

# MODELOWANIE ROZMYTE

---

**Paweł Konopka**

Uniwersytet w Białymstoku

## ZASTOSOWANIE WNIOSKOWANIA ROZMYTEGO DO OCENY RYZYKA KREDYTOWEGO PRZEDSIĘBIORSTW

### Wprowadzenie

W artykule przedstawiono teoretyczną koncepcję modelu oceny zdolności przedsiębiorstwa do terminowego wywiązywania się z zobowiązań kredytowych, opartą na koncepcji wnioskowania rozmytego. Do weryfikacji empirycznej zaproponowanego modelu wykorzystano dane o 37 kredytach inwestycyjnych zaciągniętych w jednym z największych banków spółdzielczych w województwie podlaskim. W grupie kredytobiorców znajdują się zarówno podmioty terminowo spłacające zobowiązania kredytowe, jak i podmioty mające znaczące opóźnienia w spłacie, z zaprzestaniem spłaty włącznie. W procesie oceny zdolności kredytowej w tym banku nie był wykorzystywany żaden model probabilistyczny, ocena była dokonywana metodą opisową, opierając się na wiedzy eksperckiej oraz proponowanych zabezpieczeniach kredytu. W artykule zaproponowano proces oceny zdolności kredytowej, jako proces wnioskowania rozmytego z wykorzystaniem zmiennych lingwistycznych służących szacowaniu ryzyka. Celem pracy była próba odpowiedzi na pytanie, czy ujęcie usystematyzowanej wiedzy eksperckiej w modelu rozmytym oceny zdolności kredytowej daje lepsze rezultaty w rozpoznawaniu „złych” i „dobrych” kredytobiorców w porównaniu do klasycznego eksperckiego modelu oceny zdolności kredytowej. Opracowanie składa się z czterech części. We wprowadzeniu skrótowo omówiono tematykę ryzyka kredytowego w finansowaniu przedsiębiorstw, drugą część poświęcono tematyce zbiorów i wnioskowaniu rozmytemu. W rozdziale trzecim przedstawiono opracowany model oraz przedstawiono wyniki empirycznych badań. Część czwarta stanowi posumowanie.

## 1. Ryzyko kredytowe w finansowaniu przedsiębiorstw

Ze względu na mnogość czynników zewnętrznych i wewnętrznych, które wpływają na całokształt działalności przedsiębiorstwa, badanie ryzyka kredytowego w finansowaniu przedsiębiorstw jest zadaniem złożonym. Do najważniejszych czynników zewnętrznych mających wpływ na funkcjonowanie firmy można zaliczyć czynniki koniunkturalno-rynkowe (np. cykle koniunkturalne), polityczno-systemowe (np. podatki, obostrzenia prawne) oraz społeczno-demograficzne. Do czynników wewnętrznych zaliczamy np. sprawność zarządzania firmą, która przekłada się na poziom wskaźników finansowych charakteryzujących przedsiębiorstwo. Z pojęciem ryzyka kredytowego nierozdzielnie związane jest pojęcie zdolności kredytowej. Pojęcie to jest różnie definiowane w zależności od płaszczyzny rozważań (np. w podejściu stricte prawnym)<sup>1</sup>. Na potrzeby artykułu poprzez pojęcie zdolności kredytowej przedsiębiorstwa będziemy rozumieli jego zdolność do kompletnego oraz terminowego wywiązywania się z posiadanych zobowiązań oraz zaciągania nowego kredytu.

W celu uproszczenia procesu oceny ryzyka banki posługują się modelami oceny ryzyka, których postać (równanie bądź równania) budowane są na podstawie historycznych wyników finansowych przedsiębiorstw<sup>2</sup>. Najczęściej wykorzystywanymi przez banki metodami modelowania ryzyka są: analiza dyskryminacyjna<sup>3</sup>, analiza regresji, analiza logitowa, modele punktowe oraz sztuczne sieci neuronowe. Wykorzystanie modelu statystycznego w procesie oceny ryzyka skraca czas oraz redukuje koszty procesu oceny wniosków kredytowych. Oprócz pozytywnych stron stosowania modeli statystycznych, wyróżnić można także stronę negatywną. Wadami włączenia do procesu oceny ryzyka kredytowego przedsiębiorstw modeli bazujących wyłącznie na danych historycznych są: szybka dezaktualizacja danych użytych z budowie modeli, zbyt mała liczba danych użyta do budowy modeli oraz niewielka wartość informacyjna zwracana przez model. Należy także uwzględnić fakt, iż banki dysponują wiedzą niepełną i niepewną oraz rzadko gromadzą dane na temat odrzuconych wniosków kredytowych. Niezbędne w ocenie ryzyka kredytowego przedsiębiorstw

<sup>1</sup> A. Krysiak, A. Staniszevska, M.S. Wiatr: Zarządzanie portfelem kredytowym banku. SGH, Warszawa 2012.

