

**Monika Miśkiewicz-Nawrocka**

Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

## ZASTOSOWANIE WYKŁADNIKÓW LAPUNOWA DO WERYFIKACJI HIPOTEZY RYNKU KOHERENTNEGO

### Wstęp

Prowadzone od wielu lat badania nad zmiennością cen na rynku kapitałowym doprowadziły do powstania wielu różnych podejść analitycznych. Jednym z nich jest opracowana przez Tonisa Vagę hipoteza rynku koherentnego. Do opisu zmienności cen na rynku akcji T. Vaga zaproponował nieliniowy model statystyczny oparty na teorii społecznego naśladownictwa. Model ten zakłada, że stan rynku kapitałowego zmienia się w czasie oraz że następują przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku: od rynku efektywnego do rynku chaotycznego czy koherentnego.

W artykule zostanie zweryfikowana hipoteza T. Vagi na polskim rynku kapitałowym. Szczegółowemu badaniu poddano wskazane przez model stany rynku, które zostały zweryfikowane pod kątem identyfikacji chaosu. Obecność chaosu w szeregach czasowych bada się za pomocą metod wywodzących się z teorii nieliniowych układów dynamicznych, takich jak: wymiar korelacyjny, wykładnik Lapunowa, test BDS [5, s. 189-208; 1; 10]. Badania dowodzą, że dla rzeczywistych szeregów czasowych wartości wykładników Lapunowa są dodatnie, ale stosunkowo małe, bliskie zeru. Zatem czy można wnioskować o deterministycznym charakterze badanego szeregu?

Celem artykułu jest potwierdzenie obecności chaosu w zidentyfikowanych przez model T. Vagi stanach rynku. Badania empiryczne przeprowadzono na podstawie rzeczywistych danych natury ekonomicznej. Pod uwagę wzięto szereg WIG 20 w okresie 2.01.1997-10.11.2011.

### 1. Hipoteza rynku koherentnego T. Vagi\*

Do opisu zmienności cen na rynku akcji T. Vaga w 1990 roku zaproponował nieliniowy model statystyczny oparty na teorii społecznego naśladownictwa.

---

\* [14, s. 36-49].

Model ten zakłada przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku kapitałowego: od stanu rynku efektywnego do stanu rynku chaotycznego i stanu rynku koherentnego. Podstawą teorii T. Vagi jest założenie, że rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu z inwestycji na rynku zmienia się w czasie w zależności od otoczenia fundamentalnego rynku oraz myślenia grupowego inwestorów.

Teoria społecznego naśladownictwa została stworzona przez fizyków: E. Calena i D. Shapero [2, s. 23-28] w 1974 roku. Główną tezą tej teorii jest fakt, że ludzie naśladują otoczenie oraz powtarzają pewne zachowania w analogii do zjawiska magnetyzmu. Teoria społecznego naśladownictwa jest utożsamiana z modelem polaryzacji opinii publicznej. Jeśli nie ma zgodności w opinii publicznej, pojedyncze jednostki reagują w sposób niezależny. Jeśli opinia publiczna podzieli się na dwa przeciwstawne obozy, zazwyczaj społeczeństwo zachowuje się w sposób chaotyczny. Natomiast w przypadku zgodności w opinii publicznej społeczeństwo reaguje wyjątkowo jednolicie. Ponadto na opinię publiczną oddziałuje otoczenie zewnętrzne – zmienna sytuacja gospodarcza wpływająca na rynek.

