Elżbieta Majewska
Robert Jankowski
Uniwersytet w Białymstoku

ZASTOSOWANIE UOGÓLNIONEGO WSPÓŁCZYNNIKA GINIEGO DO POMIARU RYZYKA SPÓŁEK WCHODZĄCYCH W SKŁAD INDEKSU WIG20

Wprowadzenie

Klasyczna analiza portfeli inwestycyjnych opiera się na dwóch podstawowych charakterystykach papierów wartościowych: oczekiwanej stopie zwrotu oraz ryzyku mierzonym odchyleniem standardowym stóp zwrotu. Na początku lat 80. XX wieku Shlomo Yitzhaki zaproponował, by zastąpić odchylenie standardowe średnią różnicą Giniego. Wielkości te mają bowiem wiele analogicznych własności. To jednak nie jedyny argument przemawiający za stosowaniem tej alternatywnej miary zmienności stóp zwrotu. Jak wiadomo, teoria portfeli inwestycyjnych zbudowana przez Markowitza i Sharpe'a opiera się na dość rygorystycznych założeniach. W szczególności wymaga, by stopy zwrotu rozważanych walorów miały rozkład normalny lub funkcje użyteczności inwestorów były kwadratowe. W praktyce warunki te często nie są spełnione. W takim przypadku analizę można opierać na kryterium maksymalizacji oczekiwanej stopy zwrotu i minimalizacji średniej różnicy Giniego. Skonstruowane w ten sposób portfele są efektywne w sensie kryteriów dominacji stochastycznej.

Uogólnieniem średniej różnicy Giniego jest współczynnik, który dodatkowo uwzględnia poziom awersji do ryzyka inwestora. W pracy zostaną przedstawione podstawowe własności uogólnionego współczynnika Giniego jako miary ryzyka, a także bazujących na nim miar ryzyka systematycznego i korelacji pomiędzy papierami wartościowymi. Zasadniczym celem jest natomiast prezentacja wyników badań empirycznych dotyczących oszacowań tychże wartości dla spółek z indeksu WIG20.

1. Własności uogólnionego współczynnika Giniego

Mianem uogólnionego współczynnika Giniego określa się rodzinę miar zmienności wywodzących się ze średniej różnicy Giniego, która w kontekście pomiaru ryzyka inwestycyjnego wyznaczana jest najczęściej jako podwojona kowariancja pomiędzy losową stopą zwrotu z papieru wartościowego, a dystrybuantą jej rozkładu. Uogólniony współczynnik Giniego określa natomiast następujący wzór[1]

$$\Gamma(\nu) = \int_a^b [1 - F(r)] dr - \int_a^b [1 - F(r)]^\nu dr = \bar{r} - a - \int_a^b [1 - F(r)]^\nu dr \qquad (1)$$

gdzie:

$F(r)$ – dystrybuanta rozkładu losowej stopy zwrotu r, przy czym $F(a) = 0$ dla pewnego $a > 0$ oraz $F(b) = 1$ dla pewnego $b < +\infty$,

$\bar{r}$ – oczekiwana stopa zwrotu.

W praktyce wygodniej jest posługiwać się nieco inną postacią wzoru (1)

$$\Gamma(\nu) = -\nu \operatorname{cov}\left\{r, [1 - F(r)]^{\nu-1}\right\}, \quad \nu \in [1, +\infty) \qquad (2)$$

Łatwo przy tym zauważyć, że jeśli $\nu = 2$, to $\Gamma(\nu)$ jest średnią różnicą Giniego.

$\Gamma(\nu)$ można traktować jako średnią ważoną kowariancję pomiędzy stopą zwrotu r i wielkością $1 - F(r)$ w potędze $\nu - 1$. Parametr ν uwzględnia poziom awersji do ryzyka inwestora. Im większa wartość parametru, tym większa niechęć do ryzyka inwestora. Wartość $\nu = 1$ odpowiada inwestorowi neutralnemu wobec ryzyka[2] ($\Gamma(1) = 0$), natomiast przypadek $\nu \to +\infty$ oznacza, że inwestor nie dopuszcza ryzyka na żadnym poziomie i tym samym dąży do osiągnięcia relatywnie niskiego, ale całkowicie bezpiecznego zysku.

Własności zdefiniowanego wzorem (2) współczynnika są następujące:

1. $\Gamma(\nu)$ jest wielkością nieujemną, nieograniczoną z góry i niemalejącą względem ν.

2. Dla całkowitych wartości ν zachodzi

$$\Gamma(\nu) = \bar{r} - E[\min(r_1, r_2, \ldots, r_\nu)].$$

[1] H. Shalit, S. Yitzhaki: Mean-Gini, Portfolio Theory and the Pricing of Risky Assets. „Journal of Finance" 1984, No. 39(5), s. 1461.

