

**Adam Mroczkowski**

Uniwersytet Kazimierza Wielkiego w Bydgoszczy

ORCID: 0000-0002-4011-6134

## **Właściwości kultury uczenia się matematyki uczniów kończących szkoły podstawowe i gimnazjalne**

Przedmiotem przeprowadzonego badania były właściwości kultury uczenia się matematyki uczniów kończących szkoły podstawowe i gimnazja. Pokazano różnicę we właściwościach kultury uczenia się matematyki uczniów z obu etapów edukacyjnych. Pojęcie „kultury uczenia się” wyprowadzono z teorii Jerome’a S. Brunera, który twierdzi, że uczenie się osiąga największą skuteczność, gdy jest partycypacyjne, proaktywne, wspólne, kooperatywne i nastawione raczej na tworzenie znaczeń niż na ich przyjmowanie w gotowej postaci. Jego zdaniem takie podejście powinno dotyczyć także uczenia się matematyki.

**Słowa kluczowe:** dydaktyka matematyki, kultura matematyczna, perspektywa socjokulturowa, uczenie się matematyki

### **Properties of the mathematical learning culture of students completing the elementary and junior high schools**

The topic of the research were the properties of the culture of mathematical learning of students graduating from elementary and junior high schools. There is shown the difference in the properties of the culture of mathematical learning of students from both educational stages. The concept of „culture of learning” comes from theory of Jerome S. Bruner, who claims that learning achieves the greatest effectiveness when it’s participative, proactive, joint, cooperative and focused on creating meanings rather than taking them in a ready form. In his opinion, this approach should be also apply to mathematical learning.

**Keywords:** mathematical education, mathematical culture, culture-historical approach, learning of mathematics

## Wprowadzenie

Różne aspekty polskiej edukacji matematycznej są analizowane i dyskutowane od wielu lat. Z opracowań i badań wyłania się w miarę spójny obraz. Autorzy raportu *Nauczanie matematyki w gimnazjum* (IBE, 2013) zwracają uwagę, że utrwaliła i rozpowszechniła się „zła tradycja” nauczania matematyki. Objawia się ona m.in. stylem wykładowym nauczyciela i jego przekonaniem, że celem jego pracy jest przekazanie uczniom wiadomości, organizacja lekcji w sposób wykluczający ich twórcze uczestnictwo oraz wypełnienie niemal całego czasu lekcji ćwiczeniem podstawowych, algorytmicznych umiejętności. Popularne jest także przekonanie, że pozostawienie uczniowi czasu na samodzielne próby jest jego marnowaniem. „Zdaniem wielu nauczycieli najpierw trzeba pokazać uczniom, jak można postępować, tworząc w ten sposób «bazę» pojęć matematycznych niezbędnych do rozwiązywania zadań” (Kalinowska, 2010, s. 13). Efektem takich działań jest naturalnie bierność twórcza ucznia, który ogranicza się do podążania po śladach nauczyciela<sup>1</sup>, korzysta z dostarczonego schematu i działa tym samym w sposób odtwórczy. Według raportu z międzynarodowego badania TALIS (ang. *Teaching and Learning International Survey*, OECD, 2013) polscy nauczyciele rzadko stosują takie techniki angażujące uczniów jak praca w małych grupach czy dłuższe projekty. Na tle nauczycieli z innych krajów gorzej oceniają także swoją skuteczność w motywowaniu uczniów i uczeniu krytycznego myślenia. Jednocześnie polscy nauczyciele w mniejszym stopniu są zainteresowani dobrym samopoczuciem uczniów i mniej interesują się tym, co mają oni do powiedzenia.

Odmienne nastroje do oceny naszej edukacji matematycznej wniosły wyniki badania PISA, w których począwszy od edycji 2012 polscy uczniowie uzyskali wynik porównywalny ze stawianą za wzór edukacją w Finlandii. Nie brakuje jednak komentarzy, że jest to sukces korepetytorów<sup>2</sup> oraz przygotowania pod testy – które są wykorzystywane w PISA. Bogusław Śliwerski zauważa, że pomiar PISA „nic nam nie mówi o procesie kształcenia, o jego uwarunkowaniach, o tym, kto i jak kształci nasze dzieci oraz w jakich warunkach”, a ponadto stał się elementem