W swoim modelu T. Vaga [14, s. 36-49] wyróżnił cztery stany, w których może się znajdować rynek:

1. Błądzenie przypadkowe. (Informacje fundamentalne są neutralne. Inwestorzy podejmują decyzje niezależnie od siebie. Rozkład prawdopodobieństwa stóp zwrotu jest rozkładem normalnym. Rynek jest efektywny).
2. Niestabilne przejście. (Czynnik fundamentalny neutralny. Rośnie poziom „myślenia grupowego”. Wpływ informacji na rynek może trwać bardzo długo. Rynek jest niestabilny i nieefektywny).
3. Rynek koherentny. (Czynnik fundamentalny skrajnie pozytywny (koherentny rynek byka) lub negatywny (koherentny rynek niedźwiedzia). Poziom „myślenia grupowego” jest najwyższy. Trend na rynku wyraźnie wzrostowy (pozytywny współczynnik fundamentalny) lub wyraźnie spadkowy (negatywny współczynnik fundamentalny)).
4. Rynek chaotyczny. (Czynniki fundamentalne są neutralne lub lekko negatywne. Inwestorzy myślą grupowo i naśladują siebie nawzajem. Przejściowe bodźce mogą spowodować nagłe załamanie rynku).

Przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku powoduje współdziałanie dwóch parametrów modelu: czynnika fundamentalnego ( $h$ ), ilustrującego sytuację gospodarczą wpływającą na rynek, oraz poziomu myślenia grupowego ( $k$ ).

Parametry modelu  $h$  i  $k$  mogą być wyznaczane na podstawie subiektywnych opinii analityków lub wskaźników empirycznych. Poziom natężenia czynnika fundamentalnego ustala się na podstawie informacji banku centralnego na temat zmian stóp procentowych oraz wartości wskaźnika cena/zysk (P/E). Dwukrotna obniżka stóp procentowych banku centralnego jest sygnałem pozytywnego otoczenia fundamentalnego. Sygnał ten musi być każdorazowo potwierdzony przez

wskaźnik cena/zysk poniżej wartości 12 lub poniżej 10. Jeżeli wskaźnik cena/zysk przyjmuje wartość z przedziału (12, 21), przy utrzymujących się obniżkach stóp procentowych, oznacza to neutralną sytuację fundamentalną. Natomiast gdy wskaźnik cena/zysk przekroczy wartość 21, sytuację fundamentalną interpretuje się jako negatywną [12, s. 108].

Poziom myślenia grupowego określa się na podstawie analiz M. Zweiga sygnałów kupna i sprzedaży. Analizy te bazują na wskaźniku zwyżek/zniżek\* oraz wskaźniku wzrostów/spadków\*\*. Sygnał kupna jest określony przez następujące po sobie proporcje 1:9, 1:9, 9:1 współczynnika zwyżek/zniżek, natomiast sygnał sprzedaży przy trzykrotnej proporcji 1:9. Ponadto dwukrotne wystąpienie proporcji 9:1 współczynnika zwyżek/zniżek w okresie trzech miesięcy jest sygnałem rynku wzrostowego przez kolejnych 12 miesięcy. Podobnie wystąpienie proporcji 2:1 współczynnika wzrostów/spadków w połączeniu z polityką banku centralnego stymulującą wzrost determinuje rynek wzrostowy przez okres 18 miesięcy [12, s. 106].

## 2. Identyfikacja chaosu w szeregach czasowych

Jednym z podstawowych narzędzi służących do identyfikacji deterministycznego chaosu w szeregach czasowych jest największy wykładnik Lapunowa. Mierzy on wrażliwość układu dynamicznego na zmianę warunków początkowych [3], która jest głównym atrybutem dynamiki chaotycznej. Dla  $m$ -wymiarowego układu dynamicznego istnieje  $m$  wykładników Lapunowa, które są zdefiniowane jako granice [16, s. 161]:

$$\lambda_i(x_0) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \ln |\mu_i(n, x_0)|, \quad (1)$$

gdzie:

$\mu_i(n, x_0)$  – wartości własne macierzy Jacobiego odwzorowania  $f^n$ ,

$f: X \rightarrow X$  – funkcja generująca układu,

$X \subset R^m, i = 1, \dots, m, m \geq 1$ .

Istnienie dodatniego największego wykładnika Lapunowa bardzo często jest uznawane za warunek konieczny i wystarczający obecności chaosu w układzie dynamicznym [4, s. 103-133].

