

MARIA DĄBROWA*

Uwagi o kształceniu matematycznym studentów kierunków ekonomicznych

Słowa kluczowe: kultura matematyczna, użyteczność matematyki, edukacja matematyczna

Streszczenie: W niniejszym artykule zwraca się uwagę na rolę, jaką odgrywa edukacja matematyczna studentów kierunków ekonomicznych w przygotowaniu ich do studiowania przedmiotów ekonomicznych oraz przyszłej pracy zawodowej. W części wstępnej zaprezentowano poglądy wybranych filozofów i ekonomistów na temat znaczenia matematyki w rozwoju nauk, w szczególności – ekonomii. Następnie, w oparciu o teorię dydaktyki matematyki oraz badania i przemyślenia własne, przedstawiono cele kształcenia matematycznego, sygnalizując jednocześnie problemy związane z ich realizacją.

1. Uwagi wstępne

W ostatnich latach, w dobie transformacji gospodarki, ogromną popularnością wśród absolwentów szkół średnich zaczęły cieszyć się studia o kierunkach ekonomicznych.

W ślad za rosnącym zainteresowaniem studiami ekonomicznymi zaczęły powstawać niepubliczne uczelnie ekonomiczne, zarówno w ośrodkach akademickich, jak również w miastach – czy wręcz miejscowościach – które do tej pory nie miały tradycji akademickich.

Studenci mogą więc zdobywać wiedzę ekonomiczną nie tylko w znanych i wysoko cenionych ośrodkach akademickich, w których przeprowadza się ostrą

* Dr Maria Dąbrowa jest zatrudniona na stanowisku adiunkta w Katedrze Informatyki i Metod Ilościowych Wydziału Zarządzania i Turystyki Małopolskiej Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Tarnowie. Kontakt: tel. (14) 688 00 10 w. 29.

selekcję kandydatów, ale również w nowo powstałych, często niepublicznych uczelniach ekonomicznych.

Tak duża konkurencja, w tym zakresie, na rynku edukacyjnym, wiąże się z koniecznością szczególnej dbałości o jakość kształcenia. Dotyczy to nie tylko kształcenia ekonomicznego, a więc bezpośredniego przygotowania do wykonywania przyszłego zawodu, ale również kształcenia matematycznego; matematyka jest bowiem jednym z przedmiotów podstawowych realizowanych na pierwszym roku studiów o kierunkach ekonomicznych. Na tym etapie edukacji, kształcenie matematyczne odgrywa nieco inną rolę niż na etapach wcześniejszych (w szkole podstawowej, gimnazjum, czy szkole średniej). Szczęólnego znaczenia zaczyna nabierać „użyteczność” uzyskanych w ramach tego kształcenia wiadomości i metod matematycznych. Matematyka pełni na tych kierunkach usługową rolę. Organizując proces kształcenia matematycznego należy mieć na względzie ten fakt; na kierunkach ekonomicznych nie kształci się przecież matematyków. Należy natomiast wyposażyć studentów w wygodne narzędzie – za pomocą którego będą oni mogli rozwiązywać problemy ekonomiczne – a także wykształcić (ściślej: kontynuować kształcenie) pewne umiejętności, niezbędne w dalszej edukacji i pracy zawodowej, jak np. logiczne myślenie, precyzyjne wyrażanie myśli, argumentację własnego stanowiska, analizowanie i wyciąganie prawidłowych wniosków z danych przesłanek. Matematyka nie powinna natomiast pełnić roli czynnika selekcji studentów – a tak się często dzieje.

Z tego też względu dobór treści i metod matematycznych, przekazywanych studentom oraz organizacja procesu kształcenia matematycznego na uczelniach ekonomicznych mimo iż ma ograniczony zasięg – stanowi, moim zdaniem, ważny problem dydaktyki matematyki, któremu warto poświęcić uwagę.

Istotne znaczenie ma, w tym kontekście, wdrożenie studentów w opanowanie i stosowanie matematycznej metody, niejednokrotnie ważniejsze niż opanowanie samej wiedzy matematycznej. Treści matematyczne oraz niezbędne informacje można odszukać w podręcznikach do matematyki i jeśli student będzie do tego dobrze przygotowany, potrafi z nich skorzystać.

2. Znaczenie matematyki w rozwoju nauk

Matematyka jest dziedziną wiedzy o niezwykle różnorodnej tematyce, inżynierującą w wiele dyscyplin naukowych, dysponującą zróżnicowanymi metodami badawczymi. To dziedzina naukowa nadal otwarta – wciąż powstają i są dowodzone nowe twierdzenia, stosowane nowe metody badawcze. Ze względu na zastosowania ożywiane są stare teorie. Przyczynia się do tego również technologia informatyczna, dzięki której można szybko weryfikować hipotezy. Dla przykładu warto wymienić chociażby matematykę dyskretną, teorię chaosu czy fraktale.

Wielu filozofów zastanawia się nad fenomenem matematyki jako narzędzia, z którego korzysta współczesna nauka.

J. G. Kemeny (1967, s. 41, 44–45) stawia pytanie: „Dlaczego więc matematyka jest tak niezbędna dla nauki?” i odpowiada: „Stanowi ona bowiem idealny język do formułowania teorii naukowych i wskazuje na to, co z tych teorii wynika. Rzadko (lub wcale) sprawdzamy teorię naukową bezpośrednio; sprawdzamy właściwie jej logiczne, tj. matematyczne konsekwencje [...] Załóżmy, że uczonec chce badać jakieś wielkości i zachodzące między nimi relacje. Będzie on zatem szukać takiej gałęzi matematyki, by jej system aksjomatów po zinterpretowaniu prawidłowo opisał te wielkości i zależności, które chce on badać. Znalezienie takiego systemu matematycznego i zinterpretowanie go w ten sposób, aby spełniał te zadania, nazywa się «budowaniem teorii».”

Twierdzi on, że wszystkie nauki mogą, a nawet muszą, stosować matematykę; nie należy jednak, według niego, kojarzyć matematyki tylko i wyłącznie z liczbami.

Wybitny uczonec, matematyk i erudyta matematyczny Steinhaus (1989, s. 6) sformułował swoje stanowisko wobec matematyki w następujący sposób:

- „1. przedmiotem matematyki jest rzeczywistość,
2. matematyka jest uniwersalna; nie ma rzeczy, która by była jej obca”.

Podobny charakter mają poglądy Z. Krygowskiej (1977a, s. 13), która stwierdza, że matematyka jest nauką „wszędzie – obecną”: „przenika do innych dziedzin dwoma podstawowymi kanałami: 1° jako ukształtowana historycznie i ciągle rozwijana wiedza, zespół sprecyzowanych pojęć, zweryfikowanych tez, wzorów i algorytmów nadających się do bezpośredniego zastosowania; 2° jako metoda tworzenia i badania formalnymi środkami abstrakcyjnych struktur. Metoda ta stosowana do różnych dziedzin rzeczywistości ułatwia opis i badanie tego, co jest najistotniejsze, to jest opis i badanie schematycznie ujętych układów stosunków w tych różnych dziedzinach.”

