



Monika Hadaś-Dyduch

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
Wydział Ekonomii
Katedra Metod Statystyczno-Matematycznych w Ekonomii
monika.dyduch@ue.katowice.pl

PROGNOZY INSTRUMENTÓW FINANSOWYCH GENEROWANE WSPÓŁCZYNNIKAMI FALKOWYMI Z ROZSZERZENIEM

Streszczenie: Celem badania jest ocena wpływu zaproponowanej metody rozszerzenia próbki na dokładność prognozy produktów finansowych. Badanie oparto na wybranych produktach finansowych, tj. na produktach strukturyzowanych. Szczegółowym celem badania jest prognoza produktów strukturyzowanych poprzez precyzyjną prognozę ich wskaźników.

Badania oparto na aplikacji zaproponowanej metody rozszerzenia współczynników falkowych do predykcji wskaźnika produktów strukturyzowanych. Prognozę wskaźnika wykonano na podstawie modelu opartego na transformacji falkowej. Przed przystąpieniem do aplikacji rozszerzenia szeregu, wejściowy szereg danych podzielono na próbki o parzystej liczbie obserwacji celem wyznaczenia dokładniejszych prognoz. W artykule skoncentrowano się tylko na dodatkowym rozszerzeniu próbki przy wyznaczaniu współczynników, omijając proces predykcji. Nie opisano zatem szczegółowo modelu zastosowanego do predykcji, ponieważ nie jest celem artykułu ocena zdolności predykcyjnych modelu, a jedynie wpływ na końcowy wynik prognozy metody rozszerzenia szeregu przy wyznaczaniu współczynników a_k .

Słowa kluczowe: produkty strukturyzowane, instrumenty strukturyzowane, produkt inwestycyjny, instrument finansowy, predykcja, falki.

Wprowadzenie

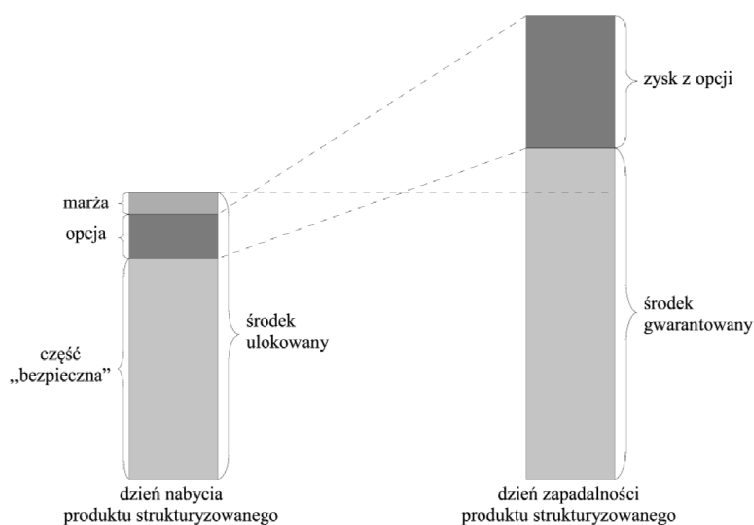
Instrument finansowy to kontrakt, w wyniku którego u jednej z jego stron powstają aktywa finansowe, a u drugiej zobowiązania finansowe lub instrumenty kapitałowe [Ustawa o rachunkowości]. Pojęcie instrumentów finansowych w polskim prawie rynku finansowego jest odzwierciedleniem implementacji Dyrektywy MiFID

i obejmuje papiery wartościowe oraz papiery niebędące papierami wartościowymi, np. opcje, kontrakty terminowe, swapy, produkty strukturyzowane, umowy forward na stopę procentową oraz inne instrumenty pochodne, których instrumentem bazowym jest towar i które są wykonywane przez rozliczenie pieniężne lub mogą być wykonane przez rozliczenie pieniężne według wyboru jednej ze stron.

