

*Grzegorz Szafrński**

KLASYCZNE METODY TESTOWANIA HIPOTEZY O KONWERCENCJI**

Streszczenie. Niniejsze opracowanie jest próbą usystematyzowanego przeglądu podejścia do testowania konwergencji gospodarczej za pomocą klasycznych metod z nurtu tradycyjnej ekonometrii. Opisano w nim dwie najpopularniejsze metody weryfikacji hipotez ekonomicznych oraz ich historię, powiązania i znaczenie. Zaprezentowana krytyka i zastrzeżenia do wykorzystania metod testowania β -konwergencji i σ -konwergencji w badaniach empirycznych nie skłaniają do odrzucenia tych metod. Bogata literatura teoretyczna i empiryczna wskazuje, że ostrożne podejście do zakresu porównań, doboru próby i technik estymacji pozwala na przeprowadzenie analiz użytecznych, gdy testujemy rozwijające się i „wschodzące” gospodarki, położone daleko od swoich długookresowych i trwałych ścieżek wzrostu.

Słowa kluczowe: β -konwergencja i σ -konwergencja, hipoteza o całkowitej i warunkowej konwergencji, doganianie gospodarcze, monotoniczna zbieżność.

1. WSTĘP

Konwergencja gospodarcza, rozumiana jako proces wzajemnego upodobniania się obiektów ekonomicznych (najczęściej gospodarek) pod względem rozwoju gospodarczego ma dużo szczegółowych znaczeń. Ich rodowodu należy poszukiwać w naukach przyrodniczych (upodobnianie się cech rodzajowych i morfologicznych organizmów pod wpływem podobnych warunków środowiskowych), społecznych (teorie dynamiki społecznej E. Durkheima, K. Marksa, M. Webera i O. Spenglera, hipoteza J. Tinbergena oraz prace instytucjonalistów), a przede wszystkim w matematyce (definicje zbieżności ciągu i zbieżności stochastycznej).

W polskiej literaturze dla określenia konwergencji stosowany bywa również termin „zbieżność”, ale jako zawężający ekonomiczne znaczenie konwergencji nie będzie dalej wykorzystywany w tym opracowaniu (Ro-

* Dr, adiunkt w Katedrze Ekonometrii Uniwersytetu Łódzkiego.

** Opracowanie powstało na podstawie III rozdziału pracy doktorskiej, napisanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Władysława Milo (Szafrński 2004).

mer 2000; Szafrński 2004, rozdział II). W polskiej literaturze brak jest również monograficznej pozycji, stawiającej sobie za cel precyzyjną, syntetyczną analizę wielu szczegółowych znaczeń konwergencji. Twórcy modeli neoklasycznych, opisujących wzrost gospodarczy, ograniczają teoretyczne jej znaczenie do pewnej klasy rozwiązań tych modeli. Konwergencja rozpatrywana jest również z punktu widzenia możliwości jej sterowania. Takie nadzieje przyświecały m. in. transferom funduszy w ramach Unii i realizacji polityki strukturalnej oraz polityki spójności w jej obrębie.

Natomiast w empirycznych analizach ekonomicznych popularnym zagadnieniem jest weryfikacja hipotezy o zbliżaniu się (konwergencji) lub oddalaniu się (dywergencji) poziomów rozwoju obiektów gospodarczych, działających w oparciu o podobne zasady gospodarowania i w podobnych warunkach otoczenia (por. Barro i Sala-i-Martin 1995). Hipotezy te również nie są tożsame i jednoznaczne. Ekonomiści, definiując w swoich badaniach konwergencję w formie hipotezy mówiącej, że biedne gospodarki rosną szybciej niż bogate (por. Barro i Sala-i-Martin 1990), często utożsamiają to pojęcie ze znakiem oszacowania parametru funkcji regresji tempa wzrostu gospodarczego względem poziomu PKB z okresu bazowego. W przekrojowo-czasowej próbie gospodarek można rozpatrywać hipotezę o spadku dyspersji (rozproszenia) dochodu *per capita* (por. Barro i Sala-i-Martin 1992b). W tym opracowaniu pokażemy, że koncepcje te, chociaż pozostają w określonych relacjach, to mają różne znaczenie.

2. GENEZA KLASYCZNYCH TESTÓW KONWERCENCJI

Podejście klasyczne było pierwszą próbą formalnego testowania konwergencji w oparciu o tradycyjne techniki ekonometryczne. W podejściu tym wyróżniamy: (całkowitą oraz warunkową) koncepcję β -konwergencji oraz koncepcję σ -konwergencji. Metody te po raz pierwszy znalazły swoje zastosowanie w badaniu konwergencji pod koniec lat osiemdziesiątych XX w., a w powszechnym użyciu znalazły się od początku lat dziewięćdziesiątych. Odtąd w znaczącym stopniu były wykorzystywane przez wielu ekonomistów tzw. głównego nurtu. Sala-i-Martin (1995) argumentował, że na szybki rozwój metod klasycznych wpływ miały dwa główne czynniki, które wyraźnie ujawniły się w drugiej połowie lat osiemdziesiątych XX w.:

a) wykorzystanie testów konwergencji jako głównego sprawdzianu prawdziwości neoklasycznych teorii wzrostu gospodarczego (model P. Romera z 1986 r. czy R. Lucasa z 1988 r.);

b) pojawienie się nowych zbiorów danych, dotyczących szerokich porównań międzynarodowych rozwoju gospodarczego w długim horyzoncie czaso-

wym (w tym pierwszych tablic z serii Penn World Table z roku 1988 i 1991, autorstwa R. Summersa i A. Hestona).

