

*Wanda Czyżewska**

ANALITYCZNY PROCES HIERARCHII JAKO METODA ROZWIĄZYWANIA PROBLEMÓW DECYZYJNYCH

Streszczenie. W artykule omówiona jest metoda analitycznego procesu hierarchii (AHP) jako narzędzia rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych. Metoda ta, rozwinięta w końcu lat osiemdziesiątych przez Saatiego w celu wspierania decyzji dotyczących wyboru technologii, od tego czasu stosowana była na różnych polach nauk ekonomicznych i społecznych. Największą zaletą metody AHP jest to, że pozwala ona na używanie różnego typu ocen: mierzalnych i niemierzalnych, obiektywnych i subiektywnych, opartych na pomiarze i intuicji jako danych wejściowych do dokonania wyboru. Dzięki tak dużej elastyczności metoda AHP może być używana do rozwiązywania wielu problemów napotykanym przez przedsiębiorstwa i banki. Należy jednak zwrócić uwagę na szereg zastrzeżeń, które mogą być formułowane pod adresem AHP. Mimo prac nad usprawnieniem metody, część z zastrzeżeń nadal pozostaje aktualna. Artykuł zawiera też przykład numeryczny, zapoznający czytelnika z praktycznym wykorzystaniem metody.

Słowa kluczowe: optymalizacja, podejmowanie decyzji, wielokryterialne problemy decyzyjne.

I. WPROWADZENIE

Wraz z rozwojem gospodarki rynkowej szczególnego znaczenia nabiera problematyka rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych. Z wielokryterialnymi problemami decyzyjnymi spotykamy się właściwie wszędzie, zarówno w procesie produkcji (np. wybór technologii), jak inwestycji (wybór właściwych opcji inwestycyjnych). Oczywiście, w większości przypadków podstawowe znaczenie ma kwestia wpływu działań na zyski przedsiębiorstw i zadowolenie czy też użyteczność dla konsumentów. Teoria mikroekonomiczna tłumaczy więc proces podejmowania tych decyzji modelami maksymalizacji funkcji zysku lub funkcji użyteczności, por. *V a r i a n* (1978).

* Dr, Katedra Metod Statystycznych, Uniwersytet Łódzki.

Należy jednak pamiętać, że choć np. długookresowa zyskowność firmy jest niekwestionowanym celem ogólnym, jego wypełnienie może zależeć od właściwych decyzji podjętych na podstawie wielu różnych kryteriów. Przykładowo, dokonując wyboru nowego samochodu dla firmy podejmujący decyzję nie ograniczy się do wyboru oferty najbardziej efektywnej kosztowo (jak moglibyśmy zakładać, gdyby proste dążenie do maksymalizacji zysku wyznaczało wszystkie decyzje cząstkowe), lecz weźmie też pod uwagę szereg czynników o różnym charakterze, w tym wygodę pracowników, prestiż marki samochodu, a nawet czynnik pozornie niezwiązany z maksymalizacją zysku, jak to – czy samochód jest ładny, czy nie. Zakupująca dom rodzina podejmie decyzję na podstawie szeregu kryteriów obejmujących zarówno cenę, jak lokalizację, sąsiedztwo, wygodę dostępu do transportu, wielkość i szereg innych cech. Wreszcie, w pozornie najmniej skomplikowanym przypadku inwestycji kapitałowych – teoretycznie zawsze służących maksymalizacji zysku – inwestor weźmie pod uwagę nie tylko dochodowość inwestycji (koszty i zyski), ale również jej bezpieczeństwo (różne typy ryzyka związane z realizacją inwestycji), wpływ na płynność finansową (długość okresu zamrożenia środków), rolę w portfelu inwestycyjnym (np. z punktu widzenia dążenia do dywersyfikacji portfela inwestycyjnego) i szereg innych czynników.

W każdym z tych przypadków mamy więc do czynienia z wyborem wielokryterialnym, w którym koszt i dochód są bardzo ważnymi, ale wcale nie jedynymi kryteriami podejmowania decyzji, por. Von Winterfelt, Edwards (1986). Jest to zachowanie typowe dla przedsiębiorców, jak i konsumentów. Należy dodać, że w warunkach transformacji na zachowanie przedsiębiorstw mogą wpływać również i inne czynniki, takie jak np. plany zarządu dotyczące metod prywatyzacji lub wyboru strategicznego partnera dla firmy por. Gorynia (1998).

Praktyczne zapotrzebowanie na algorytmy pozwalające na dokonanie wyboru w warunkach decyzji wielokryterialnej spowodowało pewien rozwój badań w tej dziedzinie. Należy jednak wyraźnie stwierdzić, że jak do tej pory mamy do czynienia jedynie z bardziej lub mniej udanymi próbami konstrukcji narzędzi modelowych, z których każde może być przedmiotem poważnej krytyki.

