

*Tomasz Zieliński**

ZAŁOŻENIA TEORETYCZNE FORMUŁY IRB W OCENIE WYMOGU KAPITAŁOWEGO Z TYTUŁU RYZYKA KREDYTOWEGO BANKU

WSTĘP

Kluczowym obszarem zainteresowania podmiotów nadzorujących funkcjonowanie systemu bankowego jest wypłacalność pojedynczych banków warunkująca stabilność całego sektora. Z punktu widzenia regulacyjnego kwestię tę zdominowała problematyka adekwatności wyposażenia banków w kapitał własny, traktowany jako wymierne zabezpieczenie przed skutkami potencjalnych strat. Głównym promotorem takiego podejścia jest od lat Bazylejski Komitet Nadzoru Bankowego, który swoje ustalenia ogłasza sukcesywnie w postaci porozumień znanych pod potocznymi określeniami: Basel I, Basel II czy Basel III. Ewolucja porozumień bazylejskich ma na celu coraz pełniejsze uwzględnienie ekspozycji banków na coraz liczniejsze i coraz trudniej identyfikowalne źródła ryzyka. W zgodnej opinii, pomimo dynamicznych przeobrażeń współczesnego banku, głównym źródłem zagrożenia jego stabilności pozostaje nadal ryzyko kredytowe. Obecnie funkcjonują dwie główne metody szacowania minimalnego wymogu kapitałowego z tytułu ryzyka kredytowego, określane jako: „metoda standardowa” oraz „metoda wewnętrznych ratingów”. Metody te różnią się między sobą zarówno założeniami, jak i złożonością modelu formalnego. Konstrukcja metody standardowej (*Standard Approach*)

* Dr inż. Tomasz Zieliński jest adiunktem w Katedrze Bankowości i Rynków Finansowych na Uniwersytecie Ekonomicznym w Katowicach.

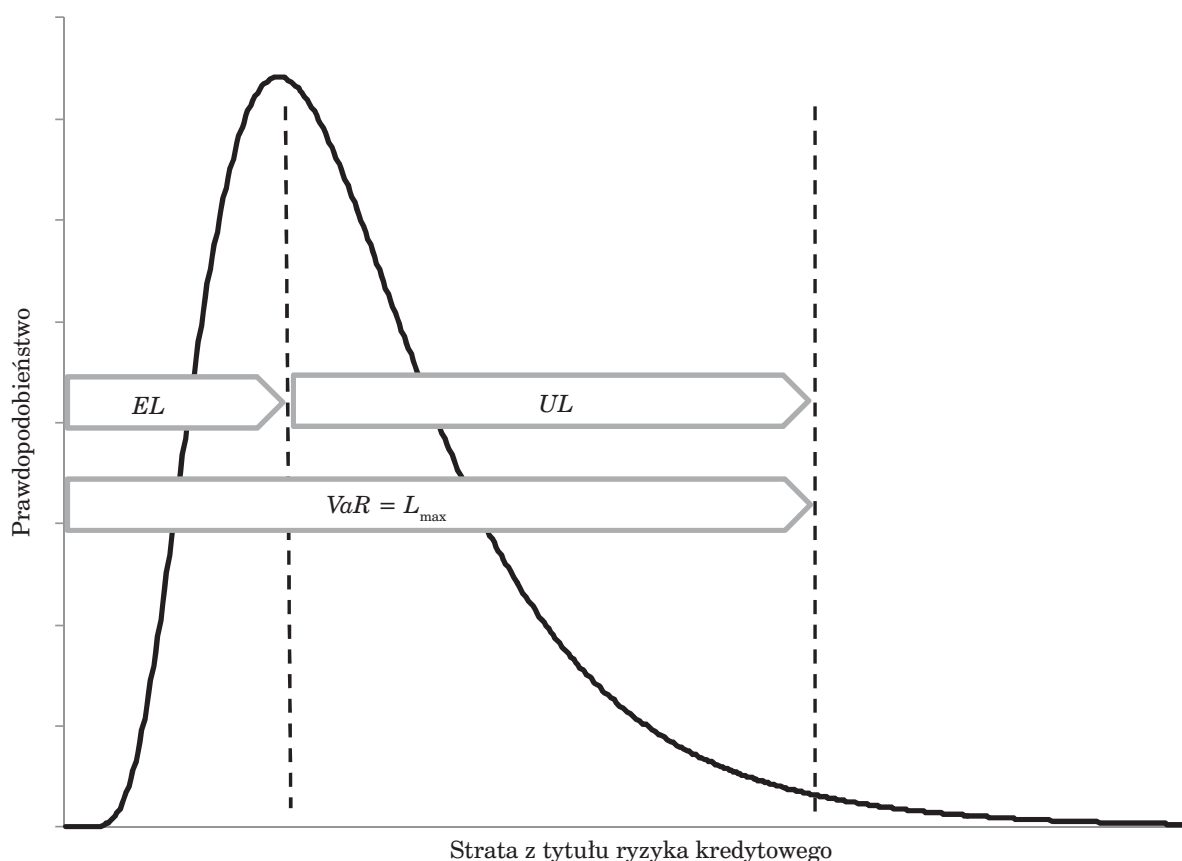
jest prosta, intuicyjna, a w efekcie nie wymaga szczegółowych wyjaśnień. Inaczej postrzegana jest metoda IRB (*Internal Rating Based Approach*). Opiera się ona na skomplikowanej formule matematycznej, której założenia są zrozumiałe jedynie dla bardzo wąskiego grona osób. Najbardziej powszechną praktyką w przypadku IRB jest bierne stosowanie narzuconych przez regulacje formuł, bez wnikania w ich sens ekonomiczno-statystyczny. Celem niniejszego opracowania jest próba wyjaśnienia podstawowych założeń ramowej formuły IRB¹. Wyjaśnienie to zostało w maksymalnym stopniu uproszczone. Miejsce szczegółowych wywodów matematyczno-statystycznych zajmują wyjaśnienia intuicyjne, odwołujące się do typowych doświadczeń bankowca.

1. STRATA OCZEKIWANA I NIEOCZEKIWANA W ROZKŁADZIE STRATY Z TYTUŁU RYZYKA KREDYTOWEGO

Szacowanie wymogu kapitałowego z tytułu ekspozycji banku na ryzyko kredytowe, niezależnie od zastosowanej metody, w sposób mniej lub bardziej bezpośredni odwołuje się do statystycznego rozkładu straty (por. rysunek 1). Punktem charakterystycznym rozkładu jest strata maksymalna $Loss_{max}$, która w ujęciu statystycznym może zostać przekroczona jedynie z bliskim zeru prawdopodobieństwem (poziomem istotności). Najczęściej stosowaną miarą straty maksymalnej jest wartość zagrożona VaR , którą utożsamia się z kwantylem rozkładu straty odpowiadającym założonemu (wynikającemu z apetytu banku na ryzyko) poziomowi ufności (na przykład 99,9%).

¹ Nie jest przedmiotem opracowania dyskusja na temat merytorycznych aspektów porównania metod *Standard Approach* i *Internal Rating Based Approach*. W tym kontekście jednak znamienne mogą być stwierdzenia zawarte we wstępie (71) do Dyrektywy Parlamentu Europejskiego i Rady 2013/36/UE z dnia 26 czerwca 2013 r. w sprawie warunków dopuszczenia instytucji kredytowych do działalności oraz nadzoru ostrożnościowego nad instytucjami kredytowymi i firmami inwestycyjnymi, zmieniającej Dyrektywę 2002/87/WE i uchylającej Dyrektywy 2006/48/WE oraz 2006/49/WE: „Niniejsza Dyrektywa powinna uwzględniać konkluzje grupy G-20, zasady określone przez Radę Stabilności Finansowej odnośnie do zmniejszenia zaufania do zewnętrznych ratingów. Dlatego też należy zachęcać instytucje do korzystania z wewnętrznych, a nie zewnętrznych ratingów kredytowych (Metoda Standardowa – przyp. aut.), nawet do celów obliczania wymogów w zakresie funduszy własnych”.