[2] W rozumieniu dualnej teorii użyteczności Yaari'ego, H. Shalit, S. Yitzhaki: The Mean-Gini Efficient Portfolio Frontier. „The Journal of financial Research" 2005, Vol. XXVIII, No. 1, s. 62.

3. Jeżeli $r_2 = cr_1$ i c jest dowolną stałą, to $\Gamma_2(\nu) = |c|\Gamma_1(\nu)$.

4. Jeżeli $r_2 = c + r_1$, to $\Gamma_2(\nu) = \Gamma_1(\nu)$[3].

Można również pokazać, że jeżeli r_1, r_2 są losowymi stopami zwrotu z dwóch walorów, to nierówność

$$[\bar{r}_1 - \Gamma_1(\nu)] - [\bar{r}_2 - \Gamma_2(\nu)] \geq 0, \quad \nu \geq 1 \tag{3}$$

stanowi warunek konieczny stochastycznej dominacji r_1 nad r_2 w sensie kryteriów dominacji stochastycznej pierwszego i drugiego rzędu. Dodatkowo, jeżeli dystrybuanty tychże stóp zwrotu przecinają się co najwyżej raz, to (3) stanowi warunek wystarczający stochastycznej dominacji r_1 nad r_2. Ponadto, jeśli $\bar{r}_1 = \bar{r}_2$, to warunek wystarczający przyjmuje postać

$$[\bar{r}_1 - \Gamma_1(\nu)] - [\bar{r}_2 - \Gamma_2(\nu)] > 0, \quad \nu \geq 1 \tag{4}$$

2. Uogólniony współczynnik Giniego a ryzyko systematyczne

Jedną z podstawowych zależności wykorzystywanych w analizie instrumentów finansowych jest tzw. linia charakterystyczna, która opisuje związek pomiędzy stopą zwrotu z danego waloru (r_i) i stopą zwrotu z portfela rynkowego (r_m), czyli[4]

$$r_i = \alpha_i + \beta_i \cdot r_m + \varepsilon_i \tag{5}$$

gdzie ε_i oznacza składnik losowy, natomiast β_i to współczynnik beta określający ryzyko systematyczne (rynkowe) papieru wartościowego. Dla rynku pozostającego w równowadze prawdziwa jest ponadto prosta liniowa zależność pomiędzy tym ryzykiem a oczekiwaną stopą zwrotu z waloru ($\bar{r}_i$) zwana linią rynku papierów wartościowych

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i \tag{6}$$

gdzie:

r_f – stopa zwrotu wolna od ryzyka,

$\bar{r}_m$ – oczekiwana stopa zwrotu z portfela rynkowego.

---

[3] H. Shalit, S. Yitzhaki: Mean-Gini, Portfolio Theory…, op. cit., s. 1461.

[4] R.A. Haugen: Teoria nowoczesnego inwestowania. WIG-Press, Warszawa 1996, s. 59-60.

Jeżeli r_m oraz ε nie są ze sobą skorelowane i mają rozkłady normalne, to oszacowanie parametru β_i uzyskuje się klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. Jednakże w praktyce założenia te nie zawsze są spełnione i wówczas niezbędne jest stosowanie innych metod estymacji, np. metody zmiennych instrumentalnych. Alternatywą może być również wyznaczenie estymatora opartego na uogólnionym współczynniku Giniego postaci[5]

$$\beta_i(\nu) = \frac{\operatorname{cov}\left\{r_i, [1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}\right\}}{\operatorname{cov}\left\{r_m, [1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}\right\}} = \theta_{im}(\nu) \cdot \frac{\Gamma_i(\nu)}{\Gamma_m(\nu)} \tag{7}$$

gdzie

$$\theta_{im}(\nu) = \frac{\operatorname{cov}\left\{r_i, [1 - F_m(r_m)]^{\nu-1}\right\}}{\operatorname{cov}\left\{r_i, [1 - F_i(r_i)]^{\nu-1}\right\}} \tag{8}$$

a $\Gamma_m(\nu)$ oznacza uogólniony współczynnik Giniego portfela rynkowego.

Można przy tym pokazać, że jeśli stopy zwrotu mają rozkład normalny, to $\beta_i(\nu) = \beta_i$ dla dowolnego ν. Ponadto, analizując rynek inwestorów o jednakowym poziomie awersji do ryzyka można określić odpowiednik linii rynku papierów wartościowych postaci

$$\bar{r}_i = r_f + (\bar{r}_m - r_f)\beta_i(\nu), \quad \nu > 1 \tag{9}$$

Oznacza to, że możliwa jest konstrukcja różnych wariantów modelu wyceny dóbr kapitałowych uwzględniających zmienność oszacowania ryzyka systematycznego przy zróżnicowanym poziomie awersji do ryzyka inwestorów.

