

Krzysztof Ćwikliński

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wydział Zarządzania, Informatyki i Finansów
Katedra Ekonometrii
krzysztof.cwiklinski@ue.wroc.pl

Daniel Papla

Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu
Wydział Zarządzania, Informatyki i Finansów
Katedra Inwestycji Finansowych i Zarządzania Ryzykiem
daniel.papla@ue.wroc.pl

MODELOWANIE KURSÓW WALUTOWYCH NA PRZYKŁADZIE MODELI KURSÓW RÓWNOWAGI ORAZ ZMIENNOŚCI NA RYNKU FOREX

Streszczenie: W artykule autorzy analizują wybrane waluty oraz ich stopy zwrotu opisując przykładowy model kursów walutowych (model CHEER) oraz odnosząc się do praktyki inwestowania w waluty na rynku Forex. Głównym celem artykułu jest prezentacja modeli w kontekście podejmowania racjonalnych decyzji inwestycyjnych, a także odpowiedź na pytanie czy umiejętności związane z modelowaniem sprzyjają uzyskaniu dodatnich lub „mniej ujemnych” stóp zwrotu z inwestycji.

Słowa kluczowe: kursy walutowe, model wzmożonego napływu kapitału zagranicznego, waluty, stacjonarność, inflacja, modele kursów równowagi, modele zmienności, uogólniony autoregresyjny model heteroskedastyczności warunkowej wariancji, inwestycje, finanse, ekonometria.

Wprowadzenie

Pojęcie kursów walutowych współcześnie jest związane z ewolucją międzynarodowych systemów walutowych, która doprowadziła ostatecznie do odejścia od wymiennalności walut narodowych na złoto [Bilski, 2006, s. 9]. Ostateczny upadek systemu z Bretton Woods oznaczał zmianę systemu ustalania

z kursów stałych w kierunku kursów zmiennych, zmiennych okresowo regulowanych, a także całkowicie płynnych. Płynny kurs walutowy oznacza, że podaż i popyt wpływają w sposób swobodny na cenę walut, rozumianą jako kurs waluty zagranicznej wyrażony w walucie krajowej (kurs bezpośredni). W takich warunkach zachodzi jednak większa niepewność co do kształtowania się bieżących oraz przyszłych wartości. Utrudnia to zarządzanie finansami zarówno w skali mikro-, jak i makroekonomicznej, choć staje się również okazją do dokonywania ryzykownych inwestycji na rynku Forex, dającym możliwość uzyskania najwyższej średniej stopy zwrotu w krótkim okresie w porównaniu do innych segmentów rynku finansowego. W artykule autorzy stają w obliczu kwestii dotyczącej wyboru pary walutowej (w zakresie inwestycji na rynku Forex), aby ewentualne straty związane z ponoszonym ryzykiem inwestycyjnym w długim okresie były jak najmniejsze.