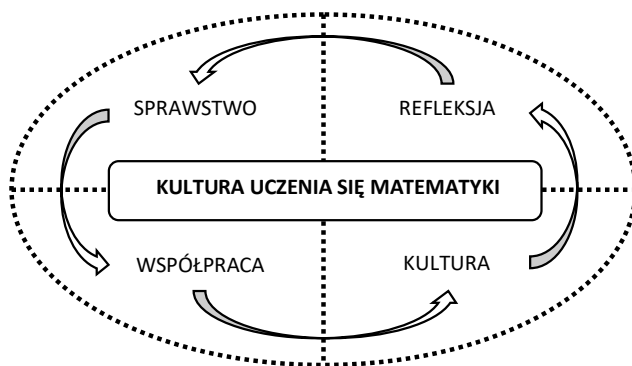
<sup>1</sup> D. Klus-Stańska wyróżnia w tym kontekście „wiedzę po śladzie” i „w poszukiwaniu śladu” (por. Klus-Stańska, 2019). Pierwsza jest w istocie wiedzą odtwórczą i cechuje ją tendencja do koncentrowania się wokół poprawnych odpowiedzi i sztywność sekwencji działań. Druga jest twórczą działalnością, w której wyniku może dopiero powstać algorytmiczna sekwencja działań prowadząca do rozwiązania.

<sup>2</sup> Polska ma jeden z najbardziej rozwiniętych rynków korepetycji w UE, CBOS w komunikacie nr 157/2016 informuje, że 61% rodziców zamierza posyłać dzieci na zajęcia uzupełniające.

politycznego marketingu (2016). Krytyczne komentarze zdają się potwierdzać inne doniesienia. W 2012 roku obok standardowego badania, pod szyldem PISA przeprowadzono diagnozę *Kreatywnego rozwiązywania problemów*. Celem tego badania było poznanie umiejętności uczniów w zakresie twórczego podejścia do problemów codziennego życia, w których szkolna matematyka nie jest obecna w sposób bezpośredni. Polacy uzyskali w nim istotnie gorsze rezultaty niż w standardowym badaniu PISA. Trzeba podkreślić fakt, że w poszczególnych krajach wyniki z obu badań korespondowały ze sobą, a w przypadku polskich uczniów tak się nie stało. Podobne wnioski w kwestii wykorzystywania szkolnej wiedzy poza szkołą płyną z badania *Global Competitiveness Report* (2019) przygotowanego przez Światowe Forum Ekonomiczne. Również polskie badania zwracają uwagę na podobne problemy, np. DUMa (*Diagnoza umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych*, 2015, IBE) lub OBUT (*Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów*, 2014, IBE) zdradzają poważne braki w twórczym, logicznym działaniu, transferowaniu matematycznej wiedzy na sytuacje pozaszkolne oraz trudności w matematyzowaniu sytuacji nietypowych – odmiennych od standardowych zadań szkolnych.

## Koncepcja badania

Przedmiotem opisywanego badania była kultura uczenia się matematyki i jej właściwości. Termin ten wyprowadzony został z koncepcji socjokulturowego uczenia się Jerome'a S. Brunera, który pisał o konieczności „odnowienia i zrewidowania” kultury szkoły, a także jej przemiany w swoistą kulturę uczenia – w miejsce istniejącej kultury nauczania (por. Bruner, 2006, s. 122).



Rysunek 1. Natura kultury uczenia się matematyki

Źródło: Filipiak, 2012, s. 81

Bruner stwierdził, że uczenie się „największą skuteczność osiąga wtedy, gdy jest partycypacyjne, proaktywne, wspólne, kooperatywne i nastawione raczej na tworzenie znaczeń niż na ich przyjmowanie w gotowej postaci” (tamże). Zaznacza przy tym, że takie podejście powinno dotyczyć również matematyki. Jego zdaniem natura kultury uczenia realizuje się w czterech nierozłącznie ze sobą powiązanych, oddziaływujących na siebie aspektach, które wyrażają charakter intymnej natury spotkań edukacyjnych. Są to: refleksja, poczucie sprawstwa, współpraca i kultura (Filipiak, 2008; 2012; por. rysunek 1). Każdy z tych aspektów wymaga chociażby krótkiego, osobnego omówienia.