Pierwsza grupa hipotez dotyczących konwergencji miała służyć odpowiedzi na pytanie, czy w przekrojowej próbie gospodarek (głównie państw lub regionów) występuje tendencja do szybszego wzrostu gospodarek relatywnie biedniejszych (słabiej rozwiniętych). Z ujemnej zależności statystycznej pomiędzy stanem początkowym, opisującym poziom rozwoju danej gospodarki (np. PKB na osobę), a miarą szybkości jego zmiany (np. tempem) wnioskowano o zrównywaniu się z upływem czasu poziomu rozwoju gospodarek. Problem ten można sformułować dla każdej z J badanych gospodarek ($j = 1, \dots, J$) w postaci ujemnej (zwykle liniowej względem parametrów) zależności tempa wzrostu gospodarczego $\overset{0}{x}_{jT} \equiv (x_{jT} - x_{j0})/x_{j0}$, mierzonego w długim okresie (kilkudziesięciu lat) od początkowego poziomu aktywności gospodarczej x_{j0} . Sprawdzenia tej hipotezy dokonywano początkowo na podstawie oszacowania parametru funkcji regresji stopy wzrostu dochodu na osobę w badanym okresie w zależności od logarytmu początkowego dochodu:

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_1: \beta > 0, \text{ gdzie } \beta \text{ jest parametrem w równaniu regresji:}$$

$$\frac{x_{jT} - x_{j0}}{x_{j0}} = a - \beta \cdot \log x_{j0} + \varepsilon_{j0} \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, J. \quad (1)$$

Od nazwy parametru stojącego przy zmiennej opisującej poziom początkowy testowanie hipotez tego typu dla grupy obiektów $j = 1, 2, \dots, J$ nazywa się testowaniem β -konwergencji (Barro i Sala-i-Martin 1992b). Poprzez sprawdzenie hipotezy konwergencji do oceny parametru w modelu liniowym (względem parametrów) uzyskano elegancką, ale niepozbawioną wad podstawę badań empirycznych¹. Równanie konwergencji (1) rozpatrywane było początkowo *ad hoc*, bez ustalania odpowiadającego mu modelu teoretycznego².

¹ Uwzględniając chronologię, najpierw powstała hipoteza konwergencji w sensie „doganiania” (z ang. *catching up*) autorstwa M. Abramovitza. W oparciu o powojenne doświadczenia konwergencji Stanów Zjednoczonych (jako lidera) i krajów Europy Zachodniej (jako naśladowców) Abramovitz (1986) sformułował przypuszczenie, że gospodarka zacofana pod względem produktywności (wydajności) czynników produkcji ma potencjał do osiągnięcia relatywnie wyższych stóp wzrostu gospodarczego. Podejście to w wąskim znaczeniu nazywane jest również testowaniem występowania konwergencji w sensie „doganiania/pogoni gospodarczej” (przyjmując takie tłumaczenie ang. terminów *catch up* i *catching up*).

² Niektóre wczesne badania tego typu to: Kormedi i Meguire (1985) oraz Grier i Tullock (1989).

Zachętą do rozwoju badań nad klasyczną konwergencją gospodarczą okazało się powiązanie wyników analiz empirycznych z wnioskami dostarczanymi przez teoretyczne modele wzrostu gospodarczego.

Modele wzrostu, wywodzące się z neoklasycznej myśli ekonomicznej, zainaugurowane były pionierskimi rozważaniami R. M. Solowa i jego *Przyczynkiem do teorii wzrostu gospodarczego* z 1956 r. Dwuczynnikowy model Solowa-Swana, wielokrotnie modyfikowany przez następców (m. in. Mankiwa, Romera i Weila 1992), generował zbieżne trajektorie rozwoju gospodarczego gospodarek krajów biednych i bogatych, korzystających z identycznych technologii wytwarzania oraz podlegających egzogenicznym szokom technologicznym. Zmniejszaniu różnic w produkcji *per capita* towarzyszyć miała endogeniczna akumulacja kapitału, prowadząca do wzrostu technicznego uzbrojenia pracy (relacji ilości kapitału do siły roboczej). Mechanizm ten, uzupełniony założeniem o malejącej krańcowej stopie zwrotu z kapitału, miał zapewniać wysokie stopy zwrotu zainwestowanego kapitału, szybszą akumulację kapitału i relatywnie szybszy wzrost w krajach o niskim poziomie rozwoju.

Oryginalne sformułowanie równania regresji testującego β -konwergencję pojawiło się po raz pierwszy w artykule W. Baumola *Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long Data Show* z 1986 r. i miało formę oszacowanego empirycznie równania (1)³. Natomiast oryginalny termin „ β -konwergencja” pojawił się prawdopodobnie po raz pierwszy w rozprawie doktorskiej, broniącej na Uniwersytecie Harvardzkim w 1990 r., której autorem był amerykański ekonomista katalońskiego pochodzenia, Xavier Sala-i-Martin, a jednym z promotorów R. J. Barro⁴. Płodności naukowej tej dwójki zawdzięczamy początkowy rozwój badań empirycznych nad konwergencją gospodarczą⁵. Duży wkład wnieśli oni również w wyjaśnienie zaobserwowanych związków empirycznych w świetle neoklasycznych modeli wzrostu i modeli nowej teorii wzrostu (z ang. *new growth theory*), szybko zyskujących na popularności w latach dziewięćdziesiątych XX w.

³ R. Barro podaje siebie jako pierwszego pomysłodawcę tego typu regresji na podstawie wzmianki w 12 rozdziale pierwszego wydania podręcznika *Macroeconomics* z 1984 r.

⁴ Takie stanowisko przedstawia Sala-i-Martin (1996) s. 1327, streszczenie tej rozprawy można znaleźć w internecie: <http://www.columbia.edu/~xs23/papers/thesis.htm>

⁵ Badania empiryczne prowadzono dla 98 krajów OECD za okres 1960–1985 (Barro i Sala-i-Martin 1992b), dla krajów Unii Europejskiej (Barro i Sala-i-Martin 1991), dla 48 stanów Ameryki Północnej w latach 1840 i 1988 (Barro i Sala-i-Martin 1992a, c), dla 10 prowincji Kanady w latach 1961–1991 (Barro i Sala-i-Martin 1992a), dla 47 prefektur Japonii (Barro i Sala-i-Martin 1992c).

3. TESTOWANIE CAŁKOWITEJ I WARUNKOWEJ β -KONWERCENCJI

Do pierwszych rozszerzeń równania konwergencji doszło za sprawą takich ekonomistów, jak: Dowrick i Nguyen (1989) oraz Barro (1991). Wprowadzili oni do regresji dodatkowe zmienne objaśniające, tworząc koncepcję konwergencji warunkowej (z ang. *conditional convergence*). Mówimy, że w układzie obiektów występuje warunkowa konwergencja, jeżeli obiekty bardziej oddalone od długookresowej ścieżki wzrostu szybciej dążą do własnej równowagowej ścieżki wzrostu niż gospodarki działające na ścieżkach wzrostu zbliżonych do swoich trajektorii długookresowych. Ścieżkę długookresową wyznaczano w tych modelach na podstawie zbioru instrumentów (zmiennych o fundamentalnym znaczeniu dla wzrostu gospodarczego) – ich przykładowy wykaz podaje w swojej pracy Sala-i-Martin (1997).