II. CHARAKTERYSTYKA METODY AHP

Dwie najbardziej znane metody rozwiązywania problemu decyzji wielokryterialnych to analityczny proces hierarchii (Analytic Hierarchy Process, AHP), zaproponowany przez Saatię, por. Saaty (1992), Saaty i Var-

gas (1991), oraz model nietradycyjnych kryteriów inwestycji kapitałowych (Non-Traditional Capital Investment Criteria, NCIC) Bouchera i MacStravica, por. Boucher, MacStravic (1991). W niniejszym artykule omówimy metodę AHP oraz przedstawimy listę zastrzeżeń, które można do niej zgłosić.

Metoda AHP została pierwotnie opracowana w końcu lat osiemdziesiątych jako model decyzji wielokryterialnych używanych w analizie wyboru technologii wytwarzania. AHP jest ogólnym hierarchicznym podejściem do modeli podejmowania decyzji. Metoda AHP ma jako kryterium Ogólnie Najlepszą Alternatywę (Best Overall Alternative) na szczycie hierarchii. AHP dzieli potem hierarchię na dwie oddzielne hierarchie, jedną ze względu na koszty, drugą – korzyści. Powodem jest to, że AHP różnie traktuje koszty i korzyści w procesie porównywania parami alternatyw. Każda z hierarchii jest następnie dzielona na główne kategorie definiujące wyniki ekonomiczne systemu (poziom 2). Te kategorie są dalej dzielone na kryteria kwantyfikowalne i niekwantyfikowalne (poziom 3). Na ostatnim poziomie hierarchii mamy wzajemnie wykluczające się alternatywy, które możemy rozważać i spośród których mamy wybrać najlepszą.

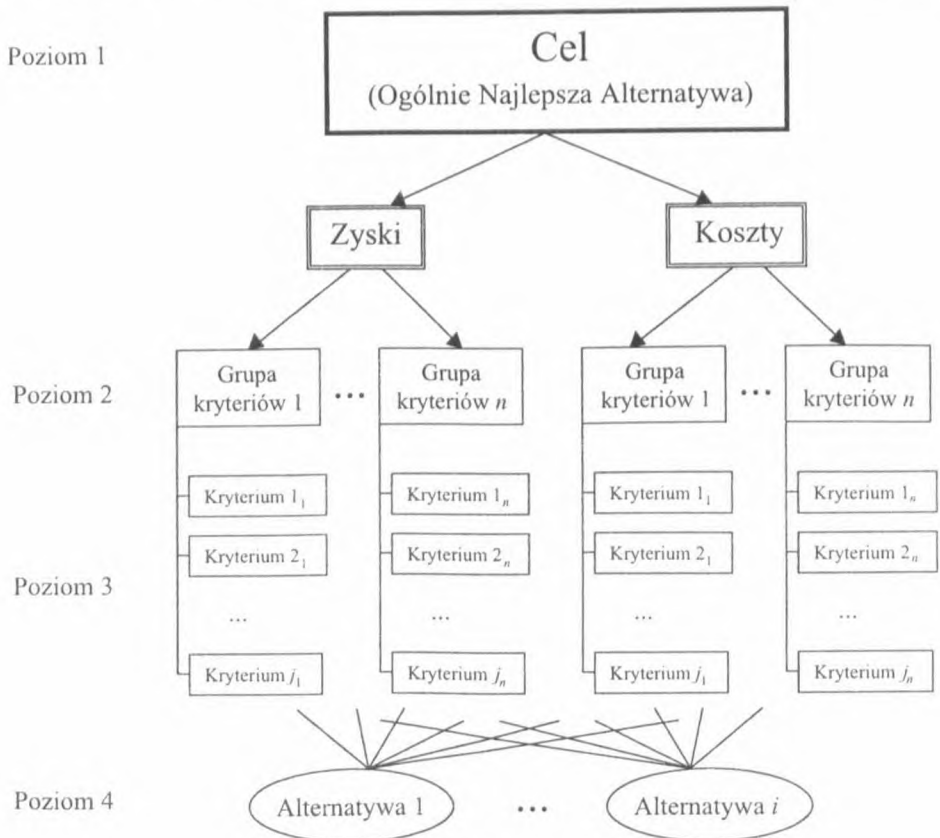
W dalszych latach metoda AHP doczekała się kolejnych zastosowań, zarówno w odniesieniu do problemów gospodarczych, jak i społecznych. Zastosowano ją do podejmowania decyzji dotyczących budżetu kapitałowego ponadto stała się standardowym podejściem do oceny alternatywnych decyzji inwestycyjnych z trudno kwantyfikowalnymi kryteriami, por. Domański, Kondrasiuk (1998), Saaty (1994).