<sup>2</sup> A. Janc, M. Kraska: Credit-scoring. Nowoczesna metoda oceny zdolności kredytowej. Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa 2001; A. Matuszyk: Credit Scoring. CeDeWu, Warszawa 2008.

<sup>3</sup> Jednym z pierwszych szeroko omawianych modeli był model Altmana, oparty na metodzie analizy dyskryminacyjnej. Pomimo wysokiej mocy dyskryminacyjnej, za wadę modelu Altman uznał niedostatecznie uzasadniony dobór użytych zmiennych.

staje się włączenie do modelowania oprócz danych historycznych także wiedzy eksperckiej. Taką możliwość, ze względu na swój charakter, dają modele oparte na wnioskowaniu rozmytym<sup>4</sup>.

## 2. Podstawowe zagadnienia wnioskowania rozmytego

Pojęcie zbioru rozmytego, będącego rozszerzeniem klasycznej definicji zbioru, przedstawił Lotfi Zadeh w 1965 roku<sup>5</sup>. Standardowo z każdym zbiorem  $A$  jednoznacznie związana jest jego funkcja charakterystyczna

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in A \\ 0 & \text{gdy } x \notin A \end{cases} \quad (1)$$

która przyjmuje wartość 1, gdy element  $x$  należy do zbioru  $A$ , oraz wartość 0 gdy element  $x$  nie należy do tego zbioru.

Rozmyta teoria zbiorów dopuszcza sytuacje, w których element  $x$  może należeć do zbioru tylko w jakimś stopniu, może też należeć jednocześnie do zbioru oraz jego dopełnienia. Według definicji zbiorem rozmytym  $A$  w przestrzeni  $X$  nazywamy zbiór określony następująco

$$A = \{(x, \mu_A(x)); x \in X, \mu_A(x) \in [0, 1]\} \quad (2)$$

gdzie  $\mu_A(x)$  jest funkcją przynależności elementu  $x \in X$  do zbioru rozmytego  $A$ .

W modelach rozmytych stosowane są różne operacje na zbiorach rozmytych. Do najczęściej stosowanych operacji zalicza się operacje sumy i różnicy, które definiuje się następująco:

- sumą dwóch zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  jest zbiór  $A \cup B$  z funkcją przynależności określoną następująco

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X \quad (3)$$

<sup>4</sup> D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank: Wprowadzenie do sterowania rozmytego. WNT, Warszawa 1996; A. Łachwa: Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, Warszawa 2001; I. Rejer: Integracja wiedzy w modelach rozmytych zależności ekonomicznych. Rozprawy i Studia. Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2008.

<sup>5</sup> L.A. Zadeh: Fuzzy Sets. „Information and Control” 1965, No. 8, s. 338-353.

- iloczynem dwóch zbiorów rozmytych  $A$  i  $B$  jest zbiór  $A \cap B$  z funkcją przynależności określoną następująco

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\}, \quad x \in X \quad (4)$$

W celu wyrażania informacji w sposób niejednoznaczny, należy posłużyć się pojęciem zmiennej lingwistycznej<sup>6</sup>. Poprzez pojęcie zmiennej lingwistycznej rozumiemy piątkę postaci

$$(X, T(X), U, G, M) \quad (5)$$

gdzie:

$X$  – nazwa zmiennej lingwistycznej (np. ryzyko),

$T(X)$  – zbiór określeń lingwistycznych np. {„niskie”, „umiarkowane”, „wysokie”},

$U$  – przestrzeń rozważań (np. przedział zmiennej rentowności aktywów ROA [-20%;20%]),

$G$  – gramatyka tworząca wartości lingwistyczne  $T(X)$ ,

$M$  – znaczeniem, przy czym  $M(X)$  jest podzbiorem rozmytym w przestrzeni  $U$ .

Zmienną lingwistyczną *Ryzyko* ( $R$ ) może opisać poprzez określenia lingwistyczne  $T_R(X) = \{\text{„niskie”, „umiarkowane”, „wysokie”}\}$ , przestrzeń rozważań można opisać za pomocą przedziału  $U = [0, 1]$ , natomiast znaczeniem  $M$  będzie zbiór funkcji przynależności do poszczególnych zbiorów rozmytych. W literaturze spotykamy także wiele modeli rozmytych, zróżnicowanych pod względem reguł rozmytych lub zastosowanego mechanizmu wnioskowania. W praktyce najczęściej wykorzystywane są dwa modele: model Mamdaniego<sup>7</sup> oraz model Takagi-Sugeno<sup>8</sup>.

