GOSPODARKA NARODOWA

6
(286)
Rok LXXXVI/XXVII
listopad–grudzień
2016
s. 23–42

Tomasz TOKARSKI*
Anna ZACHOROWSKA-MAZURKIEWICZ**

Kłopoty z marginalną teorią podziału Clarka

Streszczenie: Artykuł ma na celu wykazanie fałszywości współcześnie wykorzystywanej postaci marginalnej teorii podziału. Teoria ta pierwotnie opracowana została przez Johna Batesa Clarka, pierwszego wybitnego ekonomistę amerykańskiego. Jednak jej współczesna postać – wykorzystywana między innymi w modelach makroekonomicznych, w tym modelach DSGE – odbiega od swojego pierwowzoru. W pierwszej części artykułu skupiono się więc na prześledzeniu historii teorii podziału od czasu jej sformułowania przez Clarka, do czasów współczesnych. Następnie, w części drugiej, przedstawiono dowód na fałszywość współcześnie wykorzystywanej postaci teorii podziału, ilustrując go przykładami z wykorzystaniem danych z Włoch i Polski.

Słowa kluczowe: marginalna teoria podziału, John Bates Clark, modele ekonomiczne

Kody JEL: B 13, B23, B41

Artykuł nadesłany 15 marca 2016 r., zaakceptowany 30 listopada 2016 r.

Wprowadzenie[1]

Marginalna teoria podziału Johna Batesa Clarka (która powstała w końcu XIX wieku) do dziś jest wykorzystywana w modelowaniu makroekonomicznym,

* Uniwersytet Jagielloński, Katedra Ekonomii Matematycznej; e-mail: tomtok67@tlen.pl
** Uniwersytet Jagielloński, Katedra Ekonomii i Innowacji; e-mail: anna.zachorowska@uj.edu.pl
1 Autorzy dziękują prof. Armenowi Edigarianowi z Instytutu Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego oraz prof. Michałowi Majsterkowi z Katedry Modeli i Prognoz Ekonometrycznych Uniwersytetu Łódzkiego za uwagi do prezentowanego w artykule dowodu. Wyrazy podziękowania należą się również prof. Janinie Godłów-Legiędź z Instytutu Ekonomii Uniwersytetu Łódzkiego, pracownikom kierowanej przez prof. Emila Panka Katedry Ekonomii Matematycznej Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu oraz dr. Maciejowi Grodzickiemu i dr. Pawłowi Dykasowi

w szczególności w modelach opartych na tzw. podstawach mikroekonomicznych. Wykorzystuje się ją także do oszacowania udziałów nakładów poszczególnych czynników produkcji w wielkości wytworzonego w gospodarce produktu (nawiązując do powstałej w końcu lat 50. XX wieku dekompozycji Solowa).

W prezentowanym artykule krótko scharakteryzowano istotę marginalnej teorii podziału Clarka oraz ewolucję, jaką przeszła ona w XX wieku. Ewolucja ta doprowadziła do takiej formy teorii podziału, która znalazła zastosowanie we współczesnych modelach makroekonomicznych. W dalszej części artykułu autorzy dowodzą fałszywości współcześnie wykorzystywanej postaci marginalnej teorii podziału, na gruncie prostego rozumowania z wykorzystaniem elementarnych narzędzi analizy matematycznej. Artykuł kończy podsumowanie prezentowanego rozważania.

Istota i zastosowania marginalnej teorii podziału

Clark był wybitnym przedstawicielem marginalizmu amerykańskiego, założycielem American Economic Association. Wkład Clarka do analizy marginalnej, a zwłaszcza do teorii produkcyjności krańcowej, przyniósł mu światowe uznanie. Według Landreth, Colandera [2005, s. 270] był on pierwszym Amerykaninem, który dokonał poważnego wkładu do teorii ekonomii.

Zdaniem Clarka problemy ekonomiczne można badać, wykorzystując 3 perspektywy badawcze:

1) uniwersalnych praw rządzących tworzeniem i podziałam bogactwa,
2) statyki i stanu bogactwa w warunkach stabilności form organizacji i braku zmian w sposobach działania podmiotów gospodarczych,
3) dynamiki układu społeczno-gospodarczego, w której występują przekształcenia procesu tworzenia i podziału bogactwa [Stankiewicz, 2007, s. 201].

Clark (podobnie jak czynił to Marshall) uważał, że statyka ekonomiczna stanowi swego rodzaju preludium do dynamiki [Backhouse, 2002, s. 189], jednak w swojej twórczości nie poruszał tematów związanych z dynamiką ekonomiczną.

Carver [1901, s. 584] wskazuje, że Clark rozróżniał dwa kryteria podziału warunków, w jakich dochodzi do aktywności gospodarczych. Pierwszy z nich to podział na warunki indywidualne (wyizolowane) i społeczne, natomiast drugi – na warunki statyczne i dynamiczne. W wyniku takiego podziału mamy do czynienia z: wyizolowaną statyką, wyizolowaną dynamiką, społeczną statyką i społeczną dynamiką. Najbardziej znana teoria Clarka (teoria podziału) należy w takim ujęciu do społecznej statyki. Jak pisał sam Clark [1898, s. 9] ta część ekonomii, która prezentuje naturalne prawa tworzenia wartości i wynagrodzeń czynników produkcji, powinna świadomie przyjąć kształt

z Katedry Ekonomii Matematycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego za uwagi do wstępnej wersji prezentowanego artykułu. Rzecz jasna, całkowitą odpowiedzialność za ostateczną wersję artykułu ponoszą wyłącznie jego autorzy.

teorii statycznej. Clark opisuje zatem zasady podziału, w sytuacji, w której spełnione są określone warunki, sprowadzające się do tego, że: (1) nie mogą wystąpić zmiany w charakterze potrzeb społeczeństwa, (2) nie mogą pojawić się zmiany w procesach produkcji, (3) nie mogą pojawić się zmiany w sposobie organizacji przemysłu, (4) nie mogą mieć miejsca przesunięcia kapitału i pracy w ramach systemu gospodarczego, i wreszcie (5) nie może pojawić się zmiana w ilości kapitału i pracy dostępnej w procesie produkcji [Clark, 1891, s. 112]. Są to warunki uwiarygadniające ujęcie statyczne.

Dwuczynnikowa teoria produkcji i podziału Clarka najpełniej przedstawiona jest w książce *The Distribution of Wealth*, wydanej w 1899, a opartej na serii wcześniej wydanych artykułów [Backhouse, 2002, s. 188]. Książka ta jest ambitnym przedsięwzięciem, zainspirowanym wizją połączenia w jeden system teoretyczny konsumpcji i produkcji, kapitału i pracy, płac i procentu, krańcowej produktywności i użyteczności [Tobin, 1985, s. 31]. Model opisuje gospodarkę statyczną, działającą w ramach konkurencji doskonałej, będącą w stanie równowagi ogólnej, funkcjonującą przy założeniu danych zasobów naturalnych, ilości poszczególnych czynników produkcji, danej liczbie i strukturze ludności, określonych gustach oraz potrzebach konsumentów, danym stanie techniki i organizacji [Drabińska, 2007, s. 67]. Wymiana na rynku dokonuje się za pomocą jednolitych cen za poszczególne dobra i nakłady. Kupujący oraz sprzedający posiadają doskonałą informację o rynku. Wszystkie zasoby wykorzystywane są najbardziej efektywnie, podobnie jak dobra, które alokowane są zgodnie z zasadą malejącej użyteczności krańcowej. Zyski utrzymują się na poziomie normalnym – występują tzw. zerowe zyski ekonomiczne [Feder, 2003, s. 366].

