

**Ewa Genge, Joanna Trzęsiok**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

e-mails: ewa.genge@ue.katowice.pl; joanna.trzesiok@ue.katowice.pl

---

**CZY ŁATWIEJ ZWIĄZAĆ KONIEC Z KOŃCEM?  
BADANIE SYTUACJI MATERIALNEJ  
GOSPODARSTW DOMOWYCH W POLSCE  
Z WYKORZYSTANIEM MODELI PANELOWYCH**

---

**IS IT EASIER TO MAKE ENDS MEET?  
ANALYSIS OF THE FINANCIAL SITUATION  
OF POLISH HOUSEHOLDS WITH THE USE  
OF PANEL MODELS**

---

DOI: 10.15611/pn.2017.468.07

JEL Classification: C33

**Streszczenie:** Artykuł ma charakter aplikacyjny i porusza problem subiektywnej oceny sytuacji materialnej polskich gospodarstw domowych. Inspiracją do podjęcia tego tematu był raport z Diagnozy Społecznej 2015, w którym opublikowano wyniki badań sytuacji finansowej Polaków. W pracy wykorzystano zarówno analizę korespondencji, by zidentyfikować charakterystyki demograficzne towarzyszące różnym kategoriom subiektywnej oceny sytuacji finansowej polskich gospodarstw domowych, jak i wybrane modele panelowe, by określić dynamikę zmian tej sytuacji. Otrzymane wyniki pokazują, że stosunkowo najlepiej swoją sytuację materialną oceniają gospodarstwa pracowników i pracujących na własny rachunek, małżeństwa bez dzieci lub z jednym dzieckiem i mieszkańcy dużych miast. Wszystkie obliczenia i analizy wykonano za pomocą odpowiednich funkcji programu statystycznego R.

**Słowa kluczowe:** sytuacja materialna gospodarstw domowych, modele panelowe, Diagnoza Społeczna.

**Summary:** The analysis of income, the primary measurement of household's wealth, conducted by the Social Monitoring in the framework of the Social Diagnosis 2015, shows that the financial situation of households in Poland has improved in recent years. It seems to be interesting to identify the demographic characteristics associated with changes in the financial situation of Polish families, as well as to examine the dynamics of these changes. The main goal of this paper is the analysis of the subjective assessment of the financial situation but in terms of both time and cross-sectional dimension using selected panel models for data collected as part of the Polish Social Diagnosis.

**Keywords:** financial situation of households, panel models, Social Diagnosis.

## 1. Wstęp

Analiza dochodów, czyli głównego miernika poziomu zamożności, przeprowadzona przez Radę Monitoringu Społecznego w ramach Diagnozy Społecznej w 2015 roku, pokazuje, że sytuacja materialna gospodarstw domowych w Polsce, w ostatnich latach poprawia się. Jednocześnie zmniejsza się rozwarstwienie ekonomiczne polskiego społeczeństwa, czyli maleją nierówności pomiędzy skrajnymi grupami dochodowymi gospodarstw domowych [www.diagnoza.com]. Interesujące wydaje się zidentyfikowanie charakterystyk demograficznych towarzyszących różnym ocenom własnej sytuacji finansowej polskich rodzin, jak również zbadanie samej dynamiki zmian tej sytuacji.

Do nielicznych prac z zakresu subiektywnego postrzegania sytuacji dochodowej polskich gospodarstw domowych należy zaliczyć: [Ulman 2006; Liberda i in. 2011 oraz Dudek 2009]. Analizy przedstawione w tych opracowaniach zostały wykonane na podstawie danych przekrojowych pochodzących z badań budżetów gospodarstw domowych GUS. Dane panelowe w analizie subiektywnej percepcji swojego położenia finansowego wykorzystane zostały w pracy [Dudek 2013], w której uwagę poświęcono głównie badaniu różnic pomiędzy własnymi dochodami a dochodami innych ludzi (badano zależność subiektywnych ocen od relatywnej pozycji w tym względzie)<sup>1</sup>.