<sup>6</sup> L.A. Zadeh: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-III. Information Sciences 9, American Elsevier Publishing Company, Inc. 1975, s. 43-80.

<sup>7</sup> A. Piegat: Modelowanie i sterowanie rozmyte. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, Warszawa 1999.

<sup>8</sup> R.P. Paiva, A. Douranto: Structure and Parametr Learning of Neuro-Fuzzy Systems: A Methodology and Comparative Study. „Journal of Intelligent & Fuzzy Systems” 2001, No. 11.

W pierwszym etapie budowy modelu wybrane do modelu zmienne przedstawiane są jako zmienne lingwistyczne. Istotne jest tu określenie kształtu funkcji przynależności do poszczególnych zbiorów rozmytych. Główną rolę odgrywają tu dane oraz wiedza eksperta. W kolejnym kroku budowana jest baza reguł będąca systematycznym ujęciem wiedzy eksperckiej na temat badanego zjawiska. W wyniku wnioskowania otrzymuje się wynikową funkcję przynależności, która stanowi punkt wyjścia do procesu wyostrażania<sup>9</sup>. W pracy jako metodę wyostrażania zastosowano metodę środka ciężkości. Metoda środka ciężkości pozwala uwzględnić wszystkie zaktywowane zbiory rozmyte oraz zachowuje ciągłość na wyjściu sterownika. Środek ciężkości wyznaczany jest przez funkcjonal

$$I(\mu(x)) = \frac{\int_D x\mu(x)dx}{\int_D \mu(x)dx} \quad (6)$$

gdzie:

$\mu(x)$  – funkcja przynależności zbioru rozmytego,

$D$  – przedział liczbowy na którym określona jest funkcja przynależności zbioru rozmytego.

### 3. Modele oceny ryzyka kredytowego w ujęciu zbiorów rozmytych

Budowa proponowanego modelu oceny ryzyka kredytowego przedsiębiorstwa w ujęciu rozmytym składa się z zastępujących etapów:

- I. Wybór zmiennych diagnostycznych.
- II. Przedstawienie wprowadzonych do modelu zmiennych jako zmiennych lingwistycznych, z uwzględnieniem podziału kredytobiorców na dwie grupy („dobrzy” kredytobiorcy, „źli” kredytobiorcy).
- III. Budowa bazy reguł wnioskowania.
- IV. Weryfikacja empiryczna modelu.

<sup>9</sup> K. Tanaka: An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications. Springer, Berlin 1997.

Ze względu na kompletność pozyskanych danych w procesie doboru zmiennych wykorzystywanych do budowy modeli zastosowano dwa podejścia:

Podejście I: rozpatrzono grupę kredytobiorców, którą ze względu na większą ilość zmiennych diagnostycznych można opisać za pomocą większej liczby wskaźników. Grupa ta składa się głównie z przedsiębiorstw prowadzących pełną księgowość.

Podejście II: rozważono tu dane o wszystkich kredytobiorcach, lecz ze względu na niekompletność danych grupa ta jest opisywana za pomocą mniejszej liczby wskaźników.

W obu podejściach wykorzystano zmienne w postaci wskaźników, do wybrania zmiennych zastosowano metodę analizy macierzy korelacji<sup>10</sup>. W podejściu I do modelu rozmytego zakwalifikowano następujące zmienne:

- rentowność aktywów (ROA),
- wartość zaciągniętego kredytu (WK),
- rotacja zobowiązań (RZ),
- wskaźnik relacji zysku netto do wartości zaciągniętego kredytu (ZN/WK).

Wymienione wyżej wskaźniki potraktowano jako zmienne lingwistyczne, przy czym założono, iż każda ze zmiennych będzie przyjmować dwie wartości: „niski poziom wskaźnika” oraz „wysoki poziom wskaźnika”. Opis zmiennych za pomocą dwóch zbiorów rozmytych podyktowany jest następującymi aspektami:

- rozpatrujemy dwie grupy klientów (tych, którzy terminowo wywiązują się ze spłaty zobowiązań (tzw. dobrzy klienci) oraz tych, których kredyt uznano za stracony (tzw. źli klienci),
- złożonością modelu, im większa ilość zbiorów rozmytych przynależących do poszczególnych zmiennych lingwistycznych, tym większa złożoność bazy reguł wnioskowania,
- wartości poszczególnych wskaźników obu grup klientów stanowią dwa zbiory o niepustym przekroju.