Clark poszukiwał praw określających w gospodarce wysokość dochodów z czynników produkcji. Jego celem było wykazanie, że podział dochodu społeczeństwa jest kontrolowany przez naturalne prawo, które (jeśli działa bez przeszkód) dostarcza każdemu czynnikowi produkcji taką ilość bogactwa, jaką czynnik ten wytwarza [Drabińska, 2007, s. 67]. Zaproponował więc, że każdy czynnik produkcji otrzymuje wynagrodzenie równe krańcowej wartości swojego wkładu w produkt [Backhouse, 2002, s. 188]. Dwa czynniki produkcji (praca i kapitał) składają się na wytworzenie zagregowanego produktu przy stałych efektach skali oraz produktywnościach krańcowych zależnych od ich względnych wielkości podaży. To te produktywności krańcowe determinują poziom płac i procentu, a produktywność krańcowa czynnika produkcji zmniejsza się wraz ze wzrostem jego zatrudnienia [Tobin, 1985, s. 31]. Tak więc wartość produktu determinuje przychody brutto grup czynników produkcji zaangażowanych w proces produkcji [Carver, 1901, s. 587].

Stworzony przez Clarka model przedstawia udział poszczególnych czynników produkcji w tworzeniu wartości produktu niezależnie od udziału w jego podziale. Clark posłużył się przy tym prawem malejącej produkcyjności krańcowej czynnika produkcji. Założył, że w gospodarce istnieją jedynie dwa podstawowe czynniki produkcji (praca i kapitał), gdyż w stanie równowagi statycznej ziemię traktował jako specyficzny rodzaj kapitału. Obserwował, jak powstaje produkt, przy założeniu stałości jednego z dwóch czynników produkcji. Przyjmując, że ilość kapitału jest stała, a pracy zmienna, zauważył, że każdy kolejny zatrudniony pracownik wytwarza coraz to mniejszy produkt. „Pierwszy robotnik produkuje więcej niż drugi, a drugi więcej niż trzeci, podczas gdy ostatni zatrudniony robotnik produkuje najmniej z wszystkich poprzednich. Jednak każdy robotnik otrzymuje wynagrodzenie w wysokości równej produktowi otrzymanemu przez ostatniego zatrudnionego robotnika" [Clark, 1891, s. 114]. Pokazał następnie, że pracodawca zatrudnia kolejnych pracowników do momentu, w którym produkt wytworzony przez ostatniego z zatrudnionych zrówna się z ceną pracy, czyli z płacą. Płaca dla wszystkich zatrudnionych jest jednakowa, a fundusz płac równy jest iloczynowi liczby zatrudnionych pracowników i płacy. Pozostała część produktu przypada na wynagrodzenie kapitału. „Nadwyżki pozostałe po wyprodukowaniu przez wszystkich robotników produktu wypłacane są właścicielowi kapitału" [Clark, 1891, s. 114]. Zasada ta działa tak zarówno w przypadku ziemi, jak i w przypadku kapitału, który jest stały. Jedno i drugie charakteryzuje się malejącymi przychodami z produkcji [Clark, 1891, s. 114][2]. Analogiczną sytuację możemy przedstawić w przypadku zmieniającej się ilości stosowanego w produkcji kapitału przy stałej liczbie pracujących. Coraz większe ilości zastosowanego kapitału powodują, że jego krańcowa produktywność maleje, aż do momentu zrównania się z wartością wypłacanego wynagrodzenia kapitału – procentu [Drabińska, 2007, s. 67–68].

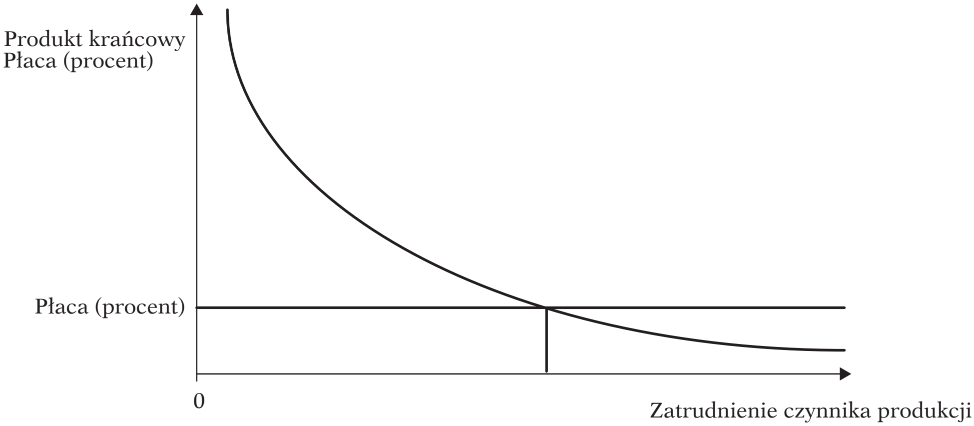
Poprzez utrzymywanie stałej ilości kapitału i różnicowanie liczby zatrudnionych pracowników, można wyprowadzić krzywą krańcowego produktu pracy, dla różnych poziomów zatrudnienia [Hunt, 2002, s. 303]. Jeśli założymy, że krańcowy produkt pracowników przy stałej wielkości kapitału zmniejsza się wraz ze zwiększaniem zatrudnienia, otrzymamy krzywą krańcowej produktywności pracy przedstawioną na wykresie 1.

Na osi odciętych na wykresie 1 przedstawiono zmieniającą się liczbę pracowników, którzy posiadają jednakowe cechy charakterystyczne (takie jak np. kwalifikacje). Drugi czynnik produkcji (kapitał) nie ulega zmianie, a więc każdy kolejny pracownik będzie wykorzystywał coraz mniejszą porcję kapitału, a tym samym kolejne przyrosty produktu będą coraz mniejsze. Wszyscy pracownicy otrzymają płacę w wysokości produktu uzyskanego przez ostatniego zatrudnionego pracownika. W podobny sposób można przedstawić zjawisko alternatywne – zmniejszającą się krańcową produktywność kapitału, przy niezmienionym zatrudnieniu [Clark, 1891, s. 115; Stankiewicz, 2007, s. 202]. Jedną z ważniejszych konkluzji wyciągniętych z takiej prezentacji marginalnej teorii podziału jest to, że pracodawca zatrudniać będzie pracowników

2 Argument ten według Clarka przemawia za włączeniem ziemi do kapitału i łącznym ich uwzględnianiem w teorii ekonomii.

dopóty, dopóki wartość krańcowego produktu pracy nie zrówna się z płacą [Hunt, 2002, s. 303][3].

Wykres 1. Ilustracja teorii podziału Clarka



Źródło: Stankiewicz [2007, s. 201].

Udział bogactwa przypadający na każdą jednostkę czynnika produkcji równy jest produktowi, jaki dany czynnik wytworzył. Innymi słowy, wynagrodzenie czynnika produkcji równe jest wartości produktu, która może być mu bezpośrednio przypisana [Clark, 1898, s. 4]. Przychód ten jest miarą wkładu danego czynnika zarówno do konkretnego produktu wytworzonego w procesie produkcji, jak i do produktu wytworzonego przez całe społeczeństwo [Landreth, Colander, 2005, s. 270]. Produkcja jest bowiem sama w sobie syntezą, w której niezliczone czynniki tworzą poprzez swój udział całość światowego dochodu. W takim przypadku cała teoria podziału jest niczym więcej niż badaniem produkcji.

Model podziału oparty na krańcowej produktywności wymaga, aby każdy z czynników produkcji był homogeniczny, tak by poszczególne jednostki mogły być agregowane. Nakład jest homogeniczny wówczas, gdy każda jednostka nakładu posiada takie same skutki techniczne, jak wszystkie pozostałe, a wszystkie jednostki wymieniane są za jednolitą cenę. Aby w ten sposób przedstawić swoją teorię, Clark potrzebował wyodrębnić czynnik produkcji

3 Tezę tę można w prosty sposób uzasadnić na gruncie jednoczynnikowej funkcji produkcji $f(x)$ $f:[0;+\infty)\to[0;+\infty)$ charakteryzującej się tym, że: jest różniczkowalna w zbiorze $[0;+\infty)$, $f(0)=0$, $f'(x)>0$, $f''(x)<0$, $\lim f'(x)=+\infty$ oraz $\lim\limits_{x\to+\infty} f'(x)=0$ oraz funkcji kosztów $c(x)=wx$, gdzie $w>0$ jest realną ceną czynnika produkcji. Wówczas bowiem warunek $f'(x)=w$ gwarantuje maksymalizację funkcji zysku $f(x)-c(x)$. Warto jednak zauważyć, że tylko malejące produkcyjności krańcowe (czyli spełnienie związków $f'(x)>0$ i $f''(x)<0$) są za słabe do tego, by warunek $f'(x)=w$ maksymalizował zysk. Wynika to stąd, że jeśli weźmiemy np. funkcję $f(x)=ax+\sqrt{x}$ (przy $a>w$), to warunki są $f'(x)>0$ i $f''(x)<0$) zachodzą, ale nie istnieje żaden nieujemny nakład x, przy którym spełniony jest warunek $f'(x)=w$.