Jednym z instrumentów finansowych, będącym złożeniem kilku instrumentów prostszych, jest produkt strukturyzowany.

Według serwisu najlepszelokaty.pl produkty strukturyzowane to instrumenty finansowe, których cena jest uzależniona od wartości określonego wskaźnika rynkowego (np. kursu akcji lub koszyków akcji, wartości indeksów giełdowych, kursów walut) [www 1]. Są emitowane przez instytucje finansowe, najczęściej banki lub domy maklerskie. Emitent produktu strukturyzowanego zobowiązuje się w stosunku do nabywcy (inwestora), że w terminie wykupu instrumentu wypłaci mu kwotę rozliczenia kalkulowaną według określonego wzoru [zob. Dyduch 2013; Hadaś-Dyduch, 2013a, 2014a, 2014c].

Konstrukcja produktów strukturyzowanych (rys. 1) jest często porównywana z budowlą z klocków. Klockami są różnego typu instrumenty finansowe, których odpowiednie zestawienie pozwala na zbudowanie produktu o ściśle określonych cechach. Różne mogą być te klocki, a zatem różna może być konstrukcja produktu strukturyzowanego, np. może to być warrant, obligacja zerokuponowa z dołączoną opcją, certyfikat itp. [Komisja Nadzoru Finansowego, 2010].



Rys. 1. Konstrukcja produktu strukturyzowanego z gwarantowaną stopą zwrotu, bez uwzględnienia opłaty dystrybucyjnej i opłaty za ryzyko

Źródło: [Komisja Nadzoru Finansowego, 2010].