\* Wskaźnik zwyżek/zniżek – iloraz wolumenu obrotu akcjami, których ceny rosną do wolumenu obrotu akcjami, których ceny maleją.

\*\* Wskaźnik wzrostów/spadków – iloraz liczby akcji rosnących do liczby akcji spadających.

Idea wykorzystania wykładnika Lapunowa do identyfikacji chaosu w układzie dynamicznym opiera się na założeniu, że odległość pomiędzy dwoma punktami jest wyrażona za pomocą największego wykładnika Lapunowa  $\lambda_{\max}$ . Jeśli średnia odległość między dwoma punktami rośnie w tempie wykładniczym, układ jest wrażliwy na zmianę warunków początkowych, a wartość największego wykładnika Lapunowa jest większa od zera [8, s. 417]. Wartość największego dodatniego wykładnika Lapunowa może być bardzo mała, np. 0,0063 dla chaotycznego układu Mackeya-Glassa [15, s. 289]. Dla układów stochastycznych wartość największego wykładnika Lapunowa jest mniejsza od zera [8, s. 417].

W praktyce dla rzeczywistych szeregów czasowych, gdy nie jest znana funkcja generująca  $f$ , identyfikację chaosu poprzedza się filtrowaniem danych oraz rekonstrukcją przestrzeni stanów. Rekonstrukcja przestrzeni stanów polega na odtworzeniu na podstawie jednowymiarowego ciągu obserwacji przestrzeni stanów układu dynamicznego [11, s. 712-716; 13, s. 366-381]. Wektorami tej przestrzeni są ciągi kolejnych obserwacji zwane  $d$ -historiami.  $d$ -historie powstają w wyniku przesunięcia oryginalnego szeregu czasowego  $\{x_1, \dots, x_N\}$  o pewną stałą wartość opóźnienia czasowego  $\tau$ . Elementami zrekonstruowanej  $d$ -wymiarowej przestrzeni stanów są więc  $d$ -wymiarowe punkty ( $d$ -historie) zwane wektorami opóźnień, dane wzorem:

$$x_i^d = (x_i, x_{i-\tau}, x_{i-2\tau}, \dots, x_{i-(d-1)\tau}), \quad (2)$$

gdzie:

$$i = (d-1)\tau + 1, \dots, N,$$

$x_i$  – obserwacje oryginalnego szeregu,  $i = 1, \dots, N$ ,

$d$  – wymiar rekonstruowanej przestrzeni (zwany również wymiarem zanurzenia),

$\tau$  – opóźnienie czasowe.

Przeprowadzenie rekonstrukcji przestrzeni stanów układu dynamicznego wymaga ustalenia wartości parametrów  $\tau$  i  $m$ . Nie istnieje jednak jednoznaczna metoda wyznaczenia wartości opóźnienia  $\tau$  oraz minimalnego wymiaru zanurzenia  $m$ . Wartość opóźnienia czasowego  $\tau$  można oszacować na podstawie funkcji autokorelacji lub funkcji informacji wzajemnej [6, s. 150]. Przy ustalaniu minimalnego wymiaru opóźnienia  $d$  powszechnie jest stosowana metoda pozornych najbliższych sąsiadów [7].

Dla rzeczywistych szeregów czasowych największy wykładnik Lapunowa szacuje się na podstawie zależności [16]:

$$\Delta_n = \Delta_0 \cdot e^{n\lambda_{\max}} \quad (3)$$

jako współczynnik kierunkowy równania regresji [6, s. 67]:

$$\ln \Delta_n = \ln \Delta_0 + \lambda_{\max} n, \quad (4)$$

gdzie:

$\Delta_0$  – początkowa odległość pomiędzy dwoma początkowo bliskimi punktami przestrzeni stanów,

$\Delta_n$  – odległość pomiędzy tymi punktami po  $n$  iteracjach,

$\lambda_{\max}$  – największy wykładnik Lapunowa.