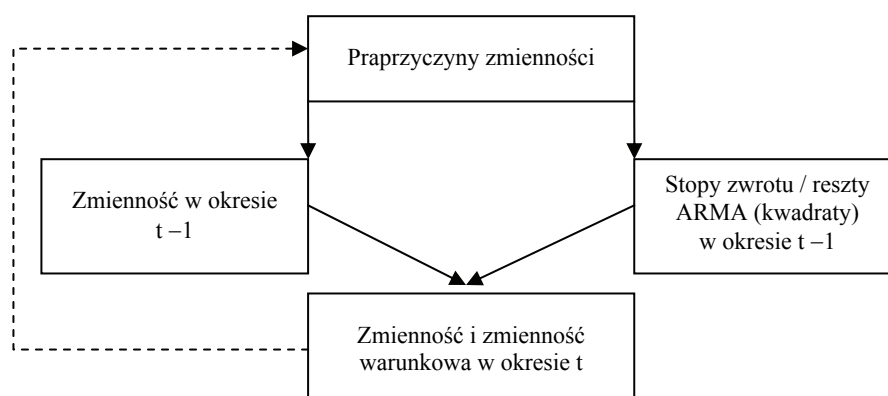
Hipoteza badawcza brzmi następująco: pary walutowe spełniające kryteria CHEER należą do tych bardziej bezpiecznych pod względem zmienności, bowiem kurs realny nie różni się diametralnie od kursu nominalnego i powinien (według teorii) być stacjonarny (teoria parytetu siły nabywczej w długim okresie; w krótkim wpływają czynniki związane z dysparytetem stóp procentowych) [Rubaszek, Serwa, Marcinkowska-Lewandowska, 2009, s. 65]. Badań stacjonarności (za pomocą testu ADF) oraz zmienności realnych oraz nominalnych kursów walutowych dokonano na miesięcznych notowaniach walutowych na złotym polskim, koronie czeskiej, forincie węgierskim, euro, dolarze amerykańskim, funcie brytyjskim w okresach: od marca 2001 r. do grudnia 2006 r., od stycznia 2007 r. do października 2012 r. oraz (sumarycznie w stosunku do dwóch poprzednich) od marca 2001 r. do października 2012 r. Dla wszystkich okresów zbadano stacjonarność testem ADF oraz zmienność za pomocą miar klasycznych (odchylenie standardowe oraz współczynnik zmienności), a dla okresu od 2007 r. do 2012 r. dokonano również modelowania zmienności za pomocą GARCH (w celu dokonania analizy zależności pomiędzy stałym czynnikiem wariancji a wartościami p-value).

1. Problem stacjonarności kursów walutowych

Głównym problemem inwestycji na zagranicznych rynkach finansowych (zwłaszcza w segmencie walutowym) jest duży poziom ryzyka związanego z występowaniem stanów zwiększonej zmienności. Problem polega na tym, że do dzisiaj nie opracowano modelu ekonomicznego, który kompleksowo objaśniałby zmienność kursu walutowego rozumianego jako funkcję procesów ma-

kroekonomicznych – stanowi to według Obstfelda jedną z największych zagadek ekonomii, określaną jako „exchange rate disconnect puzzle” [Rubaszek, Serwa, Marcinkowska-Lewandowska, 2009, s. 42].

Poniższy rysunek ukazuje w jaki sposób można ww. kwestię ukazać schematycznie.



Rys. 1. Zmienność kursu walutowego i jej przyczyny

Źródło: Na podstawie teorii z [M. Doman, R. Doman, 2009, s. 105-119; Misztal, 2010, s. 15-50].

Na powyższym rysunku linia przerywana ukazuje sprzężenie zwrotne związane z wtórnym wpływem zwiększonej zmienności kursów na poziom zadłużenia zagranicznego, wysokość sald na rachunku obrotów bieżących, podaż pieniądza, inflację, stopę procentową oraz inne zmienne ekonomiczne, dla których (*et vice versa*) kurs walutowy jest jednym z czynników wpływu. Przyczyny bezpośrednio wpływające na kursy walutowe definiuje P.J. Montiel, według którego są cztery grupy zmiennych wpływających na wartość waluty krajowej:

- bańki (*bubble*), czyli zmienne, które wpływają na bieżące ceny aktywów, w tym kursy wymiany, ze względu na mylne oczekiwania podmiotów gospodarczych co do przyszłej sytuacji gospodarczej,
- zmienne endogeniczne, których dynamika jest zależna od terażniejszej sytuacji gospodarczej (bezrobocie, inflacja, deficyt budżetowy),
- bieżąca oraz przyszła polityka makroekonomiczna (oczekiwania związane np. z poziomem długu publicznego, eksportu),
- zmienne egzogeniczne dla danego systemu gospodarczego (np. poziom realnej stopy procentowej w krajach będących głównymi partnerami gospodarczymi) [Rubaszek, Serwa, Marcinkowska-Lewandowska, 2009, s. 42].