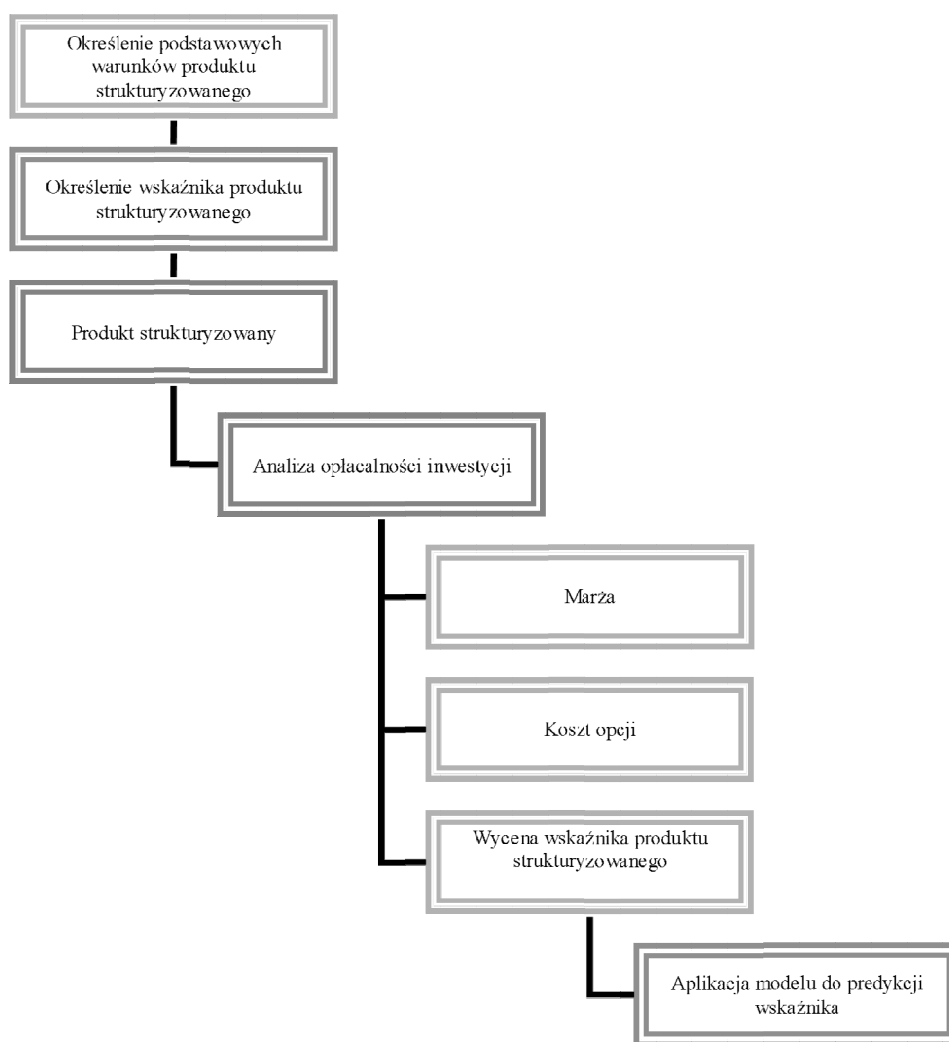
W artykule skoncentrowano się na lokacie strukturyzowanej (czasem nazywanej inwestycyjną), będącej instrumentem finansowym złożonym „z co najmniej dwóch instrumentów finansowych, które można podzielić na 2 grupy: część oszczędnościową oraz część inwestycyjną. Większa część kapitału (zwykle od 70% do 95%) lokowana jest w bezpieczne instrumenty (np. obligacje skarbowe), zaś pozostała część jest inwestowana w produkty finansowe o wyższym przewidywanym zysku, ale też większym ryzyku. Część «bezpieczna» lokaty ma za zadanie ochronić nasz kapitał w całości lub pewnej określonej części, natomiast część inwestycyjna służy do osiągnięcia zakładanego zysku. Można powiedzieć, że lokata strukturyzowana to pewnego rodzaju «zakład» – jeśli przyjrzymy się instrumentom, w które inwestowane są nasze środki w ramach tej lokaty, to w większości przypadków «zakłada się», że wartość tych instrumentów w ciągu trwania inwestycji spadnie lub wzrośnie. Ma to wiele wspólnego z hazardem, jednak, w przeciwieństwie do tej wątpliwej formy pomnażania pieniędzy, w przypadku lokat strukturyzowanych można być pewnym, że odzyska się choć część środków. Co więcej, prawdopodobieństwo zysku znacząco wzrasta, jeżeli inwestor ma wiedzę lub/i doświadczenie w inwestowaniu w instrumenty finansowe oferowane w ramach lokaty strukturyzowanej. Z pieniędzy deponowanych przez klienta bank często pobiera prowizję (nazywaną też marżą), dlatego warto sprawdzić, jaka jest jej wysokość, zanim zdecydujemy się na produkt strukturyzowany. Należy również uświadomić sobie, że taka lokata prawie zawsze jest długoterminowa (zwykle 2-3 lata). Wiąże się to z koniecznością zagwarantowania klientowi zwrotu całej wpłaconej kwoty, a w tym celu bezpieczna część lokaty musi w odpowiednim czasie wypracować zysk na pożądanym poziomie (inaczej mówiąc: bezpieczna część lokaty + zysk z tej części = gwarantowany zwrot wpłaconego kapitału) [www 1]”.

Lokata strukturyzowana posiada następujące cechy:

- częściowa lub pełna ochrona kapitału,
- zdefiniowany czas trwania inwestycji,
- określona formuła wyliczania stopy zwrotu (zysku),
- wbudowany instrument pochodny [Hadaś-Dyduch, 2013b, 2014a].

1. Opis badania

Celem badania jest predykcja produktu finansowego modelem M.H-D_s zgodnie ze schematem zamieszczonym na rys. 2 oraz z zaproponowanym w dalszej części artykułu rozszerzeniem próbki.