Powszechnie docenianą zaletą AHP jest to, że pozwala ona na łączenie ocen o charakterze skokowym i ciągłym, mierzalnym i intuicyjnym, obiektywnym i subiektywnym. Zasadniczą ideą metody jest sprowadzenie problemu do najprostszego wyboru na najniższym możliwym poziomie, por. Saaty i Vargas (1991). Wymaga to takiego zhierarchizowania problemu, by możliwe stało się dojście do wyniku ogólnego (ostatecznego wyboru alternatywy) na podstawie informacji o najprostszych, stosunkowo łatwych do identyfikacji preferencji podejmującego decyzję.

AHP dotyczy sytuacji, kiedy bierzemy pod uwagę czynniki ilościowe i jakościowe w podejmowaniu decyzji. Metoda organizuje problem w logiczny sposób używając hierarchii i wprowadza oceny zgodnie z rozumieniem i doświadczeniem. Podejście to toleruje niepewność w podejmowaniu decyzji i pozwala na zmiany preferencji oraz na zmiany dostępnych alternatyw. W rezultacie stanowi ona pożyteczne narzędzie pozwalające na wsparcie przedsiębiorstw w podejmowaniu wielokryterialnych decyzji. Problemy są rozbijane na mniejsze części poprzez zwykłe porównywanie parami wewnątrz hierarchii tak, by dotrzeć do ogólnych priorytetów alternatyw działań. W rezultacie podejmującym decyzję, nie stawia się skomplikowanego pytania: „biorąc pod uwagę n kryteriów, pomiędzy którymi występują sprzeczności

i zależności, którą alternatywę wybrać?”, lecz zbiera się odpowiedzi na szereg prostych pytań porównujących tylko dwie alternatywy typu: „porównując alternatywę i oraz j , którą można określić jako preferowaną ze względu na kryterium k ?”.

Problem decyzyjny rozwiązywany za pomocą metody AHP może dotyczyć zarówno wyborów gospodarczych, takich jak decyzja inwestycyjna, wyborów społecznych, politycznych, technicznych. W podejmowanie decyzji może być zaangażowane kilka stron. Decyzje mogą dotyczyć wielu celów, kryteriów, i alternatyw; mogą wreszcie wymagać negocjacji, w rezultacie których zestaw celów, kryteriów i alternatyw może ulegać zmianom. Główne zastosowania metody AHP to przewidywanie przyszłych wyników działań i decyzji gospodarczych, prawidłowa alokacja zasobów (m.in. decyzje inwestycyjne), planowanie pożądanej przyszłości i kierunków rozwoju organizacji, ocena pracowników i planowanie wzrostu płac, ułatwienie procesu grupowego podejmowania decyzji, wybór alternatywy technologicznych,



Rys. 1. Hierarchia problemu decyzyjnego w AHP

inwestycyjnych, produkcyjnych, analiza zysków i kosztów związanych z podejmowanymi decyzjami, por. Golden, Harker, Wasil (1989).

Najistotniejszym zadaniem przy rozwiązywaniu problemu metodą AHP jest jego prawidłowa hierarchizacja, por. Saaty (1991). Pozwala ona bowiem na rozpisanie problemu na szereg prostych porównań parami, dotyczących homogenicznych elementów.

Hierarchia w modelu AHP składa się z czterech poziomów (por. rys. 1). Na pierwszym, najwyższym, znajduje się cel (wybór ogólnie najlepszej alternatywy). Następnym poziomem (2) to poziom grup kryteriów (związanych z różnymi obszarami, mającymi istotne znaczenie przy podejmowaniu decyzji, np. kryteria ekonomiczne, kryteria bezpieczeństwa, kryteria społeczne itp.). Należy zauważyć, że w przypadku AHP tworzy się osobne podhierarchie dla kosztów i zysków. Wynika to z faktu, że z tym samym kryterium mogą być związane dwie różne wartości – koszt i zysk. W przypadku decyzji, w których istotne jest porównanie zysków z kosztami (a taki charakter ma większość decyzji gospodarczych), Saaty zasugerował obliczenie stosunku elementów wektora korzyści do kosztu dla każdej alternatywy i wybrania alternatywy z najwyższą relacją. Na poziomie trzecim znajdują się kryteria, według których dokonuje się oceny. Wreszcie na poziomie najniższym (4) znajdują się alternatywy, pomiędzy którymi mamy dokonać wyboru.

Przed rozwiązującym problem staje więc zadanie rozpisania go w sposób zgodny z powyższą strukturą. Wymaga to określenia ogólnego celu (co chcemy osiągnąć?), celów podrzędnych, kryteriów i podkryteriów, alternatyw, a także uczestników procesu, ich własnych celów, ich własnych polityk oraz spodziewanych przez nich wyników.