(kapitał), który byłby homogeniczny zarówno w przekroju międzybranżowym, jak i w przekroju różnych okresów. Z tego powodu wyróżniał kapitał, który jest czymś odmiennym od dóbr kapitałowych. Dobra kapitałowe różnią się od siebie w zależności od branży i okresu, kapitał – z kolei – jest zakumulowanym funduszem w danym momencie. W takim sensie kapitał staje się podobny do drugiego czynnika produkcji – pracy, która jest homogeniczna a jej podaż jest stała, pomimo że poszczególni pracownicy tworzący siłę roboczą zmieniają się, gdyż jedni opuszczają rynek pracy, a inni na niego wchodzą [Tobin, 1985, s. 31]. Intencją Clarka nie było jednak zaprojektowanie prostego świata, w którym istnieje jedynie jeden rodzaj dóbr kapitałowych i jeden rodzaj pracy. Jednak, aby zinterpretować zasadę produktywności krańcowej w kontekście dwuczynnikowej teorii podziału, Clark musiał wykazać, że wszystkie jednostki kapitału są w procesie produkcji doskonałymi substytutami. Osiągnął to poprzez zdefiniowanie kapitału jako zagregowanej wartości aktywów materialnych, będących w posiadaniu inwestorów, a nie jako zróżnicowanych instrumentów wykorzystywanych w procesie produkcji [Feder, 2003, s. 362].

Clark [1907, s. 352] w związku z tym twierdził, że istnieje pewna kategoria, którą można nazwać kapitałem. Jednak uważał również, że istnieje inna kategoria, względem której można używać sformułowanie – dobra kapitałowe. Są to dwie kategorie, które pozornie wydają się być identyczne, lecz w rzeczywistości są odmienne. W jednym okresie nie ma różnicy między kapitałem i dobrami kapitałowymi. Jednak w innym okresie niektóre dobra kapitałowe zużyją się, inne zaś zajmą ich miejsce. Pod koniec roku znaczna część dóbr kapitałowych zużyje się, a po 5 latach zużyje się większość z nich. Jednak poziom kapitału pozostanie bez zmian (gdyż nowe dobra zastąpią dobra zużyte). Czyli po 5 latach poziom kapitału będzie identyczny, jednak składać się będą na niego w znacznej mierze inne dobra kapitałowe, niż na początku [Clark, 1907, s. 354]. Oznacza to, że w ujęciu statycznym kapitał stanowi pewien trwały fundusz, na który składają się dobra kapitałowe. Dobra kapitałowe ulegają deprecjacji, ale w ich miejsce pojawiają się nowe, jednak poziom funduszu (a więc kapitał) pozostaje stały. Stopa procentowa jest krańcowym produktem tak rozumianego funduszu kapitału – dodatkowym przychodem, który można uzyskać, jeśli wzrośnie zużycie kapitału o jednostkę [Backhouse, 2002, s. 188–189].

Tak więc na kapitał składają się dobra kapitałowe, ale jednak posiada on pewne cechy, które różnią go od nich [Hunt, 2002, s. 309]. Jedną z najważniejszych cech kapitału jest jego trwałość, podczas gdy dobra kapitałowe zużywają się. Ponadto kapitał jest doskonale mobilny, podczas gdy dobra materialne nie. Dobra kapitałowe (włączając w nie ziemię) są materialnymi, trwałymi przedmiotami, które można wymieniać i uzyskiwać dzięki nim dochód. Kapitał jest funduszem zainwestowanym w dobra kapitałowe i w ziemię [Feder, 2003, s. 362]. Jak twierdził Clark [1965, s. 119], kapitał jest „abstrakcyjną cząstką majątku produkcyjnego, trwałym funduszem. (…) Myślimy o kapitale jako o sumie majątku produkcyjnego, zainwestowaną w dobra materialne, które są w stałym ruchu, (…) choć fundusz trwa" [za Hunt 2002, s. 309].

W ten sposób sformułowana przez Clarka teoria podziału była krytykowana tak przez ekonomistów jemu współczesnych, jak i późniejszych[4]. Krytyka dotyczyła różnych kwestii: braku analizy podaży czynników produkcji (Marshall), czy też kwestii sprawiedliwości zaproponowanego podziału (Böhm-Bawerk)[5]. Jednak z punktu widzenia prezentowanego w artykule dowodu warto odnieść się do krytyki zaprezentowanej przez Walkera [1891], który zwrócił uwagę na możliwość wystąpienia jednoczesnego wzrostu wykorzystywanych w produkcji czynników wytwórczych, a więc zarówno pracy, jak i kapitału. Walker zwraca uwagę, że niemożliwym jest, aby dwa zasoby charakteryzujące się jednocześnie malejącymi przychodami krańcowymi doprowadziły do obserwowalnego wzrostu produktu. Odpowiadając na krytykę Walkera, Clark [1891, s. 117] wskazuje, że w swoich pracach nigdy nie pisał o zjawisku jednoczesnych malejących produkcyjności krańcowych. Pisał jedynie o zmniejszających się przychodach krańcowych jednego zasobu (pracy lub kapitału), w sytuacji, gdy drugi zasób jest stały. Prawo malejących produkcyjności krańcowych działa, gdy względne wielkości dwu czynników produkcji zmieniają się. Proporcjonalna zmiana obu czynników produkcji anuluje według niego działanie tego prawa. Jeśli kapitał i praca wzrastają w takim samym stopniu, przyczyniają się do pojawienia się stałych przychodów. Jednak w 1907 roku w artykule *Concerning the Nature of Capital: A Reply* Clark stwierdza, że istnieje przypadek, w którym powstaje nowy kapitał. Czyli pojawiają się nowe jednostki, których celem nie jest zastąpienie zużytych dóbr kapitałowych, lecz mają być dodatkowymi elementami kapitału. Jednak jest to zjawisko klasyfikowane przez niego jako dynamika ekonomiczna, a więc nie jest to problem ekonomicznej statyki, której ilustracją jest teoria podziału. Bardziej współcześnie Samuelson nazwał koncepcję kapitału zaprezentowaną przez Clarka neoklasyczną bajką (*neoclassical fairy tale*). Utrzymywał jednak, że chociaż neoklasyczne teorie produkcji i kapitału nie były prawdziwe w sensie naukowym, to stanowiły pewne alegorie, które taką prawdę ilustrują [Hunt, 2002, s. 433].

Spośród XIX wiecznych wielkich ekonomistów jedynie Clark i Böhn-Bawerk posługiwali się uproszczoną teorią podziału opartą na produktywności krańcowej w zastosowaniu do całej gospodarki, pojmowanej tak, jakby była jednym gigantycznym przedsiębiorstwem [Blaug, 2000, s. 477].

