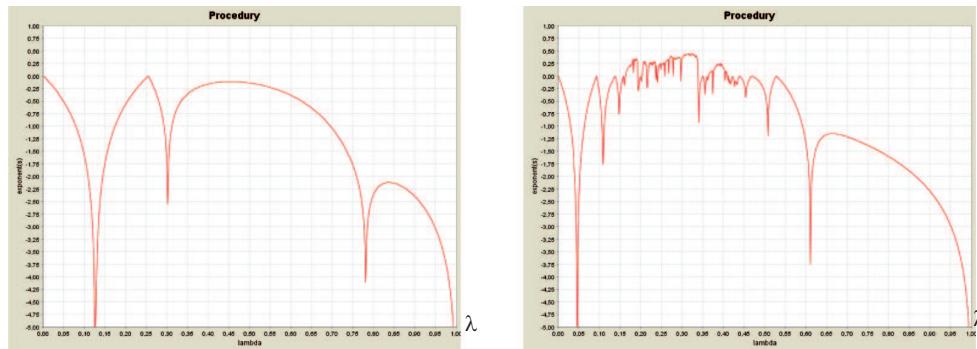
$$dh_{p,t} = \lambda \left(\frac{D \exp(-\alpha c_p(h_{p,t}))}{\exp(-\alpha c_1(h_{1,t})) + \exp(-\alpha c_2(h_{2,t}))} - h_{p,t} \right) dt. \quad (15)$$

Pochodna (względem h_p) prawej strony (14) oraz (15) jest lokalnie ograniczona co gwarantuje istnienie i jednoznaczność rozwiązań zagadnień początkowych.

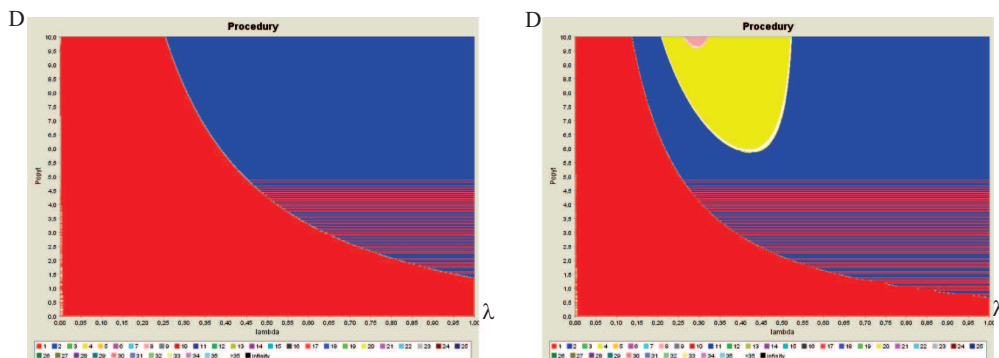


Rysunek 1. Diagram bifurkacyjny układu (14). Parametrem jest $\lambda \in [0, 1]$. Wartości pozostałych parametrów są następujące: $D = 10$, warunek początkowy $h_1|_{t=0} = D/2$ oraz $\alpha = 1$ lub $\alpha = 3$ (odpowiednio dla lewego i prawego panelu)

Charakter dynamiki zależy w sposób istotny od wartości parametrów modelu. Dla niewielkich wartości popytu, nawet istotne korekty tras proponowane w wyniku przeprowadzenia procedur nie są ilościowo znaczące. W konsekwencji dynamika układu



Rysunek 2. Wartości wykładników Lapunowa układu (14). Wartości parametrów identyczne jak w przypadku odpowiednich paneli rys. 1



Rysunek 3. Dwuwymiarowe diagramy bifurkacyjne układu (14). Parametrami bifurkacyjnymi są D, λ . Lewy i prawy panel odpowiadają wartościom $\alpha = 1$ oraz $\alpha = 3$

jest stosunkowo zachowawcza i istnieje dokładnie jeden asymptotycznie stabilny punkt równowagi dla wszystkich wartości $\lambda \in [0, 1]$. Za pomocą dość elementarnych narzędzi można pokazać, że dla $0 < \lambda \leq 1$ istnieje dokładnie jeden punkt równowagi układu (14,15). Co więcej, dla zadanych wartości D, α istnieje dodatnia liczba $\lambda = \lambda(D, \alpha)$, że dla $0 < \lambda < \lambda(D, \alpha)$ wspomniany punkt równowagi jest asymptotycznie stabilny.

