

MICHAŁ RAMSZA*

Warszawa

**WPLYW GRUP REFERENCYJNYCH
NA DECYZJE ZAKUPOWE W POPULACJI
ANALIZA SYMULACYJNA NA SIECI LOSOWEJ**

STRESZCZENIE

W pracy zaprezentowano model zachowania się populacji konsumentów, których decyzje zakupowe są podyktowane tylko wpływem grupy referencyjnej. Celem pracy było sprawdzenie, czy wprowadzenie lokalnych interakcji pomiędzy konsumentami zmieni jakościowe wyniki otrzymane w modelach przybliżonych. Ze względu na wykorzystanie grafów Poissona do badania modelu użyto technik symulacji. W wyniku przeprowadzonego badania pokazano, że jakościowe wyniki potwierdzają wcześniejsze badania. Dodatkowo otrzymano informacje o zachowaniu się pełnych rozkładów udziału producentów w rynku.

Słowa kluczowe: grupy odniesienia, uczenie się, gry populacyjne

Wprowadzenie

Pojęcie „grupa referencyjna” (lub inaczej: „grupa odniesienia”) oraz jej potencjalny wpływ na zachowanie się jednostki są formalnie powszechnie znane

* Michał Ramsza, dr hab., prof. nadzw., Katedra Matematyki i Ekonomii Matematycznej, Kolegium Analiz Ekonomicznych, Szkoła Główna Handlowa, e-mail: michal.ramsza@gmail.com.

przynajmniej od publikacji Roberta Mertona¹ z 1949 roku, koncepcja ta pojawiła się już jednak w pracy Charlesa H. Cooleya² z 1902 roku. Krótką definicję grupy referencyjnej podają C. Whan Park i Parker V. Lessig³, którzy definiują ją jako rzeczywistą lub urojoną osobę lub grupę osób, która ma istotny wpływ na oceny formułowane przez jednostkę, jej aspiracje i zachowania⁴. Jak widać, sama koncepcja grupy referencyjnej i jej oddziaływania na jednostkę jest bardzo szeroka. Konkretna konstrukcja jest zależna od kontekstu, w którym mówi się o grupie referencyjnej.

Zazwyczaj wyróżnia się trzy typy wpływu grupy referencyjnej. Pierwszy to tak zwany wpływ informacyjny (*informational reference group influence*). Ten rodzaj wpływu zakłada, że jednostka aktywnie poszukuje informacji od grupy referencyjnej, a informacja ta jest następnie wykorzystana do podjęcia decyzji, na przykład o wyborze danej marki czy produktu.

Drugi typ wpływu dotyczy przestrzegania pewnych norm społecznych, jest oparty na takim zachowaniu się jednostki, które, w jej mniemaniu, przyniesie więcej korzyści oraz pozwoli uniknąć kary (*utilitarian reference group influence*). Jest to teoria wywodząca się z utilitaryzmu, myśli filozoficznej stworzonej przez Jeremy'ego Benthama i Johna Milla. W kontekście psychologii społecznej jest to między innymi działanie jednostki zgodne z powszechnie obowiązującymi normami⁵.

Ostatni powszechnie wymieniany typ wpływu grupy referencyjnej dotyczy wyrażania pewnych wartości przez jednostkę (*value expressive reference group influence*). Jednostka zachowuje się w taki sposób, aby na przykład sprawiać wrażenie przynależności do danej grupy referencyjnej. Wpływ ten jest zależny od własnego obrazu psychologicznego jednostki i obrazu psychologicznego przypisywanego przez jednostkę grupie referencyjnej. W ramach tego wpływu można na przykład mówić o modzie promowanej przez osoby powszechnie roz-

¹ R.K. Merton, *Social theory and social structure*, Free Press, New York 1949.

² Ch.H. Cooley, *Human nature and the social order*, Schocken Books, New York 1902 (reprint 1964).

³ C.W. Park, V.P. Lessig, *Students and housewives. Differences in susceptibility to reference group influence*, "Journal of Consumer Research" 1977, vol. 4, s. 102–110.

⁴ (...) a reference group is defined to be an actual or imaginary individual or group conceived of having significant relevance upon an individual's evaluations, aspirations, or behavior, cyt. za: *ibidem*.

⁵ Zob. S. Asch, *Social psychology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1952.

poznawane, jednak ten wpływ może również dotyczyć opinii politycznych czy norm obyczajowych.

Dokładny przegląd literatury, w której występują odwołania do pojęcia „grupa referencyjna”, wykracza znacznie poza ramy niniejszej opracowania. Dobry przegląd historii rozwoju koncepcji grup referencyjnych i teorii ich wpływu na jednostkę znajduje się w pracy E. Murelli Dawson i Elfredy A. Chatman⁶. Warto jednak przyjrzeć się bliżej mechanizmowi, w jaki sposób grupa referencyjna wpływa na jednostkę.