Refleksja w rozumieniu Brunera jest „poczuciem sensu wykonywanych działań” (za: Filipiak, 2008, s. 32). „Poczucie sensu” oznacza, że autor czynności jest w stanie sens wykonywanej czynności dostrzec (poczuć) i przynajmniej w elementarnym stopniu zrozumieć. Stosując pewne uproszczenie, można przyjąć, że rozwiązywanie zadań matematycznych w sposób refleksyjny („zmyślny”) jest praktyką zupełnie odmienną od rozwiązywania zadań matematycznych w sposób mechaniczny (czyli bezrefleksyjny, możliwe, że wyłącznie pamięciowy). Znaczenie refleksji dla efektywnego uczenia się wynika z faktu, że „wbrew utartemu powiedzeniu wcale nie uczymy się na podstawie doświadczenia – warunkiem koniecznym jest refleksja nad tym, co zrobiliśmy” (Mason i in., 2005, s. 46). Dlatego też „istotna jest zatem nie ilość, ale jakość zadań i sposób ich wykorzystania przez nauczyciela dla wprowadzenia ucznia w metody i heurystyczne zasady ich rozwiązywania” (Krygowska, 1977, s. 119). Dzięki refleksyjnemu ujęciu problemu możliwe jest przeżycie matematycznego odkrycia, które sprawia, że nauka nabiera dla ucznia indywidualnego sensu. Dlatego właśnie „bardzo ważne jest, by dziecko zastanawiało się nad tym, jaki jest efekt wykonanych już czynności, by próbowało przewidzieć, co się stanie, gdy wykona to, co zamierza, a w razie wątpliwości samodzielnie sprawdzało swoje przypuszczenia, dla upewnienia się i potwierdzenia” (Semadeni, 2015, s. 15).

Poczucie sprawstwa związane jest ze zwiększeniem stopnia samodzielności w kontekście zarządzania własną aktywnością umysłową. W teorii Brunera należy je rozumieć jako wewnętrzne przekonanie ucznia, że jest on zdolny do odniesienia sukcesu w określonym zadaniu. „Poczucie sprawstwa wiąże się zatem z samodoskonaleniem, stawaniem się samosterownym, przechodzeniem od regulacji przez innych do autoregulacji, od działania ze wsparciem do działania samodzielnego, z przyjęciem odpowiedzialności za wykonywane zadania” (Filipiak, 2012, s. 111). Badania wykazały, że jeżeli człowiek wierzy, że posiada predyspozycje do rozwiązania jakiegoś problemu, to zarazem ma większe szanse na osiągnięcie sukcesu w zmaganiach z nim, pod warunkiem włożenia odpowiednich nakładów pracy (Brophy, 2002). Poczucie sprawstwa jest zatem swoistym,

„generatorem” przekonania, że ewentualne niepowodzenie ma charakter przejściowy wobec właściwej, przemyślanej pracy. Rozumowanie osoby z wysokim poczuciem sprawstwa przebiega w sposób następujący: *jeżeli będę odpowiednio pracował, to mi się uda*. Zatem (w przypadku niepowodzenia): *skoro mi się nie udało, to znaczy, że nie pracowałem odpowiednio – co muszę poprawić?* Pozwala to ograniczyć negatywne myśli doświadczane podczas (naturalnych dla uczenia się matematyki) trudności.

Współpraca oznacza dla Brunera współdziałanie (zarówno aktywność, jak i postawę otwartą na jej podjęcie). Bruner zauważa, że „narzędziem sprawstwa jest umiejętność nabywana przez współpracę” (2006, s. 134). „Sprawstwo i współpraca przypominają *ying* i *yang*” (Filipiak, 2012, s. 112). Co ważne, także w przypadku matematyki „wyniki badań wyraźnie wspierają wykorzystywanie uczenia się w grupach. Takie podejście jest skuteczniejsze, co pokazują nawet tradycyjne metody pomiaru” (Grouws i Cebulla, 2000, s. 21, tłum. własne). Anna Brzezińska podkreśla, że przewaga nauczyciela nad uczniami sprawia, że trudno im w naturalny, bezpośredni sposób zwracać się do niego o pomoc, a także w pełni z jego ewentualnej pomocy skorzystać. „Paradoksalnie, im bardziej kompetentny nauczyciel, tym trudniej mu efektywnie pomóc uczniowi, czyli dać wsparcie, wskazówkę, która nie pozbawi go samodzielności, ale ukierunkuje tok myślenia czy działania” (Brzezińska, 2005, s. 16).