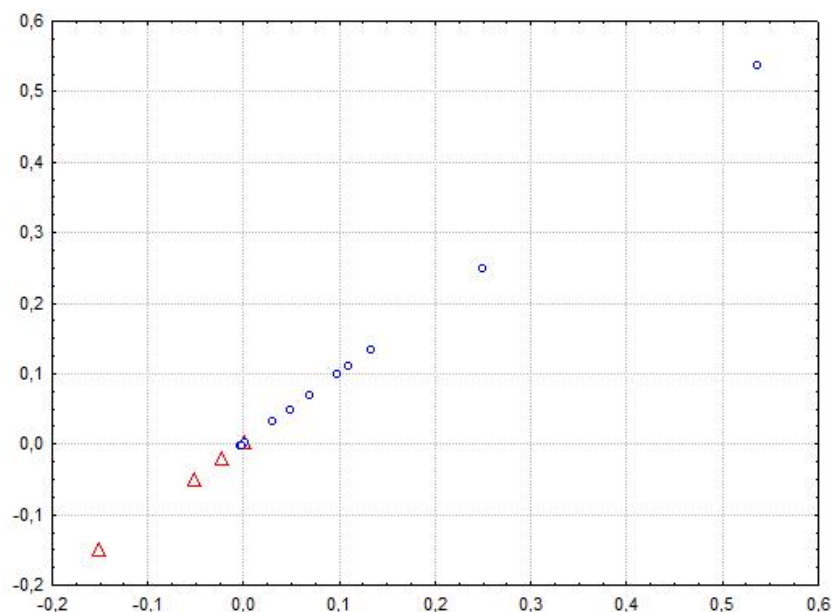
Sytuację przedstawia wykres 1.

---

<sup>10</sup> E. Nowak: Zarys metod ekonometrii. PWN, Warszawa 1997; J. Peters: A Cognitive Computational Model of Risk Hypothesis Generation. „Journal of Accounting Research” 1990, No. 28, s. 83-109.

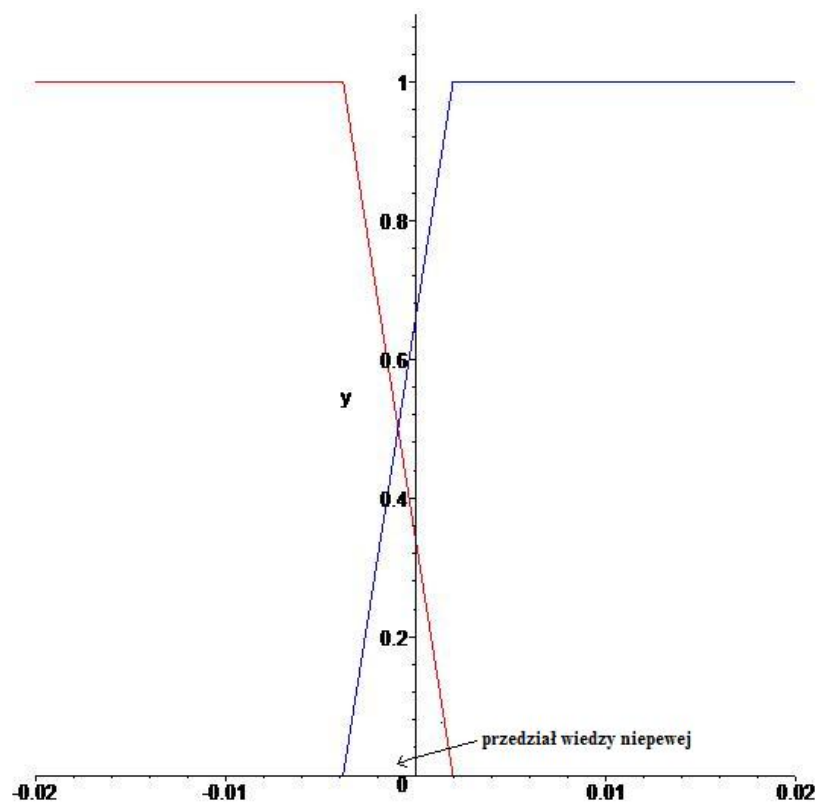
Wykres 1

Wskaźnik ROA, nierozłączność zbiorów wskaźników w grupie dobrych i złych klientów (oś X oraz oś Y prezentują wartości wskaźnika ROA, trójkątami oznaczono tzw. złych klientów, kółkami oznaczono dobrych klientów)



Sytuacja powyższa dotyczy także pozostałych, używanych w proponowanych modelach, wskaźników finansowych. Przedział zmiennej, w którym nie możemy jednoznacznie stwierdzić, że znajdują się w nim wartości wskaźników pochodzące wyłącznie z jednej grupy klientów jest przedziałem wiedzy niepewnej. Na wykresie 2 przedstawiono sposób rozmycia danych, z zaznaczeniem problematycznego przedziału zmiennej.

