ACTA UNIVERSITATIS LODZIENSIS
FOLIA OECONOMICA 211, 2007

*Marek Melaniuk**

OPTYMALIZACJA SYSTEMÓW GOSPODARCZYCH METODĄ EKSPERYMENTOWANIA SYMULACYJNEGO ASPEKT DYDAKTYCZNY

1. WPROWADZENIE

W pracy pokazano wykorzystanie eksperymentowania symulacyjnego do optymalizacji funkcjonowania systemów gospodarczych. Profesjonalne wykorzystanie metod symulacyjnych wymaga zastosowania odpowiednich pakietów symulacyjnych lub co najmniej wyspecjalizowanego języka (np. GPSS). W obecnej chwili od osób mających wykształcenie techniczne bądź ekonomiczne wymaga się znajomości (przynajmniej ogólnej) pakietu biurowego, w skład którego wchodzi arkusz kalkulacyjny. Stąd celem pracy jest pokazanie, w jaki sposób można budować, a następnie użytkować modele symulacyjne za pomocą ogólnie dostępnego narzędzia, jakim jest arkusz Excel wchodzący w skład pakietu biurowego Microsoft Office. Ze względu na mniejszą w praktyce znajomość języka VBA, umożliwiającą automatyzację wielu czynności, w prezentowanych modelach nie uwzględniono makrokomend.

Modele symulacyjne zasadniczo zaliczane są do klasy modeli opisowych[1]. Ich celem jest przede wszystkim pokazanie zachowania się systemu rzeczywistego za pomocą odpowiednich charakterystyk liczbowych na podstawie utworzonego modelu jego funkcjonowania. Modele symulacyjne można wykorzystać do optymalizacji zachowania się systemu i dlatego mogą one również wejść do klasy modeli normatywnych. W pracy przedstawiona zostanie metodyka projektowania, a następnie zastosowania modelu symulacyjnego do optymalizacji wielkości zamawianych gazet przez kioskarza oraz do określenia optymalnej wielkości brygady remontowej. Oba problemy mają charakter statyczny. Modelowanie systemów dynamicznych, np. systemów masowej obsługi nie będzie przedmiotem rozważań.

---

* Dr, st. wykładowca w Zakładzie Informatyki Ekonomicznej Uniwersytetu Łódzkiego.
[1] D. W. Miller, M. K. Starr, *Praktyka i teoria decyzji*, PWN, Warszawa 1971.

2. STOCHASTYCZNOŚĆ W SYSTEMACH GOSPODARCZYCH

Procesy występujące w systemach gospodarczych charakteryzują się m. in. znaczną losowością ich funkcjonowania, np.:

– losowe odstępy czasu pomiędzy przychodzącymi klientami do sklepu oraz losowe czasy ich obsługi,

– losowość występowania awarii danego urządzenia.

W wielu metodach badań operacyjnych pomija się często czynnik losowości (np. w metodzie simpleks programowania liniowego), dzięki czemu algorytmy tych metod stają się mniej skomplikowane w praktycznym wykorzystaniu. Może to jednak stanowić zbyt daleko idące uproszczenie istniejącej rzeczywistości. Z drugiej strony nie byłoby żadnej potrzeby korzystania z modeli symulacyjnych, gdyby każdy problem mógł być zapisany i rozwiązany za pomocą metod analitycznych. Praktyczną realizację stochastyczności procesów gospodarczych w tworzonych modelach symulacyjnych stanowią generatory liczb losowych (a dokładniej – pseudolosowych) o zadanych rozkładach prawdopodobieństwa. Podstawą losowań jest zawsze programowy generator liczb losowych o rozkładzie równomiernym (jednostajnym). Za pomocą różnych algorytmów (dokładnie opisanych m. in. w pracach R. Zielińskiego[2]) otrzymaną liczbę z rozkładu równomiernego przekształca się na rozkład o znanej postaci funkcyjnej lub losuje się z rozkładu empirycznego. Metody te noszą często nazwę Monte Carlo.