Istotnym bezpośrednim czynnikiem wywołującym krótko- i średniookresowe zmiany kursu walutowego jest tzw. dysparytet realnych stóp procentowych (*Uncovered Interest Parity*), który wpływa w sposób bezpośredni na kurs waluty krajowej, natomiast długookresowo oddziałuje czynnik związany z tzw. parytetem siły nabywczej (*Purchasing Power Parity*). Modelem łączącym obie teorie jest model wzmożonego przepływu kapitału zagranicznego (CHEER), który powstał w latach 90. [Juselius, Johansen, 1990, 1992, 1994; Juselius, McDonald, 2004, 2007] jako narzędzie badające wpływ dysparytetu stóp procentowych na zmiany realnego kursu walutowego, który jest zalecany dla walut krajów wysoko- i średniozawansowanych, gdzie jest spełnione założenie o stacjonarności kursu realnego. Postać modelu jest następująca:

$$rer_t^{D,INF} = a + b(r_t^{D,INF} - r_t^{F,INF})$$

gdzie:

$rer_t^{D,INF}$ – logarytm realnego kursu waluty krajowej (kurs pośredni) deflowanego wskaźnikiem cen konsumenckich, $r_t^{D,INF}$ – realna stopa procentowa zagranicą (różnica między roczną trzymiesięczną stopą papierów teoretycznie wolnych od ryzyka a roczną inflacją w danym miesiącu), $r_t^{F,INF}$ – realna stopa procentowa w kraju (różnica między roczną trzymiesięczną stopą papierów teoretycznie wolnych od ryzyka (np. bonów skarbowych) a roczną inflacją w danym miesiącu) [Rubaszek, Serwa, Marcinkowska-Lewandowska, 2009, s. 66].

Podstawowym kryterium modelowania za pomocą CHEER jest stacjonarność kursu walutowego realnego rozumianego jako iloczyn kursu nominalnego oraz ilorazu inflacji krajowej w stosunku do inflacji zagranicznej [Wdowiński, 2010, s. 279-287]. W poniższych tabelach zestawiono wyniki (za okresy 2001-2006, 2007-2012 oraz 2001-2012) dotyczące wartości asymptotycznej p-value dla kursu realnego i nominalnego wraz ze współczynnikami zmienności.

Tabela 1. Stacjonarność oraz zmienność badanych kursów realnych i nominalnych w latach 2001-2006

Okres od 2001 r. do 2006 r.		Kurs realny			Kurs nominalny		
lp.	PW	p*	S	W	p	S	W
1	2	3	4	5	6	7	8
1	USD/GBP	0,371	0,323	0,313	0,739	0,069	0,113
2	USD/EUR	0,279	0,247	0,231	0,695	0,148	0,157
3	USD/PLN	0,076	0,188	0,711	0,973	0,034	0,125
4	USD/HUF	0,200	0,491	0,489	0,648	0,063	0,144
5	EUR/GBP	0,616	0,320	0,313	0,543	0,066	0,098

cd. tabeli 1

1	2	3	4	5	6	7	8
6	USD/CZK	0,018**	1,967	0,562	0,857	0,677	0,186
7	EUR/PLN	0,072	0,186	0,706	0,115	0,020	0,078
8	EUR/CZK	0,000**	1,678	0,485	-1,004**	0,191	0,059
9	EUR/HUF	0,380	0,336	0,345	0,513	0,014	0,036
10	GBP/PLN	0,249	0,244	0,881	0,659	0,010	0,062
11	GBP/CZK	0,015**	2,219	0,635	0,685	0,195	0,091
12	GBP/HUF	0,337	0,531	0,533	0,286	0,012	0,047
13	CZK/PLN	0,659	0,139	0,847	0,276	0,012	0,095
14	PLN/HUF	0,159	15,304	0,583	0,116	5,276	0,083
15	CZK/HUF	0,853	2,696	0,667	0,661	0,633	0,077

* p – p-value, S – odchylenie standardowe, W – współczynnik zmienności.

** Wartości p-value wyróżnione oznaczają stacjonarność procesu w badanym okresie (odrzućenie hipotezy zerowej na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ o występowaniu pierwiastka jednostkowego dla pierwszych różnic).

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych z bazy Reuters World Service.

