

ANALIZA POPYTU KONSUMPCYJNEGO Z WYKORZYSTANIEM MODELU AIDS

Michał Gostkowski

Katedra Ekonometrii i Statystyki,
Szkola Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: michal_gostkowski@sggw.pl

Streszczenie: W pracy podjęto próbę analizy popytu konsumpcyjnego z wykorzystaniem kompletnego modelu popytu *AIDS*. Badania zostały oparte na wynikach badań budżetów gospodarstw domowych w okresie 1999-2012. Dodatkowo kompletny model popytu został rozszerzony o zmienną demograficzną oraz o zmienną czasową. W pracy został również poruszony problem zerowych wydatków oraz problem współliniowości zmiennych. Wyniki badań wskazują, że uwzględnienie zmiennych demograficznych oraz zmiennej czasowej istotnie wpływa na oszacowania współczynników elastyczności. Dodatkowo badania wskazały na region wschodni (obejmującym województwa lubelskie, podkarpackie, podlaskie oraz świętokrzyskie) jako region charakteryzujący się najbardziej odmienną strukturą popytu w porównaniu do pozostałych regionów.

Słowa kluczowe: kompletny model popytu, prawie idealny układ równań popytowych, *AIDS*, elastyczność popytu

WSTĘP

W pierwszym dziesięcioleciu XXI wieku nastąpiło daleko idące ożywienie rynku dóbr konsumpcyjnych na skutek wstąpienia Polski do Unii Europejskiej. Dodatkowo, zmianie uległa sytuacja gospodarcza kraju. Potwierdzają to dane z Głównego Urzędu Statystycznego, Produkt Krajowy Brutto, wyrażony w cenach stałych, od 2000 do 2012 roku wzrósł o 63,4%. Wraz ze zmianą sytuacji gospodarczej kraju zmianie uległy także preferencje konsumentów.

W tym samym okresie nastąpił rozkwit badań empirycznych nad zjawiskiem popytu. Równocześnie zwrócono uwagę na konieczność kompleksowej analizy zjawisk rynkowych z uwzględnieniem zjawisk substytucyjności i komple-

mentarności. W najnowszej polskiej literaturze dotyczącej okresu 1999-2012 dominują badania klasyczne obejmujące ilościowe zmiany popytu lub wykorzystujące jednorównaniowe modele [Gulbicka i Kwasek 2006], [Kwasek 2008], [Stanisławska 2011], [Stanisławska 2012]. Zdecydowana większość modeli jednorównaniowych dotyczy jedynie wpływu dochodu na popyt (tzw. elastyczność dochodowa). W celu lepszego odzwierciedlenia popytu stosuje się modele nieliniowe, które w zależności od zastosowanej funkcji posiadają przydatne do analizy własności. Jednorównaniowe nieliniowe modele są szeroko omówione w licznych książkach [Borkowski i in. 2003], [Gruszczyński i Podgórska 2004], [Osińska 2007]. Należy tutaj zaznaczyć, że modele jednorównaniowe nie pozwalają na wyznaczenie mieszanych współczynników elastyczności popytu. Kompletny model popytu stanowi więc odpowiednie narzędzie opisu kształtowania się całej struktury konsumpcji. W polskiej literaturze można także spotkać prace, które w swoich badaniach wykorzystują kompletne modele popytu, ale tylko dla wybranych grup produktów np.: popyt na mięso [Wolak 2008], popyt na alkohol [Gurgul i Wolak 2008] czy popyt na podstawowe produkty spożywcze [Dudek 2008].

W literaturze brakuje aktualnych badań obejmujących kompleksową analizę rynku dóbr konsumpcyjnych w Polsce. Ostatnie prace z wykorzystaniem kompletnego modelu popytu dotyczą okresu 1993-2003 [Suchecki 2006]. Budowane modele w celu poznania aktualnych preferencji konsumentów wykorzystują głównie modele jednorównaniowe. Brakuje także powyższych badań w rozróżnieniu na regiony. Budowa kompletnego modelu dla najnowszego okresu pozwoli na lepsze zrozumienie złożonej natury popytu konsumpcyjnego oraz przynajmniej do częściowego wyjaśnienia prawidłowości rządzących jego kształtowaniem. Natomiast przeprowadzenie analogicznych analiz odrębnie dla każdego regionu pozwoli na identyfikację różnic regionalnych w popycie na dobra i usługi konsumpcyjne.

DANE EMPIRYCZNE

Materiałem empirycznym wykorzystanym w pracy są dane przekrojowo-czasowe uzyskane z bazy danych sporządzonej przez Główny Urząd Statystyczny odnośnie budżetów polskich gospodarstw domowych w latach 1999-2012. Stanowi ona podstawowe źródło informacji odnośnie dochodów, spożycia i wydatków w gospodarstwach domowych. Po usunięciu obserwacji odstających ostateczny zbiór wykorzystany do estymacji parametrów kompletnego modelu popytu liczył 411247 gospodarstw domowych.

