

Piotr Banasik¹

Analiza jedno- i wieloetapowej transformacji współrzędnych płaskich z układu 1965 do układu 2000 na podstawie szczegółowej osnowy poziomej 3 klasy z obszaru powiatu oleśnickiego

Streszczenie

W artykule przedstawiono dwa sposoby transformacji współrzędnych płaskich z układu 1965 do układu 2000 na podstawie szczegółowej osnowy poziomej 3 klasy z obszaru powiatu oleśnickiego. Transformacje współrzędnych realizowane są przez Starostwa Powiatowe i Powiatowe Ośrodki Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej na terenach podległych im powiatów.

Słowa kluczowe

Algorytm, jednoetapowa transformacja współrzędnych, wieloetapowa transformacja współrzędnych, układ 1965, układ 2000, powiat oleśnicki, osnowa pozioma

Analysis of one and multi- stage transformation of grid coordinates from 1965 to 2000 system on the basis of a detailed 3rd class horizontal control from the Oleśnica region

Summary:

The article presents two ways of grid coordinates transformation from 1995 to 2000 system on the basis of a 3rd class horizontal control from the Oleśnica region. The coordinates transformations are carried out by District Offices and District Offices of Geodetic and Cartographic Documentation in their regions.

Key words: Algorithm, one-stage coordination transformation, multi-stage coordinate transformation, 1995 system, 2000 system, Oleśnica region, horizontal system

Wprowadzenie

Proces transformacji zasobu geodezyjnego z dotychczasowego układu odniesienia Pułkowo42 do obowiązującego od 2010 r. układu ETRF89 jest jednym z ważnych i skomplikowanych zadań lokalnej służby geodezyjnej². Dotyczy on głównie map wielkoskalowych oraz baz danych geodezyjnych stanowiących podstawę tego zasobu. Proces ten w aspekcie praktycznym jest dużym przedsięwzięciem organizacyjnym i informatycznym. Przetworzeniu podlega bowiem zasób, który na co dzień jest wykorzystywany przez geodetów.

¹ dr hab., Wyższa Szkoła Biznesu i Przedsiębiorczości w Ostrowcu Św., Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie

² GUGiK, 2000: *Rozporządzenie Rady Ministrów z 8.08.2000 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych*, Dz. U. Nr 70, poz. 821.

Podstawą procesu transformacji jest odpowiednio opracowany algorytm, umożliwiający zastąpienie współrzędnych płaskich zdefiniowanych w układzie państwowym 1965 współrzędnymi płaskimi zdefiniowanymi w układzie państwowym 2000. Ze względu na administrowanie zasobem geodezyjnym transformacje współrzędnych realizowane są przez Starostwa Powiatowe i Powiatowe Ośrodki Dokumentacji Geodezyjnej i Kartograficznej na terenach podległych im powiatów. Poruszony problem transformacji $(XY)_{1965} \rightarrow (XY)_{2000}$ dotyczy większości powiatów w kraju i możliwy jest do zrealizowania różnymi sposobami. Analizę dwóch z nich zrealizowano na przykładzie powiatu oleśnickiego.

Opracowanie algorytmu jednoetapowej transformacji współrzędnych między układami 1965 i 2000 dla obszaru powiatu oleśnickiego

Transformacja współrzędnych płaskich między układami 1965 i 2000 na badanym obszarze wymaga zrealizowania następujących czterech etapów obliczeń³:

- współrzędne $(XY)_{1965}$ z układu 1965 należy odwzorować z płaszczyzny na powierzchnię odniesienia układu Pułkowo42 tj. elipsoidę Krasowskiego otrzymując współrzędne geodezyjne $(\varphi\lambda)_{\text{Pułkowo42}}$, zgodnie z parametrami odwzorowania quasi-stereograficznego dla IV strefy⁴,
- współrzędne geodezyjne $(\varphi\lambda)_{\text{Pułkowo42}}$ należy przetransformować na powierzchnię odniesienia układu ETRF89 tj. elipsoidę GRS80 otrzymując $(\varphi\lambda)_{\text{ETRF89}}$, zgodnie z parametrami 7-parametrowej transformacji ustalonej dla obszaru Polski⁵,
- współrzędne $(\varphi\lambda)_{\text{ETRF89}}$ należy odwzorować na płaszczyznę zgodnie z parametrami odwzorowania Gaussa-Krügera z układu 2000 dla strefy południka 18°, uzyskując matematyczne współrzędne $(XY)'_{2000}$ ¹,
- współrzędne $(XY)'_{2000}$ należy przetransformować na współrzędne osnowy geodezyjnej $(XY)_{2000}$ wykorzystując lokalną transformację opracowaną na podstawie wybranych dla danego obszaru punktów dostosowania mających współrzędne w układzie 1965 i 2000.

Powyższe 4 etapy realizują proces wprowadzania do współrzędnych globalnych (etap 1-3) i lokalnych korekt transformacyjnych (etap 4). Obliczenia

³ GUGiK, 2001a: *Instrukcja G-2 Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami*, GUGiK, Warszawa 2001.

⁴ Powiat oleśnicki znajduje się w IV strefie układu 1965 i pasie południka 18°

⁵ GUGiK, 2001a: *op. cit.*.

te można zastąpić jednym etapem transformacji płaskiej $(XY)_{1965} \rightarrow (XY)_{2000}$, po ustaleniu optymalnego dla danego obszaru algorytmu transformacji⁶. Jeden etap transformacji zdecydowanie upraszcza obliczenia, co ma istotne znaczenie w przypadku zastosowania takiego algorytmu do masowego przetworzenia map⁷.

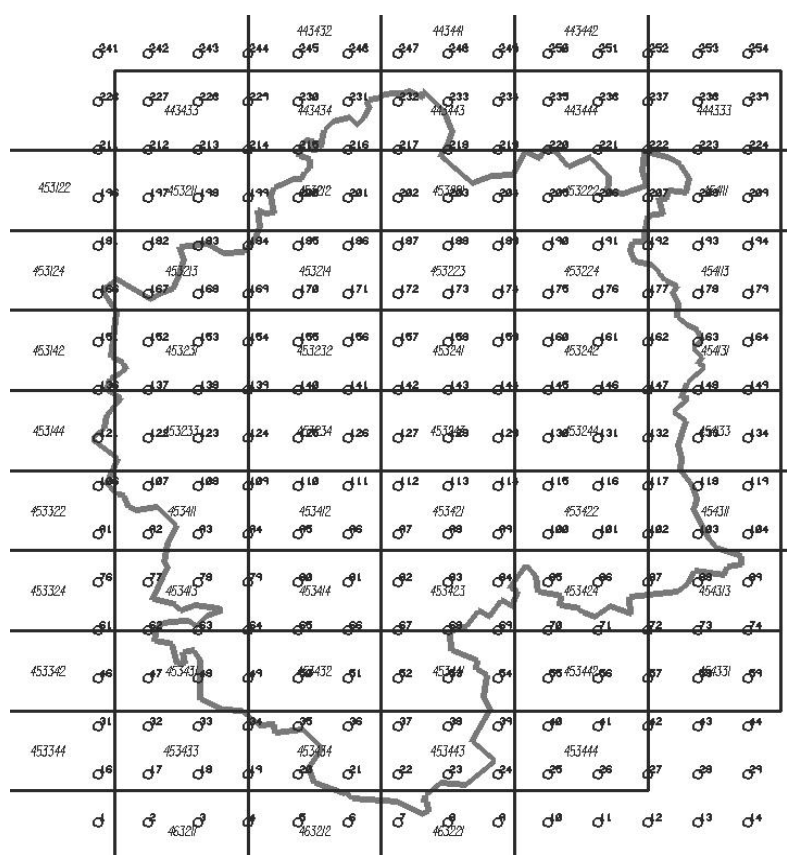
Ustalenie optymalnego rodzaju i stopnia wielomianu transformacyjnego współrzędnych płaskich między układami 1965 i 2000