Metody Monte Carlo wywodzą się z poszukiwań prowadzonych podczas II wojny światowej. Naukowcy z laboratorium w Los Alamos chcieli opisać, jak daleko neutrony przenikają przez różne materiały. Zagadnienie było niezmiernie ważne przy projektowaniu urządzeń nuklearnych, a nie istniały odpowiednie metody analityczne. Natomiast metoda prób i błędów byłaby zbyt czasochłonna i ryzykowna. Dlatego też sięgnięto po technikę już co prawda znaną, ale w praktyce do tej pory nie używaną. Technika ta zakładała użycie znanych fizycznych właściwości danego obiektu i obserwowania prawdopodobieństw ich występowania w celu określenia wyniku eksperymentu. Oszacowanie wyniku było oparte na przeprowadzonej symulacji eksperymentu. Technice tej nadano nazwę Monte Carlo, gdyż opiera się ona na zasadach gry hazardowej.

Zastosowanie metody Monte Carlo do problemów deterministycznych opiera się na prawie wielkich liczb Bernoulliego, które mówi, że „częstość występowania zdarzenia w n próbach jest zbieżna do prawdopodobieństwa tego zdarzenia, gdy $n \to \infty$".

Wychodząca z tego twierdzenia metoda Monte Carlo może być zastosowana do obliczania całek oznaczonych dla dowolnych funkcji. W tab. 1

[2] R. Zieliński, *Generatory liczb losowych. Programowanie i testowanie na maszynach cyfrowych*, WNT, Warszawa 1979; idem, *Metody Monte Carlo*, WNT, Warszawa 1970.

przedstawiono 21 pierwszych losowań dla obliczania całki oznaczonej na przedziale od 0 do 1 z funkcji x^3.

Tabela 1

Obliczanie całki oznaczonej z funkcji x^3 na przedziale [0, 1] przy wykorzystaniu metody Monte Carlo

C4		fx	= JEŻELI (B4 < A4 ^ 3; 1; 0)			
	A	B	C	D	E	F
1	Obliczanie całki oznaczonej z funkcji x ^ 3 na przedziale < 0, 1 >					
2						
3	Oś X	Oś Y	Trafienie		Liczba losowań	500
4	0,692127	0,850557	0		Liczba trafień	122
5	0,080703	0,136090	0		Procent trafień	24,40%
6	0,263544	0,787088	0			
7	0,400155	0,567687	0		Liczba losowań	1 000
8	0,128203	0,843219	0		Liczba trafień	248
9	0,061106	0,601611	0		Procent trafień	24,80%
10	0,260994	0,139638	0			
11	0,695777	0,935917	0		Liczba losowań	2 000
12	0,667914	0,017560	1		Liczba trafień	505
13	0,797896	0,618685	0		Procent trafień	25,25%
14	0,082574	0,650329	0			
15	0,494937	0,540860	0		Liczba losowań	4 000
16	0,274520	0,142895	0		Liczba trafień	998
17	0,219831	0,819719	0		Procent trafień	24,95%
18	0,028773	0,025124	0			
19	0,239052	0,140445	0			
20	0,229278	0,897098	0			
21	0,751759	0,379434	1			
22	0,097446	0,589689	0			
23	0,691416	0,187617	1			
24	0,586669	0,220946	0			

Źródło: oprac. własne.

Istotą algorytmu jest procent trafień do obszaru pod krzywą $y = x^3$ po wykonaniu określonej liczby losowań (w tab. 1 dla 500, 1000, 2000, 4000 losowań). Dokładnym wynikiem jest oczywiście wartość 0,25. Otrzymane wyniki są zbliżone do tej wartości. W kolumnie C trafienie do obszaru pod krzywą $y = x^3$ oznaczone jest cyfrą jeden, brak trafień – zerem.