Od 1998 roku w BBGD wprowadzono nową klasyfikację przychodów i rozchodów opartą na klasyfikacji COICOP/HBS. Polega ona na podziale całkowitych wydatków na dwanaście grup: (1) żywność i napoje bezalkoholowe, (2) napoje alkoholowe, wyroby tytoniowe i narkotyki, (3) odzież i obuwie, (4) użytkowanie mieszkania, (5) wyposażenie mieszkania i prowadzenie gospodarstwa

domowego, (6) zdrowie, (7) transport, (8) łączność, (9) rekreacja i kultura, (10) edukacja, (11) restauracje i hotele, (12) inne towary i usługi.

Budowa modelu z zaproponowanymi grupami wydatków wymusza uwzględnienia indeksów cenowych. Indeksy cenowe zgodne z powyższą klasyfikacją GUS sporządził dopiero w odniesieniu do danych z 1999 roku. Dlatego w pracy wykorzystano wyniki BBGD od 1999 do 2012. Dane z 2012 roku były najnowszymi danymi dostępnymi w momencie pisania tej pracy.

METODYKA BADAŃ

W 1980 roku został zaproponowany jeden z najbardziej popularnych postaci funkcyjnych kompletnych modeli popytu określane jako prawie idealny układ równań popytowych (*Almost Ideal Demand System*). Został on zaproponowany przez Deatona i Muellbauera [1980]. Rozważyli oni pewną klasę preferencji określaną jako preferencje typu PIGLOG. Logarytm funkcji wydatków dla preferencji typu PIGLOG można zapisać jako:

$$\log c(u, \mathbf{p}) = (1-u) \cdot \log a(\mathbf{p}) + u \cdot \log b(\mathbf{p}). \quad (1)$$

Aby funkcja wydatków była odpowiednio giętka, jej pierwsze i drugie pochodne cząstkowe ze względu na ceny powinny być identyczne jak nieznaną „prawdziwą” funkcji wydatków. W pracy Deaton i Muellbauer [1980] zaproponowali następujące funkcje $\log a(\mathbf{p})$ oraz $\log b(\mathbf{p})$:

$$\log a(\mathbf{p}) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l, \quad (2)$$

$$\log b(\mathbf{p}) = \log a(\mathbf{p}) + \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}. \quad (3)$$

Po podstawieniu zaproponowanych funkcji $\log a(\mathbf{p})$ oraz $\log b(\mathbf{p})$ do logarytmu funkcji wydatków otrzymuje się:

$$\log c(u, \mathbf{p}) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l + u \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k} \quad (4)$$

$$u = \frac{\log c(u, \mathbf{p})}{\beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}} - \frac{a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \log p_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl}^* \log p_k \log p_l}{\beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}}. \quad (5)$$

Wykorzystanie lematu Shepharda ($\frac{\partial \log c(u, \mathbf{p})}{\partial \log p_i} = q_i \cdot \frac{p_i}{c(u, \mathbf{p})} = w_i$) pozwala na uzyskanie równania udziału wydatków (w_i) na i -te dobro:

$$w_i = a_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i u \beta_0 \prod_{k=1}^n p_k^{\beta_k}, \quad (6)$$

gdzie: $\gamma_{ij} = \frac{1}{2} (\gamma_{ij}^* + \gamma_{ji}^*)$.

Podstawiając w miejsce nieznanego poziomu użyteczności u (6) równanie (5) oraz wykorzystując zależność $x=c(u, \mathbf{p})$ można uzyskać równanie udziału wydatków na i -te dobro w zależności od całkowitych wydatków (x) i wektora cen:

$$w_i = \alpha_i + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \log p_j + \beta_i \left(\log x - \alpha_0 - \sum_{k=1}^n \alpha_k \log p_k - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl} \log p_k \log p_l \right) \quad (7)$$

Aby warunki integralności w kompletnym modelu popytu zostały spełnione, wymagane jest spełnienie następujących zależności [Deaton, Muellbauer 1980]:

- warunek sumowalności zostanie spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy:

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n \beta_i = 0, \quad \sum_{i=1}^n \gamma_{ij} = 0, \quad \text{dla każdego } j=1,2,\dots,n,$$

- warunek jednorodności stopnia zero zostanie spełniony wtedy i tylko wtedy, gdy $\sum_{j=1}^n \gamma_{ij} = 0$, dla każdego $i=1,2,\dots,n$,
- warunek symetrii zostanie spełniony jeśli dla wszystkich $i, j=1,2,\dots,n$ $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$,
- warunek ujemnej półokreśloności macierzy Slutskiego wymaga aby własne skompensowane elastyczności cenowe były niedodatnie.