3. Korelacja stóp zwrotu

Określona zależnością (8) wielkość $\theta_{im}(\nu)$ mierzy korelację pomiędzy stopami zwrotu z waloru i oraz portfela rynkowego. Wzór ten w rzeczywistości definiuje całą rodzinę współczynników korelacji między zmiennymi losowymi. Okazuje się, że dla dowolnych zmiennych losowych X i Y oraz dowolnego $\nu \geq 1$ prawdziwe są następujące własności tychże współczynników:

[5] E. Schechtman, S. Yitzhaki: A Family of Correlation Coefficients Based on the Extended Gini Index. „Journal of Economic Inequality" 2003, Vol. 1, s. 138; H. Shalit, S. Yitzhaki: Mean-Gini, Portfolio Theory…, op. cit., s. 1463.

1. Dla dowolnego ν: $\theta_{XY}(\nu) \le 1$. Jeśli $\nu = 2$ lub zmienna losowa X ma rozkład symetryczny, to $\theta_{XY}(\nu) \ge -1$.

2. Jeżeli Y jest rosnącą funkcją X, to $\theta_{XY}(\nu) = 1$.

3. Dla zmiennych losowych niezależnych $\theta_{XY}(\nu) = \theta_{YX}(\nu) = 0$.

4. Jeżeli zmienne losowe X i Y mają dwuwymiarowy rozkład normalny, to $\theta_{XY}(\nu) = \theta_{YX}(\nu) = \rho_{XY}$, gdzie ρ_{XY} oznacza współczynnik korelacji Pearsona[6].

Warto zwrócić uwagę na to, że rozważany współczynnik korelacji nie jest, w ogólnym przypadku, symetryczny. Co więcej, wielkości $\theta_{XY}(\nu)$ i $\theta_{YX}(\nu)$ mogą mieć nawet różne znaki.

4. Wyniki badań empirycznych

Przeprowadzone analizy empiryczne dotyczyły dziennych stóp zwrotu 17 akcji wchodzących w skład indeksu WIG20 w grudniu 2012 roku i notowanych na GPW w Warszawie w latach 2010-2012[7] (w nawiasach podano numery spółek wykorzystywane w tabelach wyników): ASSECOPOL (1), BOGDANKA (2), BORYSZEW (3), BRE (4), GTC (5), HANDLOWY (6), KERNEL (7), KGHM (8), LOTOS (9), PEKAO (10), PGE (11), PGNIG (12), PKNORLEN (13), PKOBP (14), SYNTHOS (15), TPSA (16), TVN (17). Jako substytut portfela rynkowego wykorzystano indeks WIG.

Przedmiotem analiz były oszacowania oparte na uogólnionym współczynniku Giniego:

– ryzyka całkowitego akcji,
– ryzyka systematycznego akcji,
– korelacji stóp zwrotu z akcji i portfela rynkowego.

Istotnym elementem badań było porównanie rankingów spółek ze względu na poziom ryzyka całkowitego i systematycznego akcji oszacowanego przy różnych wartościach parametru ν. Jak zauważają Gregory-Allen i Shalit[8], zarówno inwestorzy indywidualni, jak i zarządzający funduszami inwestycyjnymi często wykorzystują rankingi przy podejmowaniu decyzji inwestycyjnych. Są to jednak rankingi „statyczne” – te same dla wszystkich inwestorów. Jednocześnie nie-

[6] Ibid., s. 133.

[7] Trzy spośród akcji wchodzących w skład indeksu WIG20 w grudniu 2012 roku (JSW, PZU, TAURONPE) nie były notowane w całym trzyletnim okresie objętym badaniem. Próba badawcza obejmowała 752 obserwacje.

[8] R.B. Gregory-Allen, H. Shalit: The Estimation of Systematic Risk under Differentiated Risk Aversion: A Mean-Extended Gini Approach. „Review of Quantitative Finance and Accounting” 1999, No. 12, s. 136.

trudno sobie wyobrazić, że uszeregowanie spółek może różnić się nawet znacznie, jeśli uwzględnimy poziom awersji do ryzyka potencjalnych inwestorów: akcje agresywne dla inwestora z dużą awersją do ryzyka mogą być równocześnie uznane za defensywne przez inwestora z awersją nieznaczną.

4.1. Uogólniony współczynnik Giniego akcji

Analizując ryzyko badanych spółek wyznaczone zostały wartości uogólnionego współczynnika Giniego przy ν równych kolejno: 1,5; 2,5; 3; 4; 6; 8; 10; 15; 20[9].