Zmienna lingwistyczna ROA wraz z zbiorami rozmytymi Wysoki poziom ROA (po prawej), oraz Niski poziom ROA (po lewej)



W modelu rozpatrywane są cztery zmienne lingwistyczne wejściowe:

1. Zmienna ROA,  $T_{ROA}(X) = \{„niski”, „wysoki”\}$ ,

$$U^{ROA} = [z_L^{ROA}, z_P^{ROA}] \cup [d_L^{ROA}, d_P^{ROA}]$$

gdzie:

$z_L^{ROA}$  – najmniejsza wartość zmiennej ROA z grupy złych klientów,

$z_P^{ROA}$  – największa wartość zmiennej ROA z grupy złych klientów,

$d_L^{ROA}$  – najmniejsza wartość zmiennej ROA z grupy dobrych klientów,

$d_P^{ROA}$  – największa wartość zmiennej ROA z grupy dobrych klientów.



Funkcje przynależności do zbioru „niski” poziom ROA oraz zbioru „wysoki” poziom ROA mają postać

$$M_{Niski}(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in [z_L^{ROA}, d_L^{ROA}] \\ \frac{1}{d_L^{ROA} - z_P^{ROA}} x - \frac{z_P^{ROA}}{d_L^{ROA} - z_P^{ROA}} & \text{gdy } x \in [d_L^{ROA}, z_P^{ROA}] \\ 0 & \text{gdy } x \in [z_P^{ROA}, d_P^{ROA}] \end{cases} \quad (7)$$

$$M_{Wysoki}(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in [z_L^{ROA}, d_L^{ROA}] \\ \frac{1}{z_P^{ROA} - d_L^{ROA}} x - \frac{d_L^{ROA}}{z_P^{ROA} - d_L^{ROA}} & \text{gdy } x \in [d_L^{ROA}, z_P^{ROA}] \\ 1 & \text{gdy } x \in [z_P^{ROA}, d_P^{ROA}] \end{cases} \quad (8)$$

2. Zmienna WK,  $T_{WK}(X) = \{„mała”, „duża”\}$ ,

$$U^{WK} = [z_L^{WK}, z_P^{WK}] \cup [d_L^{WK}, d_P^{WK}]$$

gdzie:

$z_L^{WK}$  – najmniejsza wartość zmiennej WK z grupy złych klientów,

$z_P^{WK}$  – największa wartość zmiennej WK z grupy złych klientów,

$d_L^{WK}$  – najmniejsza wartość zmiennej WK z grupy dobrych klientów,

$d_P^{WK}$  – największa wartość zmiennej WK z grupy dobrych klientów.

Funkcje przynależności do zbioru „mała” wartość WK oraz zbioru „duża” wartość WK mają postać

$$M_{mała}^{WK}(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in [z_L^{WK}, d_L^{WK}] \\ \frac{1}{d_L^{WK} - z_P^{WK}} x - \frac{z_P^{WK}}{d_L^{WK} - z_P^{WK}} & \text{gdy } x \in [d_L^{WK}, z_P^{WK}] \\ 0 & \text{gdy } x \in [z_P^{WK}, d_P^{WK}] \end{cases} \quad (9)$$

$$M_{duża}^{WK}(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in [z_L^{WK}, d_L^{WK}] \\ \frac{1}{z_P^{WK} - d_L^{WK}} x - \frac{d_L^{WK}}{z_P^{WK} - d_L^{WK}} & \text{gdy } x \in [d_L^{WK}, z_P^{WK}] \\ 1 & \text{gdy } x \in [z_P^{WK}, d_P^{WK}] \end{cases} \quad (10)$$

3. Zmienna RZ,  $T_{RZ}(X) = \{„krótka”, „długa”\}$ ,

$$U^{RZ} = [z_L^{RZ}, z_P^{RZ}] \cup [d_L^{RZ}, d_P^{RZ}]$$

gdzie:

$z_L^{RZ}$  – najmniejsza wartość zmiennej RZ z grupy złych klientów,

$z_P^{RZ}$  – największa wartość zmiennej RZ z grupy złych klientów,

$d_L^{RZ}$  – najmniejsza wartość zmiennej RZ z grupy dobrych klientów,

$d_P^{RZ}$  – największa wartość zmiennej RZ z grupy dobrych klientów.