Celem niniejszej pracy była analiza subiektywnej oceny sytuacji materialnej gospodarstw domowych w Polsce, ale w wymiarze zarówno przekrojowym, jak i czasowym. Dlatego też w pierwszym etapie badania wykorzystano analizę korespondencji, natomiast w drugim etapie zastosowano wybrane modele panelowe, koncentrując się na modelach mogących znaleźć zastosowanie w analizach społeczno-ekonomicznych danych, opisywanych przez zmienne niemetryczne.

## 2. Charakterystyka zbioru danych i wstępna analiza

Badanie przeprowadzono na zbiorze danych rzeczywistych, pochodzącym z Diagnozy Społecznej [www.diagnoza.com]. Obiekty w tym zbiorze to 3293 polskich gospodarstw domowych, które oceniły swoją sytuację finansową i jednocześnie uczestniczyły w czterech edycjach badania panelowego Diagnozy w latach: 2009, 2011, 2013 i 2015. Badana zmienna zależna  $Y$  (ozn. wiązanieKzK), przedstawiająca tę subiektywną ocenę sytuacji materialnej gospodarstw, związana była z pytaniem:

- *Czy przy aktualnym dochodzie netto Pana(i) gospodarstwo domowe wiąże koniec z końcem?*

---

<sup>1</sup> W tym celu wykorzystano modyfikację uporządkowanych modeli probitowych ze zmiennymi efektami (por. [Ferrer-i-Carbonell 2005]).

Respondenci mieli do wyboru 5 możliwych odpowiedzi, które traktujemy jako kategorie zmiennej  $Y$ : „1 – z wielką trudnością” (WT)<sup>2</sup>, „2 – z trudnością” (T), „3 – z pewną trudnością” (PT), „4 – raczej łatwo” (RŁ), „5 – łatwo” (Ł).

Badane gospodarstwa domowe były również opisywane przez 3 zmienne o charakterze społeczno-demograficznym, które nazwano towarzyszącymi. Były to:

- *źródło utrzymania* (zmienna  $X_1$ ) z sześcioma możliwymi wariantami: gospodarstwa pracowników (prac), gospodarstwa rolników (rol), gospodarstwa pracujących na własny rachunek (wr), gospodarstwa emerytów (eme), gospodarstwa rencistów (ren), gospodarstwa utrzymujących się z niezarobkowych źródeł (nieza);
- *typ biologiczny rodziny* (zmienna  $X_2$ ), gdzie wyróżniono 8 grup: małżeństwa bez dzieci (m0), małżeństwa z 1 dzieckiem (m1), małżeństwa z 2 dziećmi (m2), małżeństwa z 3 i większą liczbą dzieci (m3+), rodziny niepełne (np), gospodarstwa wielorodzinne (wielo), gospodarstwa nierodzinne jednoosobowe (n1), gospodarstwa nierodzinne wieloosobowe (nw);
- *klasa zamieszkiwanej miejscowości* (zmienna  $X_3$ ) o kategoriach: miasto powyżej 500 tys. mieszkańców (500+), miasto 200-500 tys. mieszkańców, miasto 100-200 tys. mieszkańców, miasto 20-100 tys. mieszkańców, miasto poniżej 20 tys. mieszkańców (20-) oraz wieś.

Rozkład gospodarstw, które w poszczególnych latach w różnym stopniu oceniały swoją sytuację materialną, przedstawia tabela 1.