3. GENEROWANIE LICZB LOSOWYCH W PAKIECIE EXCEL

W pakiecie Excel wśród narzędzi analizy danych znajduje się kilka generatorów liczb pseudolosowych o rozkładach ciągłych i dyskretnych: normalny, Bernoulliego, Poissona, dwumianowy i jednostajny. Jednocześnie, jako jedna z 343 funkcji standardowych Excela, występuje funkcja bezparametrowa LOS() generująca liczby z przedziału [0,1). Naciskając klawisz funkcyjny F9 można otrzymywać kolejne wartości losowe. W celach dydaktycznych warto zastosować tę funkcję i wykorzystać ją do generowania liczb o innych rozkładach. Ciekawą wizualnie zabawą wykorzystującą tę funkcję jest wygenerowanie i zapisanie kilku liczb, a następnie – po ich zaznaczeniu – wykonanie prostego wykresu kołowego. Trzymając wciśnięty klawisz F9 otrzymujemy efekt kręcącego się koła (wykres radarowy pokaże nam efekt lecącego nietoperza). W celach dydaktycznych należy samodzielnie wygenerować liczby o rozkładzie wykładniczym, normalnym i empirycznym, a wyniki przedstawić na wykresie liniowym lub kolumnowym.

a. Rozkład wykładniczy

Korzystając z metody odwracania dystrybuanty otrzymuje się formułę generowania liczb o rozkładzie wykładniczym postaci:

$$X = -\ln(LOS()) \ / \ c$$

gdzie:

$1/c$ jest wartością oczekiwaną,
X jest wygenerowaną liczbą

b. Rozkład normalny (Gaussa)

Wykorzystamy w tym przypadku 2 sposoby:
– stosując centralne twierdzenie graniczne otrzymujemy zależność:

$$X = \sum LOS() - 6$$

gdzie:

$\sum$ jest sumą 12 liczb o rozkładzie równomiernym na przedziale [0,1),
X jest wygenerowaną liczbą o rozkładzie normalnym N (0,1).

Chcąc wygenerować liczbę o rozkładzie normalnym z zadaną średnią (SR) i odchyleniem standardowym (OS), powyższy wzór należy przekształcić do postaci:

$$X = (\sum LOS() - 6) * OS + SR$$

– stosując funkcję standardową ROZKŁAD.NORMALNY.ODW w postaci:

ROZKŁAD.NORMALNY.ODW(LOS(), średnia, odchylenie standardowe)

c. Rozkład empiryczny

Losowanie z dowolnego (empirycznego) rozkładu wykonuje się głównie wtedy, gdy występuje znaczny błąd aproksymacji danych empirycznych do funkcji o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa.

Sposób losowania z rozkładu empirycznego przedstawiono w tab. 2. Przykład pokazuje generowanie czasu obsługi (np. klienta) przy zadanej częstotliwości występowania tych czasów wynikających z danych historycznych. W kolumnie B utworzona jest częstotliwość względna (liczba 0,253 jest wynikiem dzielenia 222 przez 879). Na tej podstawie w kolumnie C powstaje częstotliwość skumulowana (dystrybuanta). Liczba losowa o rozkładzie równomiernym (0,604) otrzymana za pomocą funkcji *LOS*() przekształcana jest na odpowiadający jej czas obsługi. W danych przykładowych czas ten wynosi 22, ponieważ liczba 0,604 znajduje się w przedziale dystrybuanty od 0,515 do 0,618. Gdybyśmy wygenerowali liczbę losową równą np. 0,9, to odpowiadający jej czas obsługi wyniósłby 78. Należy zwrócić uwagę, że do wyboru czasu obsługi zastosowano funkcję WYSZUKAJ.PIONOWO. Jest to rozwiązanie znacznie efektywniejsze niż kłopotliwe stosowanie wielu zagnieżdżonych funkcji JEŻELI – w naszym przykładzie aż 9, ponieważ mamy 10 różnych czasów obsługi. (Dla celów doskonalenia umiejętności wykorzystania arkusza Excel warto jednak sprawdzić wykorzystanie funkcji JEŻELI, np. przy mniejszej liczbie czasów obsługi).