W okresie od marca 2001 r. do grudnia 2006 r. (70 obserwacji miesięcznych) stacjonarność można było zaobserwować jedynie dla trzech realnych kursów walutowych: USD/CZK, EUR/CZK oraz GBP/CZK oraz dla nominalnego EUR/CZK. Niższym współczynnikiem zmienności charakteryzował się we wszystkich przypadkach kurs nominalny w stosunku do realnego. Największe różnice między zmiennością kursu nominalnego i realnego występowały w przypadku walut krajów środkowoeuropejskich, co potwierdza teorię, że waluty krajów w okresie transformacji (PLN, CZK, HUF) wykazują się innym (mniejszym) dopasowaniem kursu nominalnego do realnego (jest to w sensie ekonomicznym pochodna z reguły wyższej i niestabilnej inflacji w porównaniu do krajów wysokorozwiniętych). Poniższa tabela ukazuje badania na podstawie kolejnego podokresu (od stycznia 2007 r. do października 2012 r. oraz od marca 2001 r. do października 2012 r.).

Tabela 2. Stacjonarność oraz zmienność badanych kursów realnych i nominalnych w latach 2007-2012

Okres od 2007 r. do 2012 r.		Kurs realny			Kurs nominalny		
lp.	PW	p*	S	W	p	S	W
1	2	3	4	5	6	7	8
1	USD/GBP	0,263	0,208	0,437	0,553	0,066	0,111
2	USD/EUR	0,000**	0,416	0,497	0,300	0,045	0,063
3	USD/PLN	-4,991**	4,503	3,488	0,417	0,047	0,134
4	USD/HUF	-5,073**	6,623	2,798	0,599	0,061	0,118
5	EUR/GBP	0,019**	0,229	0,398	-2,080**	0,074	0,091
6	USD/CZK	0,000**	51,587	3,268	0,027**	0,485	0,090

cd. tabeli 2

1	2	3	4	5	6	7	8
7	EUR/PLN	0,000**	2,372	3,183	0,416	0,021	0,082
8	EUR/CZK	0,000**	13,431	1,991	0,079	0,192	0,049
9	EUR/HUF	0,057	3,106	0,543	0,072	0,914	0,086
10	GBP/PLN	0,010**	0,109	0,429	0,039**	0,018	0,086
11	GBP/CZK	0,255	2,120	0,703	0,014**	0,373	0,117
12	GBP/HUF	0,370	0,283	0,478	0,167	0,024	0,078
13	CZK/PLN	0,185	1,229	0,696	0,283	1,133	0,462
14	PLN/HUF	0,004**	19,341	0,393	0,001**	2,689	0,039
15	CZK/HUF	0,057	3,106	0,543	0,072	0,914	0,086

* p – p-value, S – odchylenie standardowe, W – współczynnik zmienności.

** Wartości p-value wyróżnione oznaczają stacjonarność procesu w badanym okresie (odrzućenie hipotezy zerowej na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ o występowaniu pierwiastka jednostkowego dla pierwszych różnic).

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych z bazy Reuters World Service.

W okresie od stycznia 2007 r. do października 2012 r. (70 obserwacji miesięcznych) stacjonarność można było zaobserwować dla dziewięciu realnych kursów walutowych: USD/EUR, USD/PLN, USD/HUF, EUR/GBP, USD/CZK, GBP/PLN i PLN/HUF oraz dla czterech nominalnych: EUR/GBP, USD/CZK, GBP/PLN, GBP/CZK, PLN/HUF. Także w tym okresie niższym współczynnikiem zmienności charakteryzował się we wszystkich przypadkach kurs nominalny w stosunku do realnego. Największe różnice między zmiennością kursu nominalnego i realnego występowały w przypadku walut krajów środkowoeuropejskich (PLN, CZK, HUF) zwłaszcza w stosunku do USD i EUR. Poniższa tabela ukazuje wyniki badań na podstawie sumy ww. dwóch podokresów (od marca 2001 r. do października 2012 r.).