Ogólna postać metod wykorzystywanych do testowania konwergencji gospodarczej na przekrojowej próbie obiektów (krajów lub regionów) prowadzi do weryfikacji następującego modelu regresji⁶:

$$\Delta_{T,O} \log x_{j,T} = \gamma y_o - \beta_T \log_{j,o} + u_j \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

gdzie:

$$\Delta_{T,O} \log x_{j,T} = \log x_{j,T} - \log x_{j,o} \approx \frac{x_{j,T} - x_{j,o}}{x_{j,o}}$$

$x_{j,T}$, $x_{j,o}$ – miara dochodu (np. PKB) w przeliczeniu na osobę lub na pracownika (lub inna zmienna testowana pod kątem konwergencji) w gospodarce (obiekcie) j w ustalonych okresach czasu T i O ($T > O$);

y_o – zmienna lub wektor tzw. zmiennych fundamentalnych, które determinują tempo wzrostu dochodu w obiekcie j w długim horyzoncie czasu;

u_j – składnik losowy równania dla danego obiektu j .

Dla ustalonych okresów początkowego O i końcowego T oraz zbioru zmiennych y w próbie przekrojowej testowaniu podlega wartość parametru β_T . Hipotezy przyjmują postać:

H_0 : $\beta_T = 0$ brak konwergencji warunkowej względem istotnych zmiennych y (brak zależności między stopą wzrostu a poziomem początkowym);

H_1 : $\beta_T > 0$ występowanie konwergencji warunkowej (im większy początkowy poziom $x_{i,o}$ tym niższy wzrost)⁷.

W badaniach empirycznych częściej szacowany był odpowiednik równania (2), w którym zmienną objaśnianą jest przeciętne roczne tempo

⁶ De la Fuente (2002) określa taką specyfikację równania jako minimalną konieczną do empirycznych analiz β -konwergencji.

⁷ Przypadek, gdy wartość oszacowania parametru β_T jest mniejsza od zera, traktowany jest jako zaprzeczający konwergencji.

zmiany zmiennej x_t w okresie (O, T) , a nie całkowita stopa zmiany w tym okresie. Skutkuje to tylko przeskalowaniem parametru β_T w równaniu regresji do parametru $\beta = \beta_T/T$, który może być interpretowany w kategoriach rocznego tempa konwergencji grupy obiektów. Empiryczne równanie (2) w zależności od tego, czy przyjmiemy postać bezwarunkowego rozkładu wyrażenia $\Delta_{T,O} \log x_{j,T} + \beta_T \log x_{j,o}$, czy uwzględnimy wpływ zmiennych fundamentalnych w okresie początkowym Y_o , przyjmuje postać:

a) dla konwergencji całkowitej;

$$\frac{1}{T} \Delta_{T,O} \log x_{j,T} = \alpha - \beta \log x_{j,o} + u_j \quad u_j \sim N(0, \sigma); \quad (3)$$

b) dla konwergencji warunkowej;

$$\frac{1}{T} \Delta_{T,O} \log x_{j,T} = \chi + \gamma Y_{j,o} - \beta \log x_{j,o} + v_j \quad v_j \sim N(0, \sigma). \quad (4)$$

W myśl powyższych równań możemy sformułować warunek równowagi dynamicznej ($\Delta_{T,O} \log x_{j,T} = 0$) w procesie konwergencji dowolnego obiektu j .

Dla konwergencji warunkowej stanem równowagi dla każdego obiektu j jest x_j^* spełniający warunek:

$$\log x_j^* = \frac{\chi + \gamma Y_{j,o}}{\beta}. \quad (5)$$

Dla konwergencji całkowitej ($\gamma Y_j = \text{const}$) warunkowi (5) odpowiada:

$$\log x_j^{**} = \frac{\alpha}{\beta}. \quad (6)$$

W stabilnym równaniu konwergencji warunkowej pomiędzy obiektami i, j występuje konwergencja całkowita, gdy spełniona jest równość $\gamma Y_i = \gamma Y_j$, czyli wpływ zmiennych fundamentalnych na tempo wzrostu jest równy dla każdej gospodarki. W pozostałych przypadkach zachodzi konwergencja warunkowa (słaba) z tempem konwergencji określonym przez $\frac{\gamma(Y_i - Y_j)}{\beta}$.

Jeżeli w wektorze y_o zmiennych fundamentalnych występują tylko zmienne z góry ustalone, to odejmując w równaniu (4) od lewej strony deterministyczny składnik związany z wpływem zmiennych fundamentalnych, otrzymujemy model regresji, odpowiadający równaniu (3). Badając zatem własności

testów konwergencji, będziemy dalej – bez zmniejszania ogólności założeń – zajmować się równaniem β -konwergencji całkowitej.

Bernard i Durlauf (1996) pokazali związek między stosowanymi w badaniach empirycznych testami β -konwergencji a definicjami konwergencji w sensie doganiania. Ponieważ zależności te mają duże znaczenie dla zrozumienia koncepcji β -konwergencji, przyjrzyjmy się im dokładniej, w sytuacji gdy rozpatrujemy konwergencję obiektu j ($j = 1, 2, \dots, J$) w grupie J obiektów.

Przyjmijmy oznaczenie: $\Delta \log x_{j,t} = \log x_{j,t} - \log x_{j,t-1}$. Na podstawie rekurencyjnego podstawiania możemy opisać stopę zmiany $\Delta \log x_{j,T,o}$ w okresie $(0, T)$ jako sumę rocznych temp zmiany tej wielkości:

$$\Delta \log x_{j,T,o} = \sum_{i=1}^T \Delta \log x_{j,t}. \quad (7)$$

Dla badanego obiektu j i dla dowolnego obiektu i spośród J pozostałych obiektów spełniających równanie (3) otrzymujemy:

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \Delta \log x_{i,t} - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \Delta \log x_{j,t} = -\beta(\log x_{i,o} - \log x_{j,o}) + u_i - u_j. \quad (8)$$