W tabeli 1[10] przedstawiono wartości uogólnionego współczynnika Giniego poszczególnych akcji. Wyraźnie zaobserwować można wzrost wartości oszacowań ryzyka całkowitego wraz ze wzrostem ν. Niezależnie jednak od uwzględnianego poziomu awersji do ryzyka, za najbardziej ryzykowne uznać należy akcje BORYSZEW, natomiast za najbezpieczniejsze PGNIG z wyjątkiem $\nu = 1{,}5$ – w tym przypadku współczynnik Giniego ma wartość najmniejszą dla akcji TPSA. Uzyskane wyniki pozwalają wysnuć przypuszczenie, iż uszeregowania spółek względem wartości $\Gamma(\nu)$ dla różnych ν są bardzo zbliżone. Potwierdzają to rankingi spółek (tabela 2) oraz wyznaczone dla tych rankingów wartości $r\tau$ współczynnika korelacji rang Kendalla[11] (tabela 3). Wskazują one na duże podobieństwo uporządkowań uzyskanych dla kolejnych wartości ν. Można przy tym wyraźnie zauważyć, iż podobieństwo to jest tym mniejsze, im większa jest różnica przyjmowanego poziomu awersji do ryzyka. Najbardziej różnią się uporządkowania spółek dla ν równych: 1,5 i 10; 1,5 i 15; 1,5 i 20 ($r\tau = 0{,}853$). Natomiast w dwóch przypadkach (ν równe: 2,5 i 3 oraz 15 i 20) są one w pełni zgodne ($r\tau = 1$).

[9] W badaniach przyjęto wartości parametrów zaproponowane w pracy R.B. Gregory-Allen, H. Shalit: Op. cit., s. 136. Natomiast wyniki analogicznych badań przeprowadzonych dla średniej różnicy Giniego ($\nu = 2$) znaleźć można w pracy E. Majewska, R. Jankowski: Współczynnik Giniego jako miara ryzyka a normalność rozkładu stóp zwrotu. W: Modelowanie preferencji a ryzyko'11. Red. T. Trzaskalik. UE, Katowice 2011, s. 57-68.

[10] W tabelach 1, 4, 7 przyjęto zasadę wyróżniania (pogrubiania) wartości najmniejszych i największych w poszczególnych kolumnach.

[11] Współczynnik korelacji rang Kendalla jest miarą podobieństwa uporządkowań obiektów: wartość 1 oznacza całkowitą ich zgodność, wartość 0 brak zgodności, a wartość -1 pełną przeciwstawność. J.M. Kowalski: Podstawy statystyki opisowej dla ekonomistów. Wyższa Szkoła Bankowa, Poznań 2006, s. 191-192. W niniejszym opracowaniu do wyznaczenia wartości współczynnika Kendalla wykorzystano pakiet *SPSS 20.0*.

Tabela 1

Uogólniony współczynnik Giniego akcji

Spółka	$\Gamma(1{,}5)$	$\Gamma(2{,}5)$	$\Gamma(3)$	$\Gamma(4)$	$\Gamma(6)$	$\Gamma(8)$	$\Gamma(10)$	$\Gamma(15)$	$\Gamma(20)$
1	0,6097	1,2529	1,4667	1,7972	2,2566	2,5790	2,8268	3,2707	3,5806
2	0,5677	1,1272	1,3082	1,5840	1,9614	2,2241	2,4249	2,7802	3,0215
3	**1,1428**	**2,1813**	**2,5186**	**3,0423**	**3,7846**	**4,3209**	**4,7424**	**5,5164**	**6,0640**
4	0,6758	1,3848	1,6227	1,9923	2,5117	2,8827	3,1719	3,6984	4,0704
5	0,8451	1,7310	2,0261	2,4848	3,1329	3,5998	3,9664	4,6388	5,1155
6	0,6685	1,3769	1,6136	1,9805	2,4941	2,8588	3,1420	3,6572	4,0238
7	0,7998	1,6183	1,8839	2,2879	2,8391	3,2215	3,5132	4,0292	4,3811
8	0,7988	1,6798	1,9774	2,4393	3,0867	3,5502	3,9145	4,5927	5,0919
9	0,7413	1,5436	1,8099	2,2178	2,7755	3,1612	3,4542	3,9710	4,3229
10	0,6614	1,3695	1,6032	1,9595	2,4462	2,7861	3,0481	3,5225	3,8585
11	0,5224	1,0758	1,2618	1,5515	1,9609	2,2553	2,4866	2,9147	3,2263
12	0,5331	**1,0755**	**1,2527**	**1,5232**	**1,8936**	**2,1511**	**2,3480**	**2,6990**	**2,9425**
13	0,6910	1,4310	1,6756	2,0484	2,5544	2,9038	3,1712	3,6543	3,9993
14	0,6132	1,2698	1,4879	1,8217	2,2787	2,5971	2,8420	3,2842	3,5963
15	0,7805	1,5901	1,8561	2,2664	2,8457	3,2686	3,6064	4,2444	4,7145
16	**0,5209**	1,0835	1,2756	1,5789	2,0199	2,3496	2,6182	3,1427	3,5490
17	0,7769	1,5973	1,8703	2,2921	2,8805	3,2990	3,6260	4,2293	4,6682