Na podstawie wyznaczonych równań modelu AIDS można wyznaczyć podstawowe współczynniki elastyczności:

- współczynnik nieskompensowanej cenowej elastyczności popytu (wg Marshalla):

$$e_{ij} = \frac{p_j}{q_i} \cdot \frac{\partial g_i(x, \mathbf{p})}{\partial p_j} = -\delta_{ij} + \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \frac{\beta_i \left(\alpha_j + \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log p_k \right)}{w_i}, \quad (8)$$

- współczynnik skompensowanej cenowej elastyczności popytu (wg Hicksa):

$$\tilde{e}_{ij} = \frac{p_j}{q_i} \cdot \frac{\partial h_i(u, \mathbf{p})}{\partial p_j} = \delta_{ij} + \frac{\gamma_{ij}}{w_i} - \frac{\beta_i \left(\alpha_j + \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} \log p_k - w_j \right)}{w_i} + w_j, \quad (9)$$

- współczynnik elastyczności popytu ze względu na całkowite wydatki:

$$e_i = \frac{x}{q_i} \cdot \frac{\partial g_i(x, \mathbf{p})}{\partial I} = 1 + \frac{\beta_i}{w_i}. \quad (10)$$

gdzie: δ_{ij} - delta Kroneckera przyjmująca wartość 1 gdy $i=j$ oraz 0 w p.p.

AGREGACJA GRUP WYDATKÓW

Estymacja kompletnych modeli popytu z zaproponowanymi grupami dóbr wymaga uwzględnienia w procesie estymacji indeksów cenowych charakteryzujących się współliniowością statystyczną. Współliniowość statystyczna jest zjawiskiem niepożądanym i skutkuje negatywnymi konsekwencjami [Maddala 2006, str. 324], [Welfe 2003, str. 141]. Analiza

macierzy współczynników korelacji Pearsona¹ pomiędzy indeksami cenowymi może sugerować, że pomiędzy zmiennymi występuje współliniowość, jednak przy interpretacji wyników należy być szczególnie ostrożnym ze względu na fakt, że model AIDS jest modelem nieliniowym i wyniki analizy nie muszą jednoznacznie wskazywać na problem współliniowości. Jednym z proponowanych rozwiązań powyższego problemu jest usunięcie zmiennej lub zmiennych [Welfe 2003, str. 146], jednak w przypadku kompletnych modeli popytu wspomnianego podejścia nie można zastosować, ponieważ uniemożliwia późniejsze oszacowanie elastyczności. Kolejnym rozwiązaniem problemu współliniowości jest zastosowanie regresji grzbietowej [Trzęsiok 2014], jednak regresję grzbietową można wykorzystać tylko w przypadku modeli jednorównaniowych. Wobec powyższego zastosowanie uogólnionego twierdzenia Hicksa-Leontiewa mówiące o grupowaniu tych dóbr, dla których indeksy cenowe kształtują się podobnie, może poprawić jakość estymowanych parametrów oraz uniknąć negatywnych skutków współliniowości.

Kolejnym problemem występującym podczas estymacji kompletnych modeli popytu jest problem „zerowych wydatków” [Castañon-Herrera i Urzúa 2011]. Udział procentowy gospodarstw z zerowymi wydatkami w niektórych grupach przekracza poziom 20%. Rozwiązaniem powyższego problemu może być przeprowadzenie imputacji braków danych, jednak przy tak dużym poziomie braków wyniki imputacji mogą być niezadawalające. Kolejnym rozwiązaniem jest wykorzystanie modeli dla danych cenzurowanych [Wooldridge 2013, str. 609].

Wykorzystanie modeli dla danych cenzurowanych nie rozwiązuje problemu współliniowości pomiędzy zmiennymi, a dodatkowo utrudnia proces estymacji kompletnych modeli popytu. Wobec powyższego wydaje się, że jedynym rozwiązaniem pozwalającym na przezwycięzenie wspomnianych problemów jest wykonanie agregacji dóbr. Mając na uwadze uogólnione twierdzenie Hicksa-Leontiewa do wyznaczenia agregowanych dóbr wykorzystano metodę głównych składowych [Jolliffe 2002]. Przeprowadzone symulacje wykazały, że zarówno metoda głównych składowych na podstawie macierzy korelacji jak i na podstawie macierzy kowariancji nie pozwala na uzyskanie zadowalających wyników. Wobec powyższego zdecydowano się na zmodyfikowanie macierzy służącej do przeprowadzenia metody głównych składowych. W tym celu wykorzystano macierz współczynników korelacji cząstkowej pomiędzy indeksami cenowymi.

Na podstawie macierzy współczynników korelacji cząstkowej przeprowadzono metodę głównych składowych i wyznaczono wartości własne (Tabela 1).

¹ Tabela została pominięta ze względu na objętość artykułu.