Po II wojnie światowej taka neoklasyczna teoria produkcji i podziału opanowała wyobraźnię ekonomistów [Blaug, 1995, s. 256]. Ekonomiści zaczęli analizować gospodarki przy wykorzystaniu zagregowanej funkcji produkcji (z kapitałem i pracą, jako czynnikami produkcji) oraz zaczęli omawiać wynagrodzenie czynników produkcji przy wykorzystaniu ich produktywności

4 Dyskusja ta szeroko scharakteryzowana jest w pracy Harcourta [1975]. Por. też Ølgaard [1972] lub Hicks [1978].

5 Więcej na ten temat można przeczytać w pracy Blauga [2000].

krańcowych [Solow, 1956, 1957][6]. Blaug [1995, s. 256] wskazuje na Hicksa, jako na pierwszego ekonomistę, który wykorzystał funkcjonalny podział dochodu, wykorzystując zasadę produktywności krańcowej wpisaną w zagregowaną funkcję produkcji typu Cobba-Douglasa [za Felipe, Fisher, 2003, s. 216]. Warto jednak zauważyć, że Hicks do funkcji produkcji i teorii podziału Clarka podchodził dość ostrożnie. Twierdził on bowiem, że „Gdy produkcja (w jakimś rozumieniu) wynosi X, praca (w jakimś rozumieniu) wynosi L, kapitał zaś (w jakimś rozumieniu) wynosi K, to czy istnieje jakiś związek $X=F(L,K)$, którego obowiązywania można oczekiwać, choćby w przybliżeniu, w gospodarce zamkniętej o danej technologii? Czy wielkościom X, L oraz K można nadać taką treść, przy której można oczekiwać, że jakiś taki związek będzie zachodził? Dopiero gdy odpowiedź na to pytanie jest twierdząca, można znaleźć miejsce dla drugiego pytania, towarzyszącego pierwszemu, którego jednak nie można mylić z pierwszym. Czy udziały nakładów pracy i kapitału w podziale produktu można określić (choćby w przybliżeniu) na podstawie ich krańcowej produkcyjności, gdzie udział pracy wynosi $L\frac{\partial X}{\partial L}$, a udział kapitału $K\frac{\partial X}{\partial K}$, przy czym, w trakcie obliczania pochodnych cząstkowych ilość nakładu drugiego czynnika w każdym przypadku utrzymuje się na niezmienionym poziomie? Krańcową produkcyjność interpretuje się również inaczej, jednak zależy ona od funkcji produkcji tylko wtedy, gdy traktuje się ją w tym ujęciu »makro«. Jeśli jednak tak się rozumie, to zanim może powstać problem podziału na podstawie krańcowej produkcyjności czynników, trzeba ustalić warunki istnienia funkcji produkcji" [Hicks, 1978, s. 411]. Lecz rozpowszechnienie wykorzystania zagregowanej, dwuczynnikowej wersji neoklasycznej teorii cen czynników produkcji zawdzięczamy pracom Solowa z końca lat 50. XX wieku, które w badaniach makroekonomicznych przyczyniły się do próby estymowania parametrów agregatowych funkcji produkcji w celu oszacowania źródeł wzrostu gospodarczego i wyciągania wniosków, co do charakteru postępu technicznego [Blaug, 2000, s. 477][7].

Współcześnie neoklasyczna teoria podziału w zasadzie nie zmieniła się istotnie od czasów Clarka, choć zyskała eleganckie ujęcie matematyczne

---

6 Założenie to przyjmowane jest również w uogólnieniach neoklasycznego modelu Solowa w pracach Mankiwa, Romera, Weila [1992] i Nonnemana, Vanhoudta [1996].

7 Chodzi tu o tzw. dekompozycję Solowa [1957], nazywaną również równaniem reszt Solowa. Dekompozycja ta sprowadza się do tego, że jeśli weźmie się funkcję produkcji Cobba-Douglasa postaci: $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$, gdzie $A>0$ oznacza łączną produkcyjność czynników produkcji, zaś $\alpha \in (0;1)$ i $1-\alpha$ utożsamia się (na gruncie teorii podziału Clarka) z udziałami kapitału K i pracy L w produkcie Y, to można łatwo pokazać, że zachodzi równanie:

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y}}{Y} - \alpha\frac{\dot{K}}{K} - (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L},$$

gdzie $\dot{A}/A$, $\dot{Y}/Y$, $\dot{K}/K$ i $\dot{L}/L$ oznaczają (odpowiednio) stopy wzrostu łącznej produkcyjności czynników produkcji, wielkości produkcji, nakładów kapitału oraz nakładów pracy. Rozumowanie to uogólnia się na dowolną funkcję produkcji o stałych efektach skali (czyli, matematycznie rzecz biorąc, jednorodną stopnia pierwszego), gdyż wówczas zachodzi:

[Hunt, 2002, s. 428], gdyż sam Clark nie wykorzystywał w swoich pracach matematyki, a nawet wykresy są u niego raczej nieliczne [Tobin, 1985, s. 31]. Jednoproduktowe, dwuczynnikowe neoklasyczne modele wzrostu Harroda [1939] i Solowa [1956] uogólniły stan stacjonarny Clarka i analizowały ścieżki wzrostu gospodarczego o stałej stopie wzrostu [Tobin, 1985, s. 31]. Solow [1956] odnosząc się do modelu Harroda sprowadza go do porównań pomiędzy dwoma stopami wzrostu: (1) naturalną stopą wzrostu (przy braku zmiany technologicznej) zależną od stopy wzrostu liczby pracujących oraz (2) gwarantowaną stopą wzrostu zależną od zwyczajów panujących w gospodarstwach domowych i przedsiębiorstwach w zakresie oszczędności i inwestycji. Według Solowa ta fundamentalna różnica między gwarantowanymi i naturalnymi stopami wzrostu wynika z podstawowego założenia, że produkcja ma miejsce w warunkach stałych proporcji nakładów czynników produkcji. Nie ma możliwości zastępowania pracy kapitałem w produkcji. W artykule z 1956 roku Solow przyjmuje wszystkie założenia modelu wzrostu Harroda, poza tym o stałych proporcjach. Produkcja jest wytwarzana przy pomocy dwóch czynników produkcji (pracy i kapitału). Funkcja produkcji wykazuje stałe efekty skali, co wydaje się być naturalnym założeniem w teorii wzrostu. Solow porzuca jednak założenie poczynione przez Harroda na temat stałego współczynnika kapitałochłonności K/Y i stałego technicznego uzbrojenia pracy K/L [Snowdon, Vane, 2005, s. 603]. W modelu Solowa nakłady kapitału i pracy są większe od 0 i oba czynniki produkcji przejawiają malejące produkcyjności krańcowe [Snowdon, Vane, 2005, s. 604].

Po artykule Solowa z 1957 roku estymacja parametrów zagregowanych funkcji produkcji w celu mierzenia wpływu poszczególnych czynników wzrostu i badania natury postępu technicznego stała się szeroko stosowaną praktyką [Blaug, 1995, s. 256]. Rezultatem tego procesu była uproszczona teoria produktywności krańcowej. Jej cechy charakterystyczne według Blauga [1995, s. 257] to: (1) jeden lub dwa produkty, (2) dwa rodzaje nakładów czynników produkcji, (3) dwukrotne różniczkowalne zagregowane funkcje produkcji wykazujące stałe efekty skali, (4) jednorodny kapitał, (5) monotoniczny związek pomiędzy relacją kapitał/praca a stopą zysku z kapitału, (6) abstrakcyjny postęp techniczny sklasyfikowany jako neutralny lub czynnikooszczędny, (7) konkurencja doskonała oraz (8) pełna informacja.

Model Solowa stał się podstawą neoklasycznych badań nad wzrostem gospodarczym. Działo się to pomimo krytyki szkoły postkeynesowskiej, która ukierunkowana była na założenie o gładkiej makroekonomicznej substytucji pomiędzy kapitałem a pracą, wynikającej z przeświadczenia, że wartość dóbr kapitałowych może być miarą intensywności kapitału [Foley, Michl,

---

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{Y} - r\dot{K} - w\dot{L}}{Y},$$

gdzie $r = \frac{\partial Y}{\partial K}$ oraz $w = \frac{\partial Y}{\partial L}$. Wynika to z marginalnej teorii podziału Clarka i dobrze znanego z analizy matematycznej twierdzenia Eulera o funkcji jednorodnej (stopnia pierwszego).