Stanowisko to zdaje się podzielać L. A. Steen (1983, s. 13), pisząc: „[Matematyka] dziś wywiera ogromny (choć ciągle jeszcze niedostrzegalny) wpływ na naukę i społeczeństwo. Abstrakcyjne idee matematyczne, niekiedy liczące już sto lat lub więcej, pomogły na przykład urzeczywistnić rozwój elektroniki, która zmieniła sposoby naszego porozumiewania się i myślenia. Radio, telewizja, telefon, sztuczne satelity, kalkulatory i komputery nie istniałyby dzisiaj, gdyby zabrakło wielu rezultatów «czystej» matematyki. [...] Metody matematyczne stały się niezbędne dla właściwego funkcjonowania naszego technologiczowanego społeczeństwa.”

2.1. Matematyka a ekonomia – krótki rys historyczny

Jeżeli, choćby pobieżnie, prześledzimy kształtowanie się myśli ekonomicznej i jej metodologii, to zauważymy, że stopień wykorzystania matematyki i jej metod w badaniach ekonomicznych był bardzo zróżnicowany.

Ekonomia klasyczna – rozwijająca się głównie w Anglii – to ekonomia literacka (Blaug, 2000, s. 298 oraz Mayer, 1996, s. 27), w której niewiele było miejsca dla matematyki (czy wręcz nie było go wcale).

Już w 1838 roku ekonomista A.A. Cournot reprezentujący szkołę lozańską i znający matematykę, dostrzegł możliwości, jakie stwarzało wykorzystanie metod analizy matematycznej w rozważaniach natury ekonomicznej. Potrafił on za pomocą modeli matematycznych wyrazić niektóre problemy teorii przedsiębiorstwa, a także, wykorzystując metody analizy matematycznej, wykazał, że zyski osiągają swoje maksimum, gdy koszt krańcowy jest równy przychodowi krańcowemu.

Jednak dopiero w ostatnim trzydziestoleciu XIX wieku powstała nowoczesna teoria mikroekonomiczna i jednocześnie nastąpiło przekształcenie ekonomii klasycznej w ekonomię neoklasyczną. Przyczyniła się do tego analiza marginalna¹. To właśnie jej rozwój stał się początkiem wyraźnego poszerzenia zastosowań matematyki, a zwłaszcza elementów analizy matematycznej, w badaniach ekonomicznych. Piszą o tym H. Landreth i D.C. Colander (1998, s. 315): „[...] akceptacja analizy marginalnej i pełne uzmysłowienie sobie jej znaczenia i implikacji nie nastąpiły z dnia na dzień, lecz rozwijały się powoli przez cały okres lat 1870–1900. Pierwsze warte odnotowania zastosowanie znalazła ona w teorii popytu.”

Jednym z ekonomistów doceniających rolę matematyki był Francuz Leon Walras, którego uważa się za prekursora ekonomii matematycznej. Warto jednak nadmienić za M. Blaugiem (2000, s. 298), że „Walras miał jedynie wszelkie instynkty matematyka, nie dysponując matematycznymi technikami.” Nie posiadał wykształcenia matematycznego, mimo iż prawdopodobnie czuł potrzebę uzyskania go. Z jego biografii wynika, że próbował podjąć naukę w prestiżowej wówczas we Francji uczelni, École Polytechnique, w sekcji matematyki – niestety, nie zdał egzaminu wstępnego z matematyki (Landreth, Colander, 1998, s. 392).

Współcześni Walrasowi przedstawiciele szkoły austriackiej: Carl Menger, Friedrich von Wieser czy Eugen von Böhm – Bawerk, zupełnie nie doceniali roli matematyki w swoich dociekaniach ekonomicznych. Wymienieni ekonomiści „nigdy w żadnym ze swoich dzieł nie posłużyli się czy to prawdziwym równaniem algebraicznym, czy to jakąś prezentacją geometryczną. Więcej jeszcze: z przyczyn metodologicznych byli oni przeciwni stosowaniu matematyki jako narzędzia analizy ekonomicznej. W liście do Walrasa z 1884 roku Menger podkreślał, że matematyka jest dla ekonomisty bezużyteczna.” – pisze o tym M. Blaug (2000,

¹ A więc wykorzystanie pochodnej funkcji przy badaniu np. kosztów krańcowych, użyteczności krańcowej, utargu krańcowego itp., czyli ogólnie mówiąc wielkości krańcowych.

s. 298). M. Blaug (2000, s. 299), zwraca uwagę na fakt, że „pośród wielkich ekonomistów drugiej połowy XIX wieku tylko J.B. Clark i E. Böhm – Bawerk zdołali wnieść do teorii ekonomii istotny i ważki wkład bez posługiwania się matematyką i bez jej znajomości.”

Wykorzystanie przez Walrasa matematyki w teoretycznych badaniach w zakresie ekonomii przyczyniło się do uświadomienia ekonomistom jej potęgi jako narzędzia oraz doprowadziło do tworzenia i stosowania modeli matematycznych w późniejszym kształtowaniu się myśli ekonomicznej.

Warto wspomnieć o angielskim ekonomście Alfredzie Marshallu, którego uważa się za jednego z dwóch (obok Leona Walrasa) twórców nowoczesnej mikroekonomii i współtwórcę ekonomii neoklasycznej. „A. Marshall wszedł do ekonomii z uniwersyteckim wykształceniem matematycznym i z silnym nastawieniem humanitarnym na poprawienie jakości życia ludzi biednych” – piszą H. Landreth i D.C. Colander (1998, s. 416). Alfred Marshall początkowo pracował na uniwersytecie i wykładał matematykę, a więc znał ją dobrze. Stworzony przez niego nurt w ekonomii powstał z połączenia ekonomii matematycznej i psychologicznej. Zaczął on przekładać teorie ekonomiczne propagowane przez D. Ricardo i J.S. Milla na język matematyki. A. Marshall posługiwał się matematyką, aby w sposób syntetyczny i ścisły wyrazić to, co chciał powiedzieć o procesach ekonomicznych; starał się odpowiedzieć na pytania: „jak?” i „dlaczego?”. Wydając *Principles of Economics* (tłumaczenie polskie: *Zasady ekonomiki*), starał się przedstawić swoje koncepcje w sposób zrozumiały nie tylko dla ekonomistów, ale i dla czytelników zainteresowanych ekonomią, w tym w szczególności dla ludzi biznesu, i dlatego też wszelkie rozważania matematyczne oraz ilustracje tych rozważań za pomocą wykresów zamieścił albo w przypisach, albo w matematycznych aneksach. Miał bowiem świadomość, że matematyka może stanowić barierę dla wielu czytelników jego dzieła. Na ten fakt zwracają uwagę H. Landreth i D.C. Colander (1998, s. 418, s. 425).