Dla szeregów chaotycznych nachylenie prostej regresji wykresu ilustrującego zależność  $\ln \Delta_n$  od numeru iteracji  $n$  w początkowej fazie powinno być dodatnie.  $\lambda_{\max}$  szacuje się na podstawie zbioru punktów należących do tego obszaru. Zatem oszacowana wartość  $\lambda_{\max}$  zależy nie tylko od wyboru metryki, liczby najbliższych sąsiadów, wymiaru zanurzenia, ale także od ustalonej wartości  $n_{\max}$ , dla której współczynnik regresji jest dodatni [10, s. 131].

Ponieważ największy wykładnik Lapunowa pozwala na wykrycie tylko jednego atrybutu dynamiki chaotycznej (wrażliwości na zmianę warunków początkowych), więc powinno się przeprowadzać pełną analizę danych, uwzględniając inne uzupełniające się metody, tj. test BDS, analizę przeskalowanego zakresu R/S, wymiar fraktalny szeregu, test Kaplana, analizę bispektrum lub test White'a za pomocą sieci neuronowych.

### 3. Badania empiryczne

Przedmiotem badania był szereg czasowy utworzony z notowań indeksu giełdowego WIG20 w okresie 2.01.1997-10.11.2011\*. W pierwszym etapie badania zgodnie z modelem T. Vagi wyróżniono stany rynku. Parametry  $h$  i  $k$  modelu oszacowano na podstawie informacji NBP dotyczącej zmian stóp procentowych, dziennego wskaźnika cena/zysk, dziennego wskaźnika zwyżek/zniżek oraz tygodniowego i dziennego wskaźnika wzrostów/spadków\*\*. Ze względu na ograniczoną liczbę dostępnych danych (od 19.10.2007) dotyczących wymienionych wskaźników, analizę stanów rynku przeprowadzono w okresie 19.10.2007-10.11.2011. Na rysunku 1 przedstawiono kształtowanie się wartości wskaźnika cena/zysk w badanym okresie.

Na początku analizowanego okresu, tj. 19.10.2007-7.01.2008, wskaźnik cena/zysk (P/E) osiąga wartości powyżej 21. Sygnał ten jest poprzedzony kilkoma podwyżkami stóp procentowych (28.06.2007 i 30.08.2007), co sugeruje nega-

\* Dane pochodzą ze strony [www.bossa.pl](http://www.bossa.pl), pakiet Omega.

\*\* Wskaźniki lub dane niezbędne do ich obliczenia pochodzą ze strony [www.stooq.pl](http://www.stooq.pl).

tywne otoczenie fundamentalne. W kolejnym okresie 8.01.2008-22.09.2008 wartość wskaźnika kształtuje się w przedziale (12, 21), sygnał ten jest również poprzedzony kilkoma podwyżkami stóp procentowych (ostatnia dnia 26.06.2008), co sugeruje neutralną sytuację gospodarczą. W kolejnych dniach 23.09.2008-07.10.2008 wskaźnik spada poniżej 12, ale na poziomie wyższym niż 10, zatem można wnioskować, że sytuacja gospodarcza w dalszym ciągu pozostaje neutralna. Podczas sesji 8.10.2008 wartość wskaźnika cena/zysk spada poniżej poziomu 10. Taka sytuacja utrzymuje się do dnia 24.03.2009. Dnia 27.11.2008 następuje obniżka stóp procentowych i taka sytuacja powtarza się co miesiąc do 26.03.2009. Sygnał kilkakrotnych obniżek stóp procentowych potwierdza wskaźnik cena/zysk, którego wartość powoli rośnie i dnia 30.04.2009 przekracza wartość 12, a dnia 15.02.2010 – poziom 21. W tym czasie model sugeruje negatywne otoczenie fundamentalne. Sytuacja zmienia się 17.05.2011, kiedy wartość P/E spada poniżej 21, wówczas czynnik fundamentalny jest neutralny. W okresie 3.03.2011-13.03.2011 poziom wskaźnika cena/zysk ponownie jest wysoki (powyżej 21), a następnie w okresie 14.03.2011-8.09.2011 przyjmuje wartości z przedziału (12, 21). W tym czasie rozpoczynają się obniżki stóp procentowych (6.04.2011, 12.05.2011, 09.06.2011). Do końca badanego okresu, tj. do dnia 10.11.2011, wskaźnik cena/zysk kształtuje się w przedziale (10, 12), co wobec wcześniejszych obniżek stóp procentowych sugeruje neutralną sytuację gospodarczą.