Tabela 3. Stacjonarność oraz zmienność badanych kursów realnych i nominalnych w latach 2001-2012

Okres od 2001 r. do 2012 r.		Kurs realny			Kurs nominalny		
lp.	PW	p*	S	W	p	S	W
1	2	3	4	5	6	7	8
1	USD/GBP	0,190	0,390	0,506	0,261	0,068	0,112
2	USD/EUR	0,004**	0,355	0,360	0,139	0,152	0,181
3	USD/PLN	0,000**	3,118	4,179	0,400	0,056	0,187
4	USD/HUF	0,000**	4,585	2,788	0,197	0,073	0,154
5	EUR/GBP	0,169	0,357	0,443	0,563	0,098	0,132
6	USD/CZK	0,000**	36,587	3,834	0,336	1,053	0,235
7	EUR/PLN	0,000**	1,668	3,356	0,014**	0,020	0,079
8	EUR/CZK	0,000	9,708	1,892	0,749	0,376	0,105

cd. tabeli 3

1	2	3	4	5	6	7	8
9	EUR/HUF	0,175	3,023	0,616	0,933	1,430	0,152
10	GBP/PLN	0,001**	0,189	0,710	0,394	0,025	0,139
11	GBP/CZK	0,018**	2,174	0,669	0,683	0,604	0,225
12	GBP/HUF	0,144	0,470	0,592	0,489	0,028	0,099
13	CZK/PLN	0,588	1,195	1,207	0,860	1,419	1,070
14	PLN/HUF	0,356	20,855	0,553	0,079	4,788	0,073
15	CZK/HUF	0,175	3,023	0,616	0,933	1,430	0,152

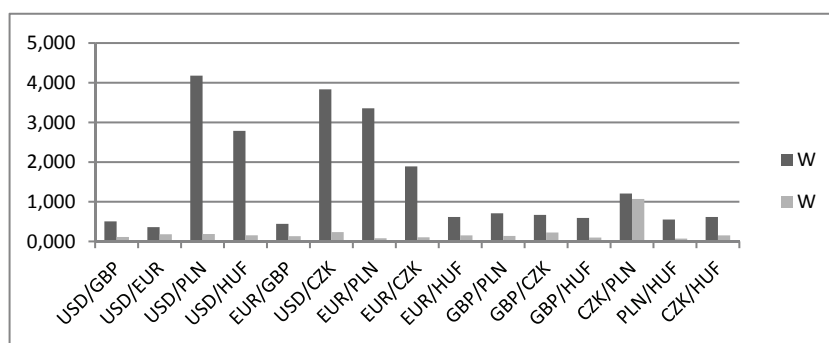
* p – p-value, S – odchylenie standardowe, W – współczynnik zmienności.

** Wartości p-value wyróżnione oznaczają stacjonarność procesu w badanym okresie (odrzućcie hipotezy zerowej na poziomie istotności $\alpha = 0,05$ o występowaniu pierwiastka jednostkowego dla pierwszych różnic).

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych z bazy Reuters World Service.

W okresie będącym sumą dwóch podokresów (od marca 2001 r. do października 2012 r.) zaobserwowano występowanie stacjonarności w odniesieniu do realnego kursu walutowego dla ośmiu par walutowych: USD/EUR, USD/PLN, USD/HUF, USD/CZK, EUR/PLN, EUR/CZK, GBP/PLN, GBP/CZK. Nominalny kurs walutowy był stacjonarny jedynie dla pary EUR/PLN.

Współczynniki zmienności dla realnych i nominalnych kursów walutowych charakteryzowały się dużą różnicą zwłaszcza w stosunku do par walutowych, takich jak: USD/PLN, USD/HUF, USD/CZK, EUR/PLN, EUR/CZK. W sposób obrazowy ukazuje to poniższy wykres (kolor ciemniejszy to współczynnik zmienności dla realnego kursu walutowego).



Rys. 2. Współczynniki zmienności dla realnych i nominalnych kursów walutowych w latach 2001-2012

W badanych okresach można zaobserwować niejednoznaczność wyników, a w związku z tym brak możliwości pozytywnej weryfikacji tezy zawartej w niniejszym artykule, że istnienie stacjonarności kursu realnego warunkuje możli-

wość zaliczenia pary walutowej do waloru finansowego obciążonego mniejszą zmiennością, a tym samym bezpieczniejszego do dokonywania inwestycji. Poniższa tabela ukazuje współczynniki korelacji dla wartości p-value oraz współczynników zmienności kursów realnych i nominalnych.