Podstawowy schemat takiego wpływu przedstawił już Ch.H. Cooley⁷. Typowy mechanizm wpływu grupy na jednostkę opiera się na trzech elementach: wyobrażeniu jednostki o tym, jak jest obserwowana przez innych, wyobrażeniu jednostki o tym, jak jest oceniana przez innych oraz na własnych odczuciach (*self-feeling*), takich jak na przykład strach, duma. Tak więc mechanizm ten jest oparty na „odbiciu jednostki w innych jednostkach”, co podkreśla sławny cytat z pracy Colleya: *Each to each a looking-glass reflects the other that doth pass*. Podstawowy mechanizm wpływu bazuje więc na wyobrażeniu jednostki o wyobrażeniu innych jednostek o niej i to wyobrażenie wpływa na oceny, aspiracje, zachowania i przestrzegane normy.

Przedstawiony mechanizm jest bardzo subtelny i w różnych kontekstach zawartość sygnałów wymienianych między jednostką a grupą będzie różna. Przykładowo, w niniejszej pracy jako typ wpływu przyjęto wpływ informacyjny. Przy tego rodzaju wpływie jednostka wyobraża sobie, że jednostki z grupy referencyjnej albo wiedzą lepiej (odwołanie się do grupy profesjonalistów), albo używają danego produktu, a nie innego, bo jest on lepszy. Tak więc jest to wyobrażenie danej jednostki o przyczynach zachowania się grupy referencyjnej. Pierwszy element, a więc sygnał od jednostki do grupy referencyjnej, nie musi w ogóle występować. Przykładowo, w wypadku drugiego typu wpływu, którego wynikiem jest przestrzeganie ustalonych norm, kluczowym elementem jest sygnał od jednostki do grupy, a więc działania jednostki muszą być obserwowane przez grupę (a przynajmniej takie wyobrażenie musi mieć jednostka). Równie ważny jest sygnał od grupy do jednostki, którego zawartość musi być maksymalnie jasna. Tego typu sytuacja jest obserwowana na przykład we wszystkich grupach religijnych.

⁶ E.M. Dawson, E.A. Chatman, *Reference group theory with implications for information studies: a theoretical essay*, „Information Research” 2001, vol. 6.

⁷ Ch.H. Cooley, *Human nature...*

Przedstawione, bardzo podstawowe i krótkie, wprowadzenie w zagadnienie wpływu grupy referencyjnej na jednostkę ma na celu jedynie zasygnalizowanie, że mechanizm psychologiczny stojący za tego typu wpływem jest bardzo skomplikowany i subtelny. W szczególności model matematyczny omówiony w dalszej części pracy jest bardzo uproszczonym obrazem tego mechanizmu psychologicznego. W pracy Michała Ramszy⁸ zaproponowano prosty model opisujący zachowanie się populacji konsumentów, których wybory są determinowane tylko przez wpływ grupy referencyjnej. Model ten zakłada skończoną liczbę konsumentów n . Każdy z nich używa pewnego produktu, który jest produkowany przez dwóch producentów. W losowych momentach czasu t produkt ulega zniszczeniu i jest wymieniany na nowy. Decyzja dotycząca wyboru producenta jest podejmowana na podstawie obserwacji losowo wybranej grupy konsumentów, odgrywającej rolę grupy referencyjnej. Konsument, wymieniający w danej chwili produkt na nowy, losuje grupę k konsumentów z populacji i podejmuje decyzję dotyczącą wyboru producenta zgodnie z następującą prostą procedurą behawioralną: producent reprezentowany przez większość konsumentów w grupie referencyjnej jest wybierany z prawdopodobieństwem α , a producent reprezentowany przez mniejszość – z prawdopodobieństwem $1 - \alpha$.

Procedura decyzji konsumenta jest, poza ogólną strukturą, opisana dwoma parametrami: licznością grupy referencyjnej k oraz prawdopodobieństwem α (ang. *follow-up probability*). Pierwszy parametr określa dokładność informacji, którą otrzymuje konsument podejmujący decyzję o wyborze producenta. Drugi parametr określa siłę reakcji na informację otrzymaną z grupy referencyjnej.

Model zaproponowany w pracy M. Ramszy⁹ jest uproszczeniem, gdyż zakłada, że każdy konsument dokonujący wyboru losuje grupę referencyjną, a więc za każdym razem jest to (z dużym prawdopodobieństwem) inna grupa konsumentów. Uproszczenie to pozwoliło rozwiązać model analitycznie, używając narzędzi populacyjnej teorii gier¹⁰. Niniejsza praca jest kontynuacją tych badań, zakłada się w niej jednak pewną lokalną strukturę powiązań pomiędzy konsumentami, która jest zadana ustalonym grafem losowym. W grafie takim każdy wierzchołek jest interpretowany jako konsument, a każda krawędź – jako

⁸ M. Ramsza, *Market choices driven by reference groups. An evolutionary approach*, praca niepublikowana, 2012.

⁹ *Ibidem*.

¹⁰ Zob. M. Ramsza, *Elementy modelowania ekonomicznego opartego na teorii uczenia się w grach populacyjnych*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2010.

interakcja społeczna pomiędzy konsumentami. Zbiór najbliższych sąsiadów danego konsumenta jest interpretowany jako grupa referencyjna.

Podobnie jak w poprzednim badaniu, podstawową hipotezą badawczą jest zależność pomiędzy udziałem danego produktu w rynku (zmienna zależna) a parametrami modelu (zmiennymi zależnymi). W przypadku wzrostu prawdopodobieństwa wyboru α zwiększa się możliwa do uzyskania przewaga jednego produktu nad drugim. Dodatkowo wzrost średniej liczności grupy referencyjnej wzmacnia poprzedni efekt. Całość hipotezy badawczej można więc w skrócie wypowiedzieć następująco: jakościowe zachowanie się populacji przy występowaniu lokalnych interakcji zachodzących między konsumentami jest identyczne z wynikami uzyskanymi analitycznie za pomocą narzędzi populacyjnej teorii gier.