Rysunek 1. Rozkład straty z tytułu ryzyka kredytowego



Źródło: A. Resti, A. Sironi, *Risk management and shareholders' value in banking*, Wiley, April 2007, s. 609.

W obrębie straty maksymalnej można wyodrębnić dwa główne komponenty: stratę oczekiwaną *EL* (*Expected Loss*) oraz stratę nieoczekiwaną *UL* (*Unexpected Loss*). Zarządzanie każdą z nich jest elementem odrębnych działań banku. Na etapie sprzedaży stratę oczekiwaną zabezpiecza się uwzględniając adekwatną marżę ryzyka w wycenie produktu kredytowego². Z kolei w trakcie trwania kontraktu kredytowego, przy założeniu stałych warunków oprocentowania, zabezpieczeniem straty oczekiwanej stają się rezerwy na oczekiwaną utratę wartości. Dla straty nieoczekiwanej przyjmuje się, że podstawowym źródłem jej zabezpieczenia jest wyposażenie kapitałowe banku. Zapewnienie przez bank zasobów kapitałowych, w wysokości nie mniejszej niż szacowana wysokość straty nieoczekiwanej (w zależności od zastosowanego podejścia opisywanej przez wymóg kapitałowy lub kapitał wewnętrzny), jest w opinii organów nadzorczych niezbędnym warunkiem zapewnienia adekwatności kapitałowej banku. Wyznaczenie straty nieoczekiwanej,

² K. Jajuga, *Zarządzanie ryzykiem kredytowym, Zarządzanie ryzykiem*, K. Jajuga (red.), Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 140.

w ujęciu modelowym, można sprowadzić do wyznaczenia różnicy pomiędzy stratą maksymalną (VaR) a stratą oczekiwaną (1).

$$UL = VaR - EL \quad (1)$$

W praktyce zarządzania ryzykiem banki posługują się uproszczonymi metodami utylitarnymi. Metoda standardowa nie odwołuje się bezpośrednio do rozkładu straty z ekspozycji kredytowej i szacuje rozmiar straty nieoczekiwanej (minimalny wymóg kapitałowy) jako 8% wartości ekspozycji kredytowej ważonej wagą ryzyka, wyznaczoną na podstawie przypisania ekspozycji do jednej z określonych regulacyjnie klas ryzyka. Prostota metody czyni ją szczególnie użyteczną dla banków małych i średnich, w których wdrożenie bardziej zaawansowanych metod ustalania wag ryzyka kredytowego mogłoby okazać się nieopłacalne. Metoda IRB odwołuje się z kolei do podstawowych parametrów determinujących rozkład straty, takich jak: PD , LGD , EAD , ρ , M^3 . Jednocześnie jednak wyznaczenie wagi ryzyka kredytowego opiera się na złożonej formule analitycznej, będącej przedmiotem niniejszego opracowania.

2. PODSTAWOWE ZAŁOŻENIA MODELU IRB – MODEL MERTONA

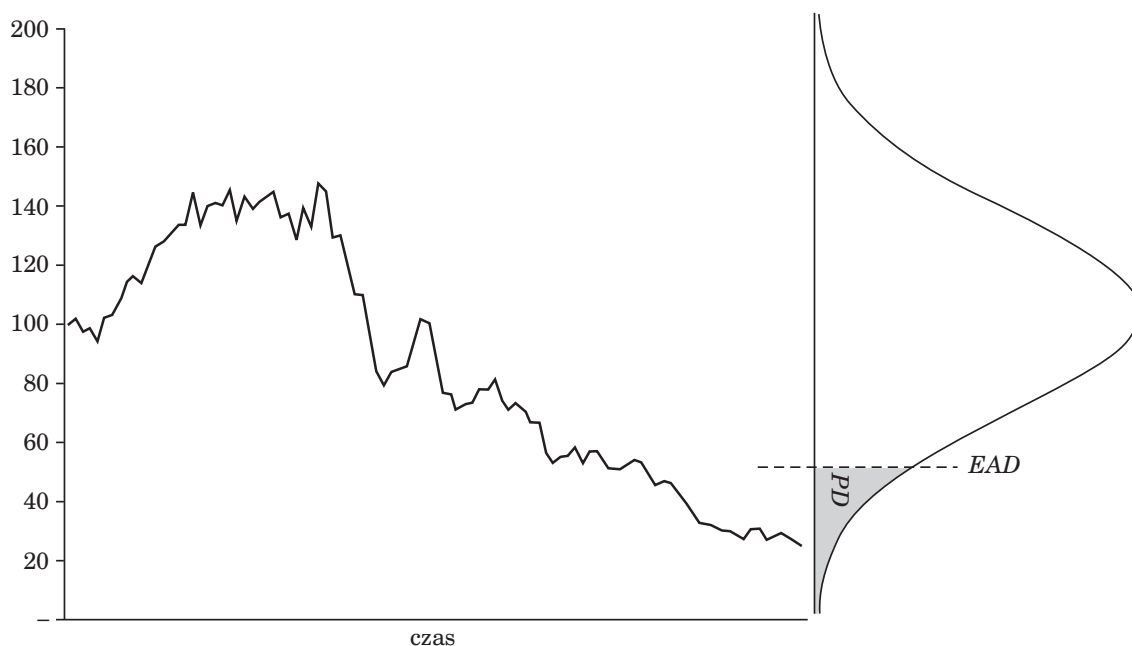
Jednym z podstawowych parametrów oceny ryzyka ekspozycji kredytowej banku jest prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia kredytowego PD (*Probability of Default*). Zdarzeniem kredytowym, w najprostszej ujęciu, określa się utratę zdolności do spłaty zobowiązania przez kredytobiorcę. Szacunek PD jest podstawowym przedmiotem zainteresowania banku na każdym etapie zarządzania ryzykiem kredytowym. Na nim też opiera się idea metody IRB, wyprowadzona pośrednio z modelu Mertona⁴. Odwołując się do jego podstawowych założeń, przedsiębiorca – kredytobiorca staje się niewypłacalny, gdy w zadanym okresie (na przykład

³ Załącznik V (Zastosowanie modeli wewnętrznych do obliczenia wymogów kapitałowych) Dyrektywy 2006/49/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 14 czerwca 2006 r. w sprawie adekwatności kapitałowej firm inwestycyjnych i instytucji kredytowych, który winien być przejściowo (do 1 stycznia 2014 r. – patrz. art. 163) traktowany jako załącznik Dyrektywy Parlamentu Europejskiego i Rady 2013/36/UE z dnia 26 czerwca 2013 r. w sprawie warunków dopuszczenia instytucji kredytowych do działalności oraz nadzoru ostrożnościowego nad instytucjami kredytowymi i firmami inwestycyjnymi, zmieniającej Dyrektywę 2002/87/WE i uchylającej Dyrektywy 2006/48/WE oraz 2006/49/WE. Uchwała nr 76/2010 Komisji Nadzoru Finansowego z dnia 10 marca 2010 r., w sprawie zakresu i szczegółowych zasad wyznaczania wymogów kapitałowych z tytułu poszczególnych rodzajów ryzyka, Załącznik nr 5 – Zastosowanie metody wewnętrznych ratingów do obliczania wymogu kapitałowego z tytułu ryzyka kredytowego.

⁴ R.C. Merton, *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*, „Journal of Finance”, Vol. 29, No. 2, Maj 1974, s. 449.

1 roku) wartość jego aktywów spada poniżej poziomu odpowiadającego rozmiarowi ekspozycji kredytowej EAD (por. rysunek 2).

Rysunek 2. Zdarzenie kredytowe, czyli spadek wartości aktywów poniżej rozmiaru długu jako konsekwencja zmienności aktywów według modelu Mertona



Źródło: na podstawie: R.C. Merton, *On the Pricing...*, *op. cit.*, s. 449.