W latach dwudziestych i trzydziestych XX wieku, w związku z rozwojem, m.in. ekonometrii, zaczęto „używać” matematyki w badaniach; do tej pory stosowano ją raczej do rozważań teoretycznych. Od tego też czasu nastąpił rozwój ekonomii w kierunku ekonomii matematycznej. Ekonomiści podejmowali próby udzielenia odpowiedzi na pytanie: „co by było, gdyby”, rozważając hipotetyczne sytuacje przy różnych zadanych warunkach. Było to praktykowane zwłaszcza przez tych ekonomistów, którzy najpierw studiowali matematykę, a później stali się ekonomistami.

W USA wiele artykułów, publikowanych w owym czasie w znanych czasopismach ekonomicznych, „prześikniętych” było matematyką. Była to stosunkowo nowa sytuacja – dopiero w okresie powojennym² nastąpił w Stanach Zjednoczonych (i nie tylko tam) wyraźny rozwój ekonomii matematycznej. Píše o tym T. Mayer (1996, s. 27): „W 1938 roku, gdy Paul Samuelson był jeszcze tylko do-

² Mam tu na myśli okres po II wojnie światowej.

brze zapowiadającym się absolwentem, większość ekonomistów nie znała niemal zupełnie matematyki. [...] Większość ekonomistów, obejmująca starszych wiekiem przedstawicieli tego zawodu i wielu wydawców czołowych czasopism, była zainteresowana obroną swojego kapitału ludzkiego. Mogli oni przez pewien czas podtrzymywać ten swój kapitał odrzucając artykuły matematyczne i rezerwując bardziej pożądane stanowiska akademickie dla «ekonomistów literackich», lecz nie czynili tego, a zaakceptowali wielki wkład, jaki matematyka może wnieść do ekonomii.”

Jednocześnie jednak T. Mayer podkreśla, iż wielu ekonomistów traktowało i traktuje stosowanie matematyki w sposób przesadny, zbyt „formalistyczny”. Piśze on (1996, s. 32) ze swadą: „Ponieważ ludzie zwykle pamiętają matematykę z lat szkolnych jako przedmiot trudny, to tych, którzy stosują wyższą matematykę, uważają za osoby nadzwyczaj utalentowane. [...] Poza tym, matematyką można łatwo się posłużyć, aby zamknąć usta większości nieekonomistów wypowiadających się na dany temat w sposób pompastyczny. Ekonomia nie jest jedyną dziedziną, która posługuje się matematyką jako barierą przeciwko krytyce ze strony niedokształconych.” T. Mayer (1996, s.113) zwraca jednak uwagę na fakt, że zbyt ni formalizm pociąga za sobą pewne konsekwencje:

1) komplikuje wzajemne komunikowanie się, eliminując z dyskusji osoby, które z różnych przyczyn mają z matematyką i jej metodami problemy,

2) utrudnia studiowanie tekstów i artykułów ekonomicznych nawet osobom, którym nie są obce podstawy matematyki i jej metody; dotyczy to zwłaszcza stosowania przez niektórych ekonomistów „niepotrzebnych ozdobników formalistycznych”.

Przedstawione rozważania retrospektywne, dotyczące kształtowania się myśli ekonomicznej – ujęte w bardzo skrótovej formie – sygnalizują, w jaki sposób matematyka zaznaczała swoją obecność w badaniach ekonomicznych: od jej niedoceniaenia do czasami przesadnego (nie zawsze uzasadnionego) wykorzystywania jej metod.

2.2. Wybrane poglądy ekonomistów i matematyków na temat wykorzystania matematyki w ekonomii

Ekonomia, w swoich badaniach, korzysta z dorobku wielu nauk nieekonomicznych, wśród których poczesne miejsce zajmuje matematyka. Jej rolę zauważa, między innymi, R. Milewski (2002, s. 41), pisząc, że ekonomia coraz częściej korzysta z matematyki „stosując np. pewne formuły i funkcje matematyczne przydatne do opisu i analizy określonych procesów i zjawisk ekonomicznych”. Nadmieniam również, że: „wykorzystujemy m.in. pewne proste funkcje matematyczne oraz pochodną funkcji. W nieco szerszym zakresie stosujemy metodę graficznej prezentacji określonych zależności.”

Jedną z metod badawczych stosowanych w ekonomii jest tworzenie i analiza modeli ekonomicznych. M. Blaug (1995, s. 134) stwierdza, że: „Ekonomia jest nauką myślenia w kategoriach modeli połączoną ze sztuką dokonywania wyboru takich modeli, które odpowiadają realiom współczesnego świata.”

W wielu podręcznikach do ekonomii poświęcono sporo uwagi problemowi tworzenia takich modeli. Autorzy podkreślają, że budowanie modelu ekonomicznego polega w głównej mierze na stworzeniu uproszczonego obrazu rzeczywistości gospodarczej. Z ogromu informacji, zjawisk i cech należy bowiem wyeliminować te, które mają niewielkie znaczenie, a skoncentrować się na istotnych cechach rzeczywistości ekonomicznej. Przy takim wyborze ekonomiści powołują się na klauzulę *ceteris paribus*.

Tak stworzony obraz można opisać za pomocą wykresu (rysunku) czy też przepisu funkcyjnego i zinterpretować, wykorzystując metody matematyczne. Należy również pamiętać o sytuacji odwrotnej: obecne teorie matematyczne są na tyle ogólne, że można za ich pomocą modelować wiele zjawisk, które pierwotnie wydają się zupełnie odległe. Można je opisać językiem tej samej struktury matematycznej, a w dalszej fazie stosować ogólne twierdzenia matematyczne w konkretnym modelu. Możliwe jest zatem korzystanie z gotowego „narzędzia”, jakie stanowi matematyka i jej metody. Trzeba tylko „dopasować” odpowiedni model matematyczny do zaistniałej sytuacji ekonomicznej. Nie jest to jednak łatwym przedsięwzięciem.

J.T. Schwartz (1983, s. 289–317) w eseju dotyczącym roli matematyki jako narzędzia w wyjaśnianiu pewnych zjawisk ekonomicznych stara się odpowiedzieć na pytanie: „Jaka jest wartość praktyczna matematyki?”