Rys. 2. Schemat wyceny produktu strukturyzowanego

W celu dokonania predykcji produktu należy z uwagi na jego specyficzną budowę właściwie dokonać wyłącznie predykcji instrumentu bazowego produktu. W tym celu zostanie zastosowany autorski model M.H-D_s, szczegółowo opisany w [Hadaś-Dyduch, 2011, 2014b], poszerzony o rozszerzenie próbki w procesie generowania współczynników falkowych podczas transformaty falkowej falką Daubechies.

2. Opis instrumentu finansowego wybranego do badania

Badanie oparto na instrumencie finansowym (odzwierciedlającym rzeczywiste instrumenty finansowe) w formie lokaty strukturyzowanej, której wskaźnik zysku oparty jest na indeksie WIG20. Zysk, jaki wypracuje lokata, jest uzależniony od kształtowania się wartości indeksu WIG20 w dniu rozpoczęcia i zakończenia inwestycji. Jeżeli WIG20 w dniu zakończenia inwestycji:

- znajdzie się w przedziale $\langle 70\%; 100\% \rangle$ wartości początkowej indeksu z dnia 10.12.2013 r., to będzie naliczane oprocentowanie wysokości 9,10% w skali roku,
- będzie niższa o nie więcej niż 30% i nie mniej niż 69% od wartości wskaźnika w dniu 10.12.2013 r., to oprocentowanie wyniesie 3,60%.

Produkt objęty jest 100% ochroną zainwestowanego kapitału. Czas trwania produktu: 10.12.2013-10.12.2014.

Celem oszacowania prognozowanej stopy zwrotu z inwestycji w produkt należy zatem dokonać predykcji wskaźnika produktu, czyli predykcji indeksu WIG20.

3. Algorytm rozszerzenia

Mając dany szereg danych, nazwany również jako próbka:

$$\vec{s} = (s_0, s_1, s_2, \dots, s_{2^n-2}, s_{2^n-1}),$$

obliczamy, uwzględniając dodatkowe rozszerzenie próbki, współczynniki falkowe.

W tym celu postępujemy zgodnie z algorytmem:

1. Przyjmujemy, że:

$$\vec{s} = (s_0, s_1, s_2, \dots, s_{2^n-2}, s_{2^n-1}) = p_0, p_1, p_2, \dots, p_{2^n-2}, p_{2^n-1}.$$

2. Zapisujemy formalną postać rozszerzenia próbki \vec{s} :

$$\vec{s} = (s_{-(2^n-1)}, \dots, s_{-2}, s_{-1}; s_0, s_1, \dots, s_{2^n-2}, s_{2^n-1}; s_{2^n}, \dots, s_{2^{n+1}-1}).$$

3. Przypisujemy elementom:

$$s_{-(2^n-1)}, \dots, s_{-2}, s_{-1}$$

oraz elementom:

$$s_{2^n}, \dots, s_{2^{n+1}-1}$$

odpowiednie wartości elementów wejściowych próbki:

$$\vec{s} = (s_0, s_1, s_2, \dots, s_{2^n-2}, s_{2^n-1}) = p_0, p_1, p_2, \dots, p_{2^n-2}, p_{2^n-1}.$$

4. Zapisujemy ostateczną postać rozszerzenia próbki \bar{s} :

$$\left(s_{-(2^n-1)}, \dots, s_{-2}, s_{-1}; s_0, s_1, s_2, s_3, \dots, s_{2^n-1}, s_{2^n-1}; s_{2^n}, \dots, s_{2^{n+1}-1} \right) \\ \left(p_{2^n-1}, \dots, p_1, p_0; p_0, p_1, p_2, \dots, p_{2^n-2}, p_{2^n-1}; p_{2^n-1}, p_{2^n-2}, \dots, p_0 \right).$$

5. Wyznaczamy współczynniki falkowe a_k z zależności:

$$a_k = \sum_{r=k+0}^{k+3} \varphi(r-k) \cdot s_r, \quad (1)$$

gdzie:

$\varphi: D \rightarrow R$ – funkcja skalująca falki Daubechies spełniająca następujące warunki:

- $\varphi(r) = h_0 \cdot \varphi(2r) + h_1 \cdot \varphi(2r-1) + h_2 \cdot \varphi(2r-2) + h_3 \cdot \varphi(2r-3)$,

gdzie:

$$h_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4}, \quad h_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4}, \quad h_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4}, \quad h_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4},$$

- $\sum_{k \in \mathbb{Z}} \varphi(k) = 1$,
- $\varphi(r) = 0$ dla $r \leq 0 \vee r \geq 3$,
- $D_j = \{k2^j : k \in \mathbb{Z}\}$,
- $D = \bigcup_{j \in \mathbb{Z}} D_j = \bigcup_{j=0}^{\infty} D_j$.

Na podstawie zależności (1) wyznaczamy dla poszczególnych wartości k współczynniki falkowe dla pierwszego podzeregu danych. Przykładowo, dla $k = -3$, wyznaczamy wartość funkcji skalującej w punkcie $r + 3$ oraz w punkcie r , dla $r = -(2^n - 1), \dots, 2^{n+1} - 1$ (tab. 1).

Tab. 1. Obliczenia pomocnicze do wyznaczenia współczynnika a_k dla $k = -3$.

r	$\varphi(r-k)$	$\varphi(r+3)$	s_r
$-(2^n - 1)$	$\varphi(-2^n + 4)$	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
-2	$\varphi(1)$	$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$	0
-1	$\varphi(2)$	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$	0
0	$\varphi(3)$	0	967,7
1	$\varphi(4)$	0	945,6

cd. tab. 1

r	$\varphi(r-k)$	$\varphi(r+3)$	s_r
2	$\varphi(5)$	0	0
3	$\varphi(6)$	0	0
4	$\varphi(7)$	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$2^n - 1$	$\varphi(2^n + 2)$	0	0
2^n	$\varphi(2^n + 3)$	0	0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$2^{n+1} - 1$	$\varphi(2^{n+1} + 2)$	0	0

Źródło: Opracowanie własne.

Opierając się na obliczeniach zawartych w tab. 1 oraz wzorze (1), otrzymujemy wartość współczynnika falkowego $a_{-3} = 0$. Postępując analogicznie, otrzymujemy pozostałe współczynniki falkowe.

6. Aplikujemy algorytm transformaty falkowej, polegający na zastąpieniu $2N = 2^{(n+1)}$ całkowitych przesunięć funkcji skalującej:

$$\tilde{f}(r) = \sum_{k=0}^{2^{(n+1)}-1} a_k \varphi(r-k)$$

przez równoważną kombinację liniowych całkowitych przesunięć funkcji skalującej $\varphi([r/2]-k)$ i falek $\psi([r/2-1]-k)$ z niższego poziomu rozdzielczości:

$$\tilde{f}(r) = \sum_{k=0}^{2^n-1} a_k^{(n-1)} \varphi([r/2]-k) + \sum_{k=0}^{2^n-1} c_k^{(n-1)} \psi([r/2-1]-k).$$

Współczynniki $a_k^{(n-1)}$ wskazują niższy poziom rozdzielczości niż początkowe współczynniki $a_k^{(n)}$.

4. Wyniki prognozy z uwzględnieniem rozszerzonej próbki

Szereg-próbka w analizowanej sytuacji to szereg WIG20, będący wskaźnikiem produktu strukturyzowanego.

Otrzymana macierz współczynników falkowych z aplikacją rozszerzenia według algorytmu przedstawionego w punkcie 3 jest niezbędna do kolejnego etapu modelu prognozy, tj. do inicjalizacji sztucznej sieci neuronowej oraz wy-

znaczenia współczynników odwrotnej transformaty falkowej¹. W ostateczności otrzymujemy następujące wyniki wskaźnika produktu, tj. indeksu WIG20:

- 2 477,44 – wartość WIG20 w dniu 10.12.2013 r.,
- 2 399 – prognozowana wartość WIG20 w dniu 10.12.2014 r. na podstawie modelu z rozszerzoną próbką,
- 0,09% – bezwzględny błąd procentowy modelu z rozszerzoną próbką.