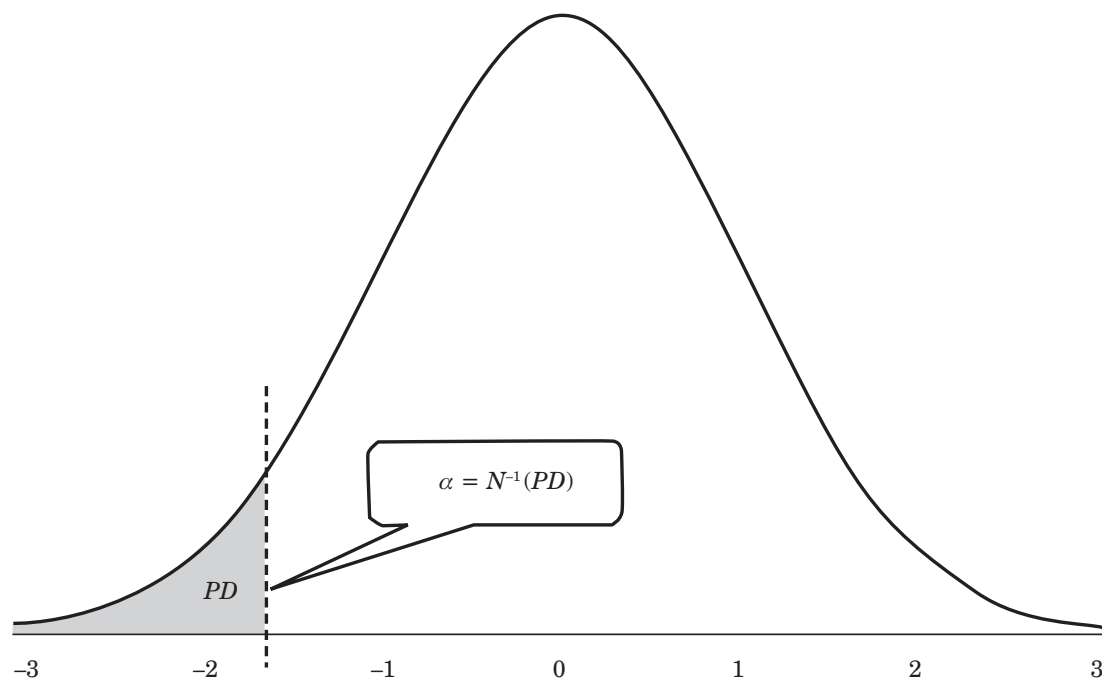
Dzieje się tak w sytuacji, gdy zmiana procentowa wartości aktywów w zadanym horyzoncie czasowym przekroczy pewną progową (ujemną) wartość α . Stanie się tak z prawdopodobieństwem PD . Zgodnie z założeniem modelu Mertona, zmiany aktywów mają rozkład statystyczny zbliżony do normalnego (podczas gdy będąc ich konsekwencją wartość aktywów na koniec okresu analizy ma rozkład logarytmiczno-normalny). Skoro tak, to jeśli do opisu zmienności aktywów A_i kredytobiorcy posłużymy się wystandaryzowanym rozkładem normalnym (por. rysunek 3), wówczas do wyznaczenia wartości progowej zmian aktywów można zastosować zależności (2) i (3)⁵.

Analiza ekspozycji kredytowej w ujęciu jednostkowym, niezależnym od innych ekspozycji kredytowych banku, sprawia, że PD jest określane mianem bezwarunkowego, charakteryzującego zajście zdarzenia kredytowego w normalnych warunkach biznesowych kredytobiorcy. W takich też niezależnych warunkach, przy znanym rozkładzie straty kredytowej, możliwe jest – jak już wspomniano – wyznaczenie

⁵ A. Resti, A. Sironi, *Risk management...*, *op. cit.*, s. 604.

bezwarunkowej straty maksymalnej $Loss_{max}$, na którą składa się suma straty oczekiwanej EL i nieoczekiwanej UL ⁶.

Rysunek 3. Wyznaczanie wartości progowej α z rozkładu normalnego zmienności aktywów na podstawie bezwarunkowego PD



Źródło: A. Resti, A. Sironi, *Risk management...*, op. cit., s. 604.

$$N(\alpha) = PD \quad (2)$$

$$\alpha = N^{-1}(PD) \quad (3)$$

W praktyce zarządzania ryzykiem kredytowym ekspozycja kredytowa włączana jest zwykle do portfela ekspozycji tego samego typu. Oznacza to, że zmienność łączna aktywów firm, tworzących portfel kredytowy banku, jest zależna zarówno od zmienności aktywów poszczególnych firm, jak i od ich wzajemnej korelacji, uruchamiającej mechanizm dywersyfikacji. Podobnie dla rozkładu straty z portfela kredytowego. W przypadku doskonałej dywersyfikacji portfela kredytowego, rozmiar całkowitej maksymalnej straty byłby coraz bardziej zbliżony do wartości oczekiwanej (4), gdzie zmienna EAD oznacza wielkość całkowitej ekspozycji na ryzyko kredytowe, podczas gdy PD jest miarą średniego, bezwarunkowego prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia kredytowego poszczególnych ekspozycji.

⁶ *An Explonatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*, Basel Committee on Banking Supervision, July 2005, s. 7.

$$Loss_{\max} \rightarrow EAD \cdot \overline{PD} \quad (4)$$

Sytuacja taka byłaby równoznaczna z wyeliminowaniem straty nieoczekiwanej portfela. Udzielanie przez bank kolejnego kredytu, który po włączeniu do portfela, na skutek doskonałej dywersyfikacji, nie zwiększałby jego straty nieoczekiwanej, nie rodziłoby również dla banku żadnego dodatkowego wymogu kapitałowego.

W praktyce doskonała dywersyfikacja strat z tytułu pojedynczych ekspozycji tworzących portfel kredytowy nie jest możliwa. Zmienność aktywów poszczególnych kredytobiorców, a w konsekwencji zmienność ich rozkładów straty z tytułu ryzyka kredytowego, wykazują zawsze pewien stopień wzajemnej współzależności. U podstaw koncepcji IRB leży zatem założenie, że ryzyko kredytowe portfela jest wypadkową:

- 1) ryzyka specyficznego (*Idiosyncratic Risk*) reprezentującego efekt zróżnicowanych, losowych i wzajemnie niepowiązanych zagrożeń dotyczących poszczególnych kredytobiorców;
- 2) ryzyka systemowego (*Systematic Risk*) będącego efektem jednoczesnych oddziaływań rynkowych i makroekonomicznych na wszystkich kredytobiorców.

W odniesieniu do ryzyka specyficznego, koncepcja IRB zakłada, że mamy do czynienia z portfelem kredytowym o nieskończonym rozdrobnieniu (*Infinite Granularity*), to znaczy składającego się z bardzo dużej liczby bardzo małych ekspozycji⁷. Teoretycznie więc dołączenie do portfela kolejnej ekspozycji (nadal relatywnie bardzo małej) nie jest w stanie wpłynąć istotnie na wypadkową wartość ryzyka specyficznego portfela (w części specyficznego ryzyka kredytowego mamy do czynienia z efektem doskonałej dywersyfikacji). W odniesieniu do systemowego komponentu ryzyka portfela zakłada się, że każda ekspozycja, wprowadzając różną wrażliwość, zależy jednak od tych samych czynników systemowych. Ich oddziaływanie na ryzyko portfela nie można zatem wyeliminować poprzez dywersyfikację, nawet przy założeniu doskonałego rozdrobnienia portfela.