Czyni to w trzech punktach:

1) Rozumowania matematyczne są „pewne” dzięki swojej precyzji i formalnemu charakterowi (nawet jeśli są skomplikowane i długie) – w odróżnieniu od „wywodów pozamatematycznych, które szybko stają się «naciągane i wątpliwe»”.

2) Matematyka w sposób precyzyjny definiuje pojęcie formalnego dowodu, nakładając pewne rygory na rozumowania matematyczne (poprzez wyznaczenie zakresu, „w których schematy rozumowania mają cechy powtarzalności i obiektywności.”). Można stosunkowo szybko sprawdzić poprawność takich rozumowań (np. za pomocą „maszyn liczących”³). „Dzięki temu matematycy mogą pracować w warunkach zwartej wspólnoty międzynarodowej, której osiągnięcia przekraczają granice krajów i potrafią przetrwać powstania i upadki imperiów politycznych i doktryn religijnych.”

3) Matematyka pozwala konstruować wielką różnorodność struktur myślowych. Dostarcza ona mechanizmu tworzenia struktur, do których będą pasowały fakty badane przez nauki empiryczne. Wewnątrz tych struktur nawet bezładne początkowo spostrzeżenia mogą się wzajemnie wiązać w zwartą konstrukcję. Matematyka jest zdolna przekroczyć i korygować intuicję.

³ Dzisiaj powiedzielibyśmy, że za pomocą specjalnych programów komputerowych.

Podkreśla on również, że w naukach społecznych „sięga się często do matematyki jako narzędzia do rozładowania kontrowersji”. Należy sobie jednak uświadomić, że wszelkie zastosowania matematyki w realnej rzeczywistości nie zawsze są bezsporne. Przyjęcie określonego modelu jest tylko „jednym z możliwych modeli o różnym stopniu adekwatności i mogących prowadzić do różnych – czasem diametralnie przeciwnych – konkluzji. Nasze rozumowanie nie może więc zapewnić, że uzyskane wnioski o rzeczywistości są słuszne, lecz tylko że są one logicznie możliwe.”

Można doszukać się pewnych podobieństw w poglądach na temat roli matematyki w innych naukach, przedstawionych przez J. T. Schwartza (1983), J.G. Kemeny’ego (1967) oraz A. Chianga (1994).

A. Chiang (1994, s.16) zwraca uwagę na znaczącą rolę, jaką pełni matematyka w badaniach ekonomicznych. Ogromne pole do działania ma tu, według niego, *ekonomia matematyczna* – rozumiana nie jako odrębna gałąź ekonomii, ale raczej jako sposób podejścia do analizy ekonomicznej. Takie podejście – pomimo krytyki ze strony niektórych ekonomistów – ma wiele zalet, które daje się scharakteryzować tym, że:

1) istnieje możliwość korzystania z twierdzeń matematycznych oraz metod matematycznych, a więc „gotowych narzędzi”,

2) korzystanie z twierdzeń matematycznych powoduje, że należy w sposób jawny formułować przyjmowane założenia, co pozwoli uniknąć błędów i nieporozumień,

3) można używać języka matematycznego, który dzięki swojej precyzji pozwoli uniknąć dwuznaczności,

4) można w sposób teoretyczny rozważać ogólne przypadki.

Należy mieć jednak świadomość, iż pomiędzy matematyką – nauką (z jej wciąż rozbudowanymi i często bardzo skomplikowanymi teoriami) a matematyką – przedmiotem nauczania istnieje głęboka przepaść; pisze o tym m.in. H. Siwek (2005, s. 17).

Wspomniane wcześniej skomplikowane metody i teorie matematyczne mogą być przydatne raczej naukowcom – badaczom, analitykom czy ekonometrykom. Ich wykorzystanie powinno być poprzedzone studiowaniem matematyki; ukończenie tylko podstawowego kursu matematyki jest niewystarczające.

3. Cele kształcenia matematycznego a kultura matematyczna

3.1. Poziomy celów kształcenia matematycznego

Cele nauczania (kształcenia) można zdefiniować jako przewidywane lub pożądane zmiany w sposobie myślenia lub działania uczniów (studentów), do których zmierzają decyzje i czynności nauczyciela (Turnau, 1990, s. 29).

Z. Krygowska (2003, s. 177–178) wyróżnia trzy poziomy celów, niezbędnych w kształceniu matematycznym:

I poziom – dotyczy podstawowych wiadomości i umiejętności w dziedzinie matematyki, a więc elementów uznawanych za konieczne dla wszystkich. Są one zwykle określone poprzez treści programów szkolnych czy, w przypadku studiów wyższych, poprzez standardy kształcenia oraz mniej lub bardziej zoperacjonalizowane wyniki nauczania⁴. Do tego poziomu możemy zaliczać np. takie cele, jak:

- wyznaczenie macierzy odwrotnej do danej,
- znajomość podstawowych wzorów na pochodne funkcji elementarnych i umiejętność ich wykorzystania w obliczeniu pochodnej funkcji złożonej,
- stosowanie pochodnej funkcji w wyznaczaniu elastyczności tej funkcji w danym punkcie itp.

W tej dziedzinie zwraca uwagę różnorodność koncepcji: od minimalizmu i programów sformułowanych w bardzo lakoniczny sposób do programów bogatych, rozbudowanych, a nawet przeciążonych.

II poziom – dotyczy postaw i zachowań specyficznych dla aktywności matematycznej (a także świadomości niektórych elementów matematycznej metodologii). Do celów wyróżnianych na tym poziomie możemy zaliczyć np.:

- sformułowanie definicji,
- odróżnienie definicji od twierdzenia,
- wskazanie założeń koniecznych w funkcjonowaniu twierdzenia,
- zauważenie i skorygowanie błędu (własnego bądź popełnionego przez innych),
- zachowywanie się aktywnie wobec problemów matematycznych – dostrzeżenie ich, sformułowanie i rozwiązanie (lub rozważenie strategii postępowania).

III poziom – dotyczy intelektualizacji postaw i zachowań (również funkcjonujących poza aktywnością matematyczną) poprzez transfer i dostosowanie pewnych specyficznych dla matematyki postaw i zachowań do innych dziedzin ludzkiej działalności.

Jako przykłady celów z tego poziomu można wymienić np.:

- stosowanie różnych algorytmów (czy instrukcji),
- zaplanowanie pracy w racjonalny sposób,

⁴ Czyli opisujące zachowania ucznia (studenta), działania, jakie uczeń potrafi wykonać.

- dostrzeganie i wykorzystywanie analogii,
- umiejętność wyciągnięcia prawidłowych, logicznie uzasadnionych wniosków ze zbioru informacji,
- zinterpretowanie za pomocą znanych metod matematycznych analizowanych zjawisk czy modeli np. ekonomicznych.