Funkcje przynależności do zbioru „krótka” wartość RZ oraz zbioru „długa” wartość RZ mają postać

$$M_{długa}^{RZ}(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in [z_L^{RZ}, d_L^{RZ}] \\ \frac{1}{d_L^{RZ} - z_P^{RZ}} x - \frac{z_P^{RZ}}{d_L^{RZ} - z_P^{RZ}} & \text{gdy } x \in [d_L^{RZ}, z_P^{RZ}] \\ 0 & \text{gdy } x \in [z_P^{RZ}, d_P^{RZ}] \end{cases} \quad (11)$$

$$M_{krótka}^{RZ}(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in [z_L^{RZ}, d_L^{RZ}] \\ \frac{1}{z_P^{RZ} - d_L^{RZ}} x - \frac{d_L^{RZ}}{z_P^{RZ} - d_L^{RZ}} & \text{gdy } x \in [d_L^{RZ}, z_P^{RZ}] \\ 1 & \text{gdy } x \in [z_P^{RZ}, d_P^{RZ}] \end{cases} \quad (12)$$

4. Zmienna ZN/WK,  $T_{ZN/WK}(X) = \{„niski”, „wysoki”\}$ ,

$$U^{ZN/WK} = [z_L^{ZN/WK}, z_P^{ZN/WK}] \cup [d_L^{ZN/WK}, d_P^{ZN/WK}]$$

gdzie:

$z_L^{ZN/WK}$  – najmniejsza wartość zmiennej ZN/WK z grupy złych klientów,

$z_P^{ZN/WK}$  – największa wartość zmiennej ZN/WK z grupy złych klientów,

$d_L^{ZN/WK}$  – najmniejsza wartość zmiennej ZN/WK z grupy dobrych klientów,

$d_P^{ZN/WK}$  – największa wartość zmiennej ZN/WK z grupy dobrych klientów.

Funkcje przynależności do zbioru „niska” wartość ZN/WK oraz zbioru „wysoka” wartość ZN/WK mają postać

$$M_{niska}^{ZN/WK}(x) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } x \in [z_L^{ZN/WK}, d_L^{ZN/WK}] \\ \frac{1}{d_L^{ZN/WK} - z_P^{ZN/WK}} x - \frac{z_P^{ZN/WK}}{d_L^{ZN/WK} - z_P^{ZN/WK}} & \text{gdy } x \in [d_L^{ZN/WK}, z_P^{ZN/WK}] \\ 0 & \text{gdy } x \in [z_P^{ZN/WK}, d_P^{ZN/WK}] \end{cases} \quad (13)$$

$$M_{wysoka}^{ZN/WK}(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in [z_L^{ZN/WK}, d_L^{ZN/WK}] \\ \frac{1}{z_P^{ZN/WK} - d_L^{ZN/WK}} x - \frac{d_L^{ZN/WK}}{z_P^{ZN/WK} - d_L^{ZN/WK}} & \text{gdy } x \in [d_L^{ZN/WK}, z_P^{ZN/WK}] \\ 1 & \text{gdy } x \in [z_P^{ZN/WK}, d_P^{ZN/WK}] \end{cases} \quad (14)$$

Baza reguł będzie składać się z  $2^4 = 16$  reguł. Zmienną wyjściową jest zmienna lingwistyczna „Poziom ryzyka” oznaczony w regułach, jako „R”. Zmienna ta reprezentowana jest przez trzy termy lingwistyczne  $T_R(X) = \{„niski poziom ryzyka”, „umiarkowany poziom ryzyka”, „wysoki poziom ryzyka”\}$ , przestrzeń rozważań  $U = [0, 1]$  oraz następujące funkcje przynależności po zbiorów rozmytych „niski poziom ryzyka”, „umiarkowany poziom ryzyka”, „wysoki poziom ryzyka”

$$M_{niski}^R(x) = \begin{cases} -2x + 1 & \text{gdy } x \in [0, 0.5] \\ 0 & \text{gdy } x \in [0.5, 1] \end{cases}$$

$$M_{umiar.}^R(x) = \begin{cases} 2x & \text{gdy } x \in [0, 0.5] \\ -2x + 2 & \text{gdy } x \in [0.5, 1] \end{cases} \quad (15)$$

$$M_{wysoki}^R(x) = \begin{cases} 0 & \text{gdy } x \in [0, 0.5] \\ 2x - 1 & \text{gdy } x \in [0.5, 1] \end{cases}$$

Niżej przedstawiono 16 reguł wnioskowania, które skonstruowano zgodnie z modelem wnioskowania Mamdaniego.