Tabela 2

Sposób losowania z rozkładu empirycznego przy wykorzystaniu funkcji WYSZUKAJ.PIONOWO. Należy zwrócić uwagę na formułę w komórce C20

C20		fx	= WYSZUKAJ.PIONOWO (C18; C5:D14; 2)		
	A	B	C	D	E
1					
2	**Losowanie za pomocą funkcji WYSZUKAJ.PIONOWO**				
3					
4	Częstotliwość	Częstotliwość względna	Dystrybuanta	Czasy obsługi	
5	222	0,253	0,000	4	
6	87	0,099	0,253	7	
7	23	0,026	0,352	9	
8	55	0,063	0,378	11	
9	66	0,075	0,440	17	
10	90	0,102	0,515	22	
11	37	0,042	0,618	34	
12	45	0,051	0,660	35	
13	155	0,176	0,711	65	
14	99	0,113	0,887	78	
15	879	1,000	1,000		
16					
17					
18		Liczba losowa:	**0,604**		
19					
20		Wylosowany czas obsługi:	**22**		
21					

Źródło: oprac. własne.

4. PROBLEM KIOSKARZA. OPTYMALIZACJA ZAMÓWIEŃ

Przeprowadzając badania symulacyjne systemu postępujemy zgodnie z przyjętą metodyką. Umożliwi nam ona wzięcie pod uwagę możliwie pełnego zakresu niezbędnych działań.

W literaturze przedmiotu występują różne podziały dotyczące określenia etapów badań symulacyjnych, wynikające głównie ze stopnia ich szczegółowości. Na uwagę zasługują zwłaszcza pozycje F. Martina[3] z przystępnym wykładem modelowania cyfrowego oraz klasyczna już praca T. Naylora[4] w zakresie modelowania systemów ekonomicznych.

Dla celów dydaktycznych wyróżnijmy 7 etapów badań:

1. Sformułowanie problemu.
2. Analiza danych wejściowych.
3. Utworzenie modelu matematycznego.
4. Utworzenie programu komputerowego.
5. Ustalenie adekwatności modelu.
6. Przeprowadzenie eksperymentów symulacyjnych.
7. Analiza i wdrożenie wyników.

Zastosujmy powyższą metodykę do rozwiązania problemu, przed którym staje kioskarz sprzedający gazety.

a. Sformułowanie problemu

Sprzedając gazety w kiosku, kioskarz staje przed problemem, ile powinien ich zamówić w kolportażu, tak aby osiągnąć maksymalny zysk ze sprzedaży. Jeżeli zamówi zbyt mało gazet, to co prawda sprzeda je w całości, ale mógłby osiągnąć większy zysk, gdyby ich zamówił więcej. Jeżeli zamówi ich za dużo, to na niesprzedanych gazetach ponosi stratę. Stąd pojawia się problem, ile powinna wynosić optymalna liczba zamawianych gazet? Jest to tzw. „problem gazeciarza" (albo kioskarza).

b. Analiza danych wejściowych

Załóżmy hipotetycznie, że kioskarz dostaje z kolportażu (lub z drukarni) gazety po 50 gr za sztukę, a sprzedaje je po 1 zł. Jeśli nie sprzeda, to po zwróceniu dostawcy, na każdej nie sprzedanej gazecie traci 30 groszy. Znając z danych historycznych dzienny rozkład sprzedaży gazet (popyt) należy obliczyć, ile kioskarz powinien zamawiać gazet, aby osiągnąć maksymalny zysk.

Kioskarz notował w okresie 40 dni popyt na gazety. Osiągnięte wyniki zapisał w zestawieniu:

Popyt (w szt.)	10	11	12	13	14	15
Liczba wystąpień	5	11	4	9	8	3

Zatem w 5 przypadkach na 40 kioskarz sprzedał (lub mógł sprzedać) 10 gazet itd.

Problem tylko z pozoru wydaje się trywialny – jeżeli spojrzymy na rozkład popytu, to okaże się, że najczęściej (w 11 przypadkach) pojawiło

[3] F. F. Martin, *Wstęp do modelowania cyfrowego*, PWN, Warszawa 1976.