Model

Zakładamy dużą, ale skończoną populację konsumentów o liczności n . Każdy konsument używa produktu wytwarzanego przez jednego z dwóch producentów. W kolejnych okresach czasu $t = 1, 2, \dots$ dokładnie jeden¹¹, losowo wybrany gracz, wymienia produkt. W ten sposób w kolejnych okresach czasu zmienia się udział pierwszego i drugiego producenta w rynku. Udział pierwszego producenta w rynku w chwili t jest oznaczony przez $x(t)$. Oczywiście udział drugiego producenta w rynku wynosi $1 - x(t)$.

W kontekście modelowania grupy referencyjnej istotna jest struktura powiązań społecznych pomiędzy konsumentami. Struktura ta zadaje bowiem stałe grupy referencyjne. W niniejszej pracy przyjęto, że modelem powiązań społecznych będzie graf, w którym wierzchołki są interpretowane jako konsumenci, a krawędzie jako związki społeczne. Wśród wszystkich grafów jako model wybrano najstarszy z grafów losowych, tak zwany graf Poissona, wprowadzony w serii artykułów Paula Erdosa i Alfréda Renyi'ego¹². Graf ten jest oznaczony

¹¹ Taki model jest odpowiednikiem modelu, gdzie w czasie ciągłym życie produktu jest zadane tzw. zegarem Poissona. W takiej sytuacji prawdopodobieństwo, że w danej chwili zniszczeniu ulegnie więcej niż jeden produkt jest zerowe. Model dyskretny jako kolejne okresy przyjmuje kolejne chwile, w których następują zniszczenia produktów. Jest to standardowy model w ramach populacyjnej teorii gier, zob. *ibidem*; M. Benaim, J.W. Weibull, *Deterministic approximation of stochastic evolution in games*, „Econometrica” 2003, vol. 60, s. 247–261.

¹² P. Erdos, A. Renyi, *On random graphs*, “Publications Mathematicae Debrecen” 1959, vol. 6, s. 290–297; P. Erdos, A. Renyi, *On the evolution of random graphs*, “Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences” 1960, vol. 5, s. 17–61; P. Erdos, A. Renyi,

przez $G(n, m)$, gdzie n jest liczbą wierzchołków, a m jest liczbą krawędzi, które losuje się ze zbioru wszystkich możliwych krawędzi z rozkładem jednostajnym. Alternatywna charakterystyka tego grafu to $G(n, p)$, gdzie p jest prawdopodobieństwem, z którym dołącza się każdą krawędź do grafu. Związek pomiędzy jedną a drugą charakterystyką grafu jest zadany równaniem:

$$m \approx \binom{n}{2} p.$$

Ponieważ rozkład rzędu wierzchołka jest rozkładem dwumianowym o postaci:

$$\binom{n-1}{d} p^d (1-p)^{n-1-d},$$

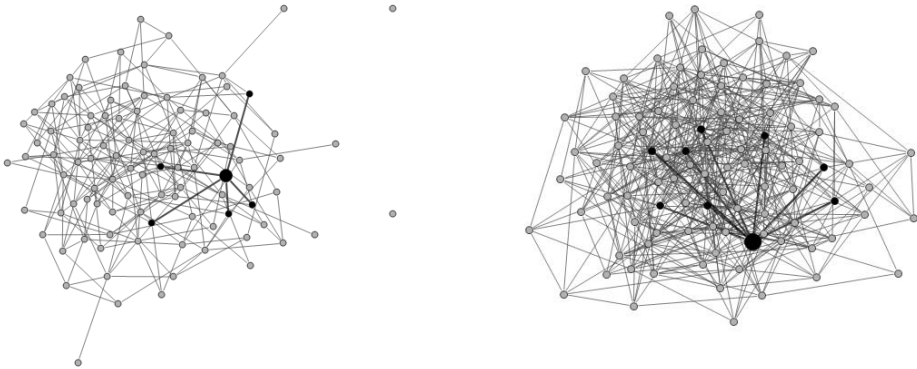
więc średni rząd wierzchołka wynosi $(n-1)p$, skąd otrzymujemy wniosek, że średni rząd wierzchołka w klasycznej charakterystyce grafu Poissona wynosi

$$k = (n-1)p = (n-1)m / \binom{n}{2}.$$

Związek ten jest istotny, bo pozwala porównać wyniki niniejszego badania z wynikami modelu analitycznego przedstawionego w pracy M. Ramszy¹³. Przykładowo, jeżeli w modelu przyjmujemy $m = 250$ krawędzi, to średni rząd wierzchołka wyniesie 5 i będzie to licznosc grupy referencyjnej, gdyż – jak wspomniano już wcześniej – grupą referencyjną danego konsumenta jest zbiór jego sąsiadów. Na rysunku 1 przedstawiono przykładowe grafy dla wartości parametru $m = 250$, 550 z zaznaczonym przykładowym konsumentem i jego grupą referencyjną.