Podstawowe znaczenie dla metody AHP ma dokonywane parami porównanie homogenicznych elementów. Porównywania odbywają się zawsze wewnątrz danego poziomu w odniesieniu do elementu poziomu wyższego. Przykładowo, porównywane mogą być dwie alternatywy względem jednego z kryteriów („biorąc pod uwagę kryterium i , czy alternatywa j jest lepsza od alternatywy k ?”) lub dwa kryteria względem grupy kryteriów („biorąc pod uwagę grupę kryteriów i , czy kryterium j jest ważniejsze od kryterium k ?”). Odpowiedzi na powyższe pytania mogą być podane zarówno w formie liczbowej, jak w formie opisowej. W ostatecznym rachunku, jak zobaczymy poniżej, wymagany jest jednak zapis wartości przyznawanej przy porównaniu w takiej formie, że spełniona jest zależność: jeśli wartość przyznana elementowi i w porównaniu z j jest równa a_{ij} , to wartość przyznana elementowi j w porównaniu z i jest równa $1/a_{ij}$.

Załóżmy, że istnieje skala ocen przypisanych poszczególnym elementom względem elementu poziomu wyższego (np. skala ocen przypisanych przez podejmującego decyzję poszczególnym alternatywom względem kryterium). Poszczególne elementy mają na tej skali wartości w_i , $i = 1, \dots, n$. Ze względu na skomplikowanie problemu (np. wiele alternatyw) wartości w_i nie są

jednak bezpośrednio obserwowalne. W procedurze AHP przeprowadzamy porównanie parami poszczególnych elementów, zadając pytanie na temat tego, w jakim stopniu podejmujący decyzję preferuje element i względem elementu j odnośnie do danego kryterium z wyższego poziomu. Saaty sugeruje, by używać w tym celu standardowej tablicy wartości (fundamentalnej skali ocen):

Tablica 1

Fundamentalna skala ocen w procesie AHP

Ocena werbalna	Ocena liczbowa
Skrajnie preferowane	9
Bardzo silnie do skrajnie	8
Bardzo silnie	7
Silnie do bardzo silnie	6
Silnie preferowane	5
Umiarkowanie do silnie	4
Umiarkowanie preferowane	3
Równie do umiarkowanie	2
Równie preferowane	1

Ponadto, jeśli ocena elementu i względem j wynosi a_{ij} , ocena elementu j względem i jest jej odwrotnością. Przy porównaniu parami przypisujemy więc danemu porównaniu jedną z liczb: 1/9, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 1/2, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Postępujemy tak również w wypadku, jeśli poszczególnym wyborom można jednoznacznie przypisać wartość liczbową innej skali (np. relacja cen związanych z dwiema alternatywami). Dla danego elementu wyższego rzędu uzyskujemy więc macierz $A = [a_{ij}]$ o wymiarach $n \times n$, mającej na przekątnej wartości 1 (na przekątnej mamy porównania elementu z sobą samym), o własności $a_{ij} = 1/a_{ji}$. Istnieje teoretycznie wiele możliwości wyrowadzenia z macierzy A wektora priorytetów $w = (w_1, \dots, w_n)$. Założenie o zdolności podejmujących decyzję do prawidłowej oceny a_{ij} , oraz do spójności takich ocen wiedzie jednak do wyliczenia wektora w jako prawostronnego wektora własnego macierzy A . Jeśli bowiem elementy a_{ij} w poprawny sposób odzwierciedlają relacje w_i/w_j , to spełniona jest zależność:

$$\begin{bmatrix} w_1/w_1 & w_1/w_2 & \dots & w_1/w_n \\ w_1/w_2 & w_2/w_2 & \dots & w_2/w_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_n/w_1 & w_n/w_2 & \dots & w_n/w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_n \end{bmatrix}$$

gdzie wartość własna macierzy jest równa liczbie elementów n .

Zauważmy, że przy spójności ocen spełniony jest wymóg przechodności: jeśli element i jest preferowany względem j , a element j względem k , to

element i jest preferowany względem k , (bowiem $w_i > w_j > w_k$, a zatem spełnione muszą być również odpowiednie warunki sformułowane w formie relatywnej a_{ij} . W rzeczywistości pojawia się jednak problem, bowiem – zwłaszcza przy porównaniach skomplikowanych, zawierających wiele elementów – nie mamy pewności co do spójności wyrażonych preferencji. Nie mamy więc do czynienia z „idealnym” rozwiązaniem: $\mathbf{Aw} = n\mathbf{w}$, lecz z przybliżeniem $\mathbf{A}'\mathbf{w}' = \lambda_{\max}\mathbf{w}'$, gdzie macierz \mathbf{A}' jest pewnym przybliżeniem macierzy \mathbf{A} , z wymuszonym warunkiem $a'_{ij} = 1/a_{ij}$, uzyskanym w wyniku porównania parami, zaś λ_{\max} jest największą wartością własną macierzy \mathbf{A}' . W rezultacie \mathbf{w}' jest również tylko przybliżeniem wektora \mathbf{w} .