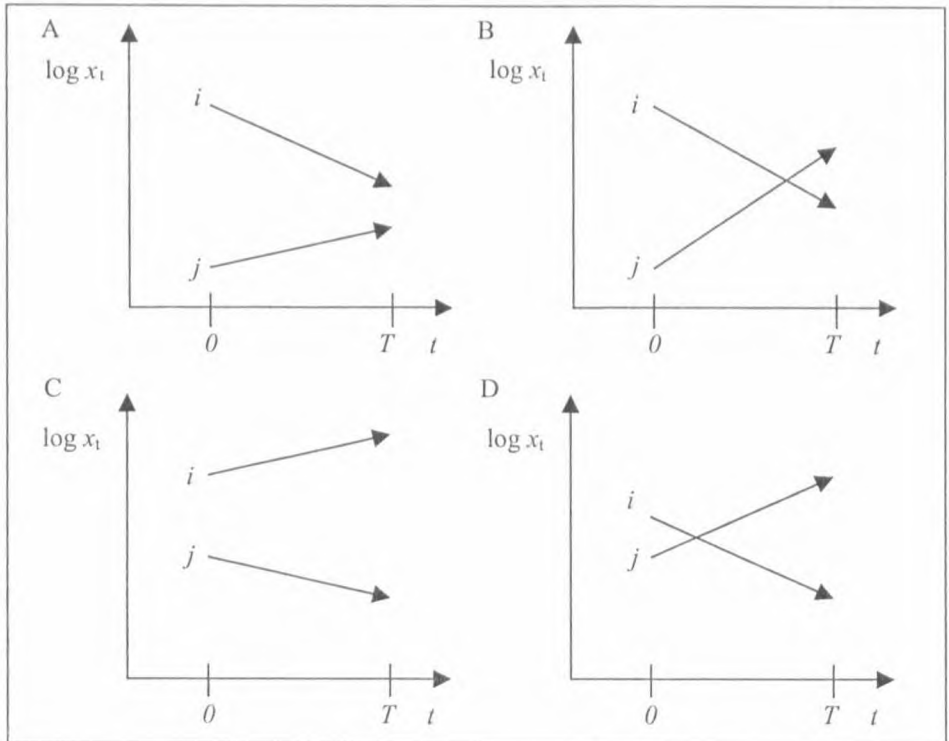
Łatwo teraz zauważyć, że jeżeli początkowo w okresie 0 obiekt i osiągał wyższy dochód niż obiekt j ($\log x_{i,o} - \log x_{j,o} > 0$), to na podstawie równania (7) przy spełnionym warunku konwergencji ($\beta > 0$) oczekujemy, że średnia stopa zmiany dochodu obiektu i będzie niższa od średniej stopy zmiany dochodu obiektu j w tym samym okresie $(T, 0)$, gdyż

$$E\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta \log x_{i,t} - \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Delta \log x_{j,t}\right) < 0.$$

Zatem hipoteza β -konwergencji dla gospodarek może być zgodna z przypuszczeniem Abramovitza (1986) o doganianiu gospodarek rozwiniętych przez gospodarki relatywnie słabiej rozwinięte. Jednak o tym, czy β -konwergencja w modelu (3) wystąpi w sposób monotoniczny lub jedynie w sensie doganiania w długim okresie, decyduje siła oddziaływania mierzona tempem konwergencji β i czasem oddziaływania procesu konwergencji T . Dalej przedstawimy cztery ogólne schematy dynamiki procesu β -konwergencji w przypadku dwóch obiektów (i, j) (Sala-i-Martin 1996, s. 1021).

Sytuacje A i B na rysunku 1 obrazują konwergencję, a schematy C i D odpowiadają dywergencji obiektów (i, j) . Okazuje się jednak, że poza sytuacją przedstawioną na wykresie C wszystkie schematy spełniają równanie (3) dla $\beta > 0$, tzn. zachodzi β -konwergencja i obiekty początkowo słabiej

rozwinęte rosną szybciej od obiektów lepiej rozwiniętych. Sytuacja ze schematu A jest również konwergencją w sensie doganiania i ma miejsce, gdy $T > 1/\beta$. W sytuacji C ($\beta < 0$) w przypadku kontynuacji obecnego trendu przy żadnej wartości parametru T nie wystąpi konwergencja. Przypadek B zachodzi, gdy $1 < \beta T < 2$, a przypadek D, gdy $\beta T > 2$.



Rys. 1. Potencjalne schematy β -konwergencji. Źródło: opracowanie własne na podstawie: Sala-i-Martin (1996)

Sytuację graniczną konwergencji wyznacza równość $\beta T = 1$. Po upływie czasu T obiekty (i, j) różnią się od siebie pod względem cechy X o zmienną losową o zerowej wartości oczekiwanej, co można pokazać jako:

$$\log x_{i,T} - \log x_{j,T} = \log x_{i,0} + \sum_{t=1}^T \Delta \log x_{i,t} - (\log x_{j,0} + \sum_{t=1}^T \Delta \log x_{j,t}) = u_i - u_j \quad (9)$$

Jeżeli dla danego procesu określonego równaniem (3) parametr $\beta > 0$ jest stały w dowolnym horyzoncie badania $(0, t)$, to wystąpienie dywergencji, jak na schemacie D, jest tylko kwestią upływu czasu ($t > 2/\beta$). Oznacza to,

że jeżeli w zamkniętej grupie gospodarek występuje β -konwergencja ze stałym rocznym tempem konwergencji, liczonym dla różnych horyzontów czasowych, to prowadzi ona do dywergencji. Wynika z tego, że gdy β -konwergencja występuje, wówczas oszacowanie parametru β w zamkniętej próbie nie jest stałe w czasie. Stwarza to poważne trudności w szacowaniu średniej wartości parametru w długim okresie i podważa sens porównań oraz interpretacji tempa konwergencji dla różnych zestawów gospodarek i dla różnych horyzontów czasowych. Z wykorzystaniem koncepcji β -konwergencji wiąże się wiele poważnych zagadnień badawczych: arbitralność wyboru okresu porównań i zakresu próby, a także poważne problemy estymacyjne⁸.

3.1. Arbitralny wybór okresu próby i zakresu porównań

Wybór okresu próby $(0, T)$ może mieć istotny wpływ na jakość uzyskanych oszacowań tempa konwergencji. Uzależnienie średniego tempa zmian od stanu początkowego z góry zakłada arbitralność doboru tego stanu początkowego. Problem ten jest szczególnie widoczny, gdy założymy, że zmienna objaśniająca w równaniu konwergencji $x_{j,0}$ jest zmienną losową⁹. W związku z występowaniem cykli we wzroście gospodarczym, średni poziom tempa wzrostu może być dla danego okresu systematycznie niedoszacowany (przy wyborze początkowego okresu jako szczyt cyklu, a końcowego jako dno kolejnego cyklu) lub systematycznie przeszacowany (w układzie dno – szczyt cyklu). Rozwiązaniem problemu może być zastosowanie metody dekompozycji cyklicznych składników procesu, np. poprzez wykorzystanie średniej ruchomej z kilku początkowych okresów zamiast $x_{j,0}$.