3. JEDNOCZYNNIKOWY MODEL WSPÓLZALEŻNOŚCI WEWNĄTRZ PORTFELA KREDYTOWEGO

Ze względu na złożoność analityczną modelu, który miałby uwzględniać indywidualne współczynniki korelacji pomiędzy każdą parą ekspozycji portfela, dla potrzeb IRB przyjęto podejście uproszczone, oparte na tzw. modelu jednoczynnikowym ASRF (*Asymptotic Single Risk Factor*). Dla zilustrowania mechanizmu ASRF założmy, że zmienne U_1, U_2, \dots, U_N mają standaryzowany rozkład normalny. Uży-

⁷ Studies on credit risk concentration, Basel Committee on Banking Supervision, Working Paper No. 15, November 2006, s. 4.

wając modelu jednoczynnikowego, każda z tych zmiennych może być wyznaczona według formuły (5)⁸.

$$U_i = \omega_i S + \sqrt{1 - \omega_i^2} \varepsilon_i \quad (5)$$

Rozkład każdego U_i jest zatem uzależniony od jednego czynnika systemowego S , oraz specyficznych, różnych dla każdego U_i , zmiennych losowych ε_i . Zmienne ε_i nie są skorelowane ani ze sobą, ani z komponentem systemowym S . Zarówno zmienne specyficzne ε_i , jak i zmienna systemowa S mają rozkład normalny⁹. Zgodnie z poczynionymi założeniami można uznać, że współzależność pomiędzy dowolnymi U_i oraz U_j zwiększa się wraz ze wzrostem ich zależności od czynnika systemowego S . Współczynnik korelacji liniowej ρ_{ij} pomiędzy dowolnymi U_i oraz U_j jest równy iloczynowi ω_i oraz ω_j (6).

$$\rho_{ij} = \omega_i \omega_j \quad (6)$$

Zakładając, że wszystkie zmienne U są w sposób jednakowy skorelowane ze sobą, wówczas stały współczynnik korelacji wynosi ρ , natomiast współczynnik ω dany jest formułą (7).

$$\omega = \sqrt{\rho} \quad (7)$$

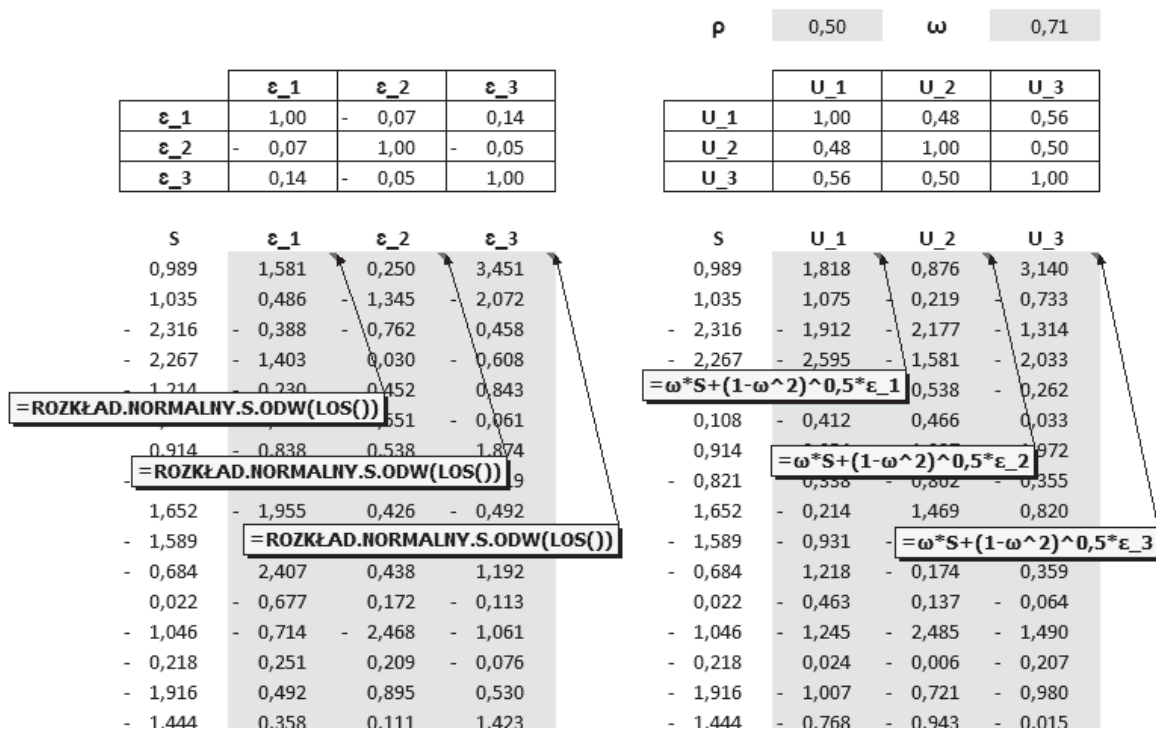
Przykład wykorzystania modelu ASRF do generowania zmiennych losowych U_1 , U_2 i U_3 o stałym współczynniku wzajemnej korelacji, na podstawie formuły (5) przedstawiono na rysunku 4¹⁰. Wartości losowe S (rozkład normalny) reprezentują czynnik systemowy, podczas gdy ε_1 , ε_2 , ε_3 reprezentują losowe, niezależne czynniki specyficzne (świadczą o tym bliskie zero wartości współczynników korelacji). Dla zadanego współczynnika korelacji ρ , a w konsekwencji dla danego wzorem (7) współczynnika ω , według wzoru (5) zostały wyznaczone zmienne U_1 , U_2 i U_3 . Wyznaczone współczynniki korelacji pomiędzy nimi są w przybliżeniu równe założonemu ρ , potwierdzając skuteczność metody ASRF.

⁸ P.J. Schonbucher, *Factor models for portfolio credit risk*, Department of Statistics, Bonn University, December 2000, s. 8.

⁹ Postać równania (5) jest często wykorzystywana w kontekście wykorzystania funkcji kopularnej do generowania rozkładów dwóch zmiennych skorelowanych. Por. J. Bessis, *Risk Management in Banking*, second edition, Wiley, 2002, s. 456.

¹⁰ J. Bessis, *Risk Management...*, op. cit., s. 469.

Rysunek 4. Przykład wykorzystania modelu *Asymptotic Single Risk Factor* do generowania zmiennych losowych U_1, U_2 i U_3 o stałym współczynniku wzajemnej korelacji ρ według formuły (5)



Źródło: opracowanie własne na podstawie symulacji.

4. WARUNKOWE PRAWDOPODOBIENSTWO ZAJŚCIA ZDARZENIA KREDYTOWEGO

Zgodnie z zaprezentowaną koncepcją ASRF, zmiany wartości aktywów firmy w zadanym horyzoncie czasowym, będące konsekwencją zarówno czynników systemowych jak i specyficznych, można wyrazić w równaniu (8) będącym modyfikacją równania (5).

$$A_i = \omega_i S + \sqrt{1 - \omega_i^2} \epsilon_i \tag{8}$$

Podobnie jak w ogólnym modelu korelacji jednoczynnikowej, S oznacza komponent systemowy, oddziałujący z siłą ω_i , natomiast ϵ_i komponent specyficzny oddziałujący z siłą $\sqrt{1 - \omega_i^2}$. Analogicznie do wcześniejszych ustaleń, również w tym przypadku dla uproszczenia modelu można przyjąć, że współczynniki korelacji pomiędzy wszystkimi wierzytelnościami portfela kredytowego są jednakowe i wynoszą $\rho = \omega^2$, co upraszcza równanie (8) do postaci (9).

$$A_i = \omega S + \sqrt{1 - \omega^2} \varepsilon_i = \sqrt{\rho} S + \sqrt{1 - \rho} \varepsilon_i \quad (9)$$

Nawiązując do omówionych wcześniej założeń modelu Mertona, kredytobiorca doświadcza zdarzenia kredytowego wówczas, gdy zmiana wartości jego aktywów spada poniżej pewnej (ujemnej) wartości progowej α powiązanej z wartością długu. Jest to równoważne zajściu zależności (10)¹¹.

$$A_i = \sqrt{\rho} S + \sqrt{1 - \rho} \varepsilon_i < \alpha \quad (10)$$

Zakładając, że procentowe zmiany aktywów firmy w zadanym okresie opisywane są za pomocą standaryzowanego rozkładu normalnego, wartość progowa α może być wyznaczona według bezwarunkowego prawdopodobieństwa PD (2). W efekcie zależność (10) przybiera postać (11).

$$A_i = \sqrt{\rho} S + \sqrt{1 - \rho} \varepsilon_i < N^{-1}(PD) \quad (11)$$

Założmy, że znana jest wartość komponentu systemowego $S = S^*$. Formuła (11) przybiera wówczas postać (12).

$$A_i = \sqrt{\rho} S^* + \sqrt{1 - \rho} \varepsilon_i < N^{-1}(PD) \quad (12)$$

Na podstawie (12) można wówczas wyznaczyć wartość komponentu specyficznego zmienności aktywów kredytobiorcy, dla którego zajdzie zdarzenie kredytowe (13).

$$\varepsilon_i < \frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} S^*}{\sqrt{1 - \rho}} \quad (13)$$

Ponieważ zmienna ε_i ma rozkład normalny, prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia kredytowego, pod warunkiem zajścia zdarzenia systemowego S^* , można przedstawić jako (14)¹².

$$P(A_i < \alpha | S^*) = P\left(\varepsilon_i < \frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} S^*}{\sqrt{1 - \rho}}\right) = N\left(\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} S^*}{\sqrt{1 - \rho}}\right) = PD_{\text{Conditional}} \quad (14)$$

Dla nieskończenie rozdrobnionego portfela kredytowego równanie to określa udział kredytów, które ulegną zdarzeniu kredytowemu w zadanym horyzoncie czasowym, przy założeniu danej wartości komponentu systemowego S^* . Wielkość tego

¹¹ A. Resti, A. Sironi, *Risk management...*, op. cit., s. 604.