On the strength of connectedness of a random graph, “Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungarica” 1961, vol. 12, s. 261–267.

¹³ M. Ramsza, *Market choices driven...*



Rys. 1. Przykładowe grafy Poissona z zaznaczonym wybranym konsumentem i jego grupą referencyjną

Źródło: opracowanie własne.

Ostatnim elementem modelu jest procedura behawioralna opisująca proces podejmowania decyzji wyboru producenta wymienianego produktu. W chwili t losowo wybrany gracz sprawdza, który producent jest reprezentowany w większości w grupie referencyjnej i z prawdopodobieństwem α wybiera tego producenta oraz z prawdopodobieństwem $1 - \alpha$ wybiera producenta przeciwnego.

Tak skonstruowany model jest bliższy rzeczywistości w tym sensie, że bierze pod uwagę lokalne powiązania społeczne pomiędzy konsumentami. Niestety, modele takie nie poddają się łatwo badaniu analitycznemu. Z tego powodu jako narzędzie badawcze przyjęto symulacje. Celem badania nie jest dokładna estymacja gęstości rozkładu stacjonarnego, ale raczej jakościowe zbadanie zachowania się tego rozkładu w zależności od wartości parametrów α i m oraz porównanie ich z wynikami analitycznymi przedstawionymi w pracy M. Ramszy¹⁴.

Wyniki symulacji i dyskusja

Jak zasygnalizowano wcześniej, jako metodę badania przyjęto symulacje modelu. W tym kontekście warto zauważyć, że pełny stan systemu jest opisany n -elementowym ciągiem zer i jedynek. Zbiór stanów ma więc licznosc 2^n . Jednocześnie opisany model jest nieprzywiedlnym łańcuchem Markowa, stąd początkowy

¹⁴ *Ibidem*.

rozkład wyborów konsumentów nie ma znaczenia. Logika przeprowadzonych symulacji polega na tym, że dla wybranych wartości parametrów zostało przeprowadzonych wiele symulacji i na podstawie podziału rynku pomiędzy producentów, zaobserwowanego w ostatnim kroku każdej z symulacji, zbudowano histogram oraz estymator gęstości poszukiwanego rozkładu stacjonarnego.

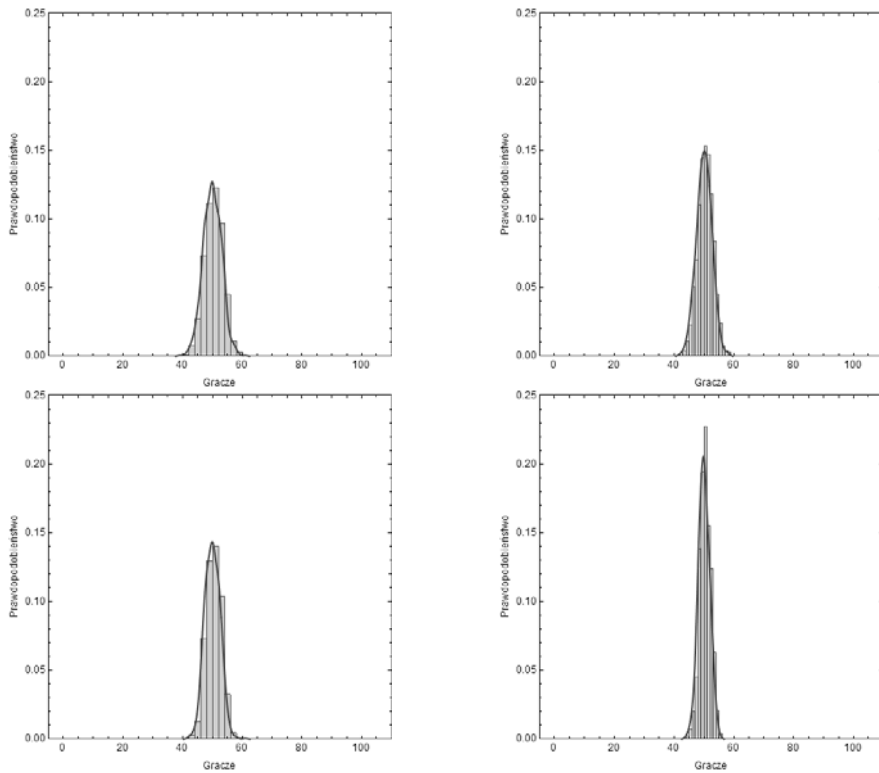
Wszystkie symulacje przeprowadzono dla $n = 100$ konsumentów. W każdej symulacji na początku losowano graf Poissona o odpowiednich parametrach, który w dalszej części był stały (co zapewnia stałość grup referencyjnych w ramach jednej symulacji). Następnie wykonywano 1000 kroków symulacji i obliczano udziały producentów w rynku po ostatnim kroku. Procedurę tę, dla konkretnych wartości parametrów α i m , a więc i k , przeprowadzano 1000 razy. W wyniku uzyskiwano próbę 1000 elementów z rozkładu stacjonarnego łańcucha Markowa, na której podstawie estymowano gęstość rozkładu stacjonarnego.