3.2. Cele kształcenia studentów ekonomii w świetle celów kształcenia matematycznego

T. Lewowicki (1988, s. 15–20), określając ogólne cele kształcenia i wychowania studentów w szkole wyższej, wymienia m.in.:

- wszechstronne rozwijanie osobowości studentów w powiązaniu z dokonywanymi się zmianami ustrojowymi, gospodarczymi czy technicznymi,
- kształtowanie kwalifikacji ogólnych i zawodowych,
- przygotowanie studentów do racjonalnego i skutecznego posługiwania się wiedzą,
- rozwijanie motywacji uczenia się i pracy zawodowej oraz kształtowanie i rozwijanie zainteresowań.

Jako ważny cel kształcenia w szkołach wyższych T. Lewowicki podaje także rozwijanie zdolności młodzieży, ze szczególnym uwzględnieniem zdolności określanych jako ponadprzeciętne. Formuluje również cele bardziej szczegółowe, z których we współczesnej rzeczywistości istotne są:

- wyposażenie w gruntowną wiedzę,
- ukształtowanie wysokiej sprawności umysłowej i rozwinięcie zdolności poznawczych,
- ukształtowanie zdolności do samodzielnej oceny faktów,
- wyposażenie w wiedzę ogólną i specyficzną dla danego zawodu, ukształtowanie zdolności zdobywania, uzupełniania lub zmieniania kwalifikacji zawodowych,
- przygotowanie do wykorzystania zdobytej wiedzy w działalności praktycznej,
- wdrożenie do samodzielnego uczenia się, wyboru kierunku (czy specjalności) i form zdobywania wiedzy,
- wdrożenie do twórczej pracy naukowej, dążenia do nowatorstwa, wynalazczości,
- przygotowanie do pracy indywidualnej i zespołowej.

Cele kształcenia w uczelniach wyższych są formułowane w sposób bardzo ogólny, ale po przełożeniu ich na obszar kształcenia matematycznego daje się zauważyć wiele podobieństw do celów edukacyjnych (czy zadań szkoły) w zakresie kształcenia matematycznego na wcześniejszych etapach nauki szkolnej.

Można zatem przyjąć, że przedstawiona w poprzednim punkcie klasyfikacja celów kształcenia matematycznego i ich poziomów jest na etapie studiów wyższych nadal aktualna – i to niezależnie od kierunku studiów.

Cele praktyczne, formułowane przy okazji organizowania procesu kształcenia matematycznego studentów kierunków ekonomicznych (opracowane na podstawie standardów kształcenia), zawierają m.in. następujące elementy:

- przekazanie studentom pewnego zasobu wiadomości niezbędnych do studiowania innych przedmiotów,
- wskazanie na możliwości zastosowania poznanych wiadomości do opisu modeli ekonomicznych.

W związku ze specyfiką kształcenia ekonomicznego – rozważaniem, opisem i analizą różnych modeli ekonomicznych – szczególną uwagę należałoby poświęcić realizacji celów poznawczych z najwyższych poziomów: poziomu III (celów ogólnych) i poziomu II (celów specyficznych). Cele poznawcze, zaliczone do poziomu najniższego, mają na tym etapie kształcenia nieco inną rangę niż w czasie nauki szkolnej. Oczywiście nie można zaniedbać elementów tego poziomu celów (wiadomości, umiejętności i sprawności matematycznych przewidzianych standardami kształcenia); bez realizacji tych celów matematyka stałaby się bezużytecznym narzędziem, a osiągnięcie pozostałych celów byłoby niemożliwe. Niemniej jednak należy założyć, że studenci posiadają już pewne kompetencje matematyczne (przynajmniej powinni je posiadać) oraz że nabyli umiejętność samodzielnego zdobywania wiedzy matematycznej.

3.3. Kultura matematyczna i dojrzałość matematyczna

Z. Krygowska (1977a, s. 13) podkreśla, że wszechobecność matematyki we współczesnej nauce pozostaje w sprzeczności z niską kulturą matematyczną społeczeństwa. Autorka ma tu na myśli nie tylko niski poziom elementarnej wiedzy matematycznej, ale „zasadnicze nierozumienie matematycznej metody i brak orientacji w tym, czym jest matematyka w stosunku do innych dziedzin nauki i techniki oraz współczesnego życia”. Człowiek żyjący w obecnej cywilizacji powinien, według niej, odznaczać się pewną ogólną kulturą matematyczną, a elementów tej kultury nie można osiągnąć bez osobistego przeżycia pewnych typowych procesów matematycznej aktywności. Wśród tych elementów matematycznej aktywności autorka wymienia m.in.: uogólnianie i uszczegółowianie pojęć, klasyfikowanie, schematyzowanie, matematyzowanie, odkrywanie znanych struktur w modelach, dedukowanie, redukcję jednych problemów do innych, asymilowanie i przetwarzanie informacji, czy wreszcie wyrażanie własnych intuicji i myśli w określonym języku formalnym.

Dostrzec należy, że brak dojrzałości matematycznej to nie tylko problem polskiej młodzieży. Jest to problem bardzo poważny i ponadczasowy – Z. Krygowa-

ska zwracała uwagę na niską „kulturę matematyczną” społeczeństwa już w latach siedemdziesiątych XX wieku, a do chwili obecnej niewiele się w tym zakresie zmieniło (i to nie tylko w Polsce), pomimo licznych reform szkolnictwa, jakie w tym czasie przeprowadzano.

Warto również zwrócić uwagę na ścisły związek między elementami kultury matematycznej, czy dojrzałości matematycznej a elementami celów kształcenia matematycznego (zwłaszcza tymi z najwyższych poziomów). Niski poziom dojrzałości matematycznej absolwentów szkół średnich (a więc osób, do których była adresowana „matematyka dla wszystkich”) może świadczyć o niewystarczającym stopniu realizacji celów kształcenia matematycznego.

J.A. Paulos (1999, s. 97), zwracając uwagę na niski poziom kultury matematycznej społeczeństwa amerykańskiego, obarcza winą szkoły, stwierdzając, że: „niejednokrotnie uczniom nie przekazuje się podstawowych elementów kultury matematycznej”. Autor twierdzi, że „dotrzeć” z matematyką do uczniów należy najpóźniej w szkole średniej. Na studiach jest już, według niego, za późno przekonywać studentów do matematyki, gdyż nawet studenci z pewnym przygotowaniem matematycznym nie zawsze są świadomi, „do jakiego stopnia inne przedmioty stają się «zmatematyzowane» i również oni wybierają minimalną liczbę wykładów z matematyki.”