2010, s. 58]. Statystyki pokazują, że gospodarka stale rośnie i obserwuje się stałe wzrosty produktywności pracy i kapitału oraz względnie stały udział płac i zysków w dochodzie, co dobrze pasuje do funkcji produkcji Cobba--Douglasa. Shaikh pokazał w 1974 roku, że takie dobre dopasowanie funkcji Cobba-Douglasa gwarantuje, że może być ona algebraicznie wyprowadzona z tożsamości dochodu narodowego pomiędzy wartością dodaną a sumą płac i zysków [za Foley, Michl, 2010, s. 58].

Bardziej współcześnie zagregowana funkcja produkcji o stałych efektach skali i dwóch rodzajach nakładów czynników produkcji (pracy i kapitału) wykorzystywana jest przez szkołę realnego cyklu koniunkturalnego [Snowdon, Vane, 2005, s. 309; Romer, 2000, rozdz. 4] oraz w modelach typu DSGE. W modelach tych często zakłada się, że proces produkcyjny opisuje funkcja produkcji Cobba-Douglasa postaci: $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ i wówczas warunki konieczne maksymalizacji zysku sprowadzają się do związków: $\frac{\partial Y}{\partial K} = r$ oraz: $\frac{\partial Y}{\partial L} = w$, gdzie pochodne cząstkowe $\frac{\partial Y}{\partial K}$ i $\frac{\partial Y}{\partial L}$ są krańcowymi produktami czynników produkcji, zaś $r, w > 0$ – ich cenami[8]. Fałszywość takiego podejścia autorzy wykazują w dalszej części artykułu.

Fałszywości marginalnej teorii podziału

Z (mikro) ekonomicznego punktu widzenia rozważamy małe przedsiębiorstwo (producenta), które charakteryzuje się kilkoma następującymi właściwościami:

I. Nie ma żadnego ograniczenia popytowego, a więc przedsiębiorstwo to sprzeda na rynku dowolną wielkość wytworzonego przez siebie produktu.

II. Producent nie trafia na żadną barierę w dostępie do czynników produkcji (może ich nająć dowolną, skończoną lub nieskończoną, wielkość[9]).

---

8 Z twierdzenia 2.2 przedstawionego w pracy Panka [2003, s. 93] wynika, że warunki $\partial Y / \partial K = r$ i $\partial Y / \partial L = w$ gwarantują maksymalizację zysku przedsiębiorstwa, ale m.in. przy założeniu, że funkcja produkcji jest silnie wklęsła. Funkcja produkcji $Y = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$ warunku tego jednak nie spełnia. Należy również zauważyć, że silnie wklęsła, potęgowa funkcja produkcji $Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$ (gdzie $\alpha, \beta \in (0;1)$ oraz $\alpha + \beta < 1$) nie spełnia warunku Eulera $\frac{\partial Y}{\partial K}K + \frac{\partial Y}{\partial L}L = Y$ dla funkcji jednorodnej stopnia pierwszego, choć spełnia warunek Eulera $\frac{\partial Y}{\partial K}K + \frac{\partial Y}{\partial L}L = (\alpha + \beta)Y$ dla funkcji jednorodnej stopnia $\alpha + \beta < 1$ (por. np. Tokarski [2011, rozdz. 8]). Oznacza to tyle, że również na gruncie funkcji produkcji $Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$ parametrów α i β nie można utożsamiać z udziałami nakładów czynników produkcji w produkcie, gdyż wielkości te nie sumują się do 1.

9 Gdyby założenie to uchylić, to można rozważać model, w którym wydatki producenta na zatrudnienie czynników produkcji są ograniczone przez pewną skończoną wielkość $m > 0$ (zależną np. od dostępnych mu zasobów finansowych). Wówczas problem maksymalizacji zysku sprowadza się do tego, że maksymalizuje się wartość funkcji produkcji $f(x)$ przy ograniczeniach $w_1x_1 + w_2x_2 \leq m$ i $x_1, x_2 \geq 0$. W tym przypadku warunki konieczne maksymalizacji funkcji zysku można sprowadzić do równań: $\frac{\partial f / \partial x_1}{\partial f / \partial x_2} = \frac{w_1}{w_2}$ i $w_1x_1 + w_2x_2 = m$. Podejścia tego nie krytykujemy

III. Przedsiębiorstwo nie ma żadnego wpływu ani na cenę produktu, ani na ceny czynników produkcji (wielkości te bierze z rynku). Posiada ono również doskonałą informację o tych cenach.
IV. Producent szuka takiej kombinacji nakładów czynników produkcji, która maksymalizuje jego zysk.
V. Funkcja produkcji rozważanego przedsiębiorstwa charakteryzuje się m.in. niezbędnością nakładów każdego z czynników produkcji i stałymi efektami skali (czyli jest jednorodna stopnia pierwszego)[10].

Przejdźmy teraz do strony matematycznej rozważanego problemu. Niech $x=(x_1,x_2)$ oznacza dowolną kombinację nakładów czynników produkcji w zbiorze $[0;+\infty)^2$, zaś funkcja produkcji $f:[0;+\infty)^2 \to [0;+\infty)$ charakteryzuje się tym, że:
(i) jest ciągła w zbiorze $[0;+\infty)^2$,
(ii) $f(0;0)=0$,
(iii) $\forall(x\in[0;+\infty)^2 \wedge \zeta>0)\ f(\zeta x)=\zeta f(x)$.

Oznaczmy też przez $c(x)=w_1x_1+w_2x_2$ funkcję kosztów całkowitych, w której w_1, w_2>0 są realnymi cenami czynników produkcji. Rzecz jasna, funkcja kosztów $c:[0;+\infty)^2 \to [0;+\infty)$ spełnia również warunki (i–iii).

Przy przyjętych założeniach funkcję zysku (w kategoriach realnych) możemy zapisać wzorem:

$$\phi(x)=f(x)-c(x). \tag{1}$$

Funkcja $\phi:[0;+\infty)^2 \to R$ także charakteryzuje się właściwościami (i–iii).

Pokażemy, że funkcja zysku (1) nie ma żadnego ekstremum lokalnego w zbiorze $(0;+\infty)^2$.

Dowód

Załóżmy (wbrew tezie), że ekstremum takie istnieje w pewnym punkcie $x^*\in(0;+\infty)^2$. Wówczas istnieje pewne otoczenie $u\subseteq(0;+\infty)^2$ punktu x^* takie, że: $\forall(x\in u\wedge x\neq x^*)\ \phi(x)<\phi(x^*)$, w przypadku maksimum, lub: $\forall(x\in u\wedge x\neq x^*)$ $\phi(x)>\phi(x^*)$, przy minimum. Weźmy też dowolny okrąg $\kappa\subseteq u$ o środku w punkcie x^* oraz półprostą p wychodzącą z początku układu współrzędnych i przechodzącą przez punkt x^*. Wówczas istnieją dokładnie dwa punkty q_1 i q_2, takie, że: $q_1,q_2\in\kappa\cap p$. Oznacza to, że:

$$\phi(q_1),\ \phi(q_1)<\phi(x^*), \tag{2}$$

w przypadku maksimum, lub:

(jest ono prawdziwe), zauważamy jedynie, że warunki $\frac{\partial f/\partial x_1}{\partial f/\partial x_2}=\frac{w_1}{w_2}$ i $w_1x_1+w_2x_2=m$ nie są w żaden sposób tożsame z warunkami $\frac{\partial f}{\partial x_i}=w_i$ (dla $i=1, 2$).

10 Pozostałe właściwości neoklasycznej funkcji produkcji nie są w tym rozumowaniu potrzebne.

$$\phi(q_1),\ \phi(q_1) > \phi(x^*), \tag{3}$$

przy minimum. Niech również punkt q_1 leży bliżej początku układu współrzędnych, niż punkt q_2.