[4] T. H. Naylor, *Modelowanie cyfrowe systemów ekonomicznych*, PWN, Warszawa 1975.

się zdarzenie możliwości sprzedaży 11 gazet. W takim razie kioskarz powinien zamawiać codziennie 11 gazet do sprzedaży. Czy jednak na pewno? Zobaczymy, co wykażą wyniki eksperymentu.

c. Utworzenie modelu matematycznego

Analizując problem od strony zależności matematycznych, można wyspecyfikować dwa równania wynikające z zależności między popytem a podażą:

1. Jeśli wylosowany POPYT = DOSTAWA to ZYSK = 0,5 * DOSTAWA.
2. Jeśli wylosowany POPYT < DOSTAWA to ZYSK = 0,5 * POPYT – 0,3 * (DOSTAWA–POPYT).

Sposób wykonania eksperymentu symulacyjnego:

Dla kolejnych dostaw gazet (od 10 do 15) będzie przeprowadzona zadana liczba losowań popytu na gazety oraz będzie obliczany zysk ze sprzedaży. Po wykonaniu zadanej liczby eksperymentów zostaną obliczone przeciętne zyski dla każdej dostawy gazet.

d. Utworzenie programu komputerowego

Biorąc pod uwagę środowisko Excela dokonamy 1000 eksperymentów obliczając popyt symulowany i symulowane zyski dla wielkości dostaw gazet od 10 do 15 (tab. 3).

Popyt symulowany obliczany jest podobnie, jak wcześniej wyjaśniony sposób losowania za pomocą funkcji WYSZUKAJ.PIONOWO (zob. tab. 2).

W praktyce, efektywniejszym podejściem do rozwiązania problemu powinno być opracowanie programu komputerowego w języku, np. C/C++, Java, Visual Basic lub innym.

Ogólny szkic algorytmu przedstawiony jest na rys. 1.

Dla wartości* DOSTAWA od 10 do 15 *wykonaj
  ZYSK = 0
  Dla zadanej* LICZBA_EKSPERYMENTÓW *wykonaj
   ***Losowanie wartości zmiennej* POPYT**
   Jeżeli* POPYT = DOSTAWA *to oblicz
    ZYSK = ZYSK + 0,5 * DOSTAWA
   Jeżeli* POPYT < DOSTAWA *to oblicz
   ZYSK = ZYSK + 0,5 * POPYT – 0,3 * (DOSTAWA – POPYT)
  Koniec pętli (LICZBA_EKSPERYMENTÓW)
  ***Drukuj* ZYSK/LICZBA_EKSPERYMENTÓW**
Koniec pętli (DOSTAWA)

Rys. 1. Ogólna sieć działań dla programu komputerowego dotyczącego „problemu gazeciarza"
Źródło: oprac. własne

Tabela 3

Symulacja „problemu gazeciarza". Średnie zyski zostały obliczone po wykonaniu 1000 eksperymentów. Pokazano wyniki 18 pierwszych eksperymentów (obszar komórek od F4 do L21)

H5 ▾ *fx* = JEŻELI ($F5 > = H$3; H$3*0,5; $F5*0,5–0,3* (H$3–$F5))

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2							Dostawa gazet					
3	Popyt	Liczba wystąpień	Częstotliwość względna	Dystrybuanta		Popyt symulowany	10	11	12	13	14	15
							Zyski symulowane					
4	10	5	0,125	0,125		12	5,00	5,50	6,00	5,70	5,40	5,10
5	11	11	0,275	0,400		13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
6	12	4	0,100	0,500		13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
7	13	9	0,225	0,725		11	5,00	5,50	5,20	4,90	4,60	4,30
8	14	8	0,200	0,925		13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
9	15	3	0,075	1,000		12	5,00	5,50	6,00	5,70	5,40	5,10
10	Suma	40	1,000			13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
11						11	5,00	5,50	5,20	4,90	4,60	4,30
12						14	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	6,70
13						14	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	6,70
14						12	5,00	5,50	6,00	5,70	5,40	5,10
15						13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
16						13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
17						15	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50
18						13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
19						15	5,00	5,50	6,00	6,50	7,00	7,50
20						13	5,00	5,50	6,00	6,50	6,20	5,90
21						11	5,00	5,50	5,20	4,90	4,60	4,30
22												
23						Średnie						
24						zyski:	5,00	5,48	5,87	6,08	6,02	5,79

Źródło: oprac. własne.

e. Ustalenie adekwatności modelu

Dokonanie oceny adekwatności lub poprawności modelu jest problemem, który do oceny ilościowej wymaga skomplikowanego aparatu statystycznego i matematycznego. Dość wyczerpująco metody redukcji wariancji (maksymalizacja dokładności wyników przy zadanej liczbie eksperymentów) oraz metody redukcji rozmiaru próby omówione są zwłaszcza w pracy G. S. Fishmana[5].