Idąc za tokiem myślenia J. A. Paulosa, można stwierdzić, że na studiach ekonomicznych bezcelowe staje się kształtowanie dojrzałości matematycznej studentów. Mimo to uważam, iż matematyk – zwłaszcza ten, który ma ze studentami bardziej osobisty czy indywidualny kontakt (w czasie ćwiczeń, konwersatoriów, konsultacji) – powinien zabiegać o podniesienie poziomu dojrzałości matematycznej studentów; jest to na pewno trudne zadanie, ale jeśli choćby u kilku osób uda się zmienić ich nastawienie do matematyki, to warto się go podjąć.

3.4. Przydatność matematyki w pracy zawodowej ekonomistów w świetle uzyskanej dojrzałości matematycznej

Kształcenie matematyczne jest kształceniem powszechnym, poczynając od szkoły podstawowej, poprzez gimnazjum po wszelkiego typu szkoły ponadgimnazjalne. Należy mieć świadomość, że większość młodych ludzi kończących szkołę nie będzie miała w przyszłości, w trakcie wykonywania zawodu, potrzeby stosowania zaawansowanej wiedzy matematycznej, metod i sprawności przyswajanych w szkole z tak ogromnym wysiłkiem i nakładem czasu. Podobny problem dotyczy przyszłych absolwentów uczelni ekonomicznych. Tylko niewielka ich część będzie wykorzystywała w trakcie pracy zawodowej wiedzę i metody matematyczne poznane na studiach.

Z. Krygowska (1977b, s. 137) zadaje pytanie: „Co powinni ci ludzie wynieść z nauczania matematyki?”. Sprecyzowanie odpowiedzi na to pytanie nie jest pro-

ste – było i jest przedmiotem wielu dyskusji. Zwraca się uwagę na konieczność wypracowania metod kształcenia „przez matematykę a nie tylko metod uczenia matematyki, bo to nie jest to samo”. Matematyka jest bowiem dziedziną otwierającą ogromne perspektywy kształcenia postaw intelektualnych. Matematyka szkolna (rozumiana również jako przedmiot na studiach ekonomicznych) jest potrzebna każdemu – i to nie tyle ze względu na nieodzowność treści matematycznych przewidzianych programem, co ze względu na potrzebę umiejętności logicznego myślenia, krytycyzmu, precyzji wypowiedzi, aktywnej postawy wobec problemu (niekoniecznie natury matematycznej), czy umiejętności podejmowania trafnych decyzji. Można stwierdzić, że powodzenie zawodowe ekonomistów zależy, między innymi, od ich dojrzałości matematycznej⁵. W projekcie nowych standardów kształcenia ekonomistów wśród „spodziewanych rezultatów kształcenia”⁶ znajduje się m.in. postulat: „przygotowanie do wykorzystania w pracy zawodowej opracowań posługujących się aparatem matematycznym”, który zdaje się potwierdzać poprzednią konkluzję. Konkretna wiedza matematyczna – i to na ogół znajomość wiedzy elementarnej – jest niezbędna zaledwie na niewielu stanowiskach pracy. Taki stan rzeczy jest w dużej mierze spowodowany przez coraz szersze zastosowanie programów komputerowych pomocnych w pracy ekonomisty⁷.

Z. Krygowska (1981, s. 25) zwraca również uwagę m.in. na dwa fakty, mające wpływ na nauczanie matematyki:

- rosnące zapotrzebowanie na matematykę bezpośrednio użyteczną,
- komputeryzację działalności człowieka wkraczającą także w dziedzinę jego matematycznej twórczości⁸.

W świetle powyższych rozważań istotnego znaczenia nabierają spostrzeżenia, jakie czyni L. A. Steen (1983, s. 24): „Użyteczność matematyki dla społeczeństwa jest dziś większa niż była kiedykolwiek w historii. Doświadczenia kilkudziesięciu lat współdziałania ze społeczeństwem o coraz lepszym przygotowaniu naukowym pomogły w osiągnięciu dużej dojrzałości w stosunkach między matematyką i jej klientami z innych dziedzin nauki. Więcej niż kiedykolwiek uczonych przechodzi szkolenie z matematyki [...]”

⁵ Można to również określić jako wysoki poziom kultury matematycznej.

⁶ Zawarte tam treści można utożsamić z celami edukacyjnymi sprecyzowanymi dla kształcenia matematycznego na poziomie wyższych studiów ekonomicznych.

⁷ Przykładowo pracownicy banków nie muszą znać matematyki finansowej ani własności ciągów, aby podać klientowi wysokość raty kredytu czy wysokość planowanych odsetek od lokaty.

⁸ W roku 1981 Z. Krygowska nie mogła sobie w pełni zdawać sprawy, w jaki sposób komputeryzacja wpłynie na aktywność matematyczną ludzi (a przynajmniej studentów czy uczniów szkół średnich); niespełna 20 lat od napisania tych słów niemal każdy student posiada swój własny komputer z często bardzo specjalistycznym oprogramowaniem.

4. Trudności w kształceniu matematycznym na studiach ekonomicznych

4.1. Trudności studentów w uczeniu się matematyki i ich przyczyny

Matematyka jest jednym z podstawowych przedmiotów, obok mikroekonomii, wykładanych na pierwszym roku studiów o kierunkach ekonomicznych i jest postrzegana przez większość studentów jako przedmiot trudny.

Pierwszym źródłem trudności ucznia (studenta) może być brak dojrzałości do uczenia się matematyki, czy brak dojrzałości matematycznej. Student, który nie pozyskał we wcześniejszych etapach edukacji umiejętności abstrahowania, uogólniania, dostrzegania analogii niezbędnych w kształtowaniu pojęć matematycznych stanie obecnie przed trudnością zrozumienia pojęć znacznie bardziej abstrakcyjnych. Właśnie w specyfice pojęć matematycznych – ich abstrakcyjności – tkwi drugie źródło trudności w uczeniu się matematyki. Można zauważyć, że oba te źródła są ze sobą bardzo ściśle powiązane i dotyczą ucznia (studenta) oraz przedmiotu nauczania.

W procesie nauczania – uczenia się, występuje uczeń (podmiot nauczania), przedmiot nauczania oraz nauczyciel. Trzecie źródło trudności w uczeniu się matematyki jest związane z nauczycielem (wykładowcą) – jego strategiami nauczania, stosowanymi metodami pracy czy wreszcie postawą. Jako czwartą przyczynę trudności w uczeniu się matematyki H. Siwek (2005, s. 192) podaje emocje, które wiążą się zarówno z uczniem, przedmiotem nauczania, jak i nauczycielem. Brak odporności psychicznej na trudności może spowodować brak chęci podjęcia przez studentów wysiłku intelektualnego, również w sytuacjach łatwych, poprzez „ucieczkę” od problemu – zarówno w sensie dosłownym (wagary, spóźnienia, brak aktywności na zajęciach), jak i w przenośni (niechęć do odpowiadania na pytania, niechęć do rozwiązywania zadań, zgadywanie wyników, odpisywanie od kolegów). Myśląc o emocjach, jako przyczynie trudności w uczeniu się, należy mieć również na uwadze emocje, jakie przekazuje nauczyciel. Zbyt rygorystyczne traktowanie studentów, zbyt wygórowane wymagania, negowanie wszystkich wypowiedzi studentów, które nie są w pełni ścisłe – przy jednoczesnym braku akceptacji nawet niewielkich osiągnięć, braku słowa pochwały – stanowią dla studentów wyraźną trudność w uczeniu się (a bynajmniej nie wpływają na wzrost autorytetu nauczyciela).