Tabela 1. Siedem pierwszych wartości własnych uporządkowanych nierosnąco. Wartości własne uzyskane w metodzie głównych składowych na podstawie macierzy współczynników korelacji cząstkowej pomiędzy indeksami cenowymi

Numer głównej składowej	Wartość własna	Procent całkowitej wariancji	Skumulowane wartości własne	Skumulowany procent całkowitej wariancji
1	1,9997	16,66%	1,99971	16,66%
2	1,9818	16,52%	3,98153	33,18%
3	1,8846	15,71%	5,8662	48,88%
4	1,6791	13,99%	7,54533	62,88%
5	1,5173	12,64%	9,06266	75,52%
6	1,2250	10,21%	10,2877	85,73%
7	1,0810	9,01%	11,3687	94,74%

Źródło: obliczenia własne

Na podstawie otrzymanych wyników można wnioskować, że wykorzystując 6 pierwszych głównych składowych można uzyskać ok. 85% odwzorowania pierwotnej zmienności w danych. Na tej podstawie zdecydowano się do zredukowania zbioru do 6 grup wydatków. Ostatecznie zostały utworzone następujące grupy wydatków:

- grupa W1: utrzymanie i wyposażenie mieszkania obejmująca wydatki na utrzymanie mieszkania oraz wydatki na wyposażenie mieszkania,
- grupa W2: łączność i edukacja obejmująca wydatki na łączność oraz wydatki na edukację,
- grupa W3: pozostałe dobra i usługi obejmująca wydatki na napoje alkoholowe, tytoń i narkotyki, wydatki na odzież i obuwie oraz wydatki na pozostałe towary i usługi,
- grupa W4: transport i rekreacja obejmująca wydatki na transport oraz wydatki na kulturę i rekreację,
- grupa W5: żywność i zdrowie obejmująca wydatki na żywność i napoje bezalkoholowe oraz wydatki na zdrowie,
- grupa W6 obejmująca wydatki na hotele, kawiarnie oraz restauracje.

Nowe grupy znacznie zredukowały rozmiar modelu, jednak problem zerowych wydatków nie został rozwiązany. Dla grupy W2 udział zerowych wydatków wyniósł 11,5%, natomiast dla grupy W6 udział wyniósł 73,2%. W związku z tym, że podczas estymacji kompletnych modeli popytu jedno równanie musi zostać pominięte, zdecydowano, że równaniem pominiętym będzie ostatnia grupa wydatków (tj. wydatki na hotele, kawiarnie oraz restauracje). Natomiast w przypadku drugiej grupy wydatków, gdzie udział zerowych wydatków wyniósł 11,5%, przeprowadzono imputację braków danych z wykorzystaniem drzew regresyjnych.

W pracy kompletny model popytu jest to model wielorównaniowy wykorzystujący dane przekrojowe z lat 1999-2012. Estymowane kompletne modele popytu zostały rozszerzone o zmienną reprezentującą liczbę osób w gospodarstwie domowym (Tabela 2) oraz o zmienną czasową t (Tabela 3). W tym celu wykorzystano zmodyfikowaną metodę „przesunięcia demograficznego” [Pollak i Wallis 1979]. Do estymacji parametrów modelu wykorzystano iteracyjną uogólnioną wielowymiarową nieliniową metodę najmniejszych kwadratów. Warunek sumowalności, jednorodności i symetrii zostały uwzględnione w postaci odpowiednich restrykcyjnych nałożonych na parametry modelu w procesie estymacji. Ostatecznie kompletny model popytu przyjął następującą postać:

$$w_i = \alpha_i(z) + \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} \ln p_j + \beta_i(z)(\ln x - \alpha_0(z) + \sum_{k=1}^n \alpha_k(z) \ln p_k - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \gamma_{kl} \ln p_k \ln p_l) + \lambda_i t + \varepsilon_i \quad (11)$$

gdzie: \hat{w}_i - udział wydatków na i -tą grupę wydatków,
 z - liczba osób w gospodarstwie domowym,
 x - całkowite wydatki gospodarstwa,
 p_i - indeks cenowy i -tej grupy wydatków,
 t - liczba miesięcy od stycznia 1999 roku,
 $\alpha_0(z) = \alpha_0 + \alpha_z z$, $\alpha_i(z) = \alpha_i^0 + \alpha_i z$, $\beta_i(z) = \beta_i^0 + \beta_i z$.