Niezależnie od potrzeby korzystania z wyrafinowanych metod matematycznych, bezwzględnie należy sprawdzić poprawność opracowanego algorytmu opierając się na logice przejść oraz zasadach zdrowego rozsądku. Wymagana także byłaby weryfikacja zależności funkcjonalnych między parametrami modelu.

f. Przeprowadzenie eksperymentów symulacyjnych

Wyniki przeprowadzonych eksperymentów zawarte zostały w tab. 3. Arbitralnie przyjęto w wersji dydaktycznej, że 1000 eksperymentów będzie wiarygodną liczbą (w praktyce należy zastosować jedną z metod redukcji rozmiaru próby – etap 5).

g. Analiza i wdrożenie wyników

Biorąc pod uwagę przyjęte założenia modelu i analizując wyniki zawarte w tab. 3, kioskarz powinien otrzymać odpowiedź: optymalna liczba zamawianych gazet wynosi 13, ponieważ przy tej liczbie maksymalny zysk wynosi 6,08 zł. Przeliczając wielokrotnie model za pomocą klawisza F9 otrzymamy wyniki nieco różniące się (jest to w końcu proces losowy), ale liczba 13 gazet pozostanie w dalszym ciągu optymalną liczbą.

5. OPTYMALIZACJA LICZEBNOŚCI BRYGADY REMONTOWEJ

Drugi model, który warto byłoby przedstawić w celach edukacyjnych, dotyczy ustalenia optymalnej liczby osób zatrudnionych w brygadzie remontowej usuwającej awarie. Jest to zagadnienie nieco bardziej skomplikowane aniżeli problem kioskarza. Kryterium optymalizacji w tym przypadku stanowi minimalizacja całkowitych kosztów funkcjonowania firmy. W przyjętym modelu koszt obejmuje trzy składniki: koszt zatrudnienia stałych pracowników, koszt zatrudnienia dodatkowych pracowników oraz koszt (strata) wynikający z awarii nieusuniętych z powodu braku pracowników.

Podobnie jak w przypadku problemu kioskarza, tak i w problemie brygady remontowej należałoby przejść przez 7 etapów tworzenia modelu symulacyj-

[5] G. S. Fishman, *Symulacja komputerowa. Pojęcia i metody*, PWE, Warszawa 1981.

nego – począwszy od sformułowania problemu i kończąc na analizie oraz wdrożeniu wyników. W tym przypadku po zdefiniowaniu problemu skupimy się na analizie wyników.

a. Opis problemu brygady remontowej

Zakład remontowy zatrudnia pracowników, przy czym jeden pracownik może usunąć awarię w ciągu jednego dnia. Koszt jego zatrudnienia wynosi 150 zł. Zakład może zatrudnić dodatkowe osoby, ale po koszcie 200 zł. Jeżeli zakład nie może usunąć awarii (brak pracowników własnych lub dodatkowych), to na każdej awarii ponosi stratę 1500 zł. Należy określić taką wielkość dziennego zatrudnienia stałych pracowników, aby zakład osiągnął najmniejsze koszty.

Dane wejściowe do modelu:

1. Rozkład częstości awarii (rozkład empiryczny)

Liczba awarii	4	5	6	7	8
Częstotliwość	20	30	25	40	10

2. Z danych dotyczących rynku pracy wynika, że możliwość zatrudnienia dodatkowych pracowników określa rozkład normalny ze średnią = 4 pracowników, odchylenie standardowe = 2 pracowników (wielkości graniczne: 0–8).

b. Sposób funkcjonowania modelu i analiza wyników

W kolumnach A–D (tab. 4) znajdują się dane wejściowe do modelu i wyniki (w komórkach na czarnym tle). Optymalna liczebność zatrudnionych na stałe pracowników brygady remontowej powinna wynosić 6 osób. Liczba pracowników jest w modelu zmienną decyzyjną. Dzięki temu koszty osiągną wartość minimalną (w pokazanym w tab. 4 eksperymencie osiągną 1022 zł).