**Tabela 1.** Odsetek gospodarstw domowych, które w różnym stopniu oceniały swoją sytuację materialną w kolejnych latach

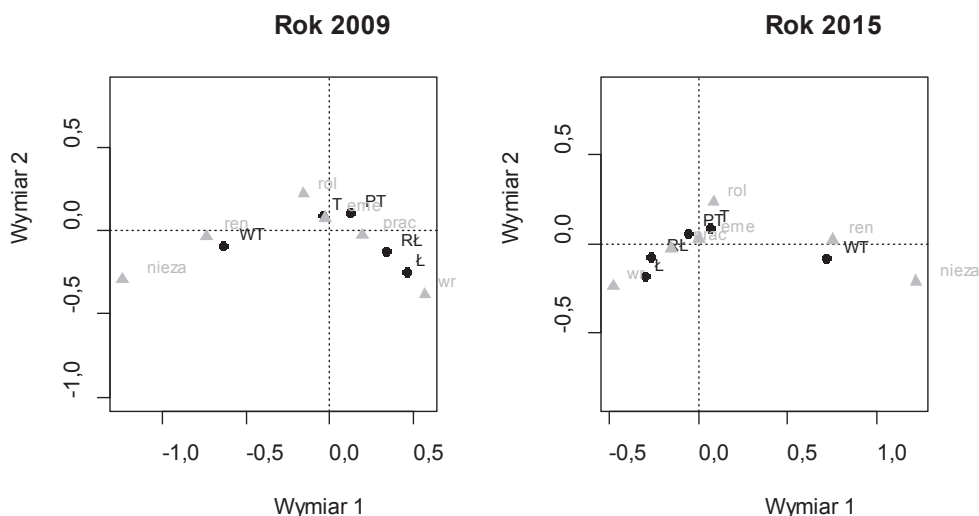
Kategorie zm. wiązanieKzK	Rok			
	2009	2011	2013	2015
z wielką trudnością	19,1	17,9	16,6	13,4
z trudnością	21,0	19,6	19,2	17,0
z pewną trudnością	34,4	35,1	38,1	37,9
raczej łatwo	20,2	22,6	21,5	26,2
łatwo	5,3	4,9	4,6	5,5

Źródło: opracowanie własne.

Z danych przedstawionych w tabeli 1 wynika, że w kolejnych falach badania spadał odsetek gospodarstw domowych, które w swoim odczuciu z trudnością lub z wielką trudnością wiązały koniec z końcem. Ponadto nieco zwiększył się procent gospodarstw oceniających, że łatwo, raczej łatwo lub z pewną trudnością radziły sobie z własną sytuacją finansową.

<sup>2</sup> W nawiasach zamieszczono oznaczenia kategorii, które wykorzystano na rysunkach 1-3.

W pierwszym etapie badania przeprowadzono analizę korespondencji. Miała ona na celu zidentyfikowanie, które kategorie zmiennych towarzyszących współwystępują z różnymi odczuciami dotyczącymi oceny własnej sytuacji materialnej. Analizę tę przeprowadzono dla wszystkich zmiennych towarzyszących, we wszystkich czterech falach badania. Jednak ze względu na ograniczenia dotyczące objętości tej pracy, na wykresach (mapach percepcji) przedstawiono tylko sytuację w latach 2009 i 2015.



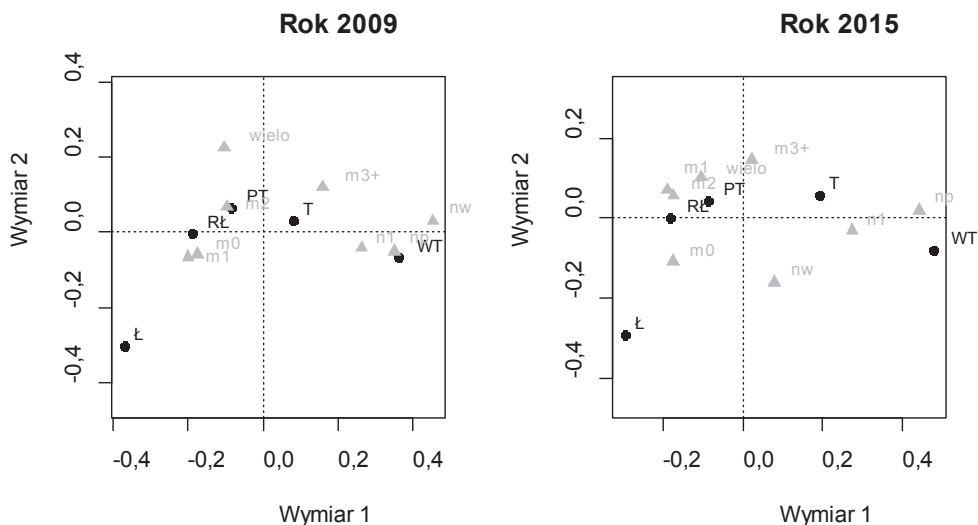
**Rys. 1.** Mapy percepcji pokazujące zależność pomiędzy kategoriami zmiennej wiązanieKzK a źródłem utrzymania badanych gospodarstw

Źródło: opracowanie własne.