Zalecane przez Saatiego uproszczenie tego problemu polega na podniesieniu macierzy do dostatecznie wysokiej potęgi, zsumowaniu po wierszach i znormalizowaniu dla uzyskania szacunku wektora priorytetów \mathbf{w} . Podnoszenie do kolejnych potęg należy kontynuować do czasu ustabilizowania się (z pewną założoną z góry tolerancją) wartości wektora. Z kolei w przypadku macierzy o małej liczbie elementów, gdzie n nie przekracza 3, jako przybliżenie wektora \mathbf{w} można przyjąć znormalizowane (do sumy równej 1) wartości średnich geometrycznych liczonych z wierszy.

Problem oceny jakości przybliżenia, jakie dla wektora \mathbf{w} stanowi prawostronny wektor własny \mathbf{w}' , jest oczywiście funkcją tego, na ile dobrym i spójnym przybliżeniem rzeczywistej macierzy \mathbf{A} jest macierz ocen \mathbf{A}' . Macierze są konsyistentne, jeśli $\lambda_{\max} = n$. W rzeczywistości przy jakiegokolwiek niekonsystencji mamy jednak $\lambda_{\max} > n$. Indeks konsystencji macierzy porównań dany jest wzorem $CI = (\lambda_{\max} - n)/(n - 1)$. Relację konsystencji otrzymujemy porównując wartość indeksu z odpowiednią liczbą z tabl. 2, równą średniemu losowemu indeksowi konsystencji wyłonionemu z dużej próby losowo wygenerowanych macierzy spełniających warunek $a_{ij} = 1/a_{ji}$ i używających skali wartości 1/9, 1/8, ..., 8, 9, por. Saaty (1991). Relacja poniżej 10% jest uważana za akceptowalną; przy wartości powyżej 10% należy przeanalizować ponownie macierz porównań celem ustalenia najsilniejszych niespójności ocen.

Tablica 2

Losowy indeks konsystencji

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Losowy indeks konsystencji	0	0	0,52	0,89	1,11	1,25	1,35	1,40	1,45	1,49

Ustalenie szacunkowych wektorów preferencji dla poszczególnych alternatyw względem danego kryterium oraz wektorów ważności dla poszczególnych kryteriów względem celu ogólnego pozwala na dokonanie wyboru. Procedura jest nieskomplikowana i najlepiej pokazać ją na prostym przykładzie zamieszczonym w aneksie.

III. MOŻLIWE ZASTRZEŻENIA WOBEC METODY AHP

Mimo swojej prostoty i ewidentnej użyteczności (potwierdzonej w praktyce), metoda AHP może wzbudzać wiele zastrzeżeń. Najważniejsze z nich są następujące, por. Golden, Harker, Wasil (1989).

Po pierwsze, problem stanowi wymóg jednolitej hierarchii elementów decyzyjnych dla oceny wszystkich alternatyw. W pewnych przypadkach może to być niewłaściwe. Kryterium o dużym znaczeniu z punktu widzenia jednej alternatywy może być całkiem bezprzedmiotowe z punktu widzenia drugiej. Ponieważ w AHP dla każdej alternatywy istnieje tylko jedna, wspólna hierarchia, więc zasugerowano dwa rozwiązania. Pierwszym jest eliminacja takiego kryterium z hierarchii. Jeśli tak się postąpi, alternatywa korzystna z jego punktu widzenia nie otrzyma za to żadnych punktów. Drugim podejściem jest przypisanie alternatywie korzystnej z punktu widzenia tego kryterium oceny o najwyższej względnej ważności (9). W tym jednak przypadku również alternatywa, dla której kryterium to jest nieistotne, dostaje za nie pewną liczbę punktów (1/9). W każdym przypadku wiarygodność wyniku jest zmniejszona.

Po drugie, krytykuje się sposób, w jaki są ujawniane i oceniane wagi. Twierdzi się, że rezultaty otrzymane z AHP na podstawie porównań parami dokonywanych przez podejmujących decyzję nie są spójne z teorią ekonomiczną, chyba że zakłada się, iż podejmujący decyzję myślą o tych samych średnich wielkościach podejmując porównanie parami.