Do wstępnego ustalenia rodzaju i stopnia wielomianu transformacyjnego wykorzystano testowe punkty dostosowania. W związku z tym na obszarze powiatu oleśnickiego (woj. dolnośląskie) wygenerowano 238 punktów w węzłach siatki o oczku 3km×3km ze współrzędnymi w układzie 1965 (rys. 1). Za pomocą programu TRANSPOL⁸ obliczono ich współrzędne w matematycznym układzie 2000. Tak sporządzony zbiór punktów dostosowania posiada współrzędne pozbawione błędów wynikających z dokładności pomiarowo-obliczeniowej jaką charakteryzują się osnowy geodezyjne. Odległość 3-5 km między punktami testowymi odpowiada wzajemnemu położeniu punktów podstawowej osnowy poziomej, której punkty posłużą następnie jako właściwe dostosowanie obu układów.

⁶ Ibidem.

⁷ Do przeliczania współrzędnych punktów osnów geodezyjnych oprócz transformacji wykorzystuje się – jeśli to możliwe - archiwalne wyniki pomiarów w sieciach geodezyjnych po ich nawiązaniu do punktów w układzie 2000

⁸ GUGiK, 2001b: *Wytyczne techniczne G-1.10 Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych*, GUGiK, Warszawa 2001.



Rys. 1. Pokrycie obszaru powiatu oleśnickiego siatką punktów testowych (3km×3km) służących do wstępnego ustalenia rodzaju i stopnia wielomianu transformującego

Dla takich testowych punktów dostosowania wykonano transformację ogólnowielomianową i konforemną stopnia 1-3, otrzymując odpowiednią charakterystykę odchyłek (tab. 1). Ich analiza wskazuje, że optymalną, jednoetapową transformacją współrzędnych płaskich między układami 1965 i 2000 dla badanego obszaru powiatu oleśnickiego jest transformacja konforemna lub ogólnowielomianowa 3 stopnia (zerowe wartości odchyłek).

Tabela 1. Charakterystyka odchyłek na 238 testowych punktach dostosowania w [cm]

Rodzaj i stopień transformacji	$V_X \text{min} \div V_X \text{max}$	$V_Y \text{min} \div V_Y \text{max}$	$V_{XY} \text{max}$	$V_{XY} \text{śred}$
konforemna stopnia 1	-73 ÷ 79	-40 ÷ 47	82	30±18
konforemna stopnia 2	-4 ÷ 4	-5 ÷ 5	6	2±1
konforemna stopnia 3	0 ÷ 0	0 ÷ 0	0	0±0
ogólnowielomianowa st. I	-72 ÷ 78	-41 ÷ 46	81	30±13
ogólnowielomianowa stopnia 2	-3 ÷ 3	-4 ÷ 4	5	2±1
ogólnowielomianowa stopnia 3	0 ÷ 0	0 ÷ 0	0	0±0

gdzie: $V_X = x_{Obl} - x_{Transf}$; $V_Y = y_{Obl} - y_{Transf}$ – odchyłki we współrzędnej x i y,