Wykresy przedstawione na rysunku 1 pokazują, że ocena własnej sytuacji finansowej w grupach wyznaczonych przez kategorie zmiennej *źródło utrzymania* nie zmieniła się znacząco w 2015 roku w stosunku do 2009 roku. W obydwu latach największe problemy z wiązaniem końca z końcem deklarują gospodarstwa rencistów oraz te utrzymujące się z niezarobkowych źródeł. Z trudem i pewnym trudem radzą sobie rolnicy oraz emeryci, natomiast łatwo lub raczej łatwo – gospodarstwa pracowników i pracujących na własny rachunek.

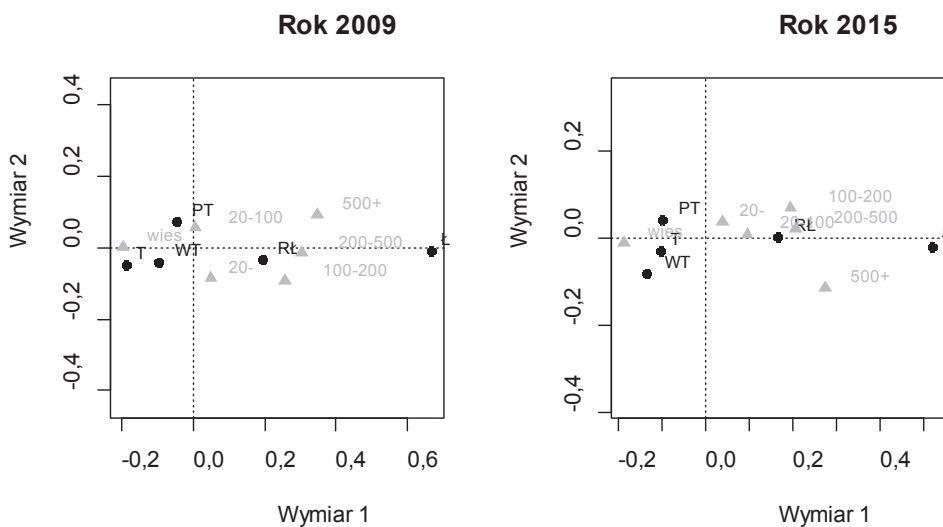
Wyniki analizy korespondencji zilustrowane na rysunku 2 pokazują, że w roku 2009 najtrudniejszą sytuację materialną deklarowały gospodarstwa nierodzinne i rodziny niepełne. Z trudem lub pewnym trudem wiązały koniec z końcem małżeństwa z dwojką lub większą liczbą dzieci oraz gospodarstwa wielorodzinne. Stosunkowo najłatwiej (raczej łatwo) radziły sobie, we własnej ocenie, małżeństwa bez dzieci lub z jednym dzieckiem. Te interpretacje są zgodne z intuicją i nie zmieniają się w sposób istotny w 2015 roku, choć obserwujemy pewne przemieszczenie się kategorii dla

zmiennej typ rodziny w stronę wyższych kategorii zmiennej wiązanieKzK. Oznacza to nieco lepszą ocenę własnej sytuacji przez respondentów.



**Rys. 2.** Mapy percepcji pokazujące zależność pomiędzy kategoriami zmiennej wiązanieKzK a typem biologicznym rodziny

Źródło: opracowanie własne.



**Rys. 3.** Mapy percepcji pokazujące zależność pomiędzy kategoriami zmiennej wiązanieKzK a klasą zamieszkiwanej miejscowości

Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 3 przedstawia ocenę własnej sytuacji materialnej gospodarstw podzielonych na grupy pod względem klasy zamieszkiwanej miejscowości. Tutaj również wyniki nie zmieniają się znacząco w 2015 roku w stosunku do 2009. Najtrudniejszą sytuację deklarują gospodarstwa wiejskie i te zamieszkujące mniejsze miasta. Gospodarstwa z miast powyżej 100 tys. mieszkańców (a w 2015 nawet te powyżej 20 tys.) oceniają, że raczej łatwo im wiązać koniec z końcem.