Na początku badanego okresu poziom myślenia grupowego jest wysoki. Analiza stosunku spółek rosnących do malejących wskazuje wysoki poziom myślenia grupowego, inwestorzy sprzedają akcje. 18.01.2008 wskaźnik zwyżek/zniżek generuje sygnał kupna (1:9, 1:9, 9:1), co sugeruje wysoki poziom naśladownictwa. Wysoki poziom myślenia grupowego trwa aż do końca 2008 roku, co potwierdzają sygnały kupna i sprzedaży wskaźnika wzrostów/spadków. Na początku kwietnia 2009 roku stosunek liczby spółek rosnących do malejących jest wysoki, inwestorzy kupują akcje. Ponadto 29.04.2009 pojawia się sygnał kupna generowany przez dzienny wskaźnik wzrostów/spadków. Pod koniec lutego i na początku marca 2010 rośnie stosunek spółek rosnących do malejących. Inwestorzy kupują akcje. Sygnały kupna można również zaobserwować w maju i grudniu 2010 roku na podstawie obserwacji wskaźnika wzrostów/spadków. Zatem poziom myślenia grupowego w tym czasie można określić jako wysoki. 12.09.2011 roku wskaźnik zwyżek/zniżek generuje sygnał sprzedaży (trzykrotna proporcja 1:9), co również świadczy o wysokim poziomie naśladownictwa.

W tabeli 1 przedstawiono stany rynku w okresie 19.10.2007-10.11.2011 na podstawie oszacowanych parametrów: czynnika fundamentalnego oraz poziomu myślenia grupowego.

Tabela 1

Stany rynku w okresie 19.10.2007-10.11.2011

Okres	Czynnik fundamentalny	Poziom myślenia grupowego	Stan rynku
19.10.2007-08.01.2008	negatywny	wysoki	rynek niedźwiedzia
<b>09.01.2008-07.10.2008</b>	neutralny	wysoki	<b>rynek chaotyczny</b>
08.10.2008-24.03.2009	pozytywny	wysoki	rynek byka
25.03.2009-30.03.2009	neutralny	brak	rynek efektywny
31.03.2009-28.04.2009	neutralny	powoli rośnie	niestabilne przejście
<b>30.04.2009-31.12.2009</b>	neutralny	wysoki	<b>rynek chaotyczny</b>
04.01.2010-04.02.2010	neutralny	brak	rynek efektywny
05.02.2010-15.02.2010	neutralny	brak	rynek efektywny
16.02.2010-14.05.2010	negatywny	powoli rośnie	niestabilne przejście
<b>17.05.2010-03.12.2010</b>	neutralny	wysoki	<b>rynek chaotyczny</b>
04.12.2010-11.03.2011	negatywny	wysoki	rynek byka
14.03.2011-08.09.2011	neutralny	brak	rynek efektywny
<b>09.09.2011-10.11.2011</b>	neutralny	wysoki	<b>rynek chaotyczny</b>

Z przeprowadzonej analizy czynników kształtujących otoczenie fundamentalne oraz analizy sygnałów kupna i sprzedaży można wnioskować, że indeks WIG20 jest w stanie rynku chaotycznego w czterech okresach wyróżnionych tłustym drukiem w tabeli 1.