Na podstawie licznych rozmów ze studentami (na ogół tymi, którzy mają problemy z zaliczeniem matematyki)⁹ daje się zauważyć, że studenci:

– odczuwają lęk (bliżej nie sprecyzowany) przed matematyką, wyniesiony ze szkoły średniej lub nawet podstawowej,

⁹ Te spostrzeżenia nie są wynikiem przeprowadzonych badań, nie są więc w żaden sposób udo-

- mają świadomość braków w swojej wiedzy matematycznej oraz zaniedbań w zdobywaniu tej wiedzy,
- mają (często nieuzasadnione) przekonanie, że brak im zdolności niezbędnych do zrozumienia obowiązującego materiału,
- nie posiadają przekonania o użyteczności matematyki, traktują zajęcia z matematyki jako „zło konieczne”; nie są umotywowani do uczenia się matematyki (obecnie w czasie studiów, jak i w przeszłości).

Na podstawie obserwacji można dopatrzeć się jeszcze innych przyczyn trudności. Studenci pierwszego roku studiów:

- nie potrafią równocześnie śledzić wykładu i sporządzać notatek wraz z komentarzami,
- nie umieją samodzielnie pracować, korzystać z różnych źródeł matematycznej informacji (w szczególności z podręcznika); mają problemy w czytaniu tekstu matematycznego,
- czują się zdeprymowani brakiem systematycznej bieżącej kontroli (np. wykonania prac domowych czy nawet kontroli wyników nauczania ze strony rodziców),
- wykazują brak samodyscypliny w podejmowaniu i wykonywaniu systematycznej pracy.

4.2. Trudności obiektywne występujące w procesie nauczania matematyki

Na studia ekonomiczne, podobnie zresztą jak na inne kierunki, trafiają absolwenci różnych typów szkół średnich. Różny jest również poziom wiedzy matematycznej, jaką wynieśli oni z tych szkół. Sporą część studentów na kierunkach ekonomicznych, zwłaszcza licencjackich, stanowią osoby, które ukończyły licea ekonomiczne. I tu pojawia się ogromny problem: programy nauczania matematyki szkół tego typu nie przewidują realizacji wielu ważnych haseł programowych, jak chociażby elementów rachunku różniczkowego. Studenci – absolwenci liceów ekonomicznych nie zetknęli się w swojej edukacji szkolnej np. z pojęciem ilorazu różnicowego, pochodnej funkcji, ciągłości funkcji. W podobnej sytuacji znajdują się również absolwenci wielu liceów ogólnokształcących, zwłaszcza o profilu ogólnym czy humanistycznym. Zróżnicowanie wiadomości matematycznych, jakimi dysponują absolwenci różnych szkół średnich, jest ogromne i stanowi poważny problem dla wykładowców matematyki, jak i oczywiście dla samych studentów.

kumentowane; wynikają z moich długoletnich obserwacji i doświadczeń zawodowych. Uważam jednak, że są one istotne – chociażby ze względu na fakt, że to właśnie rozmowy ze studentami stały się punktem wyjścia moich zainteresowań dotyczących organizacji kształcenia matematycznego studentów na studiach o kierunkach związanych z ekonomią.

Analizując przyczyny trudności w kształceniu matematycznym studentów ekonomii, należy zwrócić uwagę (Pardała, 2006) na zjawisko luki między szkolną i akademicką matematyką. To zjawisko ujawnia się w toku kształcenia matematycznego studentów pierwszego roku studiów, dla których przejście ze szkoły średniej do uczelni wyższej staje się przykrym doświadczeniem powodowanym trudnościami z matematyką akademicką. A. Pardała podkreśla, że w terminie sesyjnym zaledwie 50% studentów pierwszego roku zalicza egzamin z matematyki. Matematyka staje się więc po raz drugi przedmiotem selekcji studentów. Dotarcie do ustalenia przyczyn takiej sytuacji różnicuje zespoły nauczycieli matematyki, nauczycieli akademickich, studentów pierwszych lat oraz administrację uczelnianą i oświatową, które reprezentują odmienne punkty widzenia na koncepcję kształcenia matematycznego, ujawniane luki i braki w wiedzy matematycznej studentów.

Kolejną przyczyną trudności studentów w uczeniu się matematyki jest brak czasu¹⁰. Prowadzący zajęcia bardzo często nie są w stanie (ze względu na szczupłą ilość godzin) uczyć studentów korzystania z tekstu matematycznego, stosowania matematyki (w pełnym tego słowa znaczeniu), matematyzowania problemów ekonomicznych. Nie ma też czasu na wyrównywanie różnic w wiedzy matematycznej studentów ani ich kompetencji matematycznych. Problem stanowią również bardzo liczne grupy ćwiczeniowe. Specyfika matematyki jako przedmiotu nauczania wymaga indywidualnego podejścia do studenta, kontrolowania na bieżąco jego postępów oraz rozumienia przez niego pojęć matematycznych, przy czym nie chodzi tu o kontrolę w sensie „oceny”. Znajomość indywidualnych trudności poszczególnych studentów oraz zapobieganie na bieżąco powstającym lukom w rozumieniu i opanowaniu kolejnych etapów wiedzy mogłyby wyeliminować problemy, jakie wiążą się z uczeniem się matematyki. Takie podejście do studentów jest możliwe jedynie w czasie indywidualnych konsultacji. Oczywiście, o ile student będzie chciał z nich skorzystać.