Tab. 2. Zestawienie błędów modelu zastosowanego do predykcji wskaźnika

Metoda	Błąd modelu
Bez dodatkowego rozszerzenia próbki z podziałem szeregu na mniejsze jednostki	1,8%
Bez podziału szeregu na mniejsze jednostki oraz bez dodatkowego rozszerzenia szeregu	3,5%
Podział szeregu na mniejsze jednostki oraz dodatkowe rozszerzenie szeregu	0,09%

Źródło: Opracowanie własne.

4.1. Wyniki prognozy produktu strukturyzowanego

Prognozowana wartość WIG20 w dniu 10.12.2014 r. na podstawie modelu z rozszerzoną próbką wynosi 2 399. Wartość wskaźnika WIG20 w dniu zapadalności inwestycji spadła zatem o 3,2% w stosunku do wartości wskaźnika w dniu rozpoczęcia inwestycji. Wartość WIG20 w dniu rozliczenia inwestycji stanowi więc 96,8% wartości początkowej, co zgodnie z warunkami produktu strukturyzowanego określonymi w punkcie 2, daje inwestorowi zysk w wysokości 9,1%/rok.

4.2. Błędy prognozy produktu strukturyzowanego

Wartość WIG20 otrzymana na podstawie zaproponowanego modelu z rozszerzoną próbką wynosiła w dniu 10.12.2014 r. 2 399, natomiast rzeczywista wartość WIG20 w dniu 10.12.2014 r. wynosiła 2 400,29. Otrzymana prognoza wskaźnika jest obciążona błędem na poziomie 0,05%.

¹ Nie opisano w artykule szczegółowo modelu zastosowanego do predykcji, ponieważ nie jest celem artykułu ocena zdolności predykcyjnych modelu, a jedynie wpływ na końcowy wynik prognozy metody rozszerzenia szeregu przy wyznaczaniu współczynników a_k .

Tab. 3. Zestawienie błędów prognoz wskaźnika

Metoda	Błąd
Bez dodatkowego rozszerzenia próbki z podziałem szeregu na mniejsze jednostki	1,9%
Bez podziału szeregu na mniejsze jednostki oraz bez dodatkowego rozszerzenia szeregu	5,2%
Podział szeregu na mniejsze jednostki oraz dodatkowe rozszerzenie szeregu	0,05%

Źródło: Opracowanie własne.

Prognoza produktu strukturyzowanego jest zatem również obciążona błędem na poziomie 0,05%. Tak niska wartość błędu nie wpływa na decyzję inwestycyjną, więc można uznać, że rozszerzenie próbki skutecznie wpływa na obniżenie błędu prognozy (tab. 3).

Podsumowanie

Celem badania było zbadanie wpływu zaproponowanej metody rozszerzenia próbki na dokładność prognozy produktów finansowych – produktów strukturyzowanych. Otrzymane wyniki w postaci niskich błędów prognoz wskazują, że dodatkowe rozszerzenie próbki podczas wyznaczania współczynników falkowych korzystnie wpływa na jakość prognozy produktów strukturyzowanych, gdyż błędy prognoz wskaźnika produktu strukturyzowanego są mniejsze o 5,15% od błędu uzyskanego z prognozy wskaźnika bez podziału szeregu na mniejsze jednostki oraz bez dodatkowego rozszerzenia szeregu.