Tabela 2

Rankingi akcji względem uogólnionego współczynnika Giniego

Spółka	$\Gamma(1{,}5)$	$\Gamma(2{,}5)$	$\Gamma(3)$	$\Gamma(4)$	$\Gamma(6)$	$\Gamma(8)$	$\Gamma(10)$	$\Gamma(15)$	$\Gamma(20)$
1	5	5	5	5	5	5	5	5	5
2	4	4	4	4	3	2	2	2	2
3	17	17	17	17	17	17	17	17	17
4	9	9	9	9	9	9	10	10	10
5	16	16	16	16	16	16	16	16	16
6	8	8	8	8	8	8	8	9	9
7	15	14	14	13	12	12	12	12	12
8	14	15	15	15	15	15	15	15	15
9	11	11	11	11	11	11	11	11	11
10	7	7	7	7	7	7	7	7	7
11	2	2	2	2	2	3	3	3	3
12	3	1	1	1	1	1	1	1	1
13	10	10	10	10	10	10	9	8	8
14	6	6	6	6	6	6	6	6	6
15	13	12	12	12	13	13	13	14	14
16	1	3	3	3	4	4	4	4	4
17	12	13	13	14	14	14	14	13	13

Tabela 3

Współczynniki korelacji Kendalla rankingów akcji względem uogólnionego współczynnika Giniego

$r\tau$	$\Gamma(1{,}5)$	$\Gamma(2{,}5)$	$\Gamma(3)$	$\Gamma(4)$	$\Gamma(6)$	$\Gamma(8)$	$\Gamma(10)$	$\Gamma(15)$	$\Gamma(20)$
$\Gamma(1{,}5)$	1,000	0,926	0,926	0,912	0,882	0,868	0,853	0,853	0,853
$\Gamma(2{,}5)$		1,000	1,000	0,985	0,956	0,941	0,926	0,897	0,897
$\Gamma(3)$			1,000	0,985	0,956	0,941	0,926	0,897	0,897
$\Gamma(4)$				1,000	0,971	0,956	0,941	0,912	0,912
$\Gamma(6)$					1,000	0,985	0,971	0,941	0,941
$\Gamma(8)$						1,000	0,985	0,956	0,956
$\Gamma(10)$							1,000	0,971	0,971
$\Gamma(15)$								1,000	1,000
$\Gamma(20)$									1,000

4.2. Ryzyko systematyczne akcji

Analizując ryzyko systematyczne akcji badanych spółek nie można, w odróżnieniu od $\Gamma(\nu)$, stwierdzić monotoniczności oszacowań $\beta(\nu)$ względem ν (tabela 4). Niezależnie od wartości tego parametru najmniej wrażliwe na zmiany rynku okazały się akcje TPSA ($\beta(\nu) < 0{,}55 < 1$ – akcje defensywne), natomiast najbardziej KGHM ($\beta(\nu) > 1{,}38 > 1$ – akcje ofensywne). W przypadku akcji SYNTHOS (numer 15 w tabeli) mamy do czynienia z sytuacją, w której część inwestorów uznaje je za defensywne ($\beta(\nu) < 1$ dla $\nu = 1{,}5;\ 2{,}5;\ 3;\ 4;\ 6;\ 8;\ 10$), a inni (z większą awersją do ryzyka) za ofensywne ($\beta(\nu) > 1$ dla $\nu = 15;\ 20$). Tym bardziej interesujące wydaje się więc porównanie rankingów akcji względem wartości parametru $\beta(\nu)$ dla poszczególnych ν. Okazuje się, że rankingi te są bardzo zbliżone (tabela 5). Współczynnik korelacji rang $r\tau$ Kendalla przyjmuje wartości nie mniejsze niż 0,912 (tabela 6). Podobnie jak w przypadku uporządkowań akcji względem $\Gamma(\nu)$, w dwóch sytuacjach mamy pełną zgodność rankingów – $r\tau = 1$ dla ν równego 6 i 8 oraz 15 i 20, a największe różnice dla skrajnych wartości ν (1,5 i 15; 1,5 i 20; 2,5 i 15; 2,5 i 20; 3 i 15; 3 i 20). Znaczne podobieństwo rankingów akcji względem $\beta(\nu)$ potwierdzają też wcześniejsze badania przeprowadzone na rynku polskim[12].

[12] E. Majewska: Wykorzystanie współczynnika Giniego do oceny ryzyka systematycznego. W: Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych. Red. B. Borkowski. Warszawa 2010, s. 6.