Tabela 2. Wyniki weryfikacji hipotezy o zasadności wprowadzenia zmiennej demograficznej do modelu

$\alpha_z = 0, \alpha_i = 0,$ $\beta_z = 0$	Wartość statystyki testowej	Wartość krytyczna	p -value
Test Walda	W=51588,1	$X^{2*} = 19,67$	<,0001
Test LR	LR=37186,2	$X^{2*} = 19,67$	<,0001

Źródło: obliczenia własne

Tabela 3. Wyniki weryfikacji hipotezy o łącznej istotności λ_i ($i=1,2,\dots,5$)

$\lambda_i = 0$	Wartość statystyki testowej	Wartość krytyczna	p -value
Test Walda	W=1946,7	$X^{2*} = 11,07$	<,0001
Test LR	LR=1045,0	$X^{2*} = 11,07$	<,0001

Źródło: obliczenia własne

WYNIKI BADAŃ

Wyznaczając współczynniki elastyczności ze względu na całkowite wydatki można przeprowadzić klasyfikację dóbr podobnie jak w przypadku analizy

współczynników elastyczności dochodowej. Na podstawie otrzymanych wyników można stwierdzić, że grupa W2 (wydatki na łączność i edukację) oraz W5 (wydatki na żywność i zdrowie) zostały zakwalifikowane jako dobra podstawowe (Tabela 4). Oznacza to, że udział tych dóbr maleje wraz ze wzrostem udziału wydatków. Dodatkowo najniższą wartość otrzymano dla grupy W5 (wydatki na żywność i zdrowie). Z kolei najwyższą wartość współczynnika otrzymano dla grupy W4 (wydatki na transport i rekreację) oraz dla grupy W6 (wydatki na hotele, kawiarnie i restauracje). Dla grupy utrzymanie i wyposażenie mieszkania otrzymano wartość współczynnika zbliżoną do jedności, co może oznaczać, że zmiana udziału wydatków na dane dobro jest proporcjonalna do zmiany całkowitych wydatków.

Tabela 4. Współczynniki elastyczności całkowitych wydatków wyznaczone na podstawie modelu AIDS dla przeciętnego gospodarstwa domowego w Polsce

Grupa wydatków	W1	W2	W3	W4	W5	W6
Współczynnik elastyczności	1,08	0,82	1,35	1,48	0,65	1,47

Źródło: obliczenia własne

Tabela 5. Współczynniki elastyczności cenowych popytu (według Hicksa) wyznaczone na podstawie modelu AIDS dla przeciętnego gospodarstwa domowego w Polsce

Grupa wydatków	zmiana popytu	W1	W2	W3	W4	W5	W6
		zmiana ceny					
W1		-0,38*	0,22*	0,94*	-0,2*	-0,64*	0,11*
W2		0,98*	0,06	-0,19*	0,79*	-1,59*	-0,01
W3		1,8*	-0,09*	-2,37*	0,26*	0,64*	-0,19*
W4		-0,41*	0,36*	0,23*	-1,06*	0,49*	0,44*
W5		-0,43*	-0,23*	0,25*	0,14*	0,31*	-0,02*
W6		0,66*	-0,01	-0,74*	1,28*	0,02	-1,16*

* oznacza, że współczynnik jest statystycznie różny od 0 przy poziomie istotności 0,05.

Źródło: obliczenia własne

Współczynniki skompensowanych elastyczności cenowych (zwane też jako elastyczności Hicksa) określają miarę samego efektu substytucyjnego, czyli bez wpływu efektu dochodowego. Zgodnie z teorią ekonomii, własne współczynniki elastyczności Hicksa powinny być niedodatnie, co zostało spełnione dla większość grup (Tabela 5). Dla grupy W2 (wydatki na łączność i edukację) wartość współczynnika Hicksa nie różni się statystycznie od 0, natomiast dla grupy W5 (wydatki na żywność i zdrowie) wartość współczynnika Hicksa jest większa od 0, co jest dość zastanawiającym wynikiem i może być skutkiem przeprowadzonej agregacji dóbr, co w znacznym stopniu powoduje zniekształcenie modelowanego zjawiska. Dla pozostałych grup wydatków otrzymano ujemne współczynniki skompensowanych elastyczności cenowych. Dla wydatków na utrzymanie

i wyposażenie mieszkania (W1) otrzymano współczynnik elastyczności mniejszy od jedności, co oznacza, że w analizowanym okresie popyt był nieelastyczny. Natomiast dla wydatków na pozostałe dobra i usługi (W3), wydatków na transport i rekreację (W4) oraz wydatków na hotele, kawiarnie i restauracje (W6) otrzymano współczynniki elastyczności większe od jedności, co implikuje, że w analizowanym okresie popyt był elastyczny. Dodatkowo najbardziej czuły na zmianę ceny okazał się popyt na pozostałe dobra i usługi (W3) (-2,37%).

Najbardziej powszechnym podziałem terytorium Polski jest podział względem województw, jednak budowa 16 kompletnych modeli popytu oraz późniejsza analiza otrzymanych wyników może się okazać zadaniem niemożliwym do przeprowadzenia. Wobec powyższego zdecydowano się podzielić terytorium Polski na regiony zgodnie z podziałem zaproponowanym przez GUS (2011):

- region centralny (województwa: mazowieckie, łódzkie),
- region południowy (województwa: małopolskie i śląskie),
- region wschodni (województwa: lubelskie, podkarpackie, podlaskie, świętokrzyskie),
- region północno-zachodni (województwa: lubuskie, wielkopolskie, zachodniopomorskie),
- region południowo-zachodni (województwa: dolnośląskie, opolskie),
- region północny (województwa: kujawsko-pomorskie, pomorskie, warmińsko-mazurskie).