¹² *Ibidem*, s. 605.

udziału może tym samym być utożsamiana z warunkowym prawdopodobieństwem zdarzenia kredytowego ($PD_{Conditional}$)¹³.

5. STOPA NIESPŁACALNOŚCI W NAJGORSZYM SCENARIUSZU

Wartość komponentu systemowego zmian wartości aktywów S^* nie jest dana jednoznacznie. Z zależności (14) wynika jednak, że im S staje się mniejsze (ponownie, zakładając standaryzowaną normalność rozkładu S mówimy o bardziej ujemnych wartościach S), tym warunkowa stopa niespłacalności staje się większa. Największa wartość warunkowej stopy niespłacalności pojawia się dla minimalnej (maksymalnie ujemnej) wartości komponentu systemowego S . Pamiętając o normalności rozkładu S , jego minimalną wartość można wyznaczyć jako funkcję poziomu istotności x (*Significance Level*) według formuły (15).

$$\begin{aligned} Prob(S < S^*) &= Prob(S < N^{-1}(x)) = N(N^{-1}(x)) = x \\ S^* &= N^{-1}(x) \end{aligned} \quad (15)$$

Skrajnie niekorzystna wartość S jest to zatem taka wartość graniczna rozkładu, która nie zostanie przekroczona z prawdopodobieństwem x .

Podstawiając S^* (15) do formuły (14) określamy tym samym maksymalną wartość stopy niespłacalności (16).

$$N\left(\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} N^{-1}(x)}{\sqrt{1 - \rho}}\right) \quad (16)$$

Graniczna wartość stopy niespłacalności może być potraktowana jako „stopa niespłacalności w najgorszym scenariuszu” *WCDR* (*The Worst Case Default Rate*)¹⁴ dla danego poziomu istotności x , prawdopodobieństwa bezwarunkowego PD oraz korelacji ρ (17).

$$WCDR(x, PD, \rho) = N\left(\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} N^{-1}(x)}{\sqrt{1 - \rho}}\right) \quad (17)$$

WCDR jest to zatem stopą niespłacalności, która zostanie przekroczona z prawdopodobieństwem równym poziomowi istotności x , a tym samym nie zostanie przekroczona z prawdopodobieństwem równym poziomowi ufności $y = 1 - x$ (*Confidence Level*). Ponieważ dla rozkładu normalnego, pomiędzy poziomem istotności x

¹³ An Explonatory Note., *op. cit.*, s. 5.

¹⁴ J.C. Hull, *Zarządzanie ryzykiem instytucji finansowych*, Wydawnictwa Profesjonalne PWN, Warszawa 2011, s. 290.

a poziomem ufności y zachodzi zależność (18), dlatego też graniczna wartość stopy niespłacalności może być wyznaczona według formuły (19) równoważną formułę (17).

$$N^{-1}(y) = -N^{-1}(1 - y) = -N^{-1}(x) \quad (18)$$

$$WCDR(y, PD, \rho) = N\left(\frac{N^{-1}(PD) + \sqrt{\rho} N^{-1}(y)}{\sqrt{1 - \rho}}\right) \quad (19)$$

6. WPŁYW KORELACJI NA WAGĘ RYZYKA

Skrajnym przypadkiem w analizie formuły $WCDR$ jest całkowity brak korelacji pomiędzy składnikami portfela. Na podstawie wzorów (17) lub (19), dla współczynnika korelacji ρ równego 0, skrajna stopa niespłacalności staje się równa PD (20), co odpowiada stracie kredytowej na poziomie oczekiwanym.

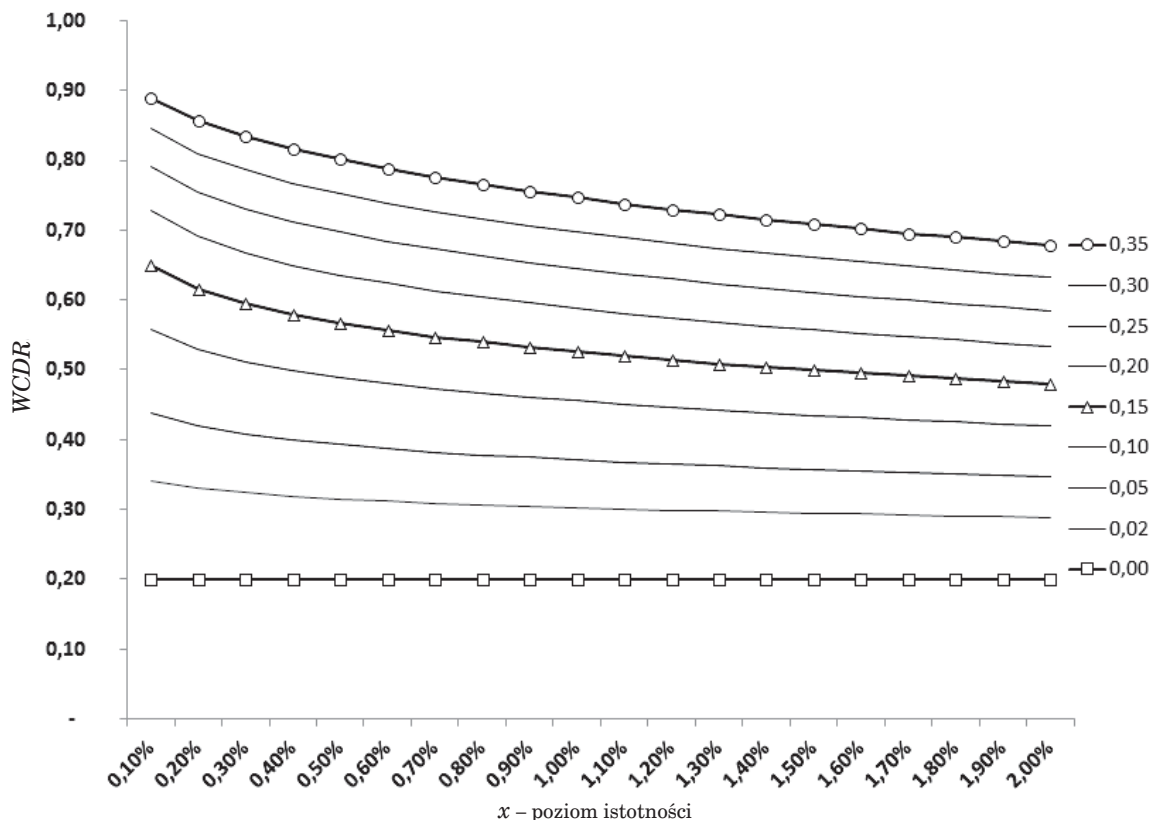
$$WCDR = N(N^{-1}(PD)) = PD \quad (20)$$

Zgodnie z poczynionymi wcześniej rozważaniami, założenie doskonałej dywersyfikacji portfela kredytowego nie jest uzasadnione praktycznie. W rzeczywistości bowiem jedynie część zmienności aktywów poszczególnych składników portfela ma charakter specyficzny, podczas gdy pozostała część ma charakter systemowy. W takiej sytuacji należy oczekiwać, że wartość „stopy niespłacalności w najgorszym scenariuszu” dla ekspozycji powiązanych ze sobą (ρ większe od 0) będzie większa niż strata oczekiwana (odpowiadająca $WCDR = PD$). Wartości $WCDR$ dla zadanego PD oraz różnych współczynników korelacji i poziomów istotności wyznaczone na podstawie (17) przedstawia rysunek 5.