Kultura jest postrzegana przez Brunera jako zestaw procedur i technik, których znajomość jest niezbędna do rozumienia zagadnienia i dawania sobie z nim rady. Jest to więc bardzo szeroka kategoria. Na kulturę rozumianą w taki sposób składają się np. styl myślenia, przekonania, działania, sądy, umiejętność korzystania z informacji i przetwarzania ich. Najważniejszym elementem jest jednak język. Bezwzględnie należy zauważyć, że podczas efektywnej nauki świadome i rozumne posługiwanie się językiem matematyki ma istotne znaczenie, ponieważ jest on ściśle związany z umiejętnościami, wyobraźnią oraz wykorzystaniem posiadanej wiedzy teoretycznej w sytuacji nowej, a więc interpretacją, refleksją, odważnym przypuszczaniem, generowaniem wielu różnych odpowiedzi, modyfikowaniem, uzmiennianiem i metaforyzowaniem (por. Makiewicz, 2011, s. 13). Refleksyjna nauka matematyki, gdy nie znamy matematycznego języka ani matematycznych sposobów rozumowania, jest praktycznie niemożliwa. George Polya argumentował to trafnie, pisząc, że „nie-mądrze jest odpowiadać na pytanie, którego nie zrozumieliśmy” (2009, s. 26). Język matematyczny jest także istotny w matematycznej komunikacji z innymi (por. Tocki, 2006, s. 205), a zatem także podczas współpracy w uczeniu się.

## Elementy metodologii

Przedmiotem przeprowadzonego badania są właściwości kultury uczenia się matematyki uczniów kończących szkoły podstawowe i gimnazjalne. Badania zostały przeprowadzone zarówno w celach poznawczych, jak i praktycznych (Brzeziński, 2006). Cele poznawcze to dokonanie diagnozy właściwości kultury uczenia się matematyki uczniów oraz pokazanie różnicy we właściwościach kultury uczenia się matematyki uczniów pomiędzy założonymi etapami edukacyjnymi. Cele praktyczne to z kolei zwrócenie uwagi środowiska nauczycielskiego i pedagogicznego na istotność tego tematu w procesie kształcenia oraz uzupełnienie luki w badaniach na ten temat.

Problemy badawcze sformułowano w postaci: (I) jakie właściwości wykazuje kultura uczenia się matematyki uczniów kończących szkoły podstawowe i gimnazjalne? (II) czy kultura uczenia się matematyki różni się pomiędzy końcem szkoły podstawowej i gimnazjalnej?

W opisywanym projekcie przyjęto strategię ilościową i paradygmat normatywny interpretacji wyników badań (Rubacha, 2008). Za zmienną zależną w przeprowadzonym badaniu przyjęto kulturę uczenia się matematyki uczniów. Za zmienną niezależną obrano etap edukacyjny (szósta klasa szkoły podstawowej lub trzecia klasa gimnazjum). Wskaźnikiem zmiennej zależnej są dane uzyskane przy pomocy autorskiego kwestionariusza badawczego. Wskaźnikiem zmiennej niezależnej są informacje wstępne (etap edukacyjny).

Autorski arkusz badawczy przygotowano w postaci pięciostopniowej skali Likerta. Poszczególne charakterystyki (itemy) skali sformułowano w oparciu o teorię Brunera. Skala składa się z 30 itemów charakteryzujących kulturę uczenia się matematyki. Zadaniem respondenta podczas wypełniania arkusza jest wybranie do każdej charakterystyki jednej odpowiedzi, z którą najbardziej się utożsamia. Prawidłowo wypełniony arkusz zawiera trzydzieści zaznaczeń – po jednym do każdego pytania. Wskaźnikiem kultury uczenia się jest średnia arytmetyczna otrzymana z poszczególnych pytań. Im wyższa jest średnia, tym kultura uczenia się matematyki jest bliższa założeniom teorii Brunera.