Po trzecie, wątpliwości wzbudza sposób, w jaki AHP traktuje koszty i korzyści. Przy agregacji wektora korzyści i wektora kosztów Saaty zasugerował obliczenie stosunku elementów wektora korzyści do kosztu dla każdej alternatywy i wybrania alternatywy z najwyższą relacją. Może to jednak prowadzić do fałszywego wyniku, chyba że przeprowadzi się analizę wrażliwości.

Po czwarte, wadą AHP jest konieczność posiadania co najmniej dwóch alternatyw do oceny celem zastosowania metodologii. Bywają jednak sytuacje, gdy rozważa się tylko jedną inwestycję, zadając pytanie – czy przyszły zysk przewyższy koszty. Kiedy kryteria decyzji są trudne do skwantyfikowania, powinno się nadal stosować procedury decyzji wielokryterialnych. Używając AHP trzeba więc stworzyć fikcyjną alternatywę, by móc dokonać porównania. Ponadto warto zauważyć, że w zarządzaniu finansowym nie mamy zazwyczaj do czynienia z problemem, czy jedna alternatywa jest lepsza od drugiej przy decyzji inwestycyjnej. Centralnym pytaniem jest to – czy najlepsza alternatywa zapewnia zyski przewyższające koszty, z czym AHP nie radzi sobie dobrze (AHP może łatwiej udzielić odpowiedzi na pytanie – czy lepiej jest inwestować w jedno przedsięwzięcie, czy w drugie, niż na pytanie – czy którakolwiek z tych inwestycji jest opłacalna).

Po piąte, istnieje dobrze udokumentowany problem z AHP związany z tzw. odwróceniem wag. Pokazano na przykładach liczbowych, że wprowadzenie dodatkowej alternatywy do problemu decyzyjnego może czasem odwrócić rangowanie poprzednio porangowanych alternatyw. W AHP wagi kryteriów są oceniane niezależnie od alternatyw. W związku z tym brak jest związku pomiędzy wagą alternatywy względem kryterium i ogólną wagą kryterium. Kiedy te niezwiązane ze sobą wagi są agregowane do pojedynczej miary dającej ostateczne rangowanie alternatyw, może pojawić się problem odwrócenia rang.

Ostatni z tych zarzutów doczekał się najgłębszej dyskusji. Z jednej strony, zwrócono uwagę na fakt, iż konieczność zachowania rang przy wprowadzeniu nowej alternatywy wcale nie jest oczywistym wymogiem wobec metody i nie daje się uzasadnić teorią użyteczności. Z drugiej, zaproponowano modyfikację metody AHP, polegającą na wprowadzeniu hipotetycznej „alternatywy idealnej” i porównywaniu wszystkich innych alternatyw z „alternatywą idealną”. Zaproponowana modyfikacja wymaga również interwencji w postaci wag, znormalizowanych do formy $(w - w_{\min}) / (w_{\max} - w_{\min})$, gdzie w_{\min} i w_{\max} wyrażają łączne priorytety dla najniższej i najwyższej ocenionej alternatywy, por. Saaty (1994).

Mimo wspomnianych powyżej zastrzeżeń wobec AHP, metoda ta stanowi proste i często w praktyce używane narzędzie rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych. Biorąc pod uwagę potrzeby rozwoju gospodarczego i społecznego, bez wątpienia istnieje potrzeba zarówno udoskonalania AHP, jak i rozwoju innych narzędzi, zapewniających wysoki stopień spójności wyników z teorią mikroekonomii.

IV. PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIE PROBLEMU DECYZYJNEGO METODĄ AHP

Założmy, że mamy dokonać wyboru odnośnie wynajęcia biura. Podstawowe informacje o biurach to:

Wyszczególnienie	Biuro A	Biuro B	Biuro C
Czynsz w PLN	2 500	1 500	1 000
Powierzchnia w m ²	80	80	65
Wnętrze	luksusowe	standardowe	skromne
Położenie w mieście (odległość od centrum w km)	0,5	2	2

Dodatkowe czynniki mogące wpłynąć na decyzję, trudne do skwantyfikowania, to sąsiedztwo biura i łatwość parkowania samochodu. Do oceny sąsiedztwa używamy miar: (1) nieformalnego wywiadu wśród użytkowników budynku, (2) odczuć osobistych. Do oceny łatwości parkowania

samochodu używamy: (1) wielkości parkingu, (2) nieformalnego wywiadu wśród użytkowników budynku.