### 3. Analiza z wykorzystaniem modeli panelowych

Dane panelowe mają bardziej złożoną strukturę aniżeli dane przekrojowe. Zaletą estymacji modeli na tych danych jest możliwość analizy zmian nie tylko w pojedynczym przekroju jednostek lub czasu, ale symultanicznie w obu przekrojach [Kopczewska 2009, s. 307]. Dane panelowe znajdują zastosowanie w testowaniu przyczynowości i pozwalają w prosty sposób kontrolować wpływ zmiennych pominiętych i nieobserwowalnych [Hsiao 1986].

Do modelowania danych panelowych wykorzystuje się trzy podstawowe typy modeli:

- bez efektów indywidualnych i czasowych, tzw. *pooled models*<sup>3</sup>,
- z efektami stałymi, tzw. *fixed effects models* (FE),
- z efektami losowymi, tzw. *random effects models* (RE).

Modele z efektami losowymi najczęściej znajdują zastosowanie we wnioskowaniu o populacji na podstawie próby. W modelach tych analizowany jest wpływ grup lub czasu na wariancję procesu i wykorzystywane są wówczas, gdy badana próba pochodzi z szerszej populacji. Dość istotną różnicą pomiędzy modelami z efektami stałymi i losowymi jest możliwość uwzględnienia wśród zmiennych objaśniających zmiennej stałej w czasie (np. płeć, kraj, rok założenia firmy). Modele, w których uwzględnia się zarówno efekty stałe, jak i losowe, zwane są najogólniej modelami mieszanymi (*mixed models*).

Podając za autorami [Demidenko 2005; West i in. 2006], modele mieszane znajdują zastosowanie m.in. w modelowaniu zjawisk opisanych za pomocą danych panelowych, danych charakteryzujących się dużą niejednorodnością czy też danych o strukturze hierarchicznej, zgrupowanych, wtedy gdy wartości zmiennej objaśnianej obserwowane są jednokrotnie (w jednym okresie), jednakże przypisane są do poszczególnych grup (np. klienci do poszczególnych banków, pacjenci do poszczególnych szpitali czy lekarzy prowadzących).

---

<sup>3</sup> W modelach tych estymowane są współczynniki kierunkowe dla poszczególnych zmiennych oraz stałej bez rozróżniania efektów czasowych czy grupowych. W przypadku ciągłej zmiennej objaśnianej sprowadza się to najczęściej do klasycznej regresji liniowej, a w przypadku zmiennej objaśnianej pochodzącej z rozkładu dwumianowego czy Poissona do estymacji parametrów modeli GLM (por. [Dudek 2013]).

Do najbardziej popularnych modeli mieszanych zaliczyć należy liniowe modele mieszane (*linear mixed models*). Ponieważ analizowane w przykładzie empirycznym dane zostały zaczerpnięte z badania Diagnoza Społeczna, mających charakter jakościowy, poniżej przedstawiono znacznie rzadziej stosowane uogólnione liniowe modele mieszane (*generalized linear mixed models*).

### 3.1. Uogólniony liniowy model mieszany

Uogólniony liniowy model mieszany, tj. GLMM, może być traktowany jako rozszerzenie uogólnionego modelu liniowego (*generalized linear models* – GLM) zawierającego efekty stałe oraz losowe. W modelach GLM rozkład zmiennej zależnej może być rozkładem innym niż normalny, a ponadto zmienna ta nie musi być o charakterze ciągłym (np. zmienna zależna może mieć rozkład dwumianowy lub Poissona). Po drugie, wartości zmiennej zależnej prognozowane są na podstawie liniowej kombinacji zmiennych objaśniających, „powiązanych” ze zmienną zależną za pomocą funkcji wiążącej (*link function*).