Przygotowane narzędzie charakteryzuje się dobrymi właściwościami psychometrycznymi. Uzyskana Alfa Cronbacha na poziomie 0,87 oznacza bardzo dobrą rzetelność w przypadku badania tego typu. Średnia korelacja między pozycjami przekracza znacząco 0,2, co również jest dobrym wynikiem (przyjmuje się, że wyniki powyżej 0,15 oznaczają dobrą rzetelność). Skośność (-0,52) i kurtoza (0,45) oznaczają, że rozkład wyników jest zbliżony do symetrycznego. Trafność teoretyczną skali potwierdzono przy pomocy metody sędziów kompetentnych. Na części uzyskanych danych przeprowadzono czynnikiową analizę

eksploracyjną z wykorzystaniem metody *Very Simple Structure* (VSS). Metoda ta zakłada, że każde pytanie kwestionariusza musi trafić tylko i wyłącznie do jednej podskali (Revelle i Rocklin, 1979). Analizę wykonano z wykorzystaniem programu R. Pokazała ona, że najodpowiedniejszą jest struktura z jednym czynnikiem. VSS wynosi dla niej 0,70, co oznacza, że oddaje 70% informacji o korelacjach pomiędzy pytaniami kwestionariusza (por. tabela 1). Do podobnego wniosku prowadzi analiza wartości własnych, na podstawie której można stwierdzić, że wprowadzanie większej ilości czynników nie przekłada się znacząco na procent wyjaśnianych wariancji.

Tabela 1

*Eksploracyjna analiza czynnikowa*

Liczba czynników	1	2	3	4
VSS	0,70	0,44	0,42	0,39

Próbę badawczą w przeprowadzonym badaniu stanowią uczniowie z klas szóstych szkół podstawowych i z klas trzecich szkół gimnazjalnych uczęszczający do placówek publicznych na terenie Bydgoszczy. Badanych podzielono zatem *a priori* na warstwy. Respondentów dobrano w sposób losowy – warstwowo (Rubacha, 2008), bazując na danych z Wydziału Edukacji i Sportu Urzędu Miasta Bydgoszczy, w którym uzyskano informację o ogólnej liczbie klas i uczniów do nich uczęszczających. W badaniach wzięło udział 416 uczniów z szóstych klas szkół podstawowych i 366 z trzecich klas gimnazjalnych (52% stanowili chłopcy i 48% dziewczęta).

## Wyniki

Uzyskany wynik kultury uczenia się matematyki nie miał rozkładu normalnego ( $p$  w teście Shapiro-Wilka poniżej 0,05), analizę przeprowadzono więc za pomocą testu Manna-Whitneya. Wartość  $p$  jest mniejsza od 0,05, co oznacza, że wyniki w szkole podstawowej i w gimnazjum różnią się istotnie. Ogólny wynik uzyskany w szkołach gimnazjalnych jest zauważalnie niższy zarówno w sensie średniej, jak i w sensie mediany, co należy uznać za niepokojącą informację (por. tabela 2). Uzyskane odchylenie standardowe świadczy o tym, że wyniki pod koniec gimnazjum były bardziej zróżnicowane.



Tabela 2

Zróżnicowanie wyników w szkole podstawowej i gimnazjum

Grupa	KUM								p
	N	Średnia	SD	Mediana	Min	Max	Q1	Q3	
Klasy 6 SP	416	3,55	0,51	3,6	1,3	4,8	3,2	3,9	<0,001
Klasy 3 gimnazjum	366	3,34	0,56	3,43	1,56	4,9	3,00	3,76	

Właściwości kultury uczenia się matematyki zaobserwowane w badaniu korespondują z innymi doniesieniami na temat polskiej edukacji, w tym z badaniami przytoczonymi wcześniej. W uzyskanych wynikach można wyodrębnić w szczególności dwa zbiory informacji: pozytywne i niepokojące z punktu widzenia teorii Brunera. Wyniki szczegółowo przedstawione zostały w tabeli 3.

Wśród informacji pozytywnych w szczególności podkreślić należy, że respondenci:

- w zdecydowanej większości są przekonani, że dobre zrozumienie matematyki jest pochodną ich pracy, a także, że doświadczanie trudności podczas rozwiązywania zadań matematycznych jest naturalne i powszechne,
- deklarują, że potrafią zadawać sobie samemu pytania, które pomagają w rozwiązaniu zadań – należy tu jednak zauważyć, że odsetek ten jest istotnie mniejszy wśród gimnazjalistów niż wśród uczniów szkół podstawowych,
- dostrzegają sens wykonywanych działań, a także deklarują, że rozumieją kolejne etapy pracy nad zadaniami i widzą między nimi związek.