W takiej sytuacji nie można podjąć decyzji opierając się tylko na czynnikach kwantyfikowalnych, np. czynsz. Trzeba uwzględnić zarówno oceny obiektywne, jak i subiektywne. Jeśli opierać się tylko na czynszu, decyzja byłaby prosta. Biuro C jest $2500/1000 = 2,5$ razy lepszym wyborem niż biuro A. Jednakże wzięcie pod uwagę użyteczności danego wyboru dla podejmującego decyzję (zależnej np. od sytuacji finansowej firmy, a więc od oceny trudności zgromadzenia 2500 PLN, lub od skłonności do wyboru bardziej oszczędnego) może powodować, że zakup biura C jest wielokrotnie – więcej niż 2,5 razy – lepszym wyborem niż A (taką ocenę liczbową może być trudno uzasadnić). Zamiast pełnej, obiektywnej oceny opierającej się na czynszu, AHP wymaga od podejmującego decyzję ustalenia, że biuro C jest np. „bardzo silnie” preferowane wobec A w odniesieniu do kryterium czynszu. W AHP subiektywne oceny osób tworzą więc istotną część procesu decyzyjnego.

Ocena AHP opiera się też na opinii podejmujących decyzję na temat względnej ważności poszczególnych kryteriów w zakresie ważności dla ogólnego celu oraz preferencji osoby podejmującej decyzję dotyczącą ważności kryteriów. Przyjmijmy, że hierarchizując problem ustaliliśmy cztery ważne kryteria wyboru: czynsz, powierzchnię, sąsiedztwo, łatwość parkowania. Trzeba więc też wyspecyfikować oceny podejmującego decyzję na temat wagi każdego z czterech kryteriów.

Dokonujący wyboru musi więc wskazać nam swoją ocenę ważności kryteriów oraz swoje preferencje dla każdego z trzech biur w drodze prostych porównań parami: wagi kryteriów ze względu na cel, ponadto preferencji dla trzech biur ze względu na poszczególne kryteria. Przy dokonaniu porównania parami podejmujący decyzję stosuje 9-stopniową skalę z tab. 1, przyjmując dla porównania odwrotnego wartość $1/a_{ij}$. Ujawnione w ten sposób priorytety są potem zsyntetyzowane w celu dostarczenia rankingu trzech biur z punktu widzenia ogólnych preferencji.

Macierze porównania parami biur A, B, C względem poszczególnych kryteriów przedstawione są poniżej. Wyniki porównania użyteczności są następujące:

Czynsz	Biuro A	Biuro B	Biuro C	Priorytety
Biuro A	1	1/4	1/7	0,079
Biuro B	4*	1	1/3	0,263
Biuro C	7**	3***	1	0,659

* Biuro B jest preferowane (umiarkowanie do silnie) względem A. ** Biuro C jest preferowane (bardzo silnie) względem A. *** Biuro C jest preferowane (umiarkowanie) względem B. Korzystając z metody uproszczonej, wektor priorytetów szacujemy jako znormalizowany wektor średnich geometrycznych po wierszach (n nie przekracza 3).

Powierzchnia	Biuro A	Biuro B	Biuro C	Priorytety
Biuro A	1	1	6	0,462
Biuro B	1	1	6	0,462
Biuro C	1/6	1/6	1	0,077

Sąsiedztwo	Biuro A	Biuro B	Biuro C	Priorytety
Biuro A	1	1/2	5	0,441
Biuro B	2	1	1/3	0,284
Biuro C	1/5	3	1	0,274

Parkowanie	Biuro A	Biuro B	Biuro C	Priorytety
Biuro A	1	1/3	4	0,263
Biuro B	3	1	7	0,659
Biuro C	1/4	1/7	1	0,079

Z porównania macierzy wynika, że biuro C jest preferowane z punktu widzenia czynszu, biuro A jest preferowane z punktu widzenia sąsiedztwa, biuro B jest preferowane z punktu widzenia parkowania auta, biura A i B są preferowane z punktu widzenia powierzchni, zaś żadne biuro nie jest preferowane z punktu widzenia wszystkich kryteriów.

Potrzebna nam jest teraz informacja o względnym znaczeniu wszystkich kryteriów dla podjęcia decyzji. Tworzymy w tym celu, w wyniku porównań parami, następującą macierz odzwierciedlającą preferencje podejmującego decyzję:

Kryteria	Czynsz	Powierzchnia	Sąsiedztwo	Parkowanie	Priorytety
Czynsz	1	3	2	2	0,377
Powierzchnia	1/3	1	1/4	1/4	0,097
Sąsiedztwo	1/2	4	1	1/2	0,220
Parkowanie	1/2	4	2	1	0,307

Oznacza to, że podejmujący decyzję przykłada największą wagę do czynszu (ważniejsza od każdego innego kryterium), a nieco mniejszą do łatwości parkowania auta. Kryterium powierzchni jest oceniane jako mniej ważne w porównaniu z każdym innym kryterium.

Możemy teraz przystąpić do wyliczenia łącznych priorytetów, a więc priorytetów z punktu widzenia celu podejmującego decyzję. Łączne priorytety wyliczamy ważąc priorytety względem każdego kryterium i następnie sumując

zważone elementy (przykładowo dla biura A: $0,079 \times 0,377 + 0,462 \times 0,097 + 0,441 \times 0,220 + 0,263 \times 0,307 = 0,252$).