Zauważmy, że z jednorodności stopnia pierwszego funkcji zysku ϕ wynika, że na każdej półprostej $x_1 = \zeta x_2$ (wychodzącej z początku układu współrzędnych o dodatnim nachyleniu ζ) zachodzą zależności:

$$\forall x_2 \geq 0\ \ \varphi(x_2) = x_2\phi(\zeta;1), \tag{4}$$

co powoduje, że jeśli $\phi(\zeta;1) > 0$ $(\phi(\zeta;1) < 0)$, to na całej półprostej p wartości funkcji ϕ, czyli $\varphi(x_2)$, przy x_2 rosnącym od 0 do $+\infty$, rosną (spadają) od 0 do $+\infty$ $(-\infty)$, zaś przy $\phi(\zeta;1) = 0$ – równe są 0. W szczególności więc również:
(a) jeśli $\phi(x^*) > 0$, to $\phi(q_1) < \phi(x^*) < \phi(q_2)$,
(b) jeśli $\phi(x^*) = 0$, to $\phi(q_1) = \phi(x^*) = \phi(q_2)$
lub:
(c) jeśli $\phi(x^*) < 0$, to $\phi(q_1) > \phi(x^*) > \phi(q_2)$,
co stoi w sprzeczności z nierównościami (2–3).

Rozumowanie to można również łatwo uogólnić na n-czynnikową funkcję produkcji (dla dowolnego n=2, 3,...) Jeśli bowiem weźmiemy n-czynnikową funkcję produkcji $f(z)$, gdzie $z = (z_1, z_2, \ldots, z_n) \in [0;+\infty)^n$, taką, że $f: [0;+\infty)^n \to [0;+\infty)$ oraz charakteryzującą się właściwościami (i–iii) w zbiorze $[0;+\infty)^n$ i funkcję kosztów $c(z) = \sum_i w_i z_i$ (przy w_i>0), to funkcja zysku $\phi(z) = f(z) - c(z)$ jest funkcją $\phi: [0;+\infty)^n \to R$ spełniającą właściwości (i-iii) w zbiorze $[0;+\infty)^n$. Wówczas, biorąc punkty $q = (\zeta z_n; \zeta z_n; \ldots; z_n) \in [0;+\infty)^n$, dla dowolnego $\zeta > 0$, mamy:

$$\forall z_n \geq 0\ \ \varphi(z_n) = \phi(q) = \phi(\zeta;\zeta;\ldots;1)z_n,$$

a zatem na półprostej wychodzącej z początku n-wymiarowego układu współrzędnych i przechodzącej przez dowolny punkt q funkcja $\varphi(z_n)$ zachowuje się tak samo, jak funkcja (4). Wówczas otoczenie u jest pewną n-wymiarową bryłą otwartą, zaś okrąg $\kappa \subset u$ – okręgiem o środku w punkcie z^* (będącym odpowiednikiem punktu x^* na płaszczyźnie) zawartym w dowolnej płaszczyźnie przechodzącej przez z^* i początek n-wymiarowego układu współrzędnych.

Egzemplifikacja dowodu (przedsiębiorstwo z funkcją produkcji Cobba-Douglasa):

Weźmy szczególny przypadek funkcji produkcji f, tj. funkcję produkcji Cobba-Douglasa daną wzorem: $f(x) = ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$ (przy a>0 oraz $\alpha \in (0;1)$). Wówczas funkcję zysku (1) można zapisać równaniem:

$$\phi(x) = ax_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha} - w_1x_1 - w_2x_2. \tag{5}$$

Warunki konieczne maksymalizacji funkcji (5) określają związki:

$$\frac{\partial\phi}{\partial x_1} = a\alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{1-\alpha} - w_1 = 0 \text{ i } \frac{\partial\phi}{\partial x_2} = a(1-\alpha)x_1^{\alpha}x_2^{-\alpha} - w_2 = 0,$$

które można sprowadzić do następującego układu równań:

$$\left.\begin{aligned} -(1-\alpha)\ln x_1 + (1-\alpha)\ln x_2 &= \ln\frac{w_1}{\alpha a} \\ \alpha\ln x_1 - \alpha\ln x_2 &= \ln\frac{w_2}{(1-\alpha)a} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

lub (w postaci macierzowej):

$$\begin{bmatrix} -(1-\alpha) & 1-\alpha \\ \alpha & -\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ln x_1 \\ \ln x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln\dfrac{w_1}{\alpha a} \\ \ln\dfrac{w_2}{(1-\alpha)a} \end{bmatrix}.$$

Ponieważ:

$$\begin{vmatrix} -(1-\alpha) & 1-\alpha \\ \alpha & -\alpha \end{vmatrix} = 0,$$

zatem układ równań (6) jest sprzeczny lub ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Odejmując od pierwszego z równań układu (6) drugie równanie mamy:

$$\ln x_2 - \ln x_1 = \ln\frac{(1-\alpha)w_1}{\alpha w_2},$$

co powoduje, że:

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)w_1}{\alpha w_2}x_1. \tag{7}$$

Płynie stąd wniosek, że warunki konieczne maksymalizacji funkcji zysku (5) spełniają wszystkie punkty leżące na półprostej $\overline{p} \subset (0;+\infty)^2$ określonej równaniem (7), przy $x_1 > 0$. Weźmy więc np. kombinację nakładów czynników produkcji $\overline{x} = \left(1;\frac{(1-\alpha)w_1}{\alpha w_2}\right) \in \overline{p}$. Wówczas, zgodnie z równaniem (5), zachodzi:

$$\phi\left(\overline{x}\right) = a\left(\frac{(1-\alpha)w_1}{\alpha w_2}\right)^{1-\alpha} - \frac{w_1}{\alpha}. \tag{8}$$

Z zależności (8) wynika zaś, że:

$$w_1 < \frac{\left(\dfrac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{(a\alpha)^{1/\alpha}} w_2^{(1-\alpha)/\alpha} \Rightarrow \phi(\overline{x}) > 0,$$

$$w_1 = \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{(a\alpha)^{1/\alpha}} w_2^{(1-\alpha)/\alpha} \Rightarrow \phi(\bar{x}) = 0$$

lub:

$$w_1 > \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{(a\alpha)^{1/\alpha}} w_2^{(1-\alpha)/\alpha} \Rightarrow \phi(\bar{x}) < 0.$$

Natomiast stąd oraz z jednorodności stopnia pierwszego funkcji ϕ wnioskujemy, że (po pierwsze) przy $w_1 < \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{(a\alpha)^{1/\alpha}} w_2^{(1-\alpha)/\alpha}$ wartości funkcji zysku (5) w zbiorze $(0;0) \cup \bar{p}$ rosną od 0 do $+\infty$, (po drugie) dla $w_1 = \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{(a\alpha)^{1/\alpha}} w_2^{(1-\alpha)/\alpha}$ równe są 0 lub (po trzecie) przy $w_1 > \frac{\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}}{(a\alpha)^{1/\alpha}} w_2^{(1-\alpha)/\alpha}$ spadają od 0 do $-\infty$.

A zatem funkcja zysku (5) nie posiada żadnego ekstremum lokalnego w zbiorze $(0;+\infty)^2$.

Załóżmy jednak, że kombinacja cen czynników produkcji $w = (w_1, w_2) \in (0;+\infty)^2$ ukształtowała się tak, że przy warunku (7) zachodzi związek: $\varphi(\bar{x}) = 0$. Wówczas na całej półprostej $\bar{p}$ zysk ekonomiczny równy jest 0. Zachodzą również warunki $\partial\varphi / \partial x_1 = 0$ i $\partial\varphi / \partial x_2 = 0$. Ale (w naturalny sposób) pojawia się pytanie, która z nieskończonych kombinacji nakładów czynników produkcji $x \in \bar{p}$ jest optymalna z punktu widzenia przedsiębiorstwa? Jakie jest kryterium wyboru optymalnej kombinacji nakładów czynników produkcji, która satysfakcjonuje typowego producenta?