Dla następujących podziałów zostały zbudowane i estymowane kompletne modele popytu, a cząstkowe wyniki zostały przedstawione poniżej (Tabela 6).

Tabela 6. Wartości współczynników elastyczności ze względu na całkowite wydatki w Polsce i w poszczególnych regionach wraz z przedziałami ufności (błędy standardowe wykorzystane do wyznaczenia przedziałów znajdują się w Tabeli 7)

W1	e_i	\underline{e}_i	\bar{e}_i
Polska	1,083	1,080	1,086
Centralny	1,095	1,088	1,102
Południowy	1,054	1,047	1,061
Wschodni	1,183	1,175	1,191
Płn.-Zachodni	1,043	1,035	1,051
Płd.-Zachodni	1,053	1,043	1,062
Północny	1,032	1,024	1,040

W2	e_i	\underline{e}_i	\bar{e}_i
Polska	0,818	0,815	0,822
Centralny	0,870	0,862	0,877
Południowy	0,782	0,774	0,790
Wschodni	0,748	0,739	0,757
Płn.-Zachodni	0,856	0,847	0,866
Płd.-Zachodni	0,787	0,776	0,798
Północny	0,824	0,815	0,834

W3	e_i	\underline{e}_i	\bar{e}_i
Polska	1,346	1,342	1,350
Centralny	1,282	1,273	1,290
Południowy	1,404	1,394	1,414
Wschodni	1,363	1,353	1,372
Płn.-Zachodni	1,405	1,394	1,415
Płd.-Zachodni	1,349	1,336	1,362
Północny	1,380	1,369	1,391

W4	e_i	\underline{e}_i	\bar{e}_i
Polska	1,480	1,476	1,485
Centralny	1,472	1,463	1,481
Południowy	1,531	1,521	1,542
Wschodni	1,400	1,389	1,410
Płn.-Zachodni	1,473	1,462	1,484
Płd.-Zachodni	1,495	1,481	1,509
Północny	1,501	1,490	1,513

W5	e_i	\underline{e}_i	\bar{e}_i	W6	e_i	\underline{e}_i	\bar{e}_i
Polska	0,650	0,648	0,652	Polska	1,474	1,469	1,478
Centralny	0,644	0,640	0,648	Centralny	1,496	1,486	1,507
Południowy	0,643	0,639	0,648	Południowy	1,443	1,432	1,453
Wschodni	0,645	0,639	0,648	Wschodni	1,419	1,407	1,430
Płn.-Zachodni	0,648	0,644	0,653	Płn.-Zachodni	1,468	1,456	1,480
Płd.-Zachodni	0,660	0,654	0,666	Płd.-Zachodni	1,537	1,522	1,552
Północny	0,671	0,666	0,676	Północny	1,464	1,453	1,476

Źródło: obliczenia własne

Tabela 7. Wartości błędów standardowych współczynników elastyczności ze względu na całkowite wydatki w Polsce i w poszczególnych regionach (błędy standardowe zostały wyznaczone z wykorzystaniem metody delty)

	W1	W2	W3	W4	W5	W6
Polska	0,0016	0,0018	0,0021	0,0022	0,0010	0,0024
Centralny	0,0035	0,0039	0,0044	0,0045	0,0021	0,0053
Południowy	0,0036	0,0042	0,0050	0,0053	0,0023	0,0054
Wschodni	0,0040	0,0045	0,0049	0,0056	0,0023	0,0057
Płn.-Zachodni	0,0041	0,0048	0,0054	0,0057	0,0024	0,0061
Płd.-Zachodni	0,0049	0,0056	0,0067	0,0071	0,0031	0,0077
Północny	0,0041	0,0048	0,0055	0,0059	0,0025	0,0060

Źródło: obliczenia własne

Ze względu na ograniczoną objętość artykułu w pracy pominięto analizę współczynników elastyczności cenowej (Hicksa oraz Marshalla) w układzie regionalnym.²

Analizując grupę W1 (wydatki na utrzymanie i wyposażenie mieszkania) można zauważyć, że wartości współczynnika elastyczności ze względu na całkowite wydatki w poszczególnych regionach kształtują się podobnie. Na szczególną uwagę zasługuje region wschodni oraz region centralny. Region centralny charakteryzował się w analizowanym okresie nieco wyższą wartością współczynnika elastyczności (1,095) jednak najbardziej wyróżniającym się regionem był region wschodni, dla którego wartość współczynnika była wyraźnie wyższa w porównaniu do pozostałych regionów (1,183).