W artykule skoncentrowano się tylko na dodatkowym rozszerzeniu próbki przy wyznaczaniu współczynników, omijając proces prognozowania. Nie opisano więc w artykule szczegółowo modelu zastosowanego do prognozowania, ponieważ nie jest celem artykułu ocena zdolności prognozyjnych modeli, a jedynie wpływ na końcowy wynik prognozy metody rozszerzenia szeregu przy wyznaczaniu współczynników a_k .

Literatura

- Hadaś-Dyduch M. (2011), *Prognozowanie szeregów czasowych w oparciu o współczynniki transformaty falkowej, optymalizowane przez sztuczną sieć neuronową* [w:] A.S. Barczak, red., *Metody Matematyczne, Ekonometryczne i Komputerowe w Finansach i Ubezpieczeniach 2009*, Wydawnictwo UE, Katowice, s. 59-69.

- Dyduch M. (2013), *Bankowe Papiery Wartościowe Strukturyzowane*, „Studia Ekonomiczne”, nr 124, s. 143-164.
- Hadaś-Dyduch M. (2013a), *Inwestycje alternatywne na polskim rynku kapitałowym* [w:] *Innowacje w finansach i ubezpieczeniach – metody matematyczne i informatyczne*, „Studia Ekonomiczne”, nr 146, Wydawnictwo UE, Katowice 2013, s. 29-37.
- Hadaś-Dyduch M. (2013b), *Szacowanie efektywności wybranej strategii inwestowania w produkty strukturyzowane na polskim rynku kapitałowym*, „Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia”, nr 63, Uniwersytet Szczeciński, s. 169-180.
- Hadaś-Dyduch M. (2014a), *Inwestycje alternatywne w kontekście efektywności inwestycji kapitałowej na przykładzie produktów strukturyzowanych*, Wydawnictwo UE, Katowice.
- Hadaś-Dyduch M. (2014b), *Non-classical Algorithm for Time Series Prediction of the Range of Economic Phenomena with Regard to the Interaction of Financial Market Indicators*, “Chinese Business Review” 13(4), s. 221-231.
- Hadaś-Dyduch M., (2014c), *The Market for Structured Products in the Context of Inflation* [in:] M. Papież, S. Śmiech, eds., *Proceedings of the 8th Professor Aleksander Zelas International Conference on Modelling and Forecasting of Socio-Economic Phenomena*, Cracow: Foundation of the Cracow University of Economics, <http://pliki.konferencjazakopianska.pl/proceedings.html> [dostęp: 01.12.2014].
- Komisja Nadzoru Finansowego, 2010.

Akty prawne

- Art. 3 ust. 1 pkt 23 Ustawa o rachunkowości (Dz. U. z 1994 r. Nr 121, poz. 591).
- Dyrektywa nr 2004/39/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 21 kwietnia 2004 r. w sprawie rynków instrumentów finansowych (Dz. Urz. UE L 145 z 30.04.2004).
- Dz. U. z 2005 r. Nr 183, poz. 1538.

Witryny internetowe

- [www 1] <http://www.najlepszelokaty.pl/lokata-strukturyzowana/> [dostęp: 1.12.2014].

FORECAST OF FINANCIAL INSTRUMENTS GENERATED FACTORS WAVELETS ENLARGEMENTS

Summary: The aim of the study is to examine the impact of the proposed extension method of sample prediction accuracy of financial products. The research was based on selected financial products, ie. In structured products. The specific objective of the study is to forecast financial products through accurate predictor of their indicators.

The article was based on a study of the proposed method extension application of wavelet coefficients for the prediction rate structured products, index forecast is made on the basis of a model based on wavelet transform. Prior to the extension of a number of

applications, the input data is divided into a series of samples with an even number of observations to define a more accurate forecasts.

The article focuses only on the additional extension factors when determining sample skipping prediction process. It is therefore not described in detail in an article applied to the prediction model, because it is an objective article evaluate the ability of the predictive model and the only impact on the final outcome prediction method determining the extension number of the coefficients.

Keywords: structured products, structured investment product, financial instrument, prediction, wavelets.