Problem zakresu porównań występował od samego początku badań empirycznych nad konwergencją gospodarek świata. Doborem gospodarek do jednej z pierwszych baz danych historycznych w układzie globalnym (Maddison 1982) kierowały dwie wytyczne: dostępność długich szeregów ekonomicznych, wystarczających do odtworzenia rachunków narodowych, oraz osiągnięty sukces w rozwoju gospodarczym. Wszystkie 16 krajów, dla których stopy wzrostu w okresie 1870–1979 policzył A. Maddison, w roku końcowym tego badania charakteryzowały się podobnie wysokim stopniem rozwoju gospodarczego. Z założonego zakresu badań wynikało, że gospodarki, które nie osiągnęły wysokiego stopnia konwergencji, nie zostały zaliczone do próby. Natomiast poziom rozwoju tych gospodarek

⁸ Dotyczy dyskusji w literaturze konwergencji o tzw. błędzie (paradoksie) Galtona; zob. Quah (1993) oraz Cannon i Duck (2000).

⁹ Por. dyskusję na temat problemów estymacyjnych w równaniu β -konwergencji.

był bardziej rozproszony w okresie początkowym niż okresie końcowym tego badania. Niezależnie zatem od doboru okresu początkowego badanie musiało wykazać występowanie konwergencji. Romer (1986) i DeLong (1988) określają takie postępowanie błędem doboru próby *ex post* i argumentują, że rezultaty takich badań niewiele mówią o rzeczywistej sile i zakresie konwergencji.

3.2. Problemy estymacyjne

Kolejne problemy ze stosowaniem metody β -konwergencji są natury statystycznej. Oznaczmy średnie wartości tempa wzrostu i początkowego poziomu PKB *per capita* w przekrojowej próbie obiektów $j = 1, 2, \dots, N$ odpowiednio przez:

$$\overline{\Delta_T \log x_T} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta_{T,o} \log x_{j,T} \quad \text{i} \quad \overline{\log x_o} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \log x_{j,o}.$$

Możemy teraz zapisać ($\hat{\beta}$) estymator MNK parametru (β) z równania (3) jako:

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\Delta_{T,o} \log x_{j,T} - \overline{\Delta_T \log x_T})(\log x_{j,o} - \overline{\log x_o})}{\sum_{j=1}^N (\log x_{j,o} - \overline{\log x_o})^2}. \quad (10)$$

Za pomocą prostych przekształceń można pokazać, że β jest ważoną średnią ilorazów φ_j .

$$\hat{\beta} = - \sum_{j=1}^N \varphi_j \varphi_j, \quad \varphi_j = \frac{\frac{1}{T} (\Delta_{T,o} \log x_{j,T} - \overline{\Delta_T \log x_T})}{(\log x_{j,o} - \overline{\log x_o})}. \quad (11)$$

Dzielnymi tych ilorazów są odchylenia tempa zmian danego obiektu od średniego tempa dla wszystkich obiektów, dzielnikami – odchylenia początkowej wartości cechy obiektu od przeciętnego poziomu dla wszystkich obiektów. Ilorazy (wagi) φ_j sumują się do jedności:

$$\hat{\varphi}_j = \frac{(\log x_{j,o} - \overline{\log x_o})^2}{\sum_{k=1}^N (\log x_{k,o} - \overline{\log x_o})^2}. \quad (12)$$

Jeżeli nie jest prawdziwa hipoteza zerowa ($H_0: \beta = 0$ w równaniu 3) dla $\beta > 0$, średnie ważone tempo zmian dochodu gospodarok początkowo zamożniejszych (takich, że $x_{i,o} > \bar{x}_o$) jest niższe od przeciętnego tempa zmiany dochodu w próbie ($\Delta_T \log x_T$) i odwrotnie dla gospodarok biednych (średnie ważone tempo zmian dochodu jest wyższe od przeciętnego tempa w całej próbie). A zatem dla $\beta > 0$ wśród par (i, j) są takie, których dystans rozwoju w stosunku do średniej się zmniejsza. W tym miejscu do metody można poczynić następujące zastrzeżenia (za Bernard i Durlauf 1996):

1. Metoda źle radzi sobie z obiektami położonymi początkowo w pobliżu średniej w próbie ($x_{i,o} \approx \bar{x}_o$). Niezależnie, czy gospodarki te rosną powyżej czy poniżej średniego tempa wzrostu w próbie, ich wpływ na oszacowanie parametru jest niewielki (waga $\varphi_i \approx 0$). Dla tej grupy, pomimo spełnienia hipotezy konwergencji, może wystąpić proces dywergencji przedstawiony schematycznie na rysunku 1C.

2. Dla wszystkich lub niektórych par (i, j) , gdy parametr $\beta > 0$, możliwa jest dywergencja ($0 < \log x_{i,o} - \log x_{j,o} < \log x_{j,T} - \log x_{i,T}$). Odpowiada ona schematowi z rysunku 1D.

3. Pomimo spełnienia warunku $\beta > 0$, wśród par (i, j) mogą wystąpić takie, dla których założenie monotonicznego zmniejszania różnic w rozwoju nie jest spełnione.

4. Przy warunku $\beta = 0$ nadal mogą wystąpić takie pary (i, j) , które spełniają warunki konwergencji.

Podsumowując, w koncepcji β -konwergencji przykładą się zbyt dużą wagę tylko do jednego aspektu konwergencji, a mianowicie do faktu, że obiekty początkowo oddalone od siebie wzajemnie się zbliżają. W sytuacji gdy obiekty w próbie, charakteryzujące się początkowo zbliżonym stopniem rozwoju do średniej w próbie, podlegają procesowi dywergencji, ich wpływ na oszacowanie parametru β zostaje zmarginalizowany. Metoda nie umożliwia również zidentyfikowania grupy obiektów podlegających konwergencji i odróżnienia jej od obiektów oddalających się od siebie. Nie jest to więc poprawne podejście, gdy część obiektów wykazuje, a część nie wykazuje konwergencji. Oznacza to, że interpretowanie w tym teście zespołu hipotez dla całej zbiorowości jako „konwergencja występuje albo nie” jest błędne. Ponadto w sytuacji, gdy szacujemy równanie konwergencji całkowitej (3), zamiast równania konwergencji warunkowej (4) może dojść do poważnego obciążenia wyników estymacji parametru β , prowadzącego do przyjmowania hipotezy alternatywnej o występowaniu konwergencji całkowitej.