Niech  $(Y_1, \dots, Y_n)'$  będzie wektorem zmiennych losowych o realizacjach  $(y_1, \dots, y_n)'$ , zaś  $X_{ij}$   $j$ -tą zmienną objaśniającą dla  $i$ -tej obserwacji (gdzie  $j = 1, \dots, m$ ;  $i = 1, \dots, n$ )<sup>4</sup>. Zakłada się również, że badane zmienne obserwowane są w  $t$  (dla  $t = 1, \dots, T$ ) czy też okresach o liczebnościach  $n_t$  (gdzie  $\sum_{t=1}^T n_t = n$ ). Wtedy wektor  $(y_1, \dots, y_n)'$  można zapisać jako:

$$(y_1, \dots, y_n)' = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_T)', \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{y}_t = (y_{t1}, \dots, y_{tm})'$  dla  $t = 1, \dots, T$ .

Przyjmijmy, że  $Z$  oznacza czynnik losowy o  $T$  zaobserwowanych kategoriach z parametrem losowym  $U$ . Kategorie tego czynnika dzielą zbiór na grupy (okresy). Dalej niech  $u_1, \dots, u_T$  będą niezależnymi realizacjami zmiennej  $U$ .

Wektor efektów losowych ma wtedy postać (por. [Wolny-Dominiak 2015, s. 56]):

$$\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, \dots, \mathbf{u}_T)'. \quad (2)$$

W uogólnionym liniowym modelu mieszanym (GLMM) zakłada się, że związek pomiędzy analizowanymi zmiennymi przyjmuje postać (por. [Agresti 2007, s. 298]):

$$\eta_{ii} = \mathbf{x}'_{ii} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{z}'_{ii} \mathbf{u}_t. \quad (3)$$

Funkcja wiążąca  $g$  wyraża zależność pomiędzy wartością przeciętną zmiennej objaśnianej  $\mu_{ii} = E(Y_{ii} | u_t)$  a liniową kombinacją zmiennych objaśniających:

$$\eta_{ii} = g(\mu_{ii}). \quad (4)$$

<sup>4</sup> Zmienne objaśniające są najczęściej zmiennymi nominalnymi o wielu kategoriach, dlatego też są nazywane czynnikami (analogicznie jak w analizie wariancji), natomiast współczynniki regresji odpowiadające tym zmiennym – efektami stałymi  $\boldsymbol{\beta}$ .

W zależności od rozkładu wartości zmiennej zależnej można wybierać różne funkcje wiążące, np. dla zmiennej zależnej o rozkładzie dwumianowym funkcja wiążąca jest funkcją logitową lub probitową.

W przypadku, gdy stosowany jest model GLM, bezpośrednie zastosowanie znajduje metoda największej wiarygodności. W sytuacji, gdy konstruuje się model mieszany, nie można jednak wskazać jednoznacznie metody estymacji. W literaturze przedmiotu zaproponowano wiele różnych metod estymacji, zarówno w podejściu klasycznym, jak i w podejściu bayesowskim [Biecek 2011; Lee i in. 2006; McCulloch 2006].

W badaniu empirycznym wykorzystano numeryczną metodę całkowania Gaussa–Hermita, która jest rozszerzeniem metody Laplace’a, gdzie aproksymacja wokół jednego punktu jest zastąpiona aproksymacją wokół kilku punktów. Bardziej szczegółowy opis estymacji modelu mieszanego z wykorzystaniem wiarygodności brzegowej można znaleźć w pracach [Andreß i in. 2013; Wolfinger 1993].

### 3.2. Wyniki badań przeprowadzonych za pomocą uogólnionych liniowych modeli mieszanych

Drugi etap analizy empirycznej przeprowadzono na podstawie danych panelowych dla tych gospodarstw, które wzięły udział w czterech kolejnych edycjach badania – w latach 2009, 2011, 2013, 2015. Szacowo więc modele dla 13 172 obserwacji łącznie. Analiza została przeprowadzona z uwzględnieniem zmiennej zależnej oraz 3 zmiennych objaśniających – towarzyszących (por. [Dudek 2013]).

W badaniach wykorzystano pakiet `lme4` programu R.