Symulacje przeprowadzono dla następujących wartości parametrów. Liczba krawędzi w grafie Poissona wynosiła 150, 250, 450, 550, 2000, co odpowiadało średniej licznosci grupy referencyjnej, odpowiednio 3, 5, 9, 11, 40. Dla każdej wartości parametru m zbadano zachowanie się modelu dla wartości parametru α w zakresie od 0,1 do 0,9 z krokiem 0,1. W ten sposób uzyskano 45 oszacowanych rozkładów stacjonarnych.

W dalszym ciągu pracy zostaną zaprezentowane jedynie wyniki dla $m = 250, 450, 550, 2000$. Zachowanie się dla pozostałych wartości jest jakościowo identyczne, a przedstawione dane wystarczą do uchwycenia jakościowych zmian w zależności od zmian parametrów.

Zachowanie się modelu dla wartości $\alpha \leq 1/2$ jest identyczne dla wszystkich wartości parametru m . Typowe wyniki są przedstawione na rysunkach 2 i 3. Na rysunku 2 zilustrowano uzyskane oszacowania rozkładów stacjonarnych dla wartości parametru α oraz wybranych wartości parametru m (lewy górny wykres $m = 250$, prawy górny wykres $m = 450$, lewy dolny wykres $m = 550$, prawy dolny wykres $m = 2000$). Miara stacjonarna jest skoncentrowana na około wartości $1/2$, co jest rezultatem zgodnym z wynikiem uzyskanym w pracy M. Ramszy¹⁵. Dodatkowa informacja, którą uzyskujemy w stosunku do poprzednich wyników, to zachowanie się odchylenia standardowego, które rośnie razem z licznością grupy referencyjnej.

¹⁵ *Ibidem*.



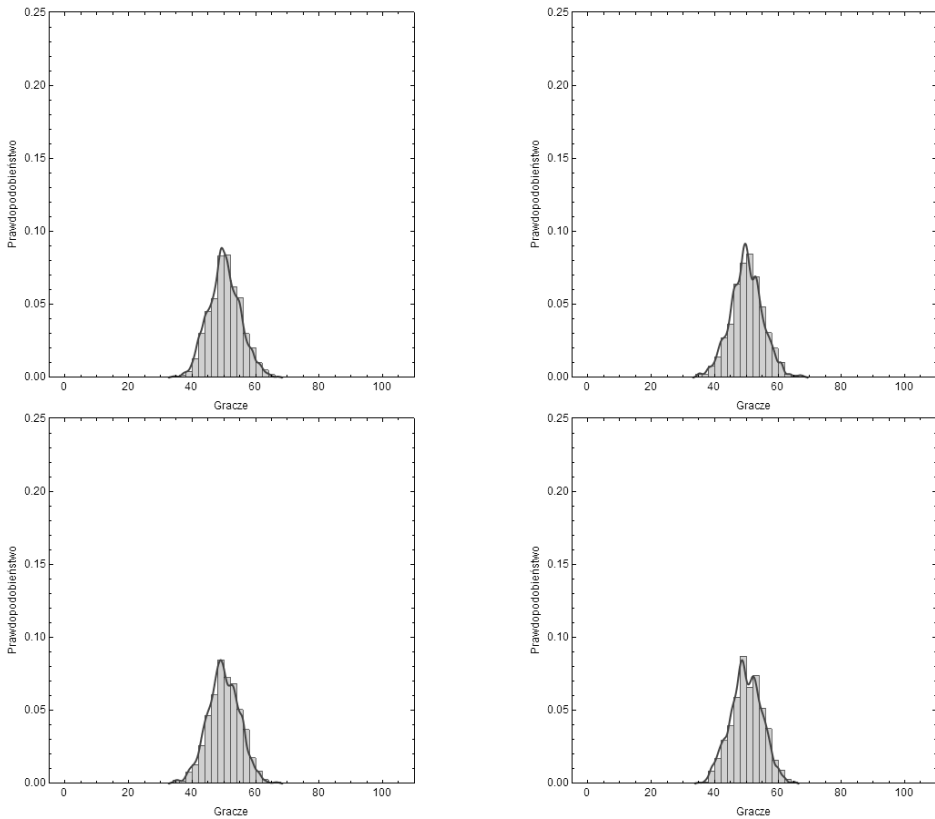
Rys. 2. Rozkład stacjonarny dla wartości $\alpha = 0,1$ dla wybranych wartości parametru m

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 3 przedstawiono uzyskane oszacowania rozkładów stacjonarnych dla wartości parametru $\alpha = 0,5$, w takim samym układzie jak na rysunku 1. Uzyskane oszacowania rozkładów stacjonarnych nadal są skoncentrowane na około wartości $1/2$, co ponownie jest zgodne z wynikami modelu analitycznego. Dodatkowo rozkłady są w praktyce identyczne, nie zależą od liczności grupy referencyjnej. Wynik ten jest oczywisty. Jeżeli $\alpha = 1/2$, to liczność grupy referencyjnej nie ma absolutnie żadnego znaczenia, a konsument zawsze wybiera pomiędzy producentami losowo z prawdopodobieństwem $1/2 - 1/2$.