1. Jeśli (ROA = niski) i (WK = duża) i (RZ = długa) i (ZN/WK = mały) => => (R = Wysoki).
2. Jeśli (ROA = niski) i (WK = duża) i (RZ = długa) i (ZN/WK = wysoki) => => (R = Wysoki).
3. Jeśli (ROA = niski) i (WK = duża) i (RZ = krótka) i (ZN/WK = niski) => => (R = Wysoki).
4. Jeśli (ROA = niski) i (WK = duża) i (RZ = krótka) i (ZN/WK = wysoki) => => (R = Umiarkowany).
5. Jeśli (ROA = niski) i (WK = mała) i (RZ = krótka) i (ZN/WK = wysoki) => => (R = Umiarkowany).
6. Jeśli (ROA = niski) i (WK = mała) i (RZ = krótka) i (ZN/WK = wysoki) => => (R = Średni).
- ...
16. Jeśli (ROA = wysoki) i (WK = mała) i (RZ = krótka) i (ZN/WK = wysoki) => => (R = Niski).

Ogólną zasadę przypisywania poziomu ryzyka w poszczególnych regułach prezentuje tabela 1.

Tabela 1

Poziom ryzyka w zależności od wartościowania zmiennych lingwistycznych wejściowych

Ilość pozytywnych cech w regule wnioskowania*	Poziom ryzyka
4	Niski
3	Umiarkowany
2	Umiarkowany
0-1	Wysoki

\* Na przykład pozytywną cechą w zmiennej lingwistycznej ROA jest określenie lingwistyczne „wysoka”.

Model rozmyty poprawnie sklasyfikował wszystkich „złych kredytobiorców”. W przypadku przedsiębiorstw solidnie spłacających zobowiązanie kredytowe, niepoprawnie zostało sklasyfikowane jedno przedsiębiorstwo.

Tabela 2

Jakość klasyfikacji – podejście I

Grupa przedsiębiorstw	Ilość poprawnie sklasyfikowanych	Ilość niepoprawnie sklasyfikowanych
„Źli kredytobiorcy”	4	0
„Dobrzy kredytobiorcy”	10	1

W podejściu II do badania wykorzystano wszystkie zgromadzone dane, co implikowało fakt, że zmienne wejściowe pochodziły z mniejszego zbioru wskaźników. Podobnie jak w podejściu I, do wyboru zmiennych użyto metodę analizy macierzy korelacji<sup>11</sup>. Do modelu włączono następujące zmienne:

- rentowność kapitałów własnych (ROE),
- liczba pracowników (LP),
- wskaźnik relacji zysku netto do wartości zaciągniętego kredytu (ZN/WK).

Wymienione wyżej wskaźniki potraktowano jako zmienne lingwistyczne, przy czym założono, iż każda ze zmiennych lingwistycznych jest opisywana przez dwie terminy lingwistyczne. Podobnie jak w podejściu I, w budowie modelu wykorzystano wnioskowanie Mamdaniego. Baza reguł będzie składała się z  $2^3 = 8$  reguł.

<sup>11</sup> Ibid.

1. Jeśli (ROE = niski) i (LP = mała) i (ZN/WK = niski) => (R = Wysoki).
2. Jeśli (ROE = niski) i (LP = duża) i (ZN/WK = niski) => (R = Wysoki).
3. Jeśli (ROE = niski) i (LP = mała) i (ZN/WK = niski) => (R = Wysoki).
4. Jeśli (ROE = niski) i (LP = duża) i (ZN/WK = wysoki) => (R = Umiarkowany).
5. Jeśli (ROE = wysoki) i (LP = mała) i (ZN/WK = niski) => (R = Wysoki).
6. Jeśli (ROE = wysoki) i (LP = duża) i (ZN/WK = niski) => (R = Umiarkowany).
7. Jeśli (ROE = wysoki) i (LP = mała) i (ZN/WK = wysoki) => (R = Umiarkowany).
8. Jeśli (ROE = niski) i (LP = duża) i (ZN/WK = wysoki) => (R = Niski).

Przyjętą zasadę przypisywania poziomu ryzyka w poszczególnych regułach prezentuje tabela 3.

Tabela 3

Poziom ryzyka w zależności od wartościowania  
zmiennych lingwistycznych wejściowych

Ilość pozytywnych cech w regule wnioskowania	Poziom ryzyka
3	Niski
2	Umiarkowany
0-1	Wysoki

Model rozmyty poprawnie sklasyfikował 29 z 31 dobrych kredytobiorców. W przypadku przedsiębiorstw niewywiązujących się ze spłaty zobowiązań kredytowych, model poprawnie sklasyfikował 3 z 6 niesolidnych kredytobiorców.