Na podstawie wartości kryteriów informacyjnych AIC [Akaike 1974] oraz BIC [Schwarz 1978] dokonano wyboru modelu GLMM<sup>5</sup>. Oszacowane parametry wybranego modelu przedstawiono w tabeli 2<sup>6</sup>.

Analizując wyniki przedstawione na rysunku 4, można powiedzieć, że szansa związania końca z końcem (we własnej ocenie) dla zmiennej źródło utrzymania spada w kolejnych latach (falach) o 29% dla rolników, o 41% dla emerytów, o 62% dla rencistów oraz o 88% dla utrzymujących się z niezarobkowych źródeł w porównaniu z gospodarstwami pracowników.

Szansa związania końca z końcem w kolejnych latach wzrasta dla rodzin bezdzietnych o 49% oraz o 23% dla rodzin z jednym dzieckiem w odniesieniu do małżeństw z dwójką dzieci. Szansa ta spada o 29% dla małżeństw z trójką dzieci, o 44% dla rodzin niepełnych oraz o 23% dla gospodarstw nierodzinnych jednoosobowych (w odniesieniu do małżeństw z dwójką dzieci).

<sup>5</sup> Szacowano również modele GLMM uwzględniające takie zmienne, jak liczba osób w rodzinie czy województwo.

<sup>6</sup> Dla zmiennej źródło utrzymania gospodarstwa przyjęto pierwszą kategorię referencyjną (gospodarstwa pracowników), dla zmiennej typ rodziny biologicznej przyjęto trzecią kategorię referencyjną (małżeństwa z dwójką dzieci), dla zmiennej klasa miejscowości zamieszkania – czwartą kategorię referencyjną (miasta o liczbie mieszkańców 20-100 tys.).



**Tabela 2.** Wyniki estymacji parametrów modelu GLMM

Wyszczególnienie	Ocena parametru	Iloraz szans	Błąd standard.	Prawdopodobieństwo testowe
Rolnicy	-0,349	0,71	0,100	0,0005
Pracujący na własny rachunek	-0,118		0,072	0,1024
Emeryci	-0,532	0,59	0,058	< 2e-16
Renciści	-0,954	0,38	0,115	< 2e-16
Niezarobkowe źródła utrzymania	-2,139	0,12	0,245	< 2e-16
Małżeństwa bez dzieci	0,397	1,49	0,070	< 1,4e-8
Małżeństwa z 1 dzieckiem	0,204	1,23	0,069	0,0029
Małżeństwa z 3 i większą liczbą dzieci	-0,336	0,71	0,093	0,0003
Rodziny niepełne	-0,585	0,56	0,093	< 2,7e-10
Gosp. wielorodzinne	-0,054		0,093	0,5639
Gosp. nierodzinne jednoosobowe	-0,260	0,77	0,078	0,0009
Gosp. nierodzinne wieloosobowe	-0,109		0,215	0,6131
Miasto powyżej 500 tys. mieszkańców	0,346	1,41	0,079	< 1,2e-5
Miasto 200-500 tys. mieszkańców	0,256	1,29	0,073	0,0005
Miasto 100-200 tys. mieszkańców	0,342	1,41	0,085	0,0001
Miasto poniżej 20 tys. mieszkańców	0,022		0,070	0,7571
Wieś	-0,461	0,63	0,057	< 1,1e-15

Źródło: opracowanie własne.

Szansa uznania swej sytuacji finansowej jako satysfakcjonującej wzrasta o 41% dla mieszkańców największych miast (powyżej 500 tys. mieszkańców) oraz miast o liczbie mieszkańców od 100 do 200 tys. Szansa ta wzrasta o 29% również dla mieszkańców miast o liczbie 200-500 tys., a spada o 37% dla mieszkańców wsi (w odniesieniu do gospodarstw zamieszkujących miasta o liczbie mieszkańców 20-100 tys.).

W wyniku estymacji otrzymano odchylenie standardowe efektów losowych równe 0,14, które świadczy o umiarkowanej niejednorodności badanego zbioru danych.