Przeanalizujmy czwarty wiersz wyników:

Zatrudniamy 6 osób, natomiast wylosowano 7 awarii (komórka G4). Zatem trzeba zatrudnić jeszcze jednego pracownika (H4). Czy będzie możliwość jego zatrudnienia? Wylosowano 2 pracowników możliwych do zatrudnienia (J4) i jednego z nich zatrudniamy (K4). Usuwa on awarię urządzenia. Kosztuje to nas dodatkowo 200 zł (N4). Ponosimy także koszty zatrudnienia stałych 6 pracowników: 6*150 = 900 zł (M4). Stąd też całkowity koszt w tym eksperymencie wynosi 1100 zł.

Gdyby zdecydować się na stałe zatrudnienie tylko trzech pracowników, wówczas ich koszty byłyby oczywiście znacznie mniejsze (3*150 = 450 zł), ale w tym przypadku trzeba zatrudnić dodatkowych pracowników, których może być za mało do usunięcia awarii i ponosimy wówczas znaczne koszty wynikające z nieusuniętych awarii. Całkowite koszty wzrastają o ok. 60% w porównaniu z liczbą 6 stałych pracowników.

Tabela 4

Symulacja optymalnej liczebności brygady remontowej. Pokazano wyniki 24 pierwszych eksperymentów (obszar komórek od F2 do O25) spośród 500 wykonanych

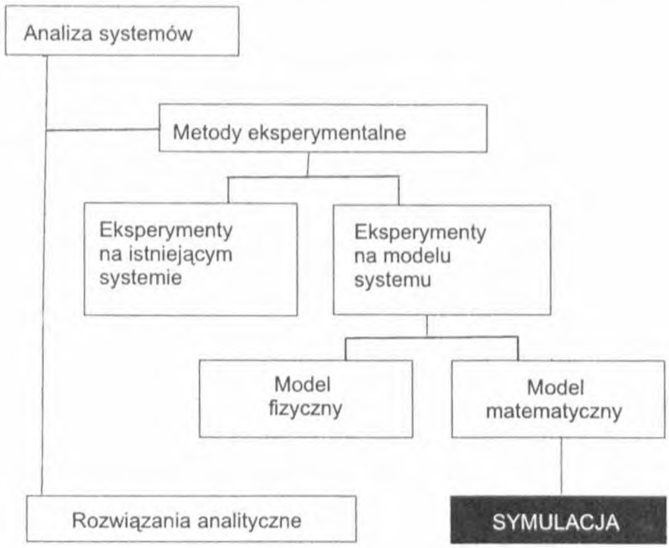
	A	B	C	D	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
	Awarie	Liczba wystąpień	Częstotliwość względna	Dystrybuanta	Liczba losowa dla awarii	Liczba awarii	Liczba pracowników potrzebnych dodatkowo	Liczba losowa dla rozkładu Gaussa	Liczba pracowników możliwych dodatkowo do zatrudnienia	Liczba pracowników zatrudnionych dodatkowo	Liczba awarii nieusuniętych	Koszt zatrudnienia stałych pracowników	Koszt zatrudnienia dodatkowych pracowników	Koszt nieusuniętych awarii
1														
2	4	20	0,16	0,16	0,58517	6	0	2,71019	3	0	0	900	0	0
3	5	30	0,24	0,40	0,34350	5	0	3,10255	3	0	0	900	0	0
4	6	25	0,20	0,60	0,67757	7	1	1,83158	2	1	0	900	200	0
5	7	40	0,32	0,92	0,23684	5	0	2,63126	3	0	0	900	0	0
6	8	10	0,08	1,00	0,35903	5	0	8,61063	8	0	0	900	0	0
7	Suma:	125			0,73005	7	1	4,64148	5	1	0	900	200	0
8					0,21885	5	0	4,06718	4	0	0	900	0	0
9	Średnia	Odchylenie			0,67019	7	1	5,71827	6	1	0	900	200	0
10	4	2			0,09393	4	0	4,82393	5	0	0	900	0	0
11					0,22006	5	0	3,18849	3	0	0	900	0	0
12	Liczba pracowników			6	0,60988	7	1	6,32231	6	1	0	900	200	0
13					0,05732	4	0	4,44945	4	0	0	900	0	0
14					0,81453	7	1	2,50455	3	1	0	900	200	0
15	Płaca:	150			0,13214	4	0	4,23748	4	0	0	900	0	0
16	Płaca dodatkowa:	200			0,25283	5	0	1,63606	2	0	0	900	0	0
17					0,83217	7	1	0,78807	1	1	0	900	200	0
18	Strata:	1500			0,18497	5	0	4,17811	4	0	0	900	0	0
19					0,51086	6	0	7,18045	7	0	0	900	0	0
20	Koszt zatrudnienia stałych				0,74592	7	1	7,89902	8	1	0	900	200	0
21	i dodatkowych				0,93138	8	2	5,88607	6	2	0	900	400	0
22	pracowników			1022	0,44919	6	0	3,62803	4	0	0	900	0	0
23	oraz koszt nieusuniętych				0,22338	5	0	6,04073	6	0	0	900	0	0
24	awarii				0,35597	5	0	2,74203	3	0	0	900	0	0
25					0,85804	7	1	6,08814	6	1	0	900	200	0