W wynikach badania można wskazać niepokojące sygnały, wśród których szczególnie istotne wydają się następujące obserwacje:

- uczniowie w większości preferują uczenie się matematyki w sposób pamięciowy,
- dla większości badanych najważniejsze w matematyce są wyniki, dlatego jeżeli to możliwe, pracę nad zadaniem rozpoczynają od sprawdzenia odpowiedzi (takie deklaracje są częstsze wśród uczniów kończących gimnazja niż szkoły podstawowe),
- blisko połowa respondentów deklaruje problemy z mówieniem o matematyce i zadawaniem pytań dotyczących matematyki,
- uczniowie w zdecydowanej większości chcą ukryć przed nauczycielem swoją niewiedzę – jest to pewna informacja o relacjach nauczycieli i uczniów.

W uzyskanych wynikach zastanawiające jest, że chociaż uczniowie w większości deklarują pozytywne nastawienie do wspólnej nauki matematyki, to aż 40% wybrało odpowiedź neutralną w przypadku pytania o to, czy lubią pracować w grupach na lekcjach (jest to jedyne pytanie, w którym dominuje odpowiedź



neutralna). Być może jest tak dlatego, że uczniowie nie doświadczają na lekcjach takiej formy pracy?

Tabela 3

*Właściwości kultury uczenia się matematyki (odpowiedzi twierdzące / przeczące zagregowane)*

	6 klasa SP			3 klasa Gim		
	Nie	Neut.	Tak	Nie	Neut.	Tak
Przekonanie, że dzięki właściwej pracy można dobrze zrozumieć szkolną matematykę	4%	10%	<b>86%</b>	9%	14%	<b>77%</b>
Wytrwałość w poszukiwaniu błędu w obliczeniach	23%	20%	<b>57%</b>	28%	19%	<b>53%</b>
Brak wytrwałości w pracy nad zadaniem	30%	13%	<b>57%</b>	<b>48%</b>	13%	39%
Przekonanie, że doświadczanie trudności podczas rozwiązywania zadań matematycznych jest naturalne	13%	28%	<b>59%</b>	11%	25%	<b>64%</b>
Obawa przed niezapowiedzianymi kartkówkami	<b>46%</b>	11%	43%	45%	7%	<b>48%</b>
Obawa przed pójściem do tablicy	36%	18%	<b>46%</b>	39%	20%	<b>41%</b>
Analiza wykonanych kroków po rozwiązaniu zadania	25%	9%	<b>66%</b>	35%	6%	<b>59%</b>
Umiejętność zadawania sobie samemu pytań	16%	21%	<b>63%</b>	26%	22%	<b>52%</b>
Umiejętność szacunkowego przewidywania rozwiązania	21%	31%	<b>48%</b>	32%	25%	<b>43%</b>
Uczenie się przez zrozumienie (nie na pamięć)	<b>46%</b>	19%	35%	<b>58%</b>	14%	28%
Rozumienie kolejnych etapów pracy nad zadaniem	14%	33%	<b>53%</b>	16%	30%	<b>54%</b>
Dostrzeganie sensu wykonywanych działań	13%	19%	<b>69%</b>	22%	23%	<b>55%</b>
Pozytywne nastawienie do nauki z innymi uczniami	26%	14%	<b>60%</b>	36%	11%	<b>53%</b>
Prośzenie innego ucznia o pomoc z zadaniem	36%	11%	<b>53%</b>	36%	9%	<b>55%</b>
Ukrywanie swojej niewiedzy przed nauczycielem	9%	14%	<b>77%</b>	11%	16%	<b>73%</b>
Spisywanie zadań domowych i ściąganie na sprawdzianie rozumiane jako dobra współpraca	15%	9%	<b>76%</b>	26%	11%	<b>63%</b>