Tabela 4

Ryzyko systematyczne akcji przy różnych wartościach ν

Spółka	$\beta(1,5)$	$\beta(2,5)$	$\beta(3)$	$\beta(4)$	$\beta(6)$	$\beta(8)$	$\beta(10)$	$\beta(15)$	$\beta(20)$
1	0,7358	0,7452	0,7494	0,7556	0,7634	0,7684	0,7726	0,7829	0,7928
2	0,5607	0,5823	0,5928	0,6085	0,6247	0,6305	0,6321	0,6310	0,6290
3	1,1833	1,1936	1,2002	1,2145	1,2442	1,2707	1,2923	1,3296	1,3527
4	1,1002	1,0974	1,1005	1,1059	1,1113	1,1130	1,1128	1,1081	1,1023
5	1,0282	1,0664	1,0768	1,0877	1,0932	1,0915	1,0868	1,0685	1,0466
6	0,7474	0,7864	0,7981	0,8146	0,8352	0,8486	0,8581	0,8734	0,8844
7	0,5976	0,5866	0,5915	0,6074	0,6414	0,6701	0,6943	0,7429	0,7790
8	**1,4489**	**1,4647**	**1,4663**	**1,4664**	**1,4611**	**1,4514**	**1,4399**	**1,4113**	**1,3865**
9	1,1278	1,1339	1,1362	1,1405	1,1496	1,1585	1,1663	1,1798	1,1863
10	1,2132	1,2006	1,1941	1,1827	1,1684	1,1609	1,1567	1,1525	1,1519
11	0,7452	0,7387	0,7420	0,7503	0,7663	0,7800	0,7920	0,8165	0,8354
12	0,5508	0,5507	0,5522	0,5556	0,5637	0,5715	0,5779	0,5891	0,5958
13	1,2124	1,2137	1,2135	1,2128	1,2121	1,2136	1,2163	1,2247	1,2321
14	1,1711	1,1535	1,1489	1,1425	1,1345	1,1297	1,1271	1,1263	1,1291
15	0,8239	0,8434	0,8557	0,8799	0,9223	0,9559	0,9816	1,0214	1,0392
16	**0,5455**	**0,5337**	**0,5241**	**0,5067**	**0,4821**	**0,4675**	**0,4584**	**0,4464**	**0,4412**
17	0,9102	0,9426	0,9515	0,9644	0,9803	0,9881	0,9908	0,9851	0,9720

Tabela 5

Rankingi akcji względem współczynnika beta

Spółka	$\beta(1,5)$	$\beta(2,5)$	$\beta(3)$	$\beta(4)$	$\beta(6)$	$\beta(8)$	$\beta(10)$	$\beta(15)$	$\beta(20)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	5	6	6	6	5	5	5	5	5
2	3	3	4	4	3	3	3	3	3
3	14	14	15	16	16	16	16	16	16
4	11	11	11	11	11	11	11	11	11
5	10	10	10	10	10	10	10	10	10
6	7	7	7	7	7	7	7	7	7
7	4	4	3	3	4	4	4	4	4
8	17	17	17	17	17	17	17	17	17
9	12	12	12	12	13	13	14	14	14
10	16	15	14	14	14	14	13	13	13
11	6	5	5	5	6	6	6	6	6
12	2	2	2	2	2	2	2	2	2
13	15	16	16	15	15	15	15	15	15

cd. tabeli 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
14	13	13	13	13	12	12	12	12	12
15	8	8	8	8	8	8	8	9	9
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1
17	9	9	9	9	9	9	9	8	8

Tabela 6

Współczynnik korelacji Kendalla rankingów akcji względem współczynnika beta

$r\tau$	$\beta(1,5)$	$\beta(2,5)$	$\beta(3)$	$\beta(4)$	$\beta(6)$	$\beta(8)$	$\beta(10)$	$\beta(15)$	$\beta(20)$
$\beta(1,5)$	1,000	0,971	0,941	0,926	0,941	0,941	0,926	0,912	0,912
$\Gamma(2,5)$		1,000	0,971	0,956	0,941	0,941	0,926	0,912	0,912
$\beta(3)$			1,000	0,985	0,941	0,941	0,926	0,912	0,912
$\beta(4)$				1,000	0,956	0,956	0,941	0,926	0,926
$\beta(6)$					1,000	1,000	0,985	0,971	0,971
$\beta(8)$						1,000	0,985	0,971	0,971
$\beta(10)$							1,000	0,985	0,985
$\beta(15)$								1,000	1,000
$\beta(20)$									1,000

4.3. Korelacja stóp zwrotu akcji i portfela rynkowego

Ostatnim elementem przeprowadzonych badań była analiza korelacji stóp zwrotu z akcji i indeksu WIG (tabela 7). We wszystkich przypadkach korelacja ta jest dodatnia, przy czym najsilniejszą zależność obserwujemy dla akcji PKOBP ($\theta_{im}(\nu)$ i $\theta_{mi}(\nu)$ przekraczają 0,81 dla wszystkich ν). Najsłabiej z rynkiem skorelowane są natomiast akcje KERNEL, przy czym dla $\nu = 8, 10, 15$ i 20 najmniejsze wartości θ_{im} charakteryzują akcje TPSA.