Tabela 4

Jakość klasyfikacji – podejście II

Grupa przedsiębiorstw	Ilość poprawnie sklasyfikowanych	Ilość niepoprawnie sklasyfikowanych
„Źli kredytobiorcy”	3	3
„Dobrzy kredytobiorcy”	29	2

## Podsumowanie

Zaletą modeli opartych na wnioskowaniu rozmytym jest to, że w procesie ich budowy uwzględniane są zarówno dane o historycznych wynikach przedsiębiorstw, jak i wiedza ekspercka<sup>12</sup>. Podkreśla się jednocześnie, że logika rozmyta daje możliwość budowy modelu systemu rzeczywistego nawet wtedy, gdy wiedza leżąca u jego podstaw jest zbyt mała, aby można było wyrazić ją w jakikolwiek inny sposób. Zmienne lingwistyczne umożliwiają włącznie do modelu danych historycznych uwzględniając niepewność danych, baza reguł rozmytych pozwala na włącznie do modelu wiedzy eksperta. Wyniki klasyfikacji pozwalają stwierdzić, że usystematyzowanie wiedzy eksperckiej w modelu rozmytym oceny zdolności kredytowej daje niegorsze rezultaty w rozpoznawania „złych” i „dobrych” kredytobiorców w porównaniu do klasycznego eksperckiego modelu oceny zdolności kredytowej. W dalszych badaniach wykorzystana zostanie większa baza kredytobiorców, jednorodna pod względem rodzaju prowadzonej sprawozdawczości księgowej.

## Literatura

- Altman E.I.: Financial Rations. Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy. „Journal of Finance” 1968.
- Driankov D., Hellendoorn H., Reinfrank M.: Wprowadzenie do sterowania rozmytego. WNT, Warszawa 1996.
- Gątarek D., Maksymiuk R., Krysiak M., Witkowski Ł.: Nowoczesne metody zarządzania ryzykiem finansowym. WIG-Press, Warszawa 2001.
- Janc A., Kraska M.: Credit-scoring. Nowoczesna metoda oceny zdolności kredytowej. Biblioteka Menedżera i Bankowca, Warszawa 2001.
- Józwiak J., Podgórski J.: Statystyka od podstaw. PWE, Warszawa 1997.
- Krysiak A., Staniszevska A., Wiatr M.S.: Zarządzanie portfelem kredytowym banku. SGH, Warszawa 2012.
- Lin Ch.-T., Lee C.S.G.: Neural Fuzzy Systems. A Neuro-fuzzy Synergism to Intelligent Systems. Prentice-Hall Inc., Upper Saddle River 1996.
- Łachwa A.: Rozmyty świat zbiorów, liczb, relacji, faktów, reguł i decyzji. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, Warszawa 2001.
- Matuszyk A.: Credit Scoring. CeDeWu, Warszawa 2008.
- Nowak E.: Zarys metod ekonometrii. PWN, Warszawa 1997.
- Peters J.: A Cognitive Computational Model of Risk Hypothesis Generation. „Journal of Accounting Research” 1990, No. 28.

---

<sup>12</sup> Ch.-T. Lin, C.S.G. Lee: Op. cit.; J. Turlej: Strategia i taktyka zarządzania ryzykiem kredytowym. „Bank i Kredyt” 1994, No. 1, s. 41-47.

- Piegat A.: Modelowanie i sterowanie rozmyte. Akademicka Oficyna Wydawnicza Exit, Warszawa 1999.
- Paiva R.P., Douranto A.: Structure and Parametr Learning of Neuro-Fuzzy Systems: A Methodology and Comparative Study. „Journal of Intelligent & Fuzzy Systems” 2001, No. 11.
- Rejer I.: Integracja wiedzy w modelach rozmytych zależności ekonomicznych. Rozprawy i Studia. Uniwersytet Szczeciński, Szczecin 2008.
- Turlej J.: Strategia i taktyka zarządzania ryzykiem kredytowym. „Bank i Kredyt” 1994, No. 1.
- Tanaka K.: An Introduction to Fuzzy Logic for Practical Applications. Springer, Berlin 1997.
- Yager R.R.: Filev D.P.: Podstawy modelowania i sterowania rozmytego. WNT, Warszawa 1995.
- Zadeh L.A.: Fuzzy Sets. „Information and Control” 1965, No. 8.
- Zadeh L.A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-III. Information Sciences 9, American Elsevier Publishing Company, Inc. 1975.

## **APPLICATION OF FUZZY INFERENCE TO ASSESS THE CREDIT RISK OF ENTERPRISES**

### **Summary**

The article presents the credit risk assessment models based businesses on fuzzy logic. The starting point for the construction of models was to obtain data on 37 loans taken out by businesses in one of the largest co-operative bank, in Podlaskie. Bank in question does not use any statistical model to make credit decisions. The results of the classification in both the first and second fuzzy model provide a basis to conclude that a systematic approach expertise in fuzzy model based on historical data gives satisfactory results of the classification of borrowers.