Lubienie pracy w grupach na lekcji matematyki	30%	<b>38%</b>	32%	30%	<b>44%</b>	26%
Chęć tłumaczenia zadań innym	20%	14%	<b>66%</b>	26%	12%	<b>62%</b>
Uczenie się niezbędnych wzorów	11%	14%	<b>75%</b>	13%	11%	<b>76%</b>
Przekonanie, że nauka matematyki przyda się w życiu	7%	9%	<b>84%</b>	18%	19%	<b>63%</b>
Umiejętność tworzenia planu rozwiązania zadania	10%	25%	<b>65%</b>	15%	20%	<b>65%</b>
Dobre rozumienie matematycznego zapisu	8%	12%	<b>80%</b>	13%	10%	<b>77%</b>
Systematyczna nauka matematyki	25%	9%	<b>66%</b>	<b>45%</b>	14%	41%
Dostrzeganie matematyki poza szkołą	18%	14%	<b>68%</b>	36%	18%	<b>46%</b>
Przekonanie, że wypisywanie danych, sporządzanie rysunku, zapisanie odpowiedzi to strata czasu	20%	18%	<b>62%</b>	24%	17%	<b>59%</b>
Problem z mówieniem o matematyce	31%	20%	<b>49%</b>	34%	21%	<b>45%</b>
Przekonanie o wykorzystywaniu umiejętności, wiedzy i sposobu myślenia z matematyki na innych przedmiotach	35%	18%	<b>47%</b>	37%	19%	<b>44%</b>
Umiejętność wykonania rysunku pomocniczego	13%	13%	<b>74%</b>	11%	12%	<b>76%</b>
Przekonanie, że właściwe wyniki są najważniejsze	31%	22%	<b>47%</b>	32%	13%	<b>55%</b>
Dostrzeganie podobieństw pomiędzy aktualnym i wcześniejszym materiałem na lekcjach	10%	24%	<b>66%</b>	14%	19%	<b>67%</b>

Niektóre właściwości istotnie różnią się wśród badanych z obu etapów edukacyjnych. W szczególności interesujące jest to, że uczniowie kończący szkoły podstawowe są w większości przekonani, że nauka matematyki przyda im się w dorosłym życiu, a uczniowie kończący szkoły gimnazjalne znacznie częściej powątpiewają w prawdziwość tego stwierdzenia. Podobnie jest z dostrzeganiem matematyki w różnych sytuacjach poza szkołą. Respondenci ze szkół podstawowych deklarują taką umiejętność znacznie częściej niż respondenci z gimnazjum. Uczniowie kończący szkoły podstawowe deklarują też znacząco częściej, że systematycznie uczą się matematyki.

## Podsumowanie

Kultura uczenia się matematyki cechuje się pewnego rodzaju dwoistością natury. Z jednej strony jest to „produkt”, który w danym momencie może zostać poddany badaniu jako efekt lat uczniowskiej praktyki, doświadczeń, współpracy z innymi uczniami i nauczycielami. Z drugiej strony kultura uczenia się nie jest nigdy ostateczna, ukończona. Jest procesem nieustannych zmian, doskonalenia własnego warsztatu pracy i sposobu radzenia sobie z kolejnymi matematycznymi wyzwaniem. Zmienia się ona (wykształca) w obliczu kolejnych wyzwań i doświadczeń edukacyjnych, ponieważ „uczenie się w całej właściwej mu złożoności, polega na tworzeniu i negocjowaniu znaczeń w szeroko rozumianej kulturze, której kapłanem jest nauczyciel” (Bruner, 2006, s. 123). Mając na uwadze swoją szczególną rolę, powinien on:

- odejść od przekazywania gotowych schematów na rzecz twórczej, refleksyjnej, pracy i wspólnego namysłu uczniów,
- formułować ewentualny algorytm postępowania w konkretnych przypadkach dopiero w drugiej kolejności, po fazie samodzielnych uczniowskich badań, poszukiwań, dyskusji,
- kształtować na zajęciach atmosferę sprzyjającą pozytywnie rozumianej współpracy, współdziałaniu uczniów, umożliwiającym zaistnienie epizodów wspólnego zaangażowania i tutoringu rówieśniczego (por. Brzezińska, 2008; Schaffer, 2013),
- utwierdzać uczniów w przekonaniu, że są w stanie dobrze poradzić sobie z nauką matematyki przy odpowiedniej, systematycznej pracy, pomimo naturalnych trudności (jest to przekonanie rodzące się we współpracy),
- rozwijać język matematyczny uczniów i uwrażliwić ich na (wszech)obecność matematyki.