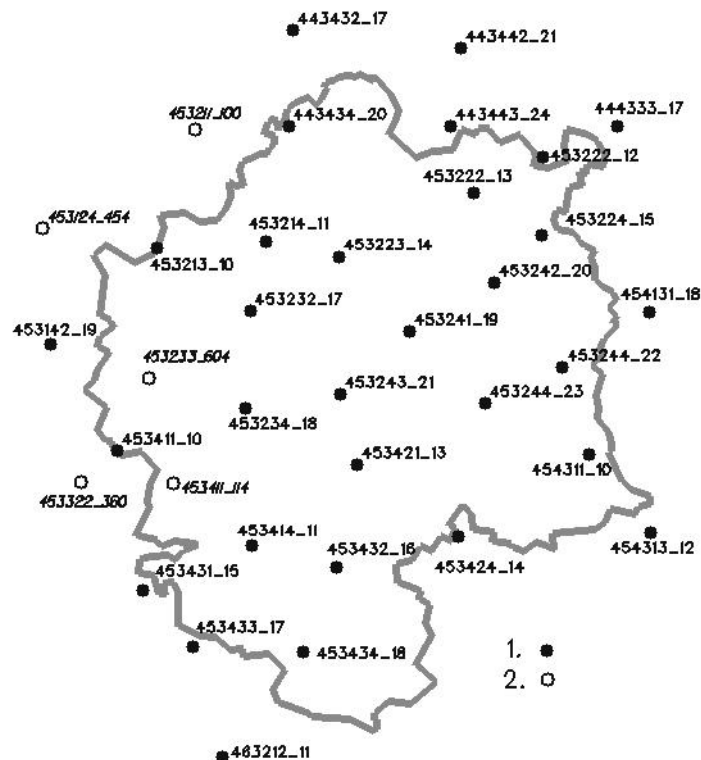
$$V_{XY} = \sqrt{V_X^2 + V_Y^2},$$

V_{XY} śred – średnia odchyłka z odchyleniem standardowym (\pm OdchStand).

Ze względu na nieco mniejszy obszar powiatu w stosunku do obszaru testowego oraz mniej regularne rozmieszczenie rzeczywistych punktów dostosowania pochodzących z osnowy geodezyjnej, w kolejnych testach numerycznych wzięto również pod uwagę możliwość zastosowania transformacji obu rodzajów dla stopnia 2.

Wybór punktów dostosowania do transformacji z osnowy poziomej 1 klasy

Spośród 42 punktów osnowy poziomej 1 klasy z obszaru powiatu wybrano drogą kolejnych eliminacji 31 punktów. Ze względu na niedostateczne zagęszczenie po wschodniej stronie obszaru powiatu zbiór punktów dostosowania uzupełniono o 5 wybranych punktów 2 klasy.



Rys. 2. Wytypowane z osnowy poziomej 1 i 2 klasy punkty dostosowania stanowiące podstawę algorytmu transformacji między układami 1965 i 2000 (1 – punkt osnowy poziomej podstawowej 1 kl.; 2 – punkt osnowy poziomej szczegółowej 2 kl.)

Wybór punktów dostosowania do transformacji miał zapewnić:

- równomierne pokrycie punktami obszaru transformacji,
- maksymalne odchyłki na punktach dostosowania do 5 cm,
- punkty powinny obejmować zasadniczy obszar transformacji tj. powiat oleśnicki wraz z zewnętrznym pasem do 2 km.

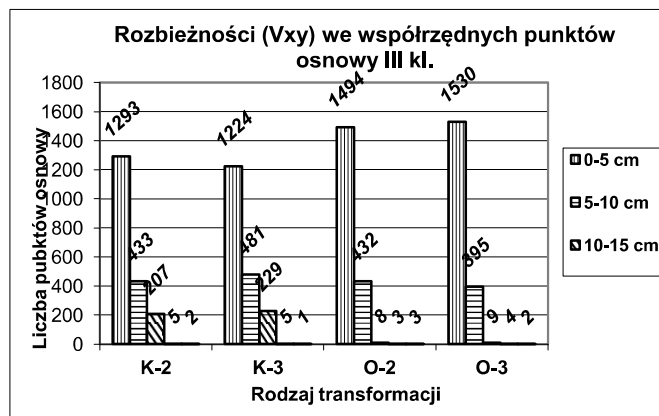
Dla tak utworzonego zbioru 36 punktów dostosowania wykonano transformację konforemną i ogólnowielomianową 2 i 3 stopnia. Syntetyczne wyniki obliczeń podano w tabeli 2.