Bernard i Durlauf (1996) pokazali, że jeżeli prawdziwy jest model konwergencji warunkowej, to estymator MNK $\hat{\beta}^{OLS}$ parametru β szacowany w oparciu o równanie (3), jest obciążony:

$$\hat{\beta}^{OLS} = \beta \frac{\text{cov}(\log x_{j_o}, \lambda_k - \log x_{j_o})}{\text{var}(\log x_{j_o})}, \quad (13)$$

gdzie λ_k ($k = 1, 2, \dots, K$) oznacza przynajmniej dwa różniące się od siebie punkty równowagi długookresowej w modelu:

$$\frac{1}{T} \Delta \log x_{j,T,o} = \alpha - \beta(\log x_{j,o} - \lambda_k) + u_j. \quad (14)$$

Dla uproszczenia rozważmy sytuację dwóch stanów równowagi ($K = 2$) dla grupy N obiektów. W myśl (5) obiekty te posiadają dwa stany równowagi dynamicznej ($\lambda_1 < \lambda_2$). Jeżeli obiekty o nisko położonej ścieżce zrównoważonego wzrostu λ_1 położone są dalej od tej ścieżki niż obiekty rozwinięte, operujące w pobliżu poziomu równowagi (λ_2), to $\text{cov}(\log x_{j_o}, \lambda_j - \log x_{j_o}) < 0$. W takiej sytuacji obciążony estymator ma przeciwny znak niż parametr β , a na podstawie testu będzie podejmowana niewłaściwa decyzja.

Ostatni problem estymacyjny w testowaniu β -konwergencji związany jest z jedną z cech metody regresji, zwaną powrotem (cofaniem się) do średniej wartości zmiennej objaśnianej (*regression towards the mean* lub *reversion to the mean*). Polega ona na tym, że odległość danych empirycznych od danych teoretycznych mierzymy równoległe do osi rzędnych, dopasowując wartości teoretyczne do średniej wartości zmiennej objaśnianej¹⁰. Rozważmy model odpowiadający modelowi (3) z dodanym błędem pomiaru zmiennej objaśniającej:

$$\log x_{j,T} = \alpha - (\beta_T - 1) \log x_{j,o} + u_j, \quad \log x_{j,o} = \mu + \xi_j, \quad (15)$$

gdzie u_j , ξ_j są niezależnymi zmiennymi losowymi o zerowych wartościach oczekiwanych i wariancjach odpowiednio σ_u , σ_ξ .

Przy takim układzie odniesienia, jeżeli zmienną objaśniającą potraktujemy jako zmienną deterministyczną, podczas gdy ma ona charakter losowy, to możemy doświadczyć paradoksu (błędu) Galtona (*Galton's fallacy*)¹¹. Wynika

¹⁰ W związku z tą własnością funkcję warunkowej wartości oczekiwanej nazywamy funkcją regresji.

¹¹ Postawienie tego problemu zawdzięczamy badaniom antropologicznym, prowadzonym przez F. Galtona. Ten wybitny, wszechstronnie uzdolniony, angielski matematyk i antropolog (1822–1911) zaobserwował, że mężczyźni o wzroście wyższym niż przeciętny, mają na ogół synów o wzroście w mniejszym stopniu przekraczającym poziom przeciętny w populacji. Nie posługując się nawet ściśle równaniem regresji, dostrzegł on sprzeczność między trwałym, znaczącym rozproszeniem wzrostu populacji mężczyzn a tą prawidłowością. Tłumaczył ją za pomocą statystycznego modelu formowania się wzrostu potomstwa. W grupie osobników obdarzonych najwyższym wzrostem w populacji znajdują się osobniki częściowo zawdzięczające

z niego, że ocena MNK parametru $(\beta_T - 1)$ jest obciążona w kierunku zera, co oznacza obciążenie estymatora β_T w kierunku jedności (por. Friedman 1993; Quah 1993).

4. HIPOTEZA O SPADKU ROZPROSZENIA ROZKŁADU W PRÓBIE PRZEKROJOWEJ (σ -KONWERCENCJA)

O σ -konwergencji mówimy wtedy, gdy miara rozproszenia (dyspersji) σ_t wielowymiarowej zmiennej X_t (np. dochodu *per capita*) w próbie przekrojowej ma tendencję do spadku w badanym okresie. Jest to najbardziej bliski intuicji sposób określenia konwergencji. Hipotezę zgodną z koncepcją σ -konwergencji można przedstawić za pomocą równania trendu stochastycznego dla odchylenia standardowego:

$$\sigma_{t+T} = \rho\sigma_t + \eta_t, \quad (16)$$

gdzie $0 < \rho < 1$, $\eta_t \sim N(0, \sigma_\eta)$ albo nierówności opisującej monotoniczną zbieżność:

$$\forall t, T \in C \quad \sigma_{t+T} < \sigma_t. \quad (17)$$

Jeżeli szereg miar rozproszenia jest niestacjonarny, do oceny konwergencji w grupie obiektów możemy zastosować test Dickeya-Fullera, w którym w oparciu o ilorazy t wnioskujemy o występowaniu pierwiastków jednostkowych w równaniu (16):

$$H_0: \rho = 1,$$

$$H_1: \rho < 1.$$

Dla równania (17) gotowe do wykorzystania są rozmaite testy równości wariancji w próbie przekrojowo-czasowej, np. test Goldfelda-Quandta z jednostronnym obszarem odrzucenia hipotezy zerowej.

Występowanie σ -konwergencji potwierdzone może być również monotonicznym spadkiem lub tylko tendencją spadku współczynnika zmienności cechy w próbie przekrojowej (np. dochodu *per capita*):

$$c_t = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left(\frac{x_{jt} - \bar{x}_t}{\bar{x}_t} \right)^2}, \quad \text{gdzie } \bar{x}_t \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n x_{jt}. \quad (18)$$

to swoim przodkom, a częściowo zmiennej losowej, która w ich przypadku przyjmuje wysokie wartości dodatnie. Wśród ich potomstwa równe szanse dotyczą dodatniej, jak i ujemnej realizacji zmiennej losowej, korygującej deterministycznie dziedziczony wzrost. Odwrotnie dzieje się w grupie najniższych osobników. Dzięki występowaniu czynników losowych rozproszenie wzrostu w populacji wszystkich osobników nie maleje.