Należy ponadto pamiętać, że „właśnie na lekcjach matematyki jest szczególnie ważne, aby odejść od przerabiania materiału i wciąż na nowo mierzyć się z wyzwaniem, aby pokazać uczniom, na czym polega matematyczne podejście do problemu” (Spitzer, 2008, s. 196). Jest to podstawa kształtowania kultury uczenia się matematyki uczniów na każdym etapie kształcenia.

## Bibliografia

- Brophy J. (2002). *Motywowanie uczniów do nauki*. Przeł. K. Kruszewski. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Bruner J. (2006). *Kultura edukacji*. Przeł. T. Brzostowska-Tereszkiewicz. Kraków: Wydawnictwo Universitas.

- Brzezińska A. (2005). Kiedy lider staje się tutorem, a kiedy nauczycielem?. *Remedium*, 11–12, 153–154.
- Brzezińska A. (2008). Nauczyciel jako organizator społecznego środowiska uczenia się. W: E. Filipiak (red.), *Rozwijanie zdolności uczenia się*. Bydgoszcz: Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego.
- Brzeziński J. (2006). *Metodologia badań psychologicznych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Filipiak E. (2008). Uczenie się w klasie szkolnej w perspektywie socjokulturowej. W: tejże (red.), *Rozwijanie zdolności uczenia się*. Bydgoszcz: Wydawnictwo Uniwersytetu Kazimierza Wielkiego.
- Filipiak E. (2012). *Rozwijanie zdolności uczenia się. Z Wygotskim i Brunerem w tle*. Gdańsk: Gdańskie Wydawnictwo Psychologiczne.
- Grouws D., Cebulla K. (2000). *Improving students achievements in mathematics. Educational Practices 4*. UNESCO: International Bureau of Education.
- Kalinowska A. (2010). *Matematyczne zadania problemowe w klasach początkowych – między wiedzą osobistą a jej formalizacją*. Kraków: Oficyna Wydawnicza IMPULS.
- Klus-Stańska D. (2019). *Paradygmaty dydaktyki. Myśleć teorią o praktyce*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Krygowska Z. (1977). *Zarys dydaktyki matematyki. Część 3*. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Makiewicz M. (2011). *Elementy kultury matematycznej w fotografii*. Szczecin: SKN MDM US.
- Mason J., Burton L., Stacey K. (2005). *Myślenie matematyczne*. Przeł. P. Amsterdamski. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Polya G. (2009). *Jak to rozwiązać?*. Przeł. L. Kubik. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Revelle W., Rocklin T. (1979). *Very Simple Structure: an Alternative Procedure for estimating the Optimal Number of Interpretable Factors*. *Multivariate Behavioral*.
- Rubacha K. (2008). *Metodologia badań nad edukacją*. Warszawa: Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne.
- Schaffer R. (2013). *Psychologia dziecka*. Przeł. A. Wojciechowski. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Semademi Z. (2015). Matematyka w edukacji początkowej – podejście konstruktywistyczne. W: Z. Semademi, E. Gruszczyk-Kolczyńska, G. Treliński, B. Bugajska-Jaszczolt, M. Czajkowska (red.), *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Spitzer M. (2008). *Jak się uczy mózg?*. Przeł. M. Guzowska-Dąbrowska. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN.

- Śliwerski B. (2016). *PISA jako źródło politycznego marketingu*. Zaczepnięte 16 października 2019. Strona internetowa <http://sliwerski-pedagog.blogspot.com/2016/12/pisa-jako-zrdo-politycznego-marketingu.html>
- Tocki J. (2006). *Struktura procesu kształcenia matematycznego*. Rzeszów: Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego.

## Raporty edukacyjne

- The Global Competitiveness Report* (2019). World Economic Forum.
- Nauczanie matematyki w gimnazjum* (2013). Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Diagnoza umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych – „DUMa”* (2015). Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów – OBUT* (2014). Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.
- PISA: Creative Problem Solving: Students' skills in tackling real-life problems*.
- Teaching and Learning International Survey – TALIS* (2013). Warszawa: Instytut Badań Edukacyjnych.