Kryterium (waga w nawiasie)	Czynsz (0,377)	Powierzchnia (0,097)	Sąsiedztwo (0,220)	Parkowanie (0,307)	Łączne priorytety
Biuro A	0,079	0,462	0,441	0,263	0,252
Biuro B	0,263	0,462	0,284	0,659	0,409
Biuro C	0,659	0,077	0,274	0,079	0,340

Ostatecznie więc stwierdzamy, że zdecydowanie preferowany jest wybór biura B.

Poza powyższym sposobem wyznaczenia łącznych preferencji możliwy jest jednak również sposób drugi, nazywany przez Saatyego „modelem idealnym”, por. Saaty (1991). W przypadku modelu idealnego wszystkie wektory preferencji normalizujemy dzieląc je przez największy element wektora. Model ten używany jest dla znalezienia biura najbliższego naszemu ideałowi, bez względu na to, jakie mamy inne alternatywy. Najistotniejszy efekt tego postępowania wystąpi wówczas, jeśli w ramach któregoś kryterium wszystkie alternatywy miałyby podobny poziom preferencji; wówczas dla wszystkich biur poziom preferencji zostałyby zbliżony do jedynki – tzn. biuro bliskie naszemu ideałowi – co mogłoby zmienić ostateczny wybór. W większości wypadków zmiana ostatecznego wyboru jednak nie nastąpi, jak pokazują wyniki doświadczeń symulacyjnych, por. Saaty i Vargas (1992).

Macierz preferencji dla modelu idealnego przedstawiony jest poniżej:

Kryterium (waga w nawiasie)	Czynsz (0,377)	Powierzchnia (0,097)	Sąsiedztwo (0,220)	Parkowanie (0,307)	Łączne priorytety
Biuro A	0,119	1,000	1,000	0,399	0,484
Biuro B	0,399	1,000	0,644	1,000	0,696
Biuro C	1,000	0,167	0,621	0,119	0,567

Ponownie wybieramy biuro B, ponieważ jest dla nas rozwiązaniem idealnym z punktu widzenia powierzchni i łatwości parkowania, zaś wysoko przez nas ceniony niższy czynsz przeważa nad ważącym mniej lepszym sąsiedztwem biura A. W stosunku do biura C biuro B jest idealne lub bliższe ideałowi w stosunku do wszystkich kryteriów poza czynszem.

LITERATURA

- Boucher T. O., MacStravic E. L. (1991), *Multi-Attribute Evaluation Within A Present Value Framework and its Relation to the Analytic Hierarchy Process*, „The Engineering Economist”, 37, 1.
- Domański Cz., Kondrasiuk J. (1998), *Podjęwanie decyzji kierowniczych w systemach bankowych*, [w:] Trzaskalik T. (red.), *Metody i zastosowania badań operacyjnych*, t. 1, WUAE im. K. Adamieckiego w Katowicach.
- Golden B. L., Harker P., Wasil E. (1989), *The Analytic Hierarchy Process – Applications and Studies*, Springer-Verlag, 1989.
- Gorynia M. (1998), *Zachowania przedsiębiorstw w okresie transformacji*, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań.
- Saaty T. (1992), *Multicriteria Decision Making – The Analytic Hierarchy Process*, RWS Publications.
- Saaty T. (1994), *Fundamentals of Decision Making with the Analytic Hierarchy Process*, Vol. VI, RWS Publications.
- Saaty T., Vargas L. (1991), *Prediction, Projection and Forecasting*, Kluwer Academic Publishers.
- Von Winterfelt D., Edwards W. (1986), *Decision Analysis and Behavioral Research*, Cambridge University Press.
- Varian H. (1978), *Microeconomic Analysis*, Norton & Co.

Wanda Czyżewska

ANALYTIC HIERARCHY PROCESS AS A METHOD
OF SOLVING DECISION PROBLEMS

(Summary)

The article discusses the use of the Analytic Hierarchy Process (AHP) as a tool for solving the multicriteria decision problems. AHP, developed in the late 1980s by Saaty as a multicriteria decision model of the technological choice, has been widely used since then in various fields of economics and social sciences. The main strength of the model is that it allows for using both quantitative and qualitative, measurable and intuitive, objective and subjective judgements as the input for the final decision on the chosen alternative. Due to such flexibility AHP can be used for solving numerous types of problems encountered by firms and banks. However, there exists also a list of reservations about some weak points of the method. Part of the problems has already been addressed, but a further improvement would still be advisable. The article contains also a simple numerical example of the AHP procedure aimed at explaining the sense of the method to the reader.