Zachowanie się modelu dla wartości parametru $\alpha \in (0, 1/2)$ jest jakościowo identyczne z przytoczonymi już przypadkami i intuicyjne. Dla takich wartości parametru α model opisuje zachowanie się populacji konsumentów kontestu-

jących wybory wszystkich pozostałych konsumentów. Załóżmy, że w danej chwili przewagę w rynku ma pierwszy producent. W takiej sytuacji, z większym prawdopodobieństwem większość w grupie referencyjnej będzie reprezentowała pierwszego producenta i konsekwentnie – z większym prawdopodobieństwem zostanie wybrany drugi producent. Sytuacja ta będzie się powtarzała tak długo, aż udział producentów w rynku nie będzie równy.

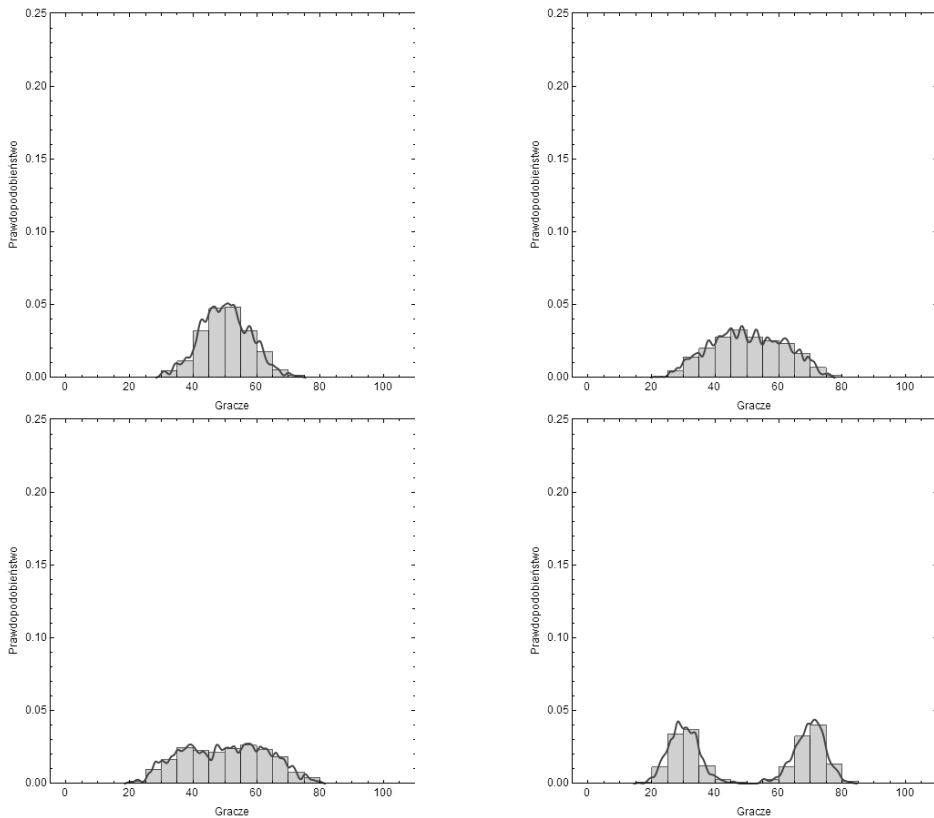


Rys. 3. Rozkład stacjonarny dla wartości $\alpha = 0,5$ dla wybranych wartości parametru m

Źródło: opracowanie własne.

Zachowanie się modelu dla wartości $\alpha > 1/2$ jest jakościowo identyczne dla wszystkich wartości parametru k , jednak licznosc grupy referencyjnej istotnie wpływa na krytyczne wartości parametru α , przy których można uzyskać przewagę rynkową.

Na rysunku 4 przedstawiono uzyskane oszacowania rozkładu stacjonarnego dla wykorzystanej poprzednio wartości parametru m oraz dla wartości parametru $\alpha = 0,7$. Dla wysokich wartości parametru $m = 2000$ (odpowiadającego grupie referencyjnej o liczności 40) widać wyraźnie, że rozkład udziału w rynku dwóch producentów jest bimodalny. Oznacza to, że najczęściej na rynku dominuje jeden z dwóch producentów, a równowaga, rozumiana jako równe udziały w rynku, w praktyce się nie zdarza. Początki podobnego efektu widzimy również dla niższych wartości parametru m . W szczególności efekt ten jest widoczny tylko jako zwiększenie się odchylenia standardowego przy $m = 250$ oraz $m = 450$. Dla wartości $m = 550$ rozkład jest już relatywnie bardzo „płaski”.