Źródło: oprac. własne.

6. MIEJSCE SYMULACJI W ANALIZIE SYSTEMÓW GOSPODARCZYCH

Metoda symulacyjna nie jest oczywiście jedyną metodą badania, analizy i optymalizacji systemów. Należy ją stosować wówczas, gdy nie istnieją analityczne (numeryczne) metody rozwiązań lub nie można sprawdzić różnych ich wariantów.

Symulację systemów gospodarczych przeprowadza się na modelu matematycznym utworzonego systemu. Model jest oczywiście tylko przybliżeniem systemu rzeczywistego, dlatego też należy uwzględnić jedynie te czynniki, które w sposób **istotny** wpływają na zachowanie się systemu rzeczywistego. Symulacja należy do metod eksperymentalnych. Miejsce modelowania symulacyjnego wśród metod analizy systemów pokazuje rys. 2.



Rys. 2. Miejsce symulacji wśród metod analizy systemów
Źródło: oprac. własne

7. KONKLUZJA

Przedstawione powyżej dwa modele są niewątpliwie uproszczeniami sytuacji rzeczywistych, ale celem niniejszego artykułu było pokazanie **w jaki sposób** powinien powstawać model symulacyjny, w jakiej kolejności zaplanować kolejne przedsięwzięcia i jak podejmować optymalne decyzje opierając się na wynikach sytuacji modelowej. Niewątpliwym ograniczeniem byłaby tutaj konieczność znajomości aparatu matematycznego umożliwiającego przeprowadzenie adekwatności modelu. Dlatego też zaproponowano dwa mało skomplikowane problemy, tak aby studenci kierunków ekonomicznych oraz pracownicy firm mogli je samodzielnie wykonać. Celem było również doskonalenie umiejętności korzystania z arkusza kalkulacyjnego, który każdemu decydentowi powinien być doskonale znany.

Marek Melaniuk

OPTIMIZATION OF ECONOMIC SYSTEMS USING SIMULATION EXPERIMENTAL METHOD. EDUCATIONAL ASPECTS

(Summary)

The article describes step by step the stages of creation the simulation models and their application to optimize the functioning of economic system. There are considered 2 simple problems:

– optimization of amount of papers supplied to the kiosk; optimization criterion is risk maximizing,

– optimization of amount of employers in the repair base; optimization criterion is costs minimization.

All of the calculations are made by means of Excel spreadsheet. The next aim of creating the simulation model was to develop the skills of using spreadsheets by economic students and by decision makers in the firms.