W celu zweryfikowania stanów chaotycznych w badanym szeregu czasowym pod uwagę wzięto logarytmy dziennych stóp zwrotu indeksu WIG20 w postaci:

$$x_t = \ln s_t - \ln s_{t-1}, \quad (5)$$

gdzie  $s_t$  – obserwacja szeregu w okresie 2.01.1997-10.11.2011.

Dla szeregu  $(x_t)$  przeprowadzono rekonstrukcję przestrzeni stanów metodą opóźnień\*, a następnie za pomocą największego wykładnika Lapunowa zbadano poziom chaosu w szeregu WIG20 w momentach (stanach) określonych przez model T. Vagi. Wartości największego wykładnika Lapunowa dla analizowanego szeregu obliczono na podstawie zależności (4) za pomocą programu napisanego przez autorkę oraz arkusza kalkulacyjnego Excel. Otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli 2. Znakiem „-” oznaczono sytuację, w której oszacowany współczynnik regresji nie może być traktowany jako wartość wykładnika Lapunowa.

\* Opóźnienie czasowe wyznaczono za pomocą funkcji autokorelacji ACF, a wymiar zanurzenia – metodą pozornych najbliższych sąsiadów. Do wyznaczenia wspomnianych charakterystyk zastosowano program napisany przez autorkę.

Tabela 2

Wartości największego wykładnika Lapunowa dla wyodrębnionych szeregów

Zakres szeregu	Równanie regresji	R <sup>2</sup>	$\lambda_{\max}$
2.01.1997-19.10.2007	$y = -0,001x - 4,0801$	0,4828	-0,001
2.01.1997-9.01.2008	$y = -0,0009x - 4,0836$	0,4717	-0,0009
2.01.1997-7.10.2008	$y = -0,0006x - 4,0881$	0,3033	-0,0006
2.01.1997-30.04.2009	$y = -0,0005x - 4,0797$	0,1537	-
2.01.1997-31.12.2009	$y = 0,0016x - 4,0704$	0,2581	-
2.01.1997-15.02.2010	$y = 0,0023x - 4,0657$	0,3479	0,0023
2.01.1997-14.05.2010	$y = 0,0029x - 4,0587$	0,4097	0,0029
2.01.1997-3.12.2010	$y = 0,0017x - 4,042$	0,3048	0,0017
2.01.1997-11.03.2011	$y = 0,002x - 4,0471$	0,4162	0,002
2.01.1997-8.09.2011	$y = 0,0017x - 4,0494$	0,2941	-
2.01.1997-10.11.2011	$y = 0,0034x - 4,0674$	0,4369	0,0034

Na podstawie danych zawartych w tabeli 2 można zauważyć, że poziom chaosu w analizowanym szeregu zmienia się w czasie. Dla danych szeregu WIG20 obejmujących okres 2.01.1997-7.10.2008 wartości największego wykładnika Lapunowa są ujemne. Ujemne wartości  $\lambda_{\max}$  świadczą o losowym charakterze badanego szeregu. Jeżeli zwiększy się długość badanego szeregu WIG20, wartości największego wykładnika Lapunowa rosną i przyjmują wartości większe od zera. Dodatnia wartość największego wykładnika Lapunowa wskazuje na występowanie deterministycznego chaosu w badanym szeregu, jednak jest ona stosunkowo niewielka. Stąd można wnioskować, że poziom chaosu w badanym szeregu się zwiększył.

Wyznaczony za pomocą modelu T. Vagi stan rynku chaotycznego w okresie 9.01.2008-7.10.2008 nie został potwierdzony przez największy wykładnik Lapunowa, którego wartość wynosi -0,0006. Jednak zmieniające się w czasie wartości największego wykładnika Lapunowa mogą świadczyć o tym, że stan rynku kapitałowego zmienia się w czasie oraz że następują przejścia pomiędzy różnymi stanami rynku.