Kolejną analizowaną grupą były wydatki na łączność i edukację (W2), dla której wartości współczynników w poszczególnych regionach były bardzo zróżnicowane. Najwyższa wartość współczynnika została wyznaczona dla regionu centralnego (0,87) oraz dla regionu płn.-zachodniego (0,856). Z kolei najniższa wartość współczynnika została wyznaczona dla regionu wschodniego (0,748).

² Dla osób zainteresowanych istnieje możliwość przesłania uzyskanych wyników drogą elektroniczną.

Grupa W3 obejmuje wydatki na pozostałe dobra i usługi. Analizując wyniki otrzymane na podstawie kompletnych modeli popytu można zauważyć, że najbardziej wyróżniającym się regionem był region centralny, dla którego wartość współczynnika elastyczności całkowitych wydatków była najniższa (1,282) oraz znacznie odbiegająca od wartości współczynników w pozostałych regionach.

Rozpatrując grupę W4 (wydatki na transport i rekreację) można zauważyć, że dla regionu centralnego, pñ.-zachodniego, pñd.-zachodniego oraz północnego wartości współczynników elastyczności całkowitych wydatków kształtują się na zbliżonym poziomie. Natomiast w regionie wschodnim wartość współczynnika była znacznie niższa (1,4) oraz wyraźnie odbiegająca od pozostałych regionów. Najwyższa wartość została wyznaczona dla regionu południowego (1,531).

Wydatki na żywność i napoje bezalkoholowe zostały połączone z wydatkami na zdrowie w grupie W5. Trzy analizowane regiony (centralny, południowy oraz wschodni) uzyskały praktycznie identyczne wartości współczynnika całkowitych wydatków (ok. 0,644). Najwyższa wartość została wyznaczona dla regionu północnego (0,671).

Ostatnią analizowaną grupą były wydatki na hotele, kawiarnie i restauracje (W6). Do najbardziej wyróżniających się regionów można zaliczyć region wschodni oraz region pñd.-zachodni, dla których wartości współczynników wyraźnie odbiegały w porównaniu do pozostałych regionów. Region wschodni uzyskał najniższą wartość współczynnika (1,419), natomiast region pñd.-zachodni uzyskał najwyższą wartość współczynnika (1,537).

PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badania wykazały, że prawie idealny układ równań popytowych (AIDS) okazał się użytecznym narzędziem analizy popytu konsumpcyjnego. Wykorzystanie powyższego modelu pozwala na przeprowadzenie bardziej zaawansowanych analiz dotyczących popytu konsumpcyjnego oraz uwzględnienie zależności występujących pomiędzy różnymi grupami wydatków. Dodatkowo badania potwierdziły, że zmienne demograficzne oraz czynnik czasu istotnie wpływają na uzyskane wartości współczynników elastyczności. W celu uwzględnienia zmiennych estymowane kompletne modele popytu zostały rozszerzone z wykorzystaniem zmodyfikowanej metody „przesunięcia demograficznego” Pollaka i Wallesa.

Analogiczne badania zostały przeprowadzone w rozróżnieniu na poszczególne regiony. Wyniki badań jednoznacznie wskazują, że elastyczności popytowe w Polsce są regionalnie zróżnicowane z regionem wschodnim (obejmującym województwa lubelskie, podkarpackie, podlaskie oraz świętokrzyskie) jako region charakteryzujący się najbardziej odmienną strukturą popytu w porównaniu do pozostałych regionów.