Wróćmy jednak do modeli makroekonomicznych opartych na tzw. podstawach mikroekonomicznych, w których często zakłada się, że proces produkcyjny opisuje funkcja produkcji Cobba-Douglasa[11]:

$$Y = K^{\alpha} L^{1-\alpha}, \tag{9}$$

przy $\alpha \in (0;1)$. Łatwo pokazać, że przy funkcji produkcji (9) krańcowy produkt kapitału można zapisać wzorem:

11 Zakładamy tu, że łączna produkcyjność czynników produkcji w funkcji produkcji Cobba-Douglasa równa jest 1, gdyż zawsze można dobrać jednostki, w których wyrażone są Y, K i L tak, by $A=1$. Nie ogranicza to jednak w żaden sposób poziomu ogólności prezentowanych dalej rozważań.

$$mpk = \frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha k^{\alpha-1}, \tag{10}$$

gdzie $k=K/L$ oznacza techniczne uzbrojenie pracy. Rzecz jasna, jak pokazano wcześniej, przy danej kombinacji cen czynników produkcji $(r,w) \in (0;+\infty)^2$ żadnej kombinacji nakładów czynników produkcji $(K,L) \in (0;+\infty)^2$, która maksymalizuje zysk, wyznaczyć się nie da. Ale w tego typu modelach przyjmuje się, że przy danej kombinacji zasobów czynników produkcji $(\bar{K},\bar{L}) \in (0;+\infty)^2$ istnieje kombinacja cen czynników $(\bar{r},\bar{w}) \in (0;+\infty)^2$, przy której tzw. zysk ekonomiczny równy jest 0. Wówczas w szczególności z warunku $\frac{\partial Y}{\partial K} = r$ i równania (10) wynika, że:

$$\bar{r} = \alpha(\bar{k})^{\alpha-1}, \tag{11}$$

gdzie $\bar{k} = \bar{K}/\bar{L}$.

Podejście takie również nie wydaje się uzasadnione. Weźmy bowiem 2 miasta znajdujące się na terenie jednego kraju. Załóżmy również, że w miastach tych techniczne uzbrojenie pracy ma się jak 3:1 (tj. $\bar{k}_1/\bar{k}_2 = 3$). Wówczas (interpretując $\bar{r}$ jako cenę kapitału), zgodnie z równaniem (11), mamy:

$$\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} = \left(\frac{\bar{k}_2}{\bar{k}_1}\right)^{1-\alpha} = \frac{1}{3^{1-\alpha}},$$

zaś biorąc (podobnie jak w pracy Solowa [1957]) $\alpha = \frac{1}{3}$ dostajemy:

$$\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2} = \frac{1}{\sqrt[3]{9}} \approx 0,481.$$

Z powyższych rozważań wynika, że w mieście 1, o 3 razy wyższym technicznym uzbrojeniu pracy, przeciętne ceny kapitału (w tym również ceny nieruchomości) równe są ok. 48,1% przeciętnych cen kapitału w mieście 2. W gospodarkach zazwyczaj jest odwrotnie. Odwołajmy się jednak do konkretów. Z danych w Bazie Danych Lokalnych GUS (www.stat.gov.pl) wynika, że wartość brutto środków trwałych na mieszkańca w 2013 roku w Warszawie wynosiła 152,5 tys. zł, w Białymstoku zaś 39,5 tys. zł. Gdyby relacje kapitału rzeczowego na pracującego kształtowały się na podobnym poziomie (co jest zbliżone do rzeczywistości), to $\bar{k}_1/\bar{k}_2 \approx 3,860$ i wówczas ceny kapitału rzeczowego w Warszawie powinny stanowić ok. 40,6% cen w Białymstoku. Gdyby zaś wziąć Warszawę i Przemyśl, to $\bar{k}_1/\bar{k}_2 \approx 6,375$ zaś $\bar{r}_1 \approx 0,291\bar{r}_2$.

Przyjmijmy jednak, że r nie jest ceną kapitału a przychodem od kapitału. Z danych Urzędu Statystycznego Włoch ISTAT (http://dati.istat.it/) wynika, że w 2013 roku PKB *per capita* regionów Północnych Włoch stanowił ok. 121,6% PKB na mieszkańca całego kraju, Środkowych Włoch – 110,1%, zaś Południowych Włoch – tylko 65,1% (relacje te podobnie kształtowały się również w latach 2000–2013)[12]. Przyjmijmy też, że podobne były relacje wydajności pracy w tych grupach regionów. Biorąc wydajność pracy i techniczne uzbrojenie pracy Włoch za 1, oznaczając przez $\overline{y}_N = 1{,}216$, $\overline{y}_C = 1{,}101$ oraz $\overline{y}_S = 0{,}651$ wydajność pracy (odpowiednio) Północnych, Środkowych i Południowych Włoch i przyjmując $\alpha = 1/3$ mamy: $\overline{k}_N \approx 1{,}798$, $\overline{k}_C \approx 1{,}335$ oraz $\overline{k}_S \approx 0{,}276$. Ponieważ $\overline{r} = \alpha(\overline{k})^{\alpha-1}$, zatem przy przychodach od kapitału we Włoszech równych $1/3$, przychody na Północy $\overline{r}_N = \alpha(\overline{k}_N)^{\alpha-1} \approx 0{,}225$, w Środkowych Włoszech $\overline{r}_C = \alpha(\overline{k}_C)^{\alpha-1} \approx 0{,}275$, zaś na Południu[13] $\overline{r}_S = \alpha(\overline{k}_S)^{\alpha-1} \approx 0{,}787$. Oznacza to, że gdyby prawdziwa była neoklasyczna teoria podziału, to przychody od kapitału na Południu Włoch stanowiłyby 236,0% przeciętnych przychodów w całej gospodarce włoskiej, na Północy zaś – jedynie 67,6% (w skrajnych przypadkach – w Bolano-Bozen tylko 44,4%, natomiast w Kalabrii aż 268,7%). To z kolei, przy braku praktycznie żadnych barier przepływów kapitałowych między włoskimi regionami, powinno prowadzić do bardzo dużych przepływów kapitałowych z Północy na Południe Włoch. Proces taki nie jest jednak od lat rejestrowany.

Można też próbować (jak ma to miejsce w pracy Lucasa [1990]) uzasadniać brak przepływów kapitałowych różnicami w kapitale ludzkim. Jednak jeśli założyć (podobnie jak ma to miejsce w pracy Mankiwa, Romera, Weila [1992]), że wydajność pracy y określa równanie[14]:

$$y = k^{\alpha} h^{\beta},$$

gdzie h jest zasobem kapitału ludzkiego na pracującego, zaś $\alpha, \beta, (\alpha+\beta) \in (0;1)$, to krańcowy produkt kapitału rzeczowego określa równanie:

$$mpk = \alpha k^{\alpha-1} h^{\beta}. \tag{12}$$

Z równania (12) wynika, że do tego, by krańcowe produkty kapitału (przy technicznych uzbrojeniach pracy $\overline{k}_1$ i $\overline{k}_2$) między dwoma regionami wyrównały się (przy zasobach kapitału ludzkiego na pracującego równych $\overline{h}_1$ oraz $\overline{h}_2$), musi zachodzić związek:

$$\frac{\overline{h}_1}{\overline{h}_2} = \left(\frac{\overline{k}_1}{\overline{k}_2}\right)^{\frac{1-\alpha}{\beta}}. \tag{13}$$

---

12 Relacje skrajne są jeszcze większe, bowiem w Prowincji Autonomicznej Bolano-Bozen PKB *per capita* w 2013 roku stanowił 150,1% wartości owej zmiennej makroekonomicznej we Włoszech, w Kalabrii zaś – jedynie 61,0%.

13 Wówczas w Prowincji Autonomicznej Bolano-Bozen przychody te winny być równe ok. 0,148, zaś w Kalabrii – 0,896.

14 Bierzemy tu wydajności pracy wynikającą z funkcji produkcji z artykułu Mankiwa, Romera, Weila [1992] (czyli $Y = K^{\alpha} H^{\beta} L^{1-\alpha-\beta}$, gdzie H jest całkowitym zasobem kapitału ludzkiego w gospodarce) a nie z pracy Lucasa [1990], gdyż trzymamy się założenia o stałych efektach skali (w przeciwnym przypadku wykorzystanie neoklasycznej teorii podziału jest nieuprawnione).