Analizując przebieg poszczególnych krzywych na rysunku 5, zgodnie z poczynionymi na wstępie założeniami dla modelu IRB (nieskończone rozdrobnienie portfela kredytowego, pełna dywersyfikacja zmian specyficznych, oraz zależność od jednego czynnika systemowego) tylko zmiany systemowe są przyczyną możliwych odchyłeń $WCDR$ od PD .

Dla współczynnika korelacji równego zero, oznaczającego brak zmian systemowych, niezależnie od poziomu istotności, $WCDR$ jest równe PD , co odpowiada stracie oczekiwanej. Z kolei, im większa siła korelacji ρ (udział składnika systemowego) oraz im mniejsza (bardziej ujemna) wartość komponentu systemowego S (8), uzależnionego od przyjętego poziomu istotności (15), tym bardziej $WCDR$ różni się od PD (17) i (19).

Rysunek 5. Wartości WCDR w zależności od poziomu istotności x dla zadanego $PD = 20\%$ oraz różnych współczynników korelacji ρ



Źródło: opracowanie własne na podstawie symulacji.

Wartość *WCDR* może być interpretowana jako maksymalna wysokość względnej (wyrażonej w procentach wartości ekspozycji) straty z ekspozycji kredytowej włączonej do portfela. Maksymalna wartość straty w ujęciu bezwzględnym (wyrażonej w jednostkach waluty) dana jest zależnością (21).

$$L_{\max} = EAD \cdot WCDR(x) \quad (21)$$

EAD (Exposure at Default) oznacza rozmiar ekspozycji na ryzyko, w najprostszym przypadku utożsamiany z nominalną wartością kontraktu kredytowego. Wartość wyznaczonej w ten sposób straty maksymalnej korygowana jest dodatkowo o współczynnik *LGD (Loss Given Default)*, który określa, jaki procent ekspozycji kredytowej jest tracony w przypadku zajścia zdarzenia kredytowego. W efekcie maksymalna wysokość straty dana jest formułą (22).

$$L_{\max} = EAD \cdot LGD \cdot WCDR(x) \quad (22)$$

W kontekście oceny wymogu kapitałowego przedmiotem zainteresowania jest przede wszystkim strata nieoczekiwana. W celu jej ustalenia, zgodnie z (1), stratę maksymalną należy pomniejszyć o stratę oczekiwaną (23).

$$\begin{aligned} UL &= L_{\max} - EL = EAD \cdot LGD \cdot WCDR(x) - EAD \cdot LGD \cdot PD \\ &= EAD \cdot (LGD \cdot WCDR(x) - LGD \cdot PD) \end{aligned} \quad (23)$$

Jeżeli przedmiotem zainteresowania jest jedynie waga ryzyka RW (*Risk Weight*), czyli względna (wyrażona w procentach ekspozycji na ryzyko) strata nieoczekiwana, wówczas (23) upraszcza się do postaci (24).

$$RW = LGD \cdot WCDR(x) - LGD \cdot PD = LGD \cdot N\left(\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} N^{-1}(x)}{\sqrt{1 - \rho}}\right) - LGD \cdot PD \quad (24)$$

Przykład 1.

Portfel kredytowy A charakteryzuje silna współzależność pomiędzy poszczególnymi ekspozycjami ($\rho = 0,999$), podczas gdy dla portfela B korelacja pomiędzy ekspozycjami wynosi $\rho = 0,7$. Zakładając, że ekspozycja kredytowa opisywana jest przez $PD = 1\%$ oraz $LGD = 100\%$, wówczas dla poziomu istotności $x = 0,1\%$, wagi ryzyka ekspozycji włączanej do portfeli A i B wynoszą odpowiednio:

$$\begin{aligned} RW_A &= 100\% \cdot N\left(\frac{N^{-1}(1\%) - \sqrt{0,999} N^{-1}(0,1\%)}{\sqrt{1 - 0,999}}\right) - 100\% \cdot 1\% \sim 99\% \\ RW_B &= 100\% \cdot N\left(\frac{N^{-1}(1\%) - \sqrt{0,7} N^{-1}(0,1\%)}{\sqrt{1 - 0,7}}\right) - 100\% \cdot 1\% \sim 67,19\% \end{aligned}$$

W przypadku portfela A, dla wyznaczenia wymogu kapitałowego, każda ekspozycja uwzględniana jest praktycznie w pełnej wysokości (waga ryzyka bliska 100%). W przypadku portfela B, dla którego uwzględniono niższą współzależność, a tym samym większy udział zjawiska dywersyfikacji, waga ryzyka ekspozycji spada do poziomu około 67% ekspozycji.

Jeżeli dla omawianych ekspozycji zapewniono zabezpieczenie prawne na połowę wartości ekspozycji, wówczas współczynnik LGD wynosiłby 50%. W efekcie wagi ryzyka byłyby odpowiednio o połowę mniejsze:

$$\begin{aligned} RW_A &= 50\% \cdot N\left(\frac{N^{-1}(1\%) - \sqrt{0,999} N^{-1}(0,1\%)}{\sqrt{1 - 0,999}}\right) - 50\% \cdot 1\% \sim 49,5\% \\ RW_B &= 50\% \cdot N\left(\frac{N^{-1}(1\%) - \sqrt{0,7} N^{-1}(0,1\%)}{\sqrt{1 - 0,7}}\right) - 50\% \cdot 1\% \sim 33,6\% \end{aligned}$$

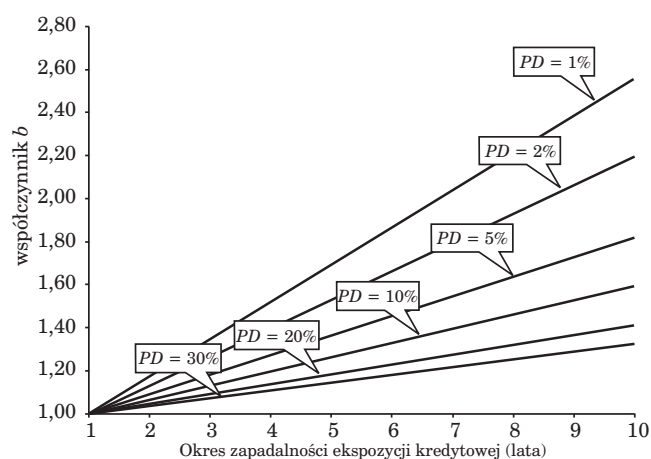
7. WSPÓŁCZYNNIKI KORYGUJĄCE

Formuła (24) może być traktowana jako uogólniona metoda wyznaczenia wagi ryzyka dla ekspozycji kredytowej. W praktyce regulacji ostrożnościowych istotnym jej uzupełnieniem jest współczynnik b (*Maturity Adjustment Factor*) korekty okresu zapadalności aktywów (25).

$$b = \frac{1 + (M - 2,5)(\alpha - \beta \ln(PD))^2}{1 - 1,5(\alpha - \beta \ln(PD))^2} \quad (25)$$

Jego zadaniem jest zwiększenie wymogu kapitałowego w przypadku, gdy termin zapadalności aktywów jest dłuższy niż 1 rok. Potrzeba takiej korekty wynika z założenia, że spadek wartości ekspozycji kredytowej może nastąpić nie tylko na skutek utraty wypłacalności kredytobiorcy, ale również w przypadku obniżenia ratingu kredytowego w trakcie życia produktu. Groźba taka jest tym większa (większa wartość współczynnika b), im niższa jest wartość PD , co jest równoważne z wysokim ratingiem wyjściowym. Istnieje wówczas realne zagrożenie, że w dłuższym okresie rating wiarygodności może ulec obniżeniu (opis formalny za pomocą macierzy migracji)¹⁵. Ryzyko spadku ratingu (*Rating Downgrade*) jest więc również tym większe, im dłuższy jest termin zapadalności M (*Maturity*). Zależność współczynnika korygującego b od PD i M przedstawia rysunek 6. Wartości parametrów α i β występujących w równaniu (25) ustalone są na podstawie danych statystycznych na poziomie odpowiednio: 11,852% oraz 5,478%.