Tabela 2. Charakterystyka odchyłek na 36 punktach dostosowania z osnowy 1 i 2 klasy w [cm]

Rodzaj i stopień transformacji	$V_{Xmin} \div V_{Xmax}$	$V_{Ymin} \div V_{Ymax}$	V_{XYmax}	$V_{XYśred}$
konforemna stopnia 2 (K-2)	-9 ÷ 4	-7 ÷ 7	10	5±2
konforemna stopnia 3 (K-3)	-7 ÷ 6	-5 ÷ 7	9	4±2
ogólnowielomianowa stopnia 2 (O-2)	-4 ÷ 3	-4 ÷ 5	6	2±1
ogólnowielomianowa stopnia 3 (O-3)	-4 ÷ 3	-3 ÷ 2	4	2±1

Wartości zawarte w tabeli wskazują, że kryterium maksymalnej odchyłki położenia (5 cm) spełnia transformacja ogólnowielomianowa 3 stopnia. Charakteryzuje się ona także minimalnymi odchyłkami w składowej X i Y. Na potrzeby niniejszej pracy algorytm tej transformacji został oznaczony jako „O-3”.

Kontrolę algorytmu transformacji zrealizowano na punktach osnowy poziomej 3 klasy, które w związku z lokalną modernizacją tej osnowy miały już wcześniej obliczone współrzędne w układzie 2000.



Rys. 3. Porównanie wyników transformacji współrzędnych z układu 1965 do 2000 zrealizowane na punktach osnowy poziomej 3 klasy z wynikami wcześniejszej modernizacji osnowy (O-2 i O-3 – transformacja ogólnowielomianowa odpowiednio 2 i 3 stopnia; K-2 i K-3 – transformacja konforemna odpowiednio 2 i 3 stopnia)

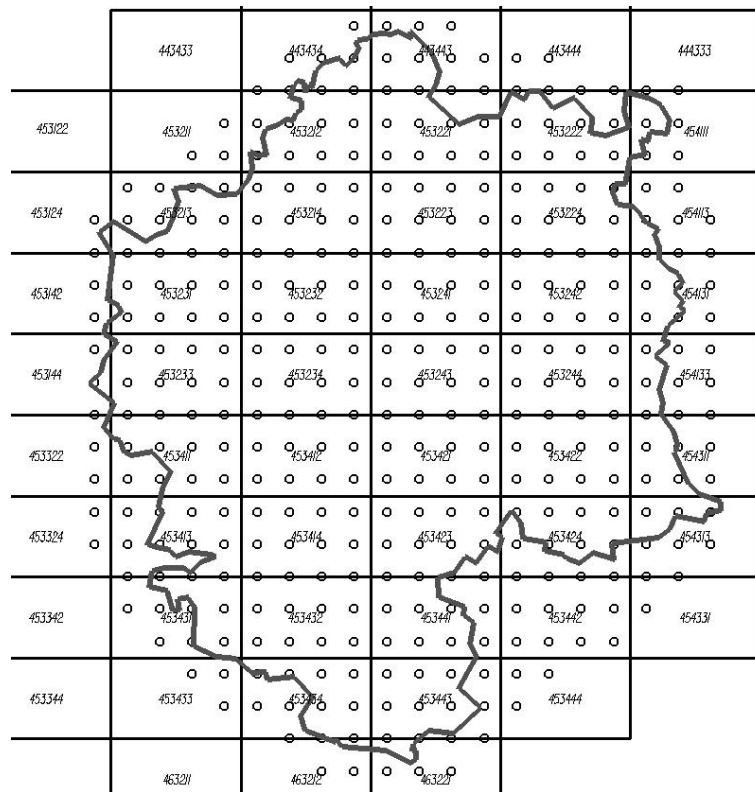
Punkty te w liczbie 1940 rozmieszczone były na całym obszarze powiatu. Ich współrzędne przetransformowano z układu 1965 do 2000, wykorzystując transformacje konforemną i ogólnowielomianową 2 i 3 stopnia z wykorzystaniem ww. 36 punktów dostosowania. Obliczone współrzędne porównano następnie z ich współrzędnymi katalogowymi. Wyniki porównania współrzędnych dla różnic współrzędnych typu V_{XY} zawiera wykres na rys. 3. Wynika z niego, że najlepszą zgodność w zakresie różnic położenia punktu 0÷5 cm osiągnięto dla transformacji ogólnowielomianowej stopnia 3 „O-3” (79% wszystkich punktów). Dla transformacji konforemnej 3 stopnia ta zgodność wynosi (63% punktów). Dla transformacji konforemnych 2 i 3 stopnia widoczne są różnice we współrzędnych w zakresie 10-15 cm (11% i 12% punktów). Różnic tego rodzaju praktycznie nie ma w przypadku transformacji ogólnowielomianowych (tylko 8-9 punktów na 1940 badanych charakteryzuje się takimi różnicami współrzędnych).