Tabela 7

Współczynniki korelacji akcji z portfelem rynkowym

ν	1,5		2,5		3		4		6		8		10		15		20	
Spółka	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}	θ_{im}	θ_{mi}
1	0,5164	0,5302	0,5327	0,5364	0,5389	0,5403	0,5478	0,5474	0,5593	0,5584	0,5677	0,5664	0,5751	0,5724	0,5917	0,5831	0,6061	0,5910
2	0,4226	0,4920	0,4627	0,5131	0,4779	0,5156	0,5005	0,5158	0,5265	0,5110	0,5402	0,5055	0,5485	0,5002	0,5610	0,4889	0,5698	0,4794
3	0,4431	0,4670	0,4901	0,4935	0,5026	0,5042	0,5201	0,5228	0,5435	0,5510	0,5604	0,5712	0,5734	0,5857	0,5958	0,6064	0,6106	0,6140
4	0,6966	0,6888	0,7098	0,6967	0,7153	0,7018	0,7232	0,7114	0,7315	0,7262	0,7357	0,7356	0,7382	0,7411	0,7406	0,7460	0,7413	0,7462
5	0,5206	0,5351	0,5518	0,5426	0,5606	0,5429	0,5703	0,5430	0,5769	0,5443	0,5778	0,5454	0,5765	0,5452	0,5694	0,5399	0,5600	0,5305
6	0,4784	0,4728	0,5116	0,4908	0,5217	0,5005	0,5359	0,5173	0,5537	0,5395	0,5656	0,5518	0,5746	0,5589	0,5903	0,5676	0,6017	0,5738
7	**0,3197**	**0,3660**	**0,3247**	**0,3743**	**0,3312**	**0,3773**	**0,3459**	**0,3824**	**0,3735**	**0,3893**	0,3963	**0,3941**	0,4159	**0,3981**	0,4557	**0,4072**	0,4867	**0,4157**
8	0,7761	0,7753	0,7810	0,7836	0,7821	0,7843	0,7833	0,7847	0,7826	0,7856	0,7790	0,7860	0,7740	0,7855	0,7596	0,7812	0,7453	0,7753
9	0,6510	0,6680	0,6580	0,6915	0,6621	0,6980	0,6700	0,7070	0,6848	0,7182	0,6983	0,7251	0,7104	0,7297	0,7344	0,7366	0,7511	0,7404
10	0,7848	0,7839	0,7852	0,7825	0,7855	0,7827	0,7864	0,7846	0,7896	0,7913	0,7940	0,7989	0,7985	0,8062	0,8088	0,8215	0,8172	0,8329
11	0,6103	0,6037	0,6150	0,6071	0,6202	0,6123	0,6301	0,6226	0,6461	0,6390	0,6590	0,6515	0,6702	0,6618	0,6924	0,6832	0,7088	0,7002
12	0,4421	0,4668	0,4587	0,4783	0,4649	0,4821	0,4752	0,4867	0,4922	0,4908	0,5062	0,4935	0,5179	0,4965	0,5395	0,5038	0,5542	0,5092
13	0,7507	0,7617	0,7597	0,7667	0,7638	0,7691	0,7714	0,7739	0,7845	0,7811	0,7964	0,7857	0,8071	0,7888	0,8284	0,7941	0,8433	0,7984
14	**0,8172**	**0,8176**	**0,8137**	**0,8161**	**0,8144**	**0,8177**	**0,8172**	**0,8221**	**0,8232**	**0,8310**	**0,8289**	**0,8383**	**0,8345**	**0,8444**	**0,8477**	**0,8574**	**0,8594**	**0,8685**
15	0,4517	0,4735	0,4751	0,5019	0,4862	0,5088	0,5058	0,5180	0,5359	0,5309	0,5572	0,5422	0,5727	0,5529	0,5949	0,5755	0,6034	0,5920
16	0,4481	0,4090	0,4412	0,4267	0,4334	0,4319	0,4181	0,4385	0,3946	0,4442	**0,3791**	0,4458	**0,3684**	0,4459	**0,3511**	0,4428	**0,3403**	0,4376
17	0,5013	0,5449	0,5286	0,5586	0,5366	0,5617	0,5482	0,5641	0,5627	0,5617	0,5707	0,5553	0,5750	0,5472	0,5758	0,5231	0,5700	0,4967

W przypadku wszystkich analizowanych spółek widoczny jest brak symetrii współczynników korelacji opartych na uogólnionym współczynniku Giniego. Różnice pomiędzy wartościami θ_{im} oraz θ_{mi} wahają się (co do modułu) od 0,0004 (PKOBP przy $\nu = 1{,}5$ oraz ASSECOPOL dla $\nu = 10$) do 0,0695 (BOGDANKA przy $\nu = 1{,}5$).