Jednak częściej wykorzystywaną miarą dyspersji jest odchylenie standardowe logarytmów oryginalnych zmiennych (Barro i Sala-i-Martin 1992b):

$$v_t = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\log x_{jt} - \overline{\log x_t})^2}, \quad \text{gdzie } \overline{\log y_t} \equiv \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n \log y_{jt}. \quad (19)$$

Miary te były zamiennie wykorzystywane w empirycznych badaniach konwergencji gospodarek (por. Friedman 1992; Sala-i-Martin 1995 czy de la Fuente 1997). Jak jednak pokazali Daalgard i Vastrup (2001), miary te nie zawierają tej samej informacji, a co więcej w sytuacji występowania dwóch lub więcej punktów równowagi (*twin peaks*) wykazują zupełnie sprzeczne wnioski.

Związki między β -konwergencją a σ -konwergencją są analogiczne do rozważań nad omawianym poprzednio paradoksem Galtona. Quah (1993) pokazał, że w związku z tym paradoksem błędnemu wnioskowaniu o występowaniu β -konwergencji może towarzyszyć brak spadku rozproszenia cechy w próbie przekrojowej (tj. σ -konwergencji). Sala-i-Martin (1996) pokazał, że chociaż β -konwergencja jest warunkiem koniecznym σ -konwergencji, to nie jest warunkiem wystarczającym. Rozważmy przekształcony model (3) i (4) z warunkiem $0 < \beta < 2$. Podstawiając $O = (t - 1)$ dla $T = t$, otrzymujemy:

$$\log x_{j,t} = \alpha(1 - \beta_T) \log x_{j,t-1} + u_{jt} \quad u_{jt} \sim N(0, \sigma_u^2). \quad (20)$$

Oznaczmy wariancję logarytmów w próbie przekrojowej jako:

$$\sigma_t^2 = 1/N \sum_{j=1}^N (\log y_{jt} - \overline{\log y_t})^2. \quad (21)$$

Z równania (20) dla dużej próby obiektów ($N \rightarrow \infty$) możemy uzyskać przybliżoną zależność pomiędzy σ_t^2 dla kolejnych okresów:

$$\sigma_t^2 \approx (1 - \beta_T)^2 \sigma_{t-1}^2 + \sigma_u^2. \quad (22)$$

Otrzymujemy równanie różnicowe pierwszego rzędu, które posiada stabilne rozwiązanie dla $0 < \beta < 2$. Warto zauważyć, że wariancja w (22) może wzrastać dla $0 < \beta < 2$ również w miarę wzrostu σ_u^2 . Zatem β -konwergencja ($0 < \beta < 2$) nie jest warunkiem wystarczającym dla σ -konwergencji (czyli spadku rozproszenia w próbie przekrojowej). Jest natomiast warunkiem koniecznym, gdyż jeżeli β -konwergencja nie występuje ($\beta_T < 0$), to wariancja (rozproszenie) w próbie przekrojowej monotonicznie rośnie.

Wykorzystując to popularne podejście do pomiaru konwergencji, należy zwrócić uwagę na wybór w pełni porównywalnych danych, wyrażonych w tych samych jednostkach. W szczególności niewłaściwe jest zastosowanie metody do indeksów jednopodstawowych, w których baza porównań jest arbitralnie określona, gdyż znormalizowanie wariancji rozproszenia w okresie bazowym wpływa na wyniki analizy¹².

5. ZNACZENIE TRADYCYJNYCH METOD TESTOWANIA KONWERGENCJI

Podejście klasyczne stanowiło dla wielu ekonomistów inspirację do dalszych rozwinięć empirycznie testowalnych koncepcji konwergencji gospodarczej¹³. Jego krytyka przyczyniła się również do powstania nowych podejść badawczych, zapoczątkowanych przez takich ekonomistów, jak D. Quah, S. Durlauf i A. Harvey, a opartych na współczesnych metodach analiz niestacjonarnych szeregów czasowych.

Czy wobec dużej liczby przeszkód empirycznych i estymacyjnych należy zrezygnować z klasycznych testów konwergencji, a szczególnie z badania β -konwergencji? Jak pokazały wnioski z zastosowania testów opartych na szeregach czasowych, podejście klasyczne jest bardziej odpowiednie, w sytuacji gdy gospodarki znajdują się daleko od równowagowej ścieżki wzrostu i stopniowo do niej zmierzają. Z takimi sytuacjami mamy na pewno do czynienia w przypadku gospodarek o niskim poziomie rozwoju, transformujących swój system gospodarczy (*economies in transition*) oraz dynamicznie rozwijających się tzw. wschodzących rynków (*emerging-market economies*). W tym opracowaniu staraliśmy się pokazać niebezpieczeństwa związane z wykorzystaniem podejścia klasycznego. Jednak skoro podejście to jest użyteczne w badaniach empirycznych, to należy je wykorzystywać, a uzyskiwane wyniki należy traktować z dużą dozą ostrożności. O poprawności wnioskowania decyduje staranny dobór próby i okresu porównań, stabilność znaku parametru przy zmianie zakresu próby, poprawny dobór równania konwergencji (całkowita czy warunkowa).

¹² Barro i Sala-i-Martin (1995) jako przykład ilustrujący wzajemne związki między klasycznymi podejściami do badania konwergencji w próbie przekrojowej opisują sytuację rywalizacji stałej grupy obiektów o miejsca w pewnym rankingu. O ile w grupie tej istnieje będzie nawet silna tendencja do szybszego wzrostu miejsca w rankingu dotychczas niżej lokowanych obiektów, to przecież wielkość rozproszenia tej grupy wyznaczana dla ustalonej liczebności rang nie będzie podlegać z definicji żadnym zmianom.

¹³ Jedną z tych prób podjęli Boyle i McCarthy (1997). Polegała ona na połączeniu zawartości informacyjnej miar β - i σ -konwergencji. Autorzy wykorzystali w tym celu metody rangowania obiektów w próbie empirycznej, a sprawdzanie miary rozproszenia tych rang nazwali testowaniem γ -konwergencji.