Z wykresu wynika również, że 5-7 punktów niezależnie od rodzaju i stopnia transformacji uzyskało różnice większe niż 15 cm. Szczegółowe analizy przeprowadzone dla tych punktów wykazały, że ich współrzędne obliczone w wyniku wcześniejszej modernizacji osnowy wykazują

niejednorodność na poziomie ok. 20 cm ze współrzędnymi znajdujących się w pobliżu punktów osnowy poziomej 1 i 2 klasy. Punkty te zatem nie mogą stanowić podstawy do weryfikacji dokładności wykonanej transformacji.

Analiza jedno- i wieloetapowej transformacji

Aby przeanalizować możliwości zastąpienia 4-etapowej transformacji zalecanej do przeliczenia współrzędnych z układu 1965 do 2000 transformacją 1-etapową wykonano następujący test. Na obszarze powiatu oleśnickiego wygenerowano współrzędne $(XY)_{1965}$ 380 punktów znajdujących się w węzłach siatki $2\text{km}\times 2\text{km}$ (rys. 4).



Rys. 4. Pokrycie obszaru powiatu oleśnickiego punktami siatki ($2\text{km}\times 2\text{km}$) sprawdzającej jedno- i wieloetapową transformację współrzędnych między układami 1965 i 2000.

Współrzędne te przetransformowano do układu 2000 dwoma sposobami. W pierwszym - za pomocą współczynników transformacyjnych podanych w Instrukcji G-2 i Wytycznych G-1.10, wykonując w jej zalecanym

ostatnim etapie transformację konforemną lub ogólnowielomianową stopnia 1-3 na podstawie punktów dostosowania z osnowy poziomej 1 i 2 klasy wybranych w rozdziale 2b. Sposób ten realizuje pełen schemat przeliczeniowy 4-etapowej transformacji opisany na wstępie rozdziału 2 i zawarty w Instrukcji G-2⁹ i Wytycznych G-1.10¹⁰.

Wyniki tego sposobu transformacji dla różnych rodzajów i stopni wielomianu oznaczono następująco:

- G-2_K1 – trzy etapy wg G-2, czwarty etap transformacja konforemna stopnia 1,
- G-2_K2 – trzy etapy jw., czwarty etap transformacja konforemna stopnia 2,
- G-2_K3 – trzy etapy jw., czwarty etap transformacja konforemna stopnia 3,
- G-2_O1 – trzy etapy jw., czwarty etap transformacja ogólnowielomianowa stopnia 1,
- G-2_O2 – trzy etapy jw., czwarty etap transformacja ogólnowielomianowa stopnia 2,
- G-2_O3 – trzy etapy jw., czwarty etap transformacja ogólnowielomianowa stopnia 3,

Drugi sposób to bezpośrednia, jednoetapowa transformacja konforemna i ogólnowielomianowa stopnia 1-3, której algorytm opisano w rozdziale 2b i którą oznaczono:

- K-3 – transformacja konforemna stopnia 3,
- O-3 – transformacja ogólnowielomianowa stopnia 3.

W ostatnim etapie transformacji typu „G-2_xx” oraz w transformacjach jednoetapowych „K-3” i „O-3” wykorzystano ww. 36 punkty dostosowania osnowy poziomej 1 i 2 klasy.