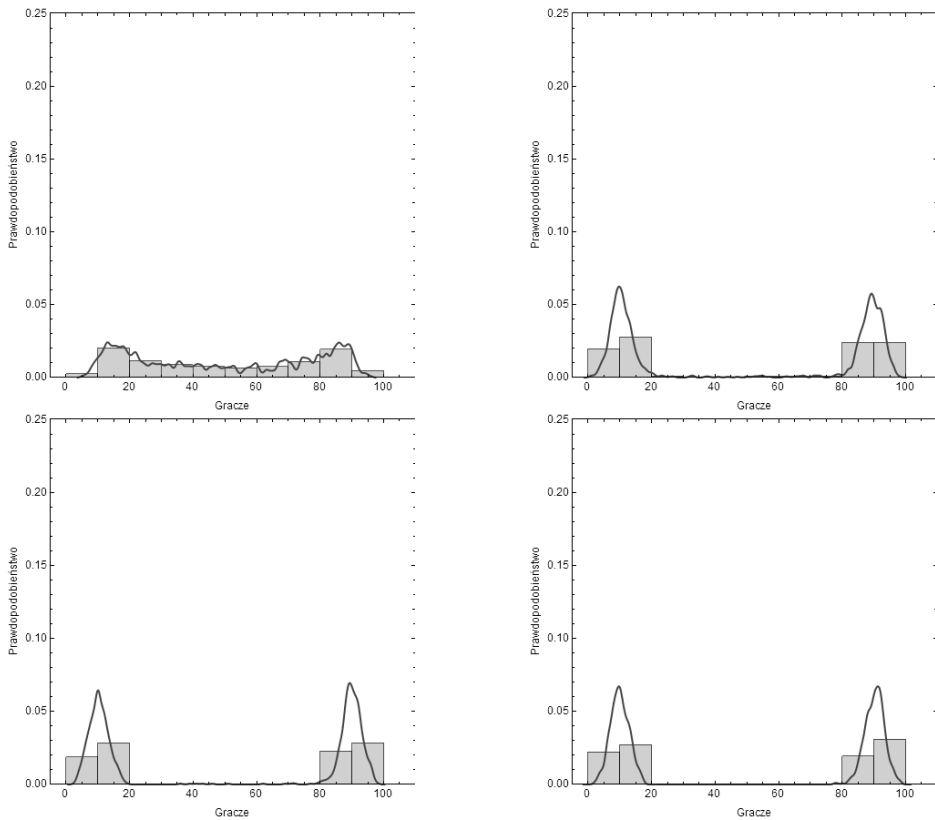


Rys. 4. Rozkład stacjonarny dla wartości $\alpha = 0,7$ dla wybranych wartości parametru m

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 5 przedstawiono otrzymane oszacowania dla wartości parametru $\alpha = 0,9$, a więc przy założeniu bardzo mocnej reakcji na informację uzyskaną od grupy referencyjnej. W przypadku małej grupy referencyjnej rozkład jest bardzo rozszerzony i widać w nim zarysowujące się początki rozkładu bimodalnego. W przypadku większych grup referencyjnych rozkłady są bardzo podobne. Widać wyraźnie dwie sytuacje, w których dominują różni producenci. Sytuacja, w której producenci mają równe udziały w rynku, praktycznie się nie zdarza. Jest to efekt obserwowany już przy niższych prawdopodobieństwach α dla dużych grup referencyjnych. Przy wysokim prawdopodobieństwie α efekt ten pojawia się już przy relatywnie mało licznych grupach referencyjnych, na przykład dla pięciu osób. Przy dalszym wzroście prawdopodobieństwa α efekt zaczyna też występować przy jeszcze mniejszych grupach referencyjnych.

Podsumowując otrzymane wyniki, wyraźnie widać dwa odrębne obszary. Dla $\alpha < 1/2$ zachowanie się modelu dla wszystkich wielkości grupy referencyjnej jest podobne. Rozkład udziałów w rynku jest skupiony na około wartości $1/2$. Jego odchylenie standardowe zależy od konkretnej liczności grupy referencyjnej. Im jest ona większa, tym bardziej skoncentrowany rozkład. Dla małych licznosci grupy referencyjnej odchylenia standardowe są większe. Jest to ogólna reguła, przy dużych grupach referencyjnych efekty zmiany prawdopodobieństwa α są bardziej wyraźne, dla małych grup referencyjnych rozkłady charakteryzują się większym „rozmyciem”.



Rys. 5. Rozkład stacjonarny dla wartości $\alpha = 0,9$ dla wybranych wartości parametru m

Źródło: opracowanie własne.

Dla wartości $\alpha > 1/2$ zachowanie się modelu dla wszystkich licznosci grupy referencyjnej jest jakościowo identyczne. Przy rosnącym prawdopodobieństwie α rozkłady udziałów producentów w rynku najpierw zwiększają swoje odchylenie standardowe, a więc zwiększa się prawdopodobieństwo, że jeden z producentów będzie miał przewagę rynkową, a następnie rozkład staje się bimodalny, co oznacza, że na rynku przez większość czasu występuje dominacja jednego z producentów. Szybkość tej zmiany zależy od wielkości grupy referencyjnej. Dla dużych grup efekt jest szybki, dla małych – jest wolniejszy i jego natężenie jest mniejsze.