Rysunek 6. Wartości współczynnika zapadalności ekspozycji kredytowej b (*Maturity Adjustment Factor*) w zależności od okresu zapadalności dla różnych wartości PD



Źródło: opracowanie własne na podstawie symulacji.

¹⁵ P. Jorion, *Financial Risk Manager Handbook*, Wiley, 5th Edition, s. 464.

Przykład 2.

Portfel kredytowy charakteryzuje współzależność na poziomie $\rho = 0,8$. Rozważamy dwie ekspozycje kredytowe A i B o ratingach zewnętrznych odpowiednio A1 i B1 i okresie trwania 5 lat. Odpowiadające im, oszacowane na podstawie danych historycznych¹⁶, prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia kredytowego wynoszą odpowiednio: $PD_A = 0,03\%$ i $PD_B = 2,6\%$. Zakładając $LGD = 100\%$ i poziom istotności $x = 0,1\%$, wagi ryzyka nie uwzględniające długości trwania ekspozycji wynoszą odpowiednio:

$$RW_A = 100\% \cdot N\left(\frac{N^{-1}(0,03\%) - \sqrt{0,8} N^{-1}(0,1\%)}{\sqrt{1 - 0,8}}\right) - 100\% \cdot 0,03\% \sim 6,74\%$$

$$RW_B = 100\% \cdot N\left(\frac{N^{-1}(2,6\%) - \sqrt{0,8} N^{-1}(0,1\%)}{\sqrt{1 - 0,8}}\right) - 100\% \cdot 2,6\% \sim 94,08\%$$

W celu skorygowania ekspozycji o ryzyko migracji ratingu wyznaczono współczynniki b .

$$b_A = \frac{1 + (5 - 2,5)(11,852\% - 5,478\% \cdot \ln(0,03\%))^2}{1 - 1,5(11,852\% - 5,478\% \cdot \ln(0,03\%))^2} = 3,415$$

$$b_B = \frac{1 + (5 - 2,5)(11,852\% - 5,478\% \cdot \ln(2,6\%))^2}{1 - 1,5(11,852\% - 5,478\% \cdot \ln(2,6\%))^2} = 1,478$$

Skorygowane wagi ryzyka ekspozycji wynoszą odpowiednio:

$$RW_A = 6,74\% \cdot 1,215 = 23,03\%$$

$$RW_B = 94,08\% \cdot 1,088 = 139,09\%$$

Współczynnik korygujący dla ekspozycji A o wysokim ratingu wyjściowym (niskim PD) jest dużo wyższy aniżeli dla ekspozycji B. Uwzględnia on możliwość wzrostu PD w trakcie długiego okresu życia produktu na skutek zjawiska obniżenia ratingu.

Kolejnym uzupełnieniem formuły IRB jest współczynnik skalujący σ , którego wartość, w drodze konsensusu międzynarodowego, ustalono na stałym poziomie 1,06. Zapewnia on pewną nadwyżkę wymogu kapitałowego w stosunku do wartości

¹⁶ Corporate Default and Recovery Rates, 1920–2008, Moody's Global Credit Policy, February 2009.

uzyskanej z modelu uogólnionego. W intencji regulatorów – będącej jakby wyrazem braku wiary w poprawność stosowanych w modelu założeń – zastosowanie mnożnika skalującego ma zapewnić dodatkowy bufor bezpieczeństwa, który nie pozwala na nadmierne obniżenie wymogu kapitałowego na przykład przy przejściu od metody standardowej do IRB.

Ostatecznie, formuła IRB przyjmuje postać (26) znaną z regulacji kapitałowych¹⁷.

$$WR = \left[LGD \cdot N \left(\frac{N^{-1}(PD) - \sqrt{\rho} N^{-1}(x)}{\sqrt{1 - \rho}} \right) - LGD \cdot PD \right] \cdot \frac{1 + (M - 2,5)(\alpha - \beta \ln(PD))^2}{1 + 1,5(\alpha - \beta \ln(PD))^2} \cdot 1,06 \quad (26)$$

Dla poszczególnych typów portfeli kredytowych występują odchylenia od formuły ramowej, które nie zmieniają jednak omówionych założeń¹⁸. Jednym z istotnych elementów różnicujących obliczanie wymogu kapitałowego dla różnych typów portfeli kredytowych jest metoda wyznaczania współczynnika korelacji ρ . Regulatorzy proponują przy ustalaniu współczynnika korelacji dla danej ekspozycji kredytowej odwołać się do danych statystycznych¹⁹, wiążących wartość współczynnika korelacji z kategorią portfela, do którego jest kwalifikowana (por. rysunek 7)²⁰. O ile dla niektórych typów portfeli wartość współczynnika korelacji jest stała dla wszystkich ekspozycji (jak w uproszczeniu zakładaliśmy omawiając wcześniej model korelacji jednoczynnikowej), o tyle dla innych portfeli jego wartość jest dodatkowo uzależniona od PD ekspozycji.

Przykładowo, dla portfela ekspozycji wobec przedsiębiorstw, rządów i banków centralnych współczynnik korelacji oblicza się według wzoru (27).

$$\rho = 0,12 \frac{1 - e^{(-50 \cdot PD)}}{1 - e^{(-50)}} + 0,24 \left(1 - \frac{1 - e^{(-50 \cdot PD)}}{1 - e^{(-50)}} \right) \quad (27)$$

Analogicznie, z użyciem innych wartości współczynników, zostały opisane współczynniki korelacji dla innych portfeli kredytowych.

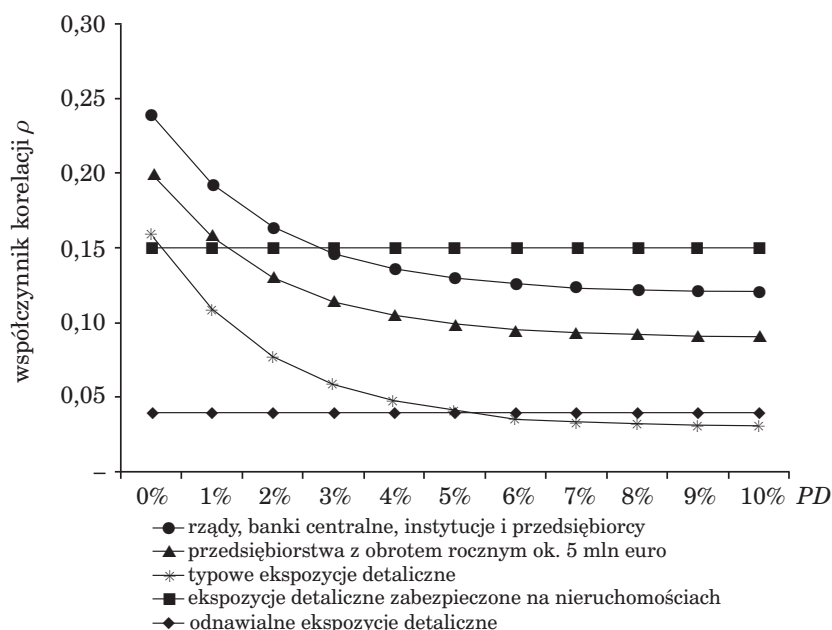
¹⁷ Uchwała nr 76/2010 Komisji Nadzoru Finansowego z dnia 10 marca 2010 r., w sprawie zakresu i szczegółowych zasad wyznaczania wymogów kapitałowych z tytułu poszczególnych rodzajów ryzyka, Załącznik nr 5 – Zastosowanie metody wewnętrznych ratingów do obliczania wymogu kapitałowego z tytułu ryzyka kredytowego

¹⁸ E. Kania, P. Rosiński, *Ryzyko kredytowe w banku*, [w:] K. Jajuga (red.), *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007, s. 229.