#### 4. Zakończenie

W pracy przeprowadzono analizę subiektywnej oceny sytuacji materialnej gospodarstw domowych w Polsce. W pierwszym etapie wykorzystano analizę korespondencji, aby przedstawić zależność między kategoriami badanych zmiennych. W etapie drugim zastosowano wybrane modele panelowe, by określić dynamikę zmian oceny gospodarstw na temat własnych możliwości finansowych.

Przeprowadzone badania pokazują, że stosunkowo najlepiej swoją sytuację materialną oceniają gospodarstwa pracowników i pracujących na własny rachunek, małżeństwa bez dzieci lub z jednym dzieckiem i mieszkańcy dużych miast.

Pomimo że poprawiła się sytuacja materialna gospodarstw domowych w Polsce w ostatnich latach [www.diagnoza.com], subiektywna ocena tej sytuacji nie zawsze zmienia się na lepszą. Jak pokazują badania przeprowadzone za pomocą modeli panelowych, ocena respondentów dotycząca własnych możliwości wiązania końca z końcem w przypadku niektórych grup respondentów faktycznie wzrasta, ale w innych grupach obserwujemy spadek.

## Literatura

- Agresti A., 2007, *An Introduction to Categorical Data Analysis*, Wiley & Sons, Hoboken – New Jersey.
- Akaike H., 1974, *A new look at statistical model identification*, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 19, s. 716-723.
- Andreß H.J., Golsh K., Schmidt A.W., 2013, *Applied Panel Data Analysis for Economic and Social Surveys*, Springer-Verlag, Berlin – Heidelberg.
- Biecek P., 2011, *Analiza danych z programem R: modele liniowe z efektami stałymi, losowymi i mieszanymi*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Demidenko E., 2005, *Mixed Models: Theory and Applications with R*, Wiley & Sons, Hoboken – New Jersey.
- Dudek H., 2009, *Subjective aspects of economic poverty – ordered response model approach*, Research Papers of Wrocław University of Economics, vol. 73, s. 9-24.
- Dudek H., 2013, *Subiektywne postrzeganie sytuacji dochodowej – mikroekonometryczna analiza danych panelowych*, Roczniki Kolegium Analiz Ekonomicznych, nr 30.
- Ferrer-i-Carbonell A., 2005, *Income and well-being: An empirical analysis of the comparison income effect*, Journal of Public Economics, vol. 89, s. 997-1019.
- Hsiao C., 1986, *Analysis of Panel Data*, Econometrics Society Monographs 11, Cambridge University Press, New York.
- Kopczewska K., 2009, *Modele panelowe*, [w:] Kopczewska K., Kopczewski T., Wójcik P. (red.), *Metody ilościowe w R. Aplikacje ekonomiczne i finansowe*, CeDeWu, Warszawa, s. 309-346.
- Lee Y., Nelder J.A., Pawitan Y., 2006, *Generalized linear models with random effects: unified analysis via H-likelihood*, CRC Press.
- Liberda B., Pęczkowski M., Gucwa-Leśny E., 2011, *How do we value our income from which we save?*, Faculty of Economic Sciences Working Papers, no. 3 (43), s. 1-19
- McCulloch C.E., 2006, *Generalized linear mixed models*, Wiley Online Library.
- Schwarz G., 1978, *Estimating the dimension of a model*, Annals of Statistics, vol. 6, s. 461-464.
- Ulman P., 2006, *Subjective assessment of economic poverty in Poland*, 25th SCORUS Conference on Regional and Urban Statistics and Research „Globalization Impact on Regional and Urban Statistics”, Wrocław.
- West B.T., Welch K.B., Galecki A.T., 2006, *Linear mixed models: a practical guide using statistical software*, CRC Press.
- Wolfinger R., 1993, *Laplace's approximation for nonlinear mixed models*, Biometrika, vol. 80 (4), s. 791-795.
- Wolny-Dominiak A., 2015, *Taryfikacja w ubezpieczeniach majątkowych z wykorzystaniem modeli mieszanych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.
- www.diagnoza.com – Rada Monitoringu Społecznego, Diagnoza Społeczna: zintegrowana baza danych, 2009, 2011, 2013, 2015 (29.01.2016).