Następnie współrzędne uzyskane z pierwszego i drugiego sposobu porównano w ramach obu rodzajów transformacji konforemnej i ogólnowielomianowej (tab. 3).

⁹ GUGiK, 2001a: *op. cit.*

¹⁰ GUGiK, 2001b: *op. cit.*

Tabela 3. Porównanie wyników transformacji 4-etapowej z transformacją 1-etapową na 380 testowych punktach siatki (2km×2km) na obszarze powiatu oleśnickiego

Rodzaj i stopień transformacji T1 ⇔ T2	Różnice współrzędnych w [cm]			
	$\Delta X_{\min} \div \Delta X_{\max}$	$\Delta Y_{\min} \div \Delta Y_{\max}$	ΔXY_{\max}	$\Delta XY_{\text{śred}}$
G-2_K1 ⇔ K-3	-6.5 ÷ 4.1	-7.5 ÷ 6.4	8.4	1.9±1.8
G-2_K2 ⇔ K-3	-4.5 ÷ 2.8	-4.6 ÷ 4.8	5.4	1.5±1.2
G-2_K3 ⇔ K-3	0.1 ÷ 0.1	0.1 ÷ 0.1	0.1	0.0±0.0
G-2_O1 ⇔ O-3	-2.4 ÷ 3.8	-7.2 ÷ 5.5	7.7	2.2±1.3
G-2_O2 ⇔ O-3	-0.5 ÷ 0.5	-4.6 ÷ 4.5	4.6	1.3±0.8
G-2_O3 ⇔ O-3	-0.1 ÷ 0.0	-0.1 ÷ 0.0	0.1	0.0±0.0

gdzie: $\Delta X = X_{T2} - X_{T1}$, $\Delta Y = Y_{T2} - Y_{T1}$ – różnice współrzędnych uzyskanych z transformacji T1 i T2, $\Delta XY = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$.

Wyniki w tabeli 3 wskazują, że na całym obszarze powiatu oleśnickiego 4-etapowa transformacja z ostatnim etapem transformacji 3-stopnia (G-2_K3 i G-2_O3) i odpowiadająca jej transformacja jednoetapowa stopnia 3 (K-3 lub O-3) uzyskują te same wartości z dokładnością 1 mm. Dotyczy to zarówno wielomianu w postaci konforemnej jak i ogólnej. Na tej podstawie można przyjąć wniosek, że wykorzystując daną grupę punktów dostosowania zarówno w metodzie wieloetapowej transformacji sugerowanej w Instrukcji G-2¹¹, jak i w metodzie transformacji jednoetapowej można otrzymać te same wyniki.

Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych testów wskazują, że dla obszaru badanego powiatu optymalną transformacją współrzędnych między układami 1965 i 2000 może być transformacja ogólnowielomianowa stopnia 3. Transformacja ta realizuje na tym obszarze zarówno korekty globalne jak i lokalne w jednym etapie obliczeniowym. Wyniki uzyskane z tej transformacji są zgodne z wynikami transformacji 4-etapowej zawartej w Instrukcji G-2. Ze względu na prosty algorytm jednoetapowa transformacja może okazać się bardziej optymalnym sposobem w masowych przeliczeniach współrzędnych wykonywanych podczas konwersji geodezyjnych map wielkoskalowych z układu 1965 do układu 2000.

¹¹ GUGiK, 2001b: *op. cit.*.

Piśmiennictwo

1. GUGiK, 2000: *Rozporządzenie Rady Ministrów z 8.08.2000 r. w sprawie państwowego systemu odniesień przestrzennych*, Dz. U. Nr 70, poz. 821.
2. GUGiK, 2001a: *Instrukcja G-2 Szczegółowa pozioma i wysokościowa osnowa geodezyjna i przeliczenia współrzędnych między układami*, GUGiK, Warszawa 2001.
3. GUGiK, 2001b: *Wytyczne techniczne G-1.10 Formuły odwzorowawcze i parametry układów współrzędnych*, GUGiK, Warszawa 2001.