5. Uwagi końcowe

Trudno spodziewać się, że przeciętny student ekonomii będzie postrzegał matematykę jako swój „ulubiony” przedmiot i będzie się jej uczył z przyjemnością. Musi uzyskać odpowiednią motywację do uczenia się matematyki – brak takiej motywacji będzie stanowił kolejną przyczynę trudności w jej uczeniu się. Myślę, że najlepszą motywacją do uczenia się matematyki będzie zauważenie przez studentów, iż jest ona dogodnym narzędziem, za pomocą którego łatwiej będzie im

¹⁰ Na „brak czasu” narzekają nauczyciele matematyki chyba na każdym poziomie nauczania. „Brak czasu” stanowi ogromną barierę nie tylko dla nauczycieli, ale przede wszystkim dla uczniów. Z. Krygowska (1977b, s. 165) podkreśla: „[...] nie można kształcić w pośpiechu. Masy uczniów, wśród których olbrzymia większość – to «słabi użytkownicy» wiadomości i sprawności matematycznych w ich przyszłych zawodach, trzeba przede wszystkim przez matematykę kształcić. Na to trzeba mieć czas.”

analizować zjawiska i problemy ekonomiczne, że będzie ona użyteczna w tych analizach. W tym względzie istniałaby konieczność ścisłej współpracy matematyków i wykładowców przedmiotów ekonomicznych. Wskazane byłoby zainteresowanie się matematyków, prowadzących zajęcia na uczelniach ekonomicznych, problematyką ekonomiczną, podstawowymi pojęciami ekonomicznymi, które można zinterpretować za pomocą metod matematycznych oraz dokonanie wyboru tych metod matematycznych, które będą niezbędne w toku dalszej nauki. To właśnie matematyk, a nie ekonomista, powinien wprowadzać pojęcia matematyczne i dokonywać prezentacji metod matematycznych ze względu na ogólność tych pojęć, ich strukturę i charakter. Jest to korzystne zarówno z punktu widzenia dydaktyki matematyki, jak również ekonomii.

Jednocześnie ekonomiści powinni zdawać sobie sprawę z kompetencji matematycznych studentów. Brak właściwej korelacji – zarówno programowej, jak i dydaktycznej – pomiędzy przedmiotami nauczania nie sprzyja stworzeniu naturalnych sytuacji, w których student matematykę stosuje. Trudność związana z brakiem takiej korelacji polega na tym, że jeżeli nawet wykładowcy innych przedmiotów wykorzystują matematykę, to zwykle używają innego języka niż ten, do którego studenci przywykli na zajęciach z matematyki, oraz nie zawsze zdają sobie sprawę z zakresu wiadomości matematycznych, jakimi student już rozporządza.

Z tego też względu konieczna jest ścisła współpraca pomiędzy wykładowcami matematyki i mikroekonomii, ekonometrii czy innych przedmiotów korzystających z matematyki oraz korelacja opracowywanych w ramach tych przedmiotów treści. Taka współpraca przyniosłaby z pewnością obopólne korzyści, a najwięcej skorzystałby na niej student.

Wykorzystaniu wiedzy matematycznej nie sprzyjają też podręczniki do ekonomii, których autorzy posługują się często bardzo nieprecyzyjnym dla matematyka językiem bądź nie wykorzystują matematyki wcale, nawet w sytuacjach, które na zajęciach z matematyki ilustrowały takie zastosowania.

Byłabym bardzo wdzięczna za uwagi dotyczące poruszonej przeze mnie tematyki. Interesuje mnie spojrzenie z drugiej strony: czy ekonomiści widzą potrzebę korzystania z metod matematycznych w swojej pracy ze studentami? Czy dostrzegają użyteczność matematyki i jej metod we wprowadzaniu studentów w arkana analizy ekonomicznej? Odpowiedź na postawione tu pytania byłaby bardzo przydatna w mojej pracy i badaniach.

Bibliografia

- Blaug M. 1995. *Metodologia ekonomii*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-11647-1.
- Blaug M. 2000. *Teoria ekonomii. Ujęcie retrospektywne*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-13143-8

- Chiang A.C. 1994. *Podstawy ekonomii matematycznej*. Warszawa: PWE. ISBN 83-208-0942-8.
- Kemeny J.G. 1967. *Nauka w oczach filozofa*. Warszawa: PWN.
- Krygowska Z. 1977a. *Zarys dydaktyki matematyki cz.2*. Warszawa: WSiP.
- Krygowska Z. 1977b. *Zarys dydaktyki matematyki cz.3*. Warszawa: WSiP.
- Krygowska Z. 1981. *Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960 –80*. Kraków: Wydawnictwo Naukowe WSP.
- Krygowska Z. 2003. *Elementy aktywności matematycznej, które powinny odgrywać znaczącą rolę w matematyce dla wszystkich*. (Przedruk z „Dydaktyki Matematyki”. Nr 6, 1986). W: *Materiały do studiowania dydaktyki matematyki* pod red. dr J. Żabowskiego. Tom I: *Prace Prof. dr Anny Zofii Krygowskiej*. Płock: Szkoła Wyższa im. Pawła Włodkowica w Płocku. ISBN 83-88193-87-2.
- Landreth H., Colander D. C. 1998. *Historia myśli ekonomicznej*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-12397-4.
- Lewowicki T. 1988. *Proces kształcenia w szkole wyższej*. Warszawa: PWN.
- Mayer T. 1996. *Prawda kontra precyzja w ekonomii*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-12083-5.
- Milewski R. (red.). 2002. *Podstawy ekonomii*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN. ISBN 83-01-13010-5.
- Pardała A. 2006. *Współczesne tendencje w podstawach matematyki dla ekonomistów*. W: *Edukacja matematyczna na studiach ekonomicznych*. Pod red. nauk. G. Lipińskiego. Kielce Wydawnictwo Wyższej Szkoły Ekonomii i Administracji im. Prof. Edwarda Lipińskiego. ISBN 83-60056-056-4. s. 51–62.
- Paulos J.A. 1999. *Analfabetyzm matematyczny i jego skutki*. Gdańsk: GWO. ISBN 83-85694-84-6.
- Schwartz J.T. 1983. *Matematyka jako narzędzie do wyjaśniania zjawisk ekonomicznych*. W: *Matematyka współczesna – dwanaście esejów*. Pod red. L.A. Steena. Warszawa: WNT.
- Siwek H. 2005. *Dydaktyka matematyki. Teoria i zastosowania w matematyce szkolnej*. Warszawa: WSiP. ISBN 83-02-09303-3.
- Steen L. A. 1983. *Matematyka dzisiaj*. W: *Matematyka współczesna – dwanaście esejów*. Pod red. L.A. Steena. Warszawa: WNT.
- Steinhaus H. 1989. *Kalejdoskop matematyczny*. Warszawa: WSiP.
- Turnau S. 1990. *Wykłady o nauczaniu matematyki*. Warszawa: PWN. ISBN 83-01-09520-2.

General Remarks about Mathematical Education of Students of Economics

Summary: This article puts emphasis on the role played by teaching mathematics to students of economics department while preparing them for studying economics subjects and their professional work. In the introduction the views of some selected philosophers and economists on the importance of teaching mathematics in the development of science in particular economics are shown. Then on the basis of didactic theory of mathematics, research and individual reflections the aims of teaching mathematics are introduced signalling the problems of their realization.

Key words: mathematical culture, mathematics applied, mathematical education