BIBLIOGRAFIA

- Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2003) *Ekonometria wybrane zagadnienia*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Castañon-Herrera A., Urzúa C. M. (2011) The non-optimality of the Mexican indirect tax system, EGAP Working Papers, No. 2011-02.
- Deaton A. S., Muellbauer J. (1980) An Almost Ideal Demand System, *American Economic Review* (70), 312-326.
- Dudek H. (2008) Elastyczności cenowe popytu na żywność – analiza na podstawie modelu LA/AIDS, *Roczniki Naukowe SERIA*, Tom X(4).
- Główny Urząd Statystyczny (2011) *Metodologia badania budżetów gospodarstw domowych*, Warszawa.
- Gruszczyński M., Podgórska M. (2004) *Ekonometria*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza SGH.
- Gulbicka B., Kwasek M. (2006) Wpływ dochodów na spożycie żywności – przesłanki dla polityki żywnościowej, *Zagadnienia Ekonomiki Rolnej* 1, 19-33.
- Gurgul H., Wolak J. (2008) Popyt na alkohol w Polsce. Estymacja modelu AIDS, *Metody ilościowe w Badaniach Ekonomicznych Tom IX*, 149–158.
- Jolliffe I. T. (2002) *Principal Component Analysis, Second Edition*, Springer.
- Kwasek M. (2008) Dochodowa elastyczność popytu na żywność, *Wiadomości Statystyczne* Nr 5.
- Maddala G. S. (2006) *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Welfe W. (2003) *Ekonometria*, PWE, Warszawa.
- Osińska M. (2007) *Ekonometria współczesna*, Wydawnictwo „Dom Organizatora”, Toruń.
- Pollak R. A., Wales T. J. (1979) Welfare Comparison and Equivalence Scales, *American Economic Review*, Vol. 69, 216-221.
- Stanisławska J. (2012) Kształtowanie się wydatków na restauracje i hotele w gospodarstwach domowych w Polsce, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu - Nowe trendy w dystrybucji produktów żywnościowych, Gastronomia i zachowania nabywców*, str. 336.
- Stanisławska J., Wysocki F. (2011) Dochodowa elastyczność wydatków na artykuły żywnościowe gospodarstw domowych rolników według grup dochodowych, *Roczniki Naukowe SERIA*, Tom XIII(4).
- Sucheckie B. (2006) *Kompletne modele popytu*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Trzęsiok J. (2014) Porównanie zdolności predykcyjnych modelu regresji grzbietowej z wybranymi nieparametrycznymi modelami regresji, *Zastosowanie metod matematycznych w ekonomii i zarządzaniu* (191), 65-74.
- Wolak J. (2008) Ekonometryczna analiza popytu na mięso w Polsce, *Ekonomia Menedżerska* nr 4, 135-143.
- Wooldridge J. M. (2013) *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, South-Western Cengage Learning.

Załącznik 1. Oceny parametrów w kompletnym modelu popytu (AIDS) oszacowanego dla wszystkich regionów łącznie z wykorzystaniem iteracyjnej UWNMKNK

Parametr	Ocena parametru	Błąd standardowy	<i>p-value</i>	Parametr	Ocena parametru	Błąd standardowy	<i>p-value</i>
α_1^0	0,2978	0,0012	<,0001	γ_{35}	0,0382	0,0056	<,0001
α_2^0	0,0755	0,0004	<,0001	γ_{44}	-0,0295	0,0039	<,0001
α_3^0	0,0816	0,0008	<,0001	γ_{45}	0,0171	0,0042	<,0001
α_4^0	0,0162	0,0008	<,0001	γ_{55}	0,3545	0,0086	<,0001
α_5^0	0,5769	0,0011	<,0001	α_1	-0,0197	0,0003	<,0001
β_1^0	0,0122	0,0010	<,0001	α_2	-0,0036	0,0001	<,0001
β_2^0	-0,0233	0,0002	<,0001	α_3	0,0121	0,0003	<,0001
β_3^0	0,0466	0,0007	<,0001	α_4	0,0156	0,0003	<,0001
β_4^0	0,0667	0,0007	<,0001	α_5	-0,0093	0,0007	<,0001
β_5^0	-0,1322	0,0009	<,0001	α_7	0,2213	0,0039	<,0001
γ_{11}	0,0929	0,0141	<,0001	β_1	0,0033	0,0003	0,6225
γ_{12}	0,0426	0,0041	<,0001	β_2	0,0041	0,0001	<,0001
γ_{13}	0,2145	0,0083	<,0001	β_3	0,0007	0,0002	0,0002
γ_{14}	-0,0894	0,0053	<,0001	β_4	-0,0018	0,0002	<,0001
γ_{15}	-0,2764	0,0085	<,0001	β_5	-0,0031	0,0003	<,0001
γ_{22}	0,0589	0,0030	<,0001	λ_1	0,0003	0,00004	<,0001
γ_{23}	-0,0200	0,0026	<,0001	λ_2	-0,0001	0,00001	<,0001
γ_{24}	0,0400	0,0019	<,0001	λ_3	-0,0009	0,00003	<,0001
γ_{25}	-0,1190	0,0025	<,0001	λ_4	0,0003	0,00001	<,0001
γ_{33}	-0,2109	0,0077	<,0001	λ_5	0,0003	0,00002	<,0001
γ_{34}	0,0145	0,0037	<,0001				

Źródło: obliczenia własne

ANALYSIS OF THE CONSUMER DEMAND USING THE ALMOST IDEAL DEMAND SYSTEM

Abstract: The paper attempts to analyze consumer demand using a complete demand system AIDS. The complete demand system is the right tool for the analysis of consumer demand because it takes into account the phenomenon of substitutability and complementarity. The research was based on household microeconomic data collected by GUS (the Polish Central Statistical Office) in the period 1999-2012. Additionally, a complete demand model has been extended by the demographic variable and the time variable. The problem of zero expenditures and the collinearity of variables were described in the paper. The results show that taking into account the phenomena of substitutability and complementarity allows a better understanding of complex interactions occurring in the market for consumer goods and services

Keywords: complete demand system, Almost Ideal Demand System, AIDS, elasticity of demand