W miarę wzrostu popytu zakres λ dla którego istnieje jedyny punkt równowagi kurczy się, pojawiają się rozwiązania okresowe o wyższych okresach, rozwiązania quasi-okresowe oraz (dla większych wartości α) także rozwiązania chaotyczne. Przykładowo, dla $\alpha = 3$ istnieją zakresy prawdopodobieństwa λ dla których dynamika jest chaotyczna (rys. 1 i 3). Świadczą o tym pasma z dodatnimi wartościami wykładnika Lapunowa (rys. 2). W praktyce jednak prawdopodobieństwa reoptymalizacji zachowań przewoźników, a więc wartości parametru λ , wydają się stosunkowo niewielkie (choć weryfikacja tej tezy wymaga szczegółowych badań), dlatego nie należy spodziewać się chaotycznych zmian rozkładu potoków.

W modelu z czasem ciągłym, w przypadku rozważanej sieci transportowej, występowanie chaotycznej dynamiki jest w ogóle wykluczone. W zależności od wartości parametrów obserwujemy stabilne punkty krytyczne bądź rozwiązania okresowe lub – częściej – quasi-okresowe.

Przykład 2.

Zajmiemy się równaniami dynamiki w przypadku rozważanym w poprzednim przykładzie z jedną różnicą polegającą na uchyleniu założenia o stałości popytu na przewozy. Dokładny opis jego zmian wymaga analizy ścieżki rozwoju otoczenia gospodarczego transportu.

W pierwszym przybliżeniu można pominąć inne czynniki zewnętrzne i przyjąć założenie, iż samo tempo zmian popytu na przewozy, jak i jego odchylenia od trendu, zależą jedynie od bieżącej wielkości tego popytu. Równanie dynamiki wielkości przewozów może być zapisane w postaci:

$$D_{t+1} - D_t = D_t (r(D_t) + \sigma(D_t)\varepsilon_t) \quad \text{model z czasem dyskretnym,} \quad (16)$$

$$dD_t = D_t (r(D_t) + \sigma(D_t)dW_t) \quad \text{model z czasem ciągłym,} \quad (17)$$

gdzie r , σ są funkcjami opisującymi odpowiednio średnie tempo zmian i wahania przypadkowe popytu na przewozy, ε_t jest gaussowskim procesem białego szumu, zaś W_t – procesem Wienera.

W najprostszym przypadku, uzasadnionym zwłaszcza w przypadku analiz krótkookresowych, można przyjąć, iż funkcje r , σ są stałe. W takim przypadku łączny popyt jest zgodny z geometrycznym ruchem Browna:

$$D_t = D_0 \prod_{\tau=0}^{t-1} (1 + r + \sigma \varepsilon_\tau), \quad \text{model z czasem dyskretnym,}$$

$$D_t = D_0 \exp\left((r - s^2/2)t + sW_t\right), \quad \text{model z czasem ciągłym.}$$

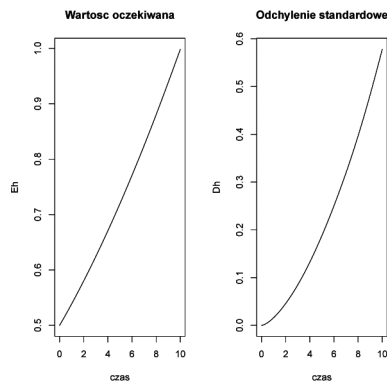
Przyjmując, iż pozostałe elementy – w tym definicja procedury – są identyczne jak w poprzednim przykładzie, z formuł (8)-(9) oraz (16)-(17) wynikają równania dynamiki potoków. Dla przypadku czasu dyskretnego i ciągłego mają one postać:

$$h_{p,t+1} - h_{p,t} = \lambda D_{t+1} \frac{\exp(-\alpha c_p)}{\exp(-\alpha c_1) + \exp(-\alpha c_2)} - \lambda h_{p,t} + (1 - \lambda)(1 + r + \sigma \varepsilon_t), \quad (18)$$

$$dh_{p,t} = \left(\lambda D_t \frac{\exp(-\alpha c_p)}{\exp(-\alpha c_1) + \exp(-\alpha c_2)} + (r - \lambda)h_{p,t} \right) dt + \sigma h_{p,t} dW_t. \quad (19)$$

Dla zadanej wartości popytu początkowego istnieje silne rozwiązanie tego równania i jest ono jednoznaczne. W przypadku modelu z czasem ciągłym uzyskanie analitycznej postaci rozwiązania nie wydaje się możliwe. Funkcje: wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego rozwiązania zostały oszacowane za pomocą schematu Milsteina

([10]) zaimplementowanego w pakiecie **R**. Wykresy wspomnianych funkcji momentowych dla potoku $t \mapsto h_{1,t}$ – pokazano na rys. 4.



Rysunek 4. Oszacowane metodą Monte Carlo: wartość oczekiwana Eh_1 i odchylenie standardowe Dh_1 wielkości potoku na drodze 1 (odpowiednio lewy i prawy panel)

4. UWAGI KOŃCOWE

W rozważanym modelu wielkość popytu na przewozy była kategorią egzogeniczną. Konstruując subtelniejsze wersje modeli, w tym analizując długookresowe ścieżki popytu, należy uwzględnić fakt, iż przewozy są osadzone w systemie transportowym, a ten z kolei jest częścią konkretnego układu gospodarczego. Ich związki mają skomplikowaną naturę, która niełatwo poddaje się kwantyfikacji. Do branych pod uwagę czynników mających wpływ na wielkość przewozów zaliczyć można zasadnicze wielkości charakteryzujące wzrost gospodarczy i towarzyszący mu wzrost dochodów i zamożności społeczeństwa: wielkość PKB, wolumen wymiany z zagranicą, liczebność i strukturę społeczeństwa, poziom jego dochodów, poziom konsumpcji wzrost zasobów i wartości czasu wolnego, zmiany w strukturze sieci osiedleńczej, relacjach cenowych, strukturze zatrudnienia oraz cząstkowe wskaźniki stopnia racjonalizacji danej formy transportu, uwzględniające stopień liberalizacji rynku, wprowadzania nowych technologii, rozbudowy infrastruktury itp. ([3] oraz [13]).

Drugą kwestią, także o zasadniczym znaczeniu, wydaje się odpowiedni dobór procedury. Szczególnie ważny wydaje się przypadek, w którym wyniki procedur wykonywanych przez przewoźników opisują niezależne procesy Markowa. Równania opisujące rozkład potoków opierają się wtedy bezpośrednio na równaniach Chapmana-Kołmogorowa, zaś istota wykonywanych procedur determinuje intensywności zmian decyzji przewoźników i wartości warunkowych prawdopodobieństw wyboru przez nich poszczególnych dróg przewozu, (por. np. [6]).

Autor bardzo dziękuje Recenzentowi za szereg uwag, które w znaczącym stopniu przyczyniły się do ulepszenia treści artykułu.