Podsumowanie

Uogólniony współczynnik Giniego zastosowany do pomiaru ryzyka inwestycyjnego daje możliwość różnicowania analiz poprzez uwzględnienie poziomu awersji do ryzyka inwestora. Przedstawione w pracy wyniki badań wskazują jednak na duże podobieństwo rankingów akcji względem zarówno $\Gamma(\nu)$, jak i $\beta(\nu)$ przy zmieniających się wartościach ν. Przy różnych poziomach awersji do ryzyka uporządkowanie spółek nie zmieniało się więc w sposób radykalny. Oznacza to, że preferencje inwestora wobec ryzyka nie miały znaczącego wpływu na uporządkowanie spółek ani ze względu na poziom ich ryzyka całkowitego, ani ryzyka systematycznego. Podobne wnioski dotyczą stopnia korelacji akcji z rynkiem szacowanego w oparciu o wielkości $\theta_{im}(\nu)$ i $\theta_{mi}(\nu)$. Co więcej, wyniki te częściowo potwierdzają badania wcześniejsze. Należy jednak zwrócić uwagę na fakt, że jak dotąd analizy prowadzone na rynku polskim dotyczyły spółek wchodzących w skład indeksu WIG20, czyli największych spółek na rynku. Otwarte pozostaje więc pytanie, czy uzyskane wyniki znalazłyby potwierdzenie w badaniach o szerszym zakresie, np. dłuższych i krótszych okresach badawczych lub też uwzględniających mniejsze spółki. Te zagadnienia mogą być przedmiotem dalszych badań.

Literatura

Gregory-Allen R.B., Shalit H.: The Estimation of Systematic Risk under Differentiated Risk Aversion: A Mean-Extended Gini Approach. „Review of Quantitative Finance and Accounting" 1999, No. 12.

Haugen R.A.: Teoria nowoczesnego inwestowania. WIG-Press, Warszawa 1996.

Kowalski J.M.: Podstawy statystyki opisowej dla ekonomistów. Wyższa Szkoła Bankowa, Poznań 2006.

Majewska E.: Analiza stabilności ryzyka funduszy inwestycyjnych mierzonego średnią różnicą Giniego. „Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego" 2009, Vol. 4, No. 1.

Majewska E.: Ocena ryzyka funduszy inwestycyjnych z wykorzystaniem współczynnika Giniego. W: Modelowanie preferencji a ryzyko'09. Red. T. Trzaskalik. AE, Katowice 2010.
Majewska E., Jankowski R.: Współczynnik Giniego jako miara ryzyka a normalność rozkładu stóp zwrotu. W: Modelowanie preferencji a ryzyko'11. Red. T. Trzaskalik. Uniwersytet Ekonomiczny, Katowice 2011.
Majewska E.: Wykorzystanie współczynnika Giniego do oceny ryzyka systematycznego. W: Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych. Red. B. Borkowski. Warszawa 2010.
Schechtman E., Yitzhaki S.: A Family of Correlation Coefficients Based on the Extended Gini Index. „Journal of Economic Inequality" 2003, Vol. 1.
Shalit H., Yitzhaki S.: Mean-Gini, Portfolio Theory and the Pricing of Risky Assets. „Journal of Finance" 1984, Vol. 39, No. 5.
Shalit H., Yitzhaki S.: Evaluating the Mean-Gini Approach to Portfolio Selection. „International Journal of Finance" 1989, Vol. 1, No. 2.
Yaari M.: The Dual Theory of Choice under Risk. „Econometrica" 1987, Vol. 55, No. 1.
Yitzhaki S.: The Mean-Gini Efficient Portfolio Frontier. „The Journal of Financial Research" 2005, Vol. XXVIII, No. 1.
Yitzhaki S.: On an Extension of the Gini Inequality Index. „International Economic Review" 1983, Vol. 24, No. 3.
Yitzhaki S.: Stochastic Dominance, Mean-variance, and Gini's Mean Difference. „American Economic Review" 1982, Vol. 72, No. 1.

RISK MEASUREMENT OF THE WIG20 COMPANIES USING THE EXTENDED GINI COEFFICIENT

Summary

This paper presents the basic properties of the extended Gini coefficient as a risk measure. We define the measure of systematic risk (beta coefficient) and the correlation between securities based on the extended Gini coefficient. The presented issues we illustrate with empirical research conducted on the basis of selected shares quoted on the Warsaw Stock Exchange.