Czy można wyróżnić którąś z koncepcji tradycyjnych jako najlepszą do empirycznego testowania konwergencji w gospodarce? Jak argumentuje Sala-i-Martin (1992b), obydwie klasyczne koncepcje konwergencji odpowiadają na odmienne pytania i dobrze się uzupełniają. O ile interesuje nas badanie, jak zachowują się gospodarki słabiej rozwinięte w stosunku do gospodarek relatywnie lepiej rozwiniętych, to celowe jest wykorzystanie koncepcji β -konwergencji. Jeżeli jednak chcemy poznać, czy nierówny podział dochodu w przekrojowej próbie gospodarek uległ zmniejszeniu, to przedmiotem testowania powinna stać się koncepcja σ -konwergencji. Nie potwierdza ona zmiany pozycji w rankingu kraju pod względem miary dochodu społecznego, ale daje informacje, czy gospodarki zbliżają się pod względem rozwoju. O ile obserwacje współczynników zmienności i odchyłeń standardowych w czasie mówią nam, jak zmienia się rozkład dochodów, o tyle szacunki współczynnika β opisują mobilność dochodów (szybkość zmian i dostosowań) wewnątrz tego rozkładu. O wzajemnych powiązaniach przedstawionych koncepcji obszernie pisze Sala-i-Martin (1996). Zauważmy tylko, że dla rosnących szeregów dochodu β -konwergencja jest warunkiem koniecznym do występowania σ -konwergencji. Jedynym sposobem na zmniejszenie rozproszenia dochodu w grupie jest szybszy wzrost gospodarek słabiej rozwiniętych, a wolniejszy bardziej rozwiniętych.

Podsumowując tę dyskusję, podejście klasyczne niesie z sobą wiele niebezpieczeństw złej specyfikacji równania, zbyt daleko posuniętej generalizacji wniosków i dużą dozę arbitralności doboru próby bez możliwości wyróżnienia obiektów, które nie podlegają konwergencji. Jest to jednak podejście intuicyjnie proste i dobrze zbadane. W toku poszukiwań empirycznego modelu wzrostu często to właśnie początkowy poziom dochodu okazuje się najlepszym predyktorem tempa wzrostu gospodarczego (Sala-i-Martin 1997). W rezultacie założenie warunkowej β -konwergencji jest w wielu empirycznych badaniach rozsądnym punktem startu.

LITERATURA

- Abramovitz M. (1986), *Catching up, Forging Ahead, and Falling Behind*, „Journal of Economic History”, 46 (2), 385–406.
- Barro R. J. (1991), *Economic Growth in a Cross Section of Countries*, „Quarterly Journal of Economics”, 56, 407–444.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1990), *Economic Growth and Convergence across the United States*, „NBER Working Paper”, August, 3419.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1991), *Convergence across States and Regions*, „Brookings Papers on Economic Activity”, 1, 107–158.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1992a), *Regional Growth and Migration*, „NBER Working Paper” March, 4038.

- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1992b), *Convergence*, „Journal of Political Economy”, 100(2), 223–251.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1992c), *Regional Growth and Migration: A Japan-U.S. Comparison*, „Journal of the Japanese and International Economies”, 6, 312–346.
- Barro R. J., Sala-i-Martin X. (1995), *Economic Growth*, McGraw-Hill, Boston.
- Baumol W. J. (1986), *Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long-Run*, „American Economic Review”, 76, 1072–1085.
- Bernard A. B., Durlauf S. N. (1996), *Interpreting Tests of the Convergence Hypothesis*, „Journal of Econometrics”, 71, 161–173.
- Boyle G., McCarthy T. (1999), *Simple Measures of Convergence in Per Capita GDP: A Note on Some Further International Evidence*, „Applied Economics Letters”, 6, 343–347.
- Cannon E. S., Duck N. W. (2000), *Galton's Fallacy and Economic Convergence*, „Oxford Economic Papers”, 52, 415–419.
- Daalgard C. J., Vastrup J. (2001), *On the Measurement of σ -Convergence*, „Economics Letters”, 70, 283–287.
- De Long J. B. (1988), *Productivity Growth, Convergence and Welfare: Comment*, „American Economic Review”, 1138–1154.
- Dowrick S., Nguyen, D. (1989), *OECD Comparative Economic Growth 1950–1985: Catch-up and Convergence*, „American Economic Review”, 79(5), 1010–1030.
- Friedman M. (1993), *Do Old Fallacies Ever Die?*, „Journal of Economic Literature”, 30(4), 2129–2132.
- De la Fuente A. (1997), *The Empirics of Growth and Convergence: A Selective Review*, „Journal of Economic Dynamics and Control”, 21, 23–73.
- Grier K., Tullock G. (1989), *An Empirical Analysis of Cross-National Economic Growth, 1951–1980*, „Journal of Monetary Economics”, 24, 259–276.
- Kormenoli R., Meguire P. G. (1985), *Macroeconomic Determinants of Growth: Cross-Country Evidence*, „Journal of Monetary Economics”, 16, 141–163.
- Lucas R. E. (1988), *On the Mechanics of Economic Development*, „Journal of Monetary Economics”, 22(1), 3–42.
- Maddison A. (1982), *Phases of Capitalist Development*, Oxford University Press, New York.
- Mankiw N. G., Romer D., Weil D. H. (1992), *A Contribution to the Empirics of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics”, 107, 407–438.
- Quah D. (1993), *Galton's Fallacy and Tests of the Economic Convergence*, „Scandinavian Journal of Economics”, 95(4), 427–443.
- Romer P. (1986), *Increasing Returns and Long Run Growth*, „Journal of Political Economy”, 94, 1002–1037.
- Romer D. (2000), *Makroekonomia dla zaawansowanych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Sala-i-Martin X. (1995), *The Classical Approach to Convergence Analysis*, „Economic Journal”, 106, 1019–1036.
- Sala-i-Martin X. (1996), *Regional Cohesion: Evidence and Theories of Regional Growth and Convergence*, „European Economic Review”, 40, 1325–1352.
- Sala-i-Martin X. (1997), *I Just Ran Four Million Regressions*, „NBER Working Papers”, 6252.
- Solow R. M. (1956), *A Contribution to the Theory of Economic Growth*, „Quarterly Journal of Economics”, 70, 65–94.
- Szafrński G. (2004), *Konwergencja gospodarcza. Metody, modele i analizy empiryczne polskiej gospodarki*, niepublikowany doktorat, Uniwersytet Łódzki, Łódź.

*Grzegorz Szafrński***CLASSICAL TESTS OF THE CONVERGENCE HYPOTHESIS****Summary**

The study attempts to review the classical approaches to the verification of the convergence hypothesis based on the traditional econometric techniques. We have described two of the most popular concepts of convergence, i.e. β -convergence and σ -convergence, their origin, and interrelations. The presented critique and limitations to the use of classical tests in empirical research do not lead us to reject those methods. The vast theoretical and empirical literature indicates that keeping an eye on the proper selection of the sample, both in time and by objects, and the proper choice of the estimation techniques can give us helpful insights into the analysis of the emerging and developing economies relatively far from their long-run and sustainable growth paths.