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

LITERATURA

- [1] Bentkowska-Senator K., Kordel Z., Polski transport samochodowy ładunków. Wyd. Kodeks, Bydgoszcz-Gdańsk-Warszawa, 2007.
- [2] Bie J., Lo H.K., Stability and attraction domains of traffic equilibria in a day-to-day dynamical system formulation, *Transportation Research, Part B*, vol. 44 (2010), pp. 90-107.
- [3] Burniewicz J., Prognoza zapotrzebowania na usługi transportowe w Polsce do 2020 roku. W: Uwarunkowania rozwoju systemu transportowego Polski (red.red. B. Liberadzki, L. Mindur), Uwarunkowania rozwoju systemu transportowego Polski, str. 125-167. Wydawnictwo ITE, 2006.
- [4] Cantarella G.E., Cascetta E., Dynamic processes and equilibrium in transportation networks: towards a unifying theory. *Transportation Science* 29 (4) 1995, pp. 305-329.
- [5] Cho H.J., Hwang M.C., Day-to-day vehicular flow dynamics in intelligent transportation network. *Mathematical and Computer Modelling* 41 (4-5) 2005, pp. 501-522.
- [6] Dorosiewicz S., Potoki w sieciach transportowych. Wydawnictwo Instytutu Transportu Samochodowego. Warszawa 2010r.
- [7] Florian M., Hearn D., Networks Equilibrium Models and Algorithms, In: *Network Routing. Handbooks of Operations Research and Management Science* (M.O. Ball et all. eds). Volume 8. North-Holland, Amsterdam, 1995.
- [8] Friesz T.L., Bernstein D., Mehta N.J., Tobin R.L., Ganjalizadeh S., Day-to-day dynamic network disequilibria and idealized traveler information systems. *Operations Research* 42(6), 1994, pp. 1120-1136.
- [9] Horowitz J.L., The stability of stochastic equilibrium in a two link transportation network. *Transportation Research Part B* 18 (1) 1984, pp. 13-28.
- [10] Kloeden P.E., Platten E., *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992.
- [11] Medio A., Lines M., 2001. *Nonlinear Dynamics. A Primer*. Cambridge University Press, 2003.
- [12] Medio A., Lines M., IDMC interactive Dynamical Model Calculator. User Guide, available at www.dss.uniud.it/nonlinear, 2004.
- [13] Menes E., Dylematy rozwoju motoryzacji indywidualnej w Polsce. Wyd. Instytutu Transportu Samochodowego, Warszawa, 1998.
- [14] Mounce R., Convergence in a continuous dynamic queueing model for traffic networks. *Transportation Research Part B* 40 (9) 2006, pp. 779-791.
- [15] Smith M.J., The stability of a dynamic model of traffic assignment-an application of a method of Lyapunov. *Transportation Science* 18 (3) 1984, pp. 245-252.
- [16] Transport. Wyniki działalności, Wyd. GUS. Warszawa 2008r.
- [17] Watling D.P., Stability of the stochastic equilibrium assignment problem: a dynamical systems approach. *Transportation Research Part B* 33 (4) 1999, pp. 281-312.
- [18] Watling D.P., Hazelton M.L., The dynamics and equilibria of day-to-day assignment models. *Networks and Spatial Economics* 3 (3) 2003, pp. 349-370.
- [19] Zhang D., Nagurney A., On the local and global stability of a travel route choice adjustment process. *Transportation Research Part B* 30 (4) 1996, pp. 245-262.
- [20] Wardrop J.G., Journey speed and flow in central urban areas. *Traffic Engineering and Control*, 9 1968, pp. 528-532.

POTOKI W SIECIACH TRANSPORTOWYCH.
ROZKŁAD PRZESTRZENNY I JEGO WŁASNOŚCI DYNAMICZNE

Streszczenie

Praca dotyczy zagadnienia przydziału ruchu. Sformułowano dynamiczny model opisujący przestrzen-ny rozkład potoków w sieci transportowej. Zbadane zostały własności dynamiczne tego modelu w kilku przypadkach szczególnych.

Słowa kluczowe: Zagadnienie przydziału ruchu, ograniczona racjonalność, układy dynamiczne

FLAWS IN TRANSPORTATION NETWORKS.
SPATIAL DISTRIBUTION AND ITS DYNAMIC PROPERTIES

Abstract

This paper refers to Dynamic Traffic Assignment Problem. A consecutive dynamic model of traf-fic flows is formulated. Some of its dynamical properties (including existence of chaotic solutions and bifurcations) are examined in special cases.

Key words: Traffic Assignment, Bounded Rationality, Dynamical Systems