Tabela 4. Współczynniki korelacji Pearsona dla wartości p-value oraz współczynników zmienności

Okres	Wartości p z kursami realnymi	Wartości p z kursami nominalnymi
2001-2006	-0,03574	-0,21744
2007-2012	-0,6167	-0,03371
2001-2012	-0,40932	0,686635

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych z tab. 1, 2 i 3.

Wysoka dodatnia wartość współczynnika korelacji dla okresu 2001-2012 wskazywałaby, że istnieje dodatnia zależność między wartością statystyki p a współczynnikiem zmienności (rosnąca wartość p zwiększa prawdopodobieństwo nieodrzućenia hipotezy zerowej o braku stacjonarności), jednak badania dla okresów od 2001 r. do 2006 r. oraz od 2007 r. do 2012 r. nie potwierdzają tej zależności, co nie znaczy, iż przyczyn zmienności nie należy szukać również w podstawach fundamentalnych określanych na przykład przez dysparytet realnych stóp procentowych.

2. Zależność pomiędzy wartością parametrów GARCH a p-value

Za pomocą modelu GARCH zbadano, jaki procent zmienności jest określany przez AR(1) – współczynnik autoregresji, C – stałą w procesie autoregresji, P(1) – współczynnik GARCH, Q(1) – współczynnik ARCH, K – stałą w procesie GARCH. Dokonano estymacji parametrów modelu ARMA – GARCH i otrzymano następujące wyniki (tab. 5).

Tabela 5. Wartość parametrów GARCH w okresie od 2007 r. do 2012 r.

	AR(1)	C	P(1)	Q(1)	K
1	2	3	4	5	6
USD/GBP	-0,000014	-0,0000430	0,935858	0,05823	0,0000003
USD/EUR	0,010935	-0,0001563	0,939258	0,05781	0,0000002
USD/PLN	-0,007060	-0,0004352	0,918438	0,07480	0,0000011
USD/HUF	0,046708	-0,0001708	0,912177	0,07820	0,0000004
EUR/GBP	-0,007257	0,0000846	0,945624	0,04912	0,0000002
USD/CZK	0,037041	-0,0002696	0,939052	0,05688	0,0000005
EUR/PLN	-0,007518	-0,0002299	0,895284	0,09682	0,0000004

cd. tabeli 5

1	2	3	4	5	6
EUR/CZK	0,057010	-0,0000615	0,931878	0,05980	0,0000002
EUR/HUF	0,007967	-0,0002817	0,919249	0,07012	0,0000017
GBP/PLN	-0,043869	0,0003813	0,927735	0,06747	0,0000006
GBP/CZK	0,027784	0,0002037	0,954477	0,04241	0,0000002
GBP/HUF	-0,009568	0,0002441	0,935531	0,05588	0,0000009
CZK/PLN	-0,048678	-0,0000120	0,909518	0,07357	0,0000007
PLN/HUF	0,046708	-0,0001708	0,912177	0,07820	0,0000004
CZK/HUF	0,014946	-0,0000654	0,813232	0,12096	0,0000031

Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych z Forex.

Wyniki estymacji modelu GARCH ukazują, iż w większości przypadków zmienność na okres t zależała w zdecydowanej mierze od poprzedzającej ją zmienności (w przypadku kursu USD/GBP ponad 93,58%), a na przykład parametr przy współczynniku autoregresji okazał się mało istotny. Poniższa tabela zawiera współczynniki korelacji pomiędzy parametrami strukturalnymi modelu GARCH dla poszczególnych par walutowych a wartościami p-value (dla kursu realnego) z tab. 1 do 3.

Tabela 6. Wartości współczynników korelacji pomiędzy parametrami GARCH a p-value (w teście stacjonarności ADF)

	p-value R
AR(1)	-0,45060846
C	0,210787827
P(1)	-0,54058927
Q(1)	0,382434896
K	0,577953623

Według danych zawartych w tabeli występował średni odwrotny wpływ wartości p-value na parametr P(1), co oznacza, iż wraz ze wzrostem prawdopodobieństwa przyjęcia hipotezy o braku stacjonarności kursu realnego zmniejsza się udział wariancji warunkowej oraz w ogólnej wariancji stóp zwrotu nominalnych kursów walutowych (zwiększa się znaczenie stałej K w procesie GARCH).