Wyniki uzyskane w bardziej realistycznym modelu uwzględniającym lokalne powiązania społeczne pomiędzy konsumentami, modelowane w przedstawionym modelu jako graf Poissona, pokrywają się z wynikami otrzymanymi w znacznie bardziej przybliżonym modelu, rozwiązaniem analitycznym w pracy M. Ramszy¹⁶. Analiza przedstawiona w niniejszej pracy pokazuje jednak, gdzie rozwiązany poprzednio model przybliżony ma słabości. W modelu przybliżonym, będącym w istocie pojedynczym równaniem różniczkowym z jednym parametrem (przy ustalonej liczności grupy referencyjnej), efekt zmiany rozkładu stacjonarnego jednomodalnego na rozkład bimodalny wyraża się bifurkacją widelcową, w której wyniku stabilny stan równowagi w punkcie 1/2 traci stabilność i dodatkowo pojawiają się dwa stabilne stany równowagi leżące na około stanu równowagi, który utracił stabilność. Stabilne stany równowagi w modelu różniczkowym odpowiadają wierzchołkom rozkładów stacjonarnych modelu przedstawionego w niniejszej pracy. Jak widać, podejście różniczkowe daje podobne wyniki, należy jednak być ostrożnym w jego interpretacji. Rozkład stacjonarny mówi nam, jak długo średnio w danym stanie przebywa łańcuch Markowa. W przypadku rozkładu bimodalnego (wysokie wartości parametru α) pojedyncza realizacja modelu wygląda zatem tak, że łańcuch Markowa przebywa przez dłuższy czas w stanie, w którym jeden z producentów ma dużą przewagę rynkową, a następnie gwałtownie przeskakuje do symetrycznego stanu, w którym to drugi producent ma znaczną przewagę w udziale w rynku. Nie jest zatem tak, jak może sugerować model oparty na równaniach różniczkowych, że jeżeli jeden z producentów uzyska początkowo przewagę, to utrzyma ją asymptotycznie.

Wracając zatem do sformułowanej na początku pracy hipotezy, należy zweryfikować ją pozytywnie. Na ogólnym poziomie średniego opisu zachowania się populacji (a więc na takim poziomie, na którym można używać narzędzi populacyjnej teorii gier) zachowanie się populacji z lokalnymi interakcjami jest jakościowo identyczne. Różnica pomiędzy jednym a drugim opisem polega na poziomie dokładności opisu. Narzędzia populacyjnej teorii gier nie pozwalają na analizę rozkładów oraz przejść badanego układu pomiędzy stanami stabilnymi. Zatem jeżeli hipoteza badawcza dotyczyłaby możliwości uzyskania i utrzymania przewagi rynkowej przez jedną z firm w długim okresie, w zależności od wartości parametrów modelu, to taka hipoteza powinna być zweryfikowana negatywnie w przypadku użycia symulacji. W przypadku

¹⁶ *Ibidem.*

użycia populacyjnej teorii gier hipoteza taka nie jest weryfikowalna i należy ją przeformułować w taki sposób, aby dotyczyła jedynie długich okresów czasu, kiedy jedna z firm ma przewagę rynkową.

Podsumowanie

Otrzymane wyniki potwierdzają uzyskane wcześniej w modelu przybliżonym wyniki analityczne. W populacji konsumentów kontestujących wybory innych konsumentów żaden producent nie jest w stanie zdobyć znaczącej przewagi rynkowej, średni udział w rynku zawsze wynosi 50%. Jak bardzo może się ten udział chwilowo odchyłać od 50%, zależy od wielkości grupy referencyjnej. Odchylenia są tym większe, im mniejsza jest grupa referencyjna.

W przypadku pozytywnego wpływu grupy referencyjnej na jednostkę, zwłaszcza gdy wpływ ten jest silny, sytuacja zmienia się i przez większość czasu rynek jest zdominowany przez jednego z producentów. Pomędzy okresami dominacji występują krótkie okresy przejściowe, w których udział jednego z producentów gwałtownie maleje, a drugiego rośnie. Efekt ten jest tym silniejszy, im większa jest grupa referencyjna.

W ramach dalszych prac należy przeprowadzić podobne symulacje na innych typach grafów losowych, aby zbadać, czy inne własności statystyczne tych grafów nie wpłyną na zachowanie się rozkładów stacjonarnych.

Bibliografia

- Asch S., *Social psychology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1952.
- Benaïm M., Weibull J.W., *Deterministic approximation of stochastic evolution in games*, "Econometrica" 2003, vol. 60.
- Cooley Ch.H., *Human nature and the social order*, Schocken Books, New York 1902 (reprint 1964).
- Dawson E.M., Chatman E.A., *Reference group theory with implications for information studies: a theoretical essay*, "Information Research" 2001, vol. 6.
- Erdos P., Renyi A., *On random graphs*, "Publications Mathematicae Debrecen" 1959, vol. 6.
- Erdos P., Renyi A., *On the evolution of random graphs*, "Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences" 1960, vol. 5.

- Erdos P., Renyi A., *On the strength of connectedness of a random graph*, "Acta Mathematica Academiae Scientiarum Hungarica" 1961, vol. 12.
- Merton R.K., *Social theory and social structure*, Free Press, New York 1949.
- Park C.W., Lessig V.P., *Students and housewives: Differences in susceptibility to reference group influence*, "Journal of Consumer Research" 1977, vol. 4.
- Ramsza M., *Elementy modelowania ekonomicznego opartego na teorii uczenia się w grach populacyjnych*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2010.
- Ramsza M., *Market choices driven by reference groups. An evolutionary approach*, praca niepublikowana 2012.

MARKET CHOICES DRIVEN BY REFERENCE GROUPS SIMULATION ANALYSIS ON RANDOM GRAPHS

SUMMARY

The model presented herein concerns a population of consumers with purchasing decision driven by reference groups. The goal of the paper is to verify through simulations whether introduction of local interactions influences the results from earlier approximate models. Local interactions were introduced into the model through the use of Poisson graphs. It is shown that the results are qualitatively identical to the previous results from the approximate models. Additionally, the full distribution of producers' market shares is estimated based on the results of simulations.

Keywords: reference groups, learning, population games