## Podsumowanie

W artykule zastosowano model T. Vagi do wyodrębnienia kolejnych stanów rynku na podstawie szeregu indeksu giełdowego WIG20. Dodatkowo poziom chaosu w wyznaczonych stanach rynkowych szeregu WIG20 zbadano za pomocą największych wykładników Lapunowa. Przeprowadzone badania wykazały, że wyodrębnione stany rynku dla szeregu WIG20 na podstawie modelu T. Vagi nie zostały w pełni potwierdzone przez wartości największych wykład-



ników Lapunowa. Jednak zmieniające się w czasie oszacowane wartości największego wykładnika Lapunowa mogą świadczyć o tym, że stan rynku zmienia się w czasie oraz że następują przejścia pomiędzy tymi stanami.

## Literatura

1. Brock W.A., Dechert W.D., Scheinkman J., *A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*, SSRJ Working Paper no. 8702, Department of Economics, University of Wisconsin, Madison 1987.
2. Callen E., Shapero D., *A Theory of Social Imitation*, „Physics Today” 1974, No. 07, s. 23-28.
3. Devaney R.L., *An Introduction to Chaotic Dynamical Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Redwood City 1987.
4. Frank M., Stengos T., *Chaotic Dynamics in Economics Time Series*, „Journal of Economic Surveys” 1988, 2, s. 103-133.
5. Grassberger P., Procaccia I., *Measuring the Strangeness of Strange Attractors*, „Physica D” 1983b, Vol. 9, s. 189-208.
6. Kantz H., Schreiber T., *Nonlinear Time Series Analysis*, Cambridge University Press 2004 (second edition).
7. Kennel M.B., Brown R., Abarbanel H.D.I., *Detecting Embedding Dimension for Phase Space Reconstruction Using a Geometrical Construction*, „Physical Review A” 1992, 45.
8. Kyrtsov C., Terraza M., *Stochastic Chaos or ARCH Effects in Stock Series? A Comparative Study*, „International Review of Financial Analysis” 2002, 11, s. 407-431.
9. Murphy J.J., *Analiza techniczna rynków finansowych*, Wig-Press, Warszawa 1999.
10. Orzeszko W., *Identyfikacja i prognozowanie chaosu deterministycznego w ekonomicznych szeregach czasowych*, Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Warszawa 2005.
11. Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S., *Geometry from a Time Series*, „Physical Review Letters” 1980, Vol. 45, s. 712-716.
12. Szklarz P., *Weryfikacja hipotezy rynku koherentnego na polskim rynku kapitałowym w latach 1998-2000*, w: *Rynek finansowy*, red. W. Przybylska-Kapuścińska, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Poznań 2002, s. 99-113.
13. Takens, *Detecting Strange Attractors in Turbulence*, Lecture Notes in Mathematics, red. D.A. Rand, L.S. Young, Springer-Verlag, Berlin 1981.
14. Vaga T., *The Coherent Market Hypothesis*, „Financial Analysis Journal” 1990, No. 11/12, s. 36-49.

15. Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A., *Determining Lyapunov Exponents from a Time Series*, „Physica D” 1985, Vol. 16, s. 285-317.
16. Zawadzki H., *Chaotyczne systemy dynamiczne. Elementy teorii i wybrane zagadnienia ekonomiczne*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej, Katowice 1996.

## APPLICATION OF LYAPUNOV EXPONENTS TO VERIFY THE HYPOTHESIS OF COHERENT MARKET

### Summary

The research on price volatility in the capital market, which have been conducted for many years led to create a wide variety of analytical approaches. One of them is developed by T. Vaga coherent market hypothesis. To describe the volatility in the stock market T. Vaga proposed nonlinear statistical model based on the theory of social imitation. This model assumes transitions between different states of the capital market: from a state of effective market to a state of chaotic and coherent market.

In this paper Vaga's hypothesis will be verified in the Polish capital market. Detailed research will be states of chaotic market, which will be verified by Lyapunov exponents.