¹⁹ J.C.G. Cespedes, *Credit Risk Modelling and Basel II*, „ALGO Research Quarterly”, Vol. 5, No. 1, Spring 2002, s. 61.

²⁰ A. Resti, A. Sironi, *Risk management...*, *op. cit.*, s. 609.

Rysunek 7. Wartości współczynnika korelacji dla wybranych typów ekspozycji kredytowych przy różnych prawdopodobieństwach zdarzenia kredytowego PD



Źródło: opracowanie własne – wyniki symulacji. Por. A. Resti, A. Sironi, *Risk management...*, op. cit., s. 609.

Przykład 3.

Rozpatrujemy portfel ekspozycji kredytowych dla przedsiębiorstw i dwie ekspozycje kredytowe A i B o ratingach zewnętrznych odpowiednio A1 i B1 i okresie trwania 1 rok (współczynnik $b = 1$). Odpowiadające im, oszacowane na podstawie danych historycznych prawdopodobieństwa zajścia zdarzenia kredytowego wynoszą odpowiednio: $PD_A = 0,03\%$ i $PD_B = 2,6\%$.

Współczynniki korelacji dla omawianych ekspozycji wynoszą odpowiednio:

$$\rho_A = 0,12 \frac{1 - e^{(-50 \cdot 0,03\%)}}{1 - e^{(-50)}} + 0,24 \left(1 - \frac{1 - e^{(-50 \cdot 0,03\%)}}{1 - e^{(-50)}} \right) = 0,238$$

$$\rho_B = 0,12 \frac{1 - e^{(-50 \cdot 2,6\%)}}{1 - e^{(-50)}} + 0,24 \left(1 - \frac{1 - e^{(-50 \cdot 2,6\%)}}{1 - e^{(-50)}} \right) = 0,153$$

Wynika z tego, że dla ekspozycji o typowym, małym prawdopodobieństwie zajścia zdarzenia kredytowego, można oczekiwać silniejszej współzależności aniżeli od nietypowo bardziej ryzykownej ekspozycji, której straty mają w większym stopniu wymiar specyficzny, mniej typowy dla portfela

Zakładając $LGD = 100\%$ i poziom istotności $x = 0,1\%$, wagi ryzyka ekspozycji wynoszą w efekcie odpowiednio: 1,35% oraz 18,61%.

PODSUMOWANIE

Omówione założenia dotyczące wyznaczania wagi ryzyka kredytowego z użyciem formuły IRB mają charakter ramowy. Przedmiotem odrębnej dyskusji może stać się kwestia adekwatności modelu formalnego do opisu zdarzeń faktycznych. Szczególne obawy mogą dotyczyć gwałtownych warunków kryzysowych. W takich bowiem przypadkach, zarówno normalność omawianych rozkładów, jak i stabilność związków korelacyjnych, stoją pod dużym znakiem zapytania. Źródłem dodatkowych obaw może być kwestia braku intuicyjności (w odróżnieniu od metody standardowej) formuły IRB, której zastosowanie przybiera w efekcie charakter biernej realizacji wymogów regulacyjnych. Ich wypełnianie okazuje się zwykle trudnym obowiązkiem (szczególnie w przypadku zastosowania zaawansowanej odmiany IRB zezwalającej na samodzielne ustalanie parametrów formuły IRB²¹), który niekoniernie skutkuje wzrostem percepcji ryzyka, a tym samym zwiększeniem bezpieczeństwa kapitałowego banku. Nie bez znaczenia jest również aspekt kosztów stosowania zaawansowanych metod szacunku ekspozycji na ryzyko. *Opracowanie i wdrożenie metody wewnętrznych ratingów wymaga posiadania znacznych zasobów – zarówno wiedzy (dane historyczne, modele szacowania ryzyka kredytowego itd.), jak i środków finansowych. Nakład pracy jest zatem znaczący, tym bardziej że stosuje się odrębne procedury do różnych kategorii ekspozycji*²².

Abstract

A key area of concern for banking supervisors is solvency of banking institutions, which determines the stability of the entire banking sector. In the common opinion of regulators, equity capital is the best protection against unexpected losses. The main proponent of this approach has been for many years the Basel Committee on Banking Supervision. The evolution of the Basel agreements is aimed at improving the protection against increasing forms of risk, yet in the common opinion, credit risk still plays a dominant role. At the moment there are two main methods for estimating the capital requirement for credit risk, known as the Standard Approach and the Internal Ratings Approach. The Standard Approach is simple, intuitive and consequently does not require detailed explanations. The Internal Rating Based Approach, on the other hand, is based on a complex mathematical formula, comprehensible only to a very small group of specialists. The purpose of this paper is to explain the basic assumptions of the IRB framework. This explanation has

²¹ M. Marcinkowska, *Standardy kapitałowe banków – Bazylejska Umowa Kapitałowa w polskich regulacjach nadzorczych*, Regan Press, Gdańsk 2009, s. 211.

²² *Ibidem*, s. 191.

been simplified as much as possible. Detailed mathematical and statistical proofs are replaced with an intuitive explanation, referring to the typical experience of bankers.

The IRB formula framework is actually modified by the banking regulations and adapted to various types of credit exposures. The general assumptions, however, remain unchanged. Understanding the main objectives of the IRB formula opens up further discussion on its relevance to the measurement of actual exposure to credit risk.

Key words: Bank, credit risk, capital adequacy, IRB, standardized approach, Internal Rating-Based Approach

Bibliografia

- An explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions*, Basel Committee on Banking Supervision, July 2005.
- Bessis J., *Risk Management in Banking*, second edition, Wiley, 2002.
- Cespedes J.C.G., *Credit Risk Modelling and Basel II*, ALGO Research Quarterly, Vol. 5, No. 1, Spring 2002.
- Corporate Default and Recovery Rates, 1920–2008*, Moody's Global Credit Policy, February 2009.
- Hull J.C., *Zarządzanie ryzykiem instytucji finansowych*, Wydawnictwa Profesjonalne PWN, Warszawa 2011.
- Jajuga K., *Zarządzanie ryzykiem*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
- Jorion P., *Financial Risk Manager Handbook*, Wiley, 5th Edition.
- Marcinkowska M., *Standardy kapitałowe banków – Bazylejska Umowa Kapitałowa w polskich regulacjach nadzorczych*, Regan Press, Gdańsk 2009.
- Merton R.C., *On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates*, „Journal of Finance”, Vol. 29, No. 2, Maj 1974.
- Resti A., Sironi A., *Risk management and shareholders' value in banking*, Wiley, April 2007.
- Schonbucher P.J., *Factor models for portfolio credit risk*, Department of Statistics, Bonn University, December 2000.
- Studies on credit risk concentration, Basel Committee on Banking Supervision, Working Paper No.15, November 2006.
- Dyrektywa 2006/49/WE Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 14 czerwca 2006 r. w sprawie adekwatności kapitałowej firm inwestycyjnych i instytucji kredytowych – Załącznik V, Zastosowanie modeli wewnętrznych do obliczenia wymogów kapitałowych.

Dyrektywa Parlamentu Europejskiego i Rady 2013/36/UE z dnia 26 czerwca 2013 r. w sprawie warunków dopuszczenia instytucji kredytowych do działalności oraz nadzoru ostrożnościowego nad instytucjami kredytowymi i firmami inwestycyjnymi, zmieniająca dyrektywę 2002/87/WE i uchylająca dyrektywy 2006/48/WE oraz 2006/49/WE.

Uchwała nr 76/2010 Komisji Nadzoru Finansowego z dnia 10 marca 2010 r., w sprawie zakresu i szczegółowych zasad wyznaczania wymogów kapitałowych z tytułu poszczególnych rodzajów ryzyka, Załącznik nr 5 – Zastosowanie metody wewnętrznych ratingów do obliczania wymogu kapitałowego z tytułu ryzyka kredytowego.