Z założenia o tym, że $\alpha + \beta \in (0;1)$ wynika, iż $\frac{1-\alpha}{\beta} > 1$, a stąd i z równania (13) wnioskujemy, że przy $\bar{k}_1 > \bar{k}_2$ zachodzi nierówność:

$$\frac{\bar{h}_1}{\bar{h}_2} > \frac{\bar{k}_1}{\bar{k}_2}. \tag{14}$$

Ponieważ skalibrowana relacja $\bar{k}_1 / \bar{k}_2$ (w prowadzonym tu rozumowaniu opartym na funkcji produkcji Cobba-Douglasa) w przypadku Północnych i Południowych Włoch wynosi ok. 6,52, zatem, by krańcowe produkty kapitału wyrównały się kapitał ludzki na pracującego w Bolano-Bozen, Trydencie, Mediolanie czy Turynie powinien być ponad 6,52 razy wyższy niż w Palermo, Messynie czy Catanzaro[15]. Można wątpić, by tak było w rzeczywistości.

Podsumowanie

Marginalna teoria podziału Clarka jest jego największym osiągnięciem i znalazła trwałe miejsce w historii myśli ekonomicznej. Lecz nie jest to teoria, która nie wzbudzała i nie wzbudza kontrowersji. W wersji Clarka dwa najistotniejsze założenia tej teorii, to (1) wykorzystanie jedynie dwóch czynników produkcji oraz (2) posługiwanie się koncepcją kapitału, jako homogenicznego nakładu czynnika produkcji. W XX wieku marginalna teoria podziału Clarka rozpowszechniona została głównie za sprawą Solowa. Warto przy tym zaznaczyć, że uległa ona przy tym pewnym modyfikacjom. W pracach Solowa oba czynniki produkcji charakteryzują się bowiem malejącymi produkcyjnościami krańcowymi oraz występują stałe efekty skali. Wówczas, zgodnie z teorią podziału Clarka, mamy:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = r \ \text{ oraz } \ \frac{\partial Y}{\partial L} = w,$$

zaś z twierdzenia Eulera o funkcji jednorodnej stopnia pierwszego wynika, że:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} K + \frac{\partial Y}{\partial L} L = Y,$$

co powoduje, że:

$$\frac{rK}{Y} + \frac{wL}{Y} = 1.$$

15 By krańcowy produkt kapitału rzeczowego w Warszawie i Przemyślu wyrównał się kapitał ludzki na pracującego w Warszawie powinien być ponad 6,38 razy wyższy niż w Przemyślu. Ile więc razy musiałby być wyższy kapitał ludzki na pracującego w Warszawie, by na gruncie neoklasycznej teorii podziału uzasadnić znacznie wyższe ceny nieruchomości w Warszawie, niż w Przemyślu?

Pozornie wszystko wydaje się proste i logiczne. Jednak jedynie pozornie, gdyż (jak pokazano w artykule) nie istnieje żadna kombinacja nakładów czynników produkcji $(K,L)\in(0;+\infty)^2$, która maksymalizuje funkcję zysku pojedynczego producenta. Dlaczego zatem teoria ta miałaby być prawdziwa na poziomie makroekonomicznym[16]?

Bibliografia

Backhouse R.E. [2002], *The Penguin History of Economics*, Penguin Books, London.

Blaug M. [1995], *Metodologia ekonomii*, PWN, Warszawa.

Blaug M. [2000], *Teoria ekonomii. Ujęcie retrospektywne*, PWN, Warszawa.

Carver T.N. [1901], Review: *Clark's Distribution of Wealth*, "The Quarterly Journal of Economics", no. 15(4).

Clark J.B. [1891], *The Statics and the Dynamics of Distribution*, "The Quarterly Journal of Economics", no. 6(1).

Clark J.B. [1898], *The Future of Economic Theory*, "The Quarterly Journal of Economics", no. 13(1).

Clark J.B. [1907], *Concerning the Nature of Capital: A Reply*, "The Quarterly Journal of Economics", no. 21(3).

Clark J.B. [1965], *The Distribution of Wealth*, Augustus M. Kelley, New York.

Drabińska D. [2007], *Miniwykłady z historii myśli ekonomicznej; Od merkantylizmu do monetaryzmu*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.

Feder K. [2003], *Clark: Apostole of Two-Factor Economics*, "Americal Journal of Economics and Sociology", no. 62(5).

Felipe J., Fisher F.M. [2003], *Aggregation in Production Functions: What Applied Economists Should Know*, "Metroeconomics", no. 54(2).

Foley D.K., Michl T.R. [2010], *The Classical Theory of Growth and Distribution*, w: *Handbook of Alternative Theories of Economic Growth*, red. M. Setterfiels.

Harcourt G.C. [1975], *Spory wokół teorii kapitału. Cambridge contra Cambridge*, PWE, Warszawa.

Harrod R.F. [1939], *An Essay in Dynamic Theory*, "Economic Journal", no. 49.

Hicks J.R. [1978], *Kapitał i wzrost*, PWN, Warszawa.

Hunt E.K. [2002], *History of Economic Thought. A Critical Perspective*, M.E. Sharpe, Armonk.

Landreth H., Colander D.C. [2005], *Historia myśli ekonomicznej*, PWN, Warszawa.

Lucas R.E. [1990] *Why Doesn't Capital Flow from Rich to Poor Countries*, "American Economic Review", vol. 80, no. 2.

Mankiw N.G., Romer D., Weil D.N. [1992], *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, "Quarterly Journal of Economics", no. 107.

Nonneman W., Vanhoudt P. [1996], *A Further Augmentation of the Solow Model and the Empirics of Economic Growth for OECD Countries*, "Quarterly Journal of Economics", no. 111.

16 Gdyby np. geograf przedstawił dowód uzasadniający tezę, że Ziemia zbliżona jest do figury geometrycznej A, zaś astronom pokazał, że jest zbliżona do figury B (przy czym $A \neq B$), to przynajmniej jeden z nich musiałby się mylić.

Ølgaard A. [1972] *Growth, Productivity and Relative Prices*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

Panek E. [2003], *Ekonomia matematyczna*, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań.

Romer D. [2000], *Makroekonomia dla zaawansowanych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Snowdon B., Vane H.R. [2005], *Modern Macroeconomics. Its Origins, Development and Current State*, Edward Elgar, Cheltenham.

Solow R.M. [1956], *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, "Quarterly Journal of Economics", no. 70.

Solow R.M. [1957], *Technical Change and the Aggregate Production Function*, "The Review of Economics and Statistics", no. 39(3).

Stankiewicz W. [2007], *Historia myśli ekonomicznej*, PWE, Warszawa.

Tobin J. [1985], *Neoclassical Theory in America: J.B. Clark and Fisher*, "The American Economic Review", no. 75(6).

Tokarski T. [2011], *Ekonomia matematyczna. Modele mikroekonomiczne*, PWE, Warszawa.

Walker F.A. [1891], *The Doctrine of Rent, and the Residual Claimant Theory of Wages*, "The Quarterly Journal of Economics", no. 5(4).

TROUBLE WITH CLARK'S THEORY OF DISTRIBUTION

Abstract

The main objective of the article is to demonstrate the falseness of the so-called marginal theory of distribution as it is used today.
This theory was originally coined by American economist John Bates Clark in the late 19th century. However, the modern version of the theory, used in macroeconomic models including dynamic stochastic general equilibrium (DSGE) modeling, departs from the original concept.
In the first section of this article, the history of the theory of distribution is presented, from the time Clark formulated the theory to the present day. In the following section, a formal proof of the falseness of the contemporary version of the marginal theory of distribution is shown. The proof is illustrated by examples using data from Italy and Poland.

Keywords: marginal theory of distribution, John Bates Clark, economic models

JEL classification codes: B13, B23, B41