Podsumowanie

Wyniki przeprowadzonych badań sugerują, iż kierując się jedynie kryterium stacjonarności, czyli głównym kryterium modelowania CHEER, jesteśmy w stanie stwierdzić, które waluty były stabilne w sensie odrzucenia hipotezy

zerowej o istnieniu pierwiastka jednostkowego i są to: USD/GBP, USD/EUR i EUR/GBP. Waluty te od zawsze są uznawane za najmniej zmienne względem siebie, są walutami rozliczeniowymi oraz rezerwowymi i podlegają wymianie gotówkowej i bezgotówkowej na całym świecie. Także badania zmienności ww. walut ukazują podobieństwo współczynników zmienności kursu realnego i nominalnego tych walut, a parametry GARCH przed zmienną związaną z opóźnioną wariancją są wyższe niż w przypadku innych kursów walutowych. Oczywiście metoda nie jest w stanie dać odpowiedzi na efektywność w sensie szybkiego zysku w inwestycjach krótkookresowych, jednak może mieć znaczenie do wstępnego rozeznania sytuacji i uwzględnienia czynników, zwłaszcza długookresowych. W tym przypadku (w tej badanej próbie) wygrały waluty od wielu lat będące realnym instrumentem wymiany oraz budowania rezerw w skali światowej. Należy jednak dodać, że obecne metody nie gwarantują, że inwestycja na pewno będzie udana w krótkim okresie, ponieważ kursy walutowe zależą również od większej ilości czynników niż jesteśmy sobie w stanie wyobrazić, istnieje wiele teorii, modeli oraz podejść, które najczęściej nie są w stanie poradzić sobie z problemami związanymi z pochodzeniem, rodzajem, wielkością zmienności, a przede wszystkim nie są w stanie sprawić, iż inwestowanie w waluty stanie się z dnia na dzień bezpieczniejsze.

Literatura

- Bilski J. (2006), *Międzynarodowy system walutowy*, PWE, Warszawa.
- Doman M., Doman R. (2009), *Modelowanie zmienności i ryzyka*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków.
- Juselius K., Johansen S. (1990), *The Full Information Maximum Likelihood Procedure for Inference on Cointegration – with Applications*, „Oxford Bulletin of Statistics and Economics”, Vol. 52, No. 2, s. 169-211.
- Juselius K., Johansen S. (1992), *Testing Structural Hypotheses in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK*, „Journal of Econometrics”, Vol. 53, s. 211-244.
- Juselius K., Johansen S. (1994), *Identification of the Long-run and Short-run Structure. An Application to the ISLM Model*, „Journal of Econometrics”, Vol. 63, No. 1, s. 7-36.
- Juselius K., McDonald R. (2004), *International Parity Relationships between the USA and Japan*, „Japan and the World Economy”, 16, 1, s. 17-34.
- Juselius K., McDonald R. (2007), *International Parity Conditions: A Joint Modelling Approach* [w:] Morales-Zumaquero A. (ed.), *International Macro-economics: Recent Developments*, Nova Science Publishers (with Ronald McDonald).

- Misztal P. (2010), *Zmiany kursu walutowego i dynamika cen w krajach o różnym poziomie rozwoju gospodarczego*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Rubaszek M., Serwa D., Marcinkowska-Lewandowska W. (2009), *Analiza kursu walutowego*, C.H. Beck, Warszawa.
- Wdowiński P. (2010), *Modele kursów walutowych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

MODELING OF CURRENCIES EXCHANGE RATES ON EXAMPLES OF EQUILIBRIUM AND VOLATILITY MODELS ON FOREX

Summary: In the article authors make analyze selected currencies and returns, describe model CHEER and pertain to investments practice on FOREX. The main purpose of the article is presentation of models in making rational investment decision context and also response the question: is the ability in modeling might give a positive investments results (positive or “less negative” return of investments).

Keywords: Foreign Exchange Rates, CHEER, currencies, stationarity, inflation, Equilibrium Exchange Rate, volatility models, GARCH, investments, finance, econometrics.