

Grzegorz Szafranski\*

## METODA DEA W ANALIZIE FUNDAMENTALNEJ POLSKIEGO RYNKU AKCJI

**Streszczenie.** W tej pracy przedstawiono oryginalne podejście do problemu doboru i wyceny akcji w analizie fundamentalnej. Za pomocą miary efektywności technologicznej, określonej w układzie nakłady – efekty, zaprezentowany został optymalny sposób wykorzystania informacji dostępnej na rynku akcji. Rozwiązanie zagadnienia sprowadza się do wykorzystania relatywnie młodej metody ilościowej, tj. metody analizy danych granicznych (metody DEA), wykorzystywanej jak dotąd głównie do oceny efektywności działania jednorodnych obiektów. Na przykładzie polskiej giełdy papierów wartościowych zaproponowano sposób wykorzystania metody przez inwestorów na rynku kapitałowym oraz oceniono jej przydatność w zakresie prognozowania zmian kursów akcji. Celem autora jest pokazanie, że posiadający rozsądną interpretację ekonomiczną model DEA jest równoważny z zagadnieniem optymalnego doboru zestawu powiązanych wskaźników, które były szeroko wykorzystywane w analizie fundamentalnej.

**Słowa kluczowe:** metoda DEA, efektywność technologiczna, analiza fundamentalna, kapitalizacja giełdowa, wycena akcji.

### 1. OCENA EFEKTYWNOŚCI OBIEKTÓW ZA POMOCĄ METODY DEA

W mikroekonomii miarę produktywności obiektu  $i$  wykorzystującego  $P$  nakładów ( $x_{pi} \geq 0$  dla  $p = 1, \dots, P$ ) w celu uzyskania  $R$  efektów ( $y_{ri} \geq 0$  dla  $r = 1, \dots, R$ ) określamy jako<sup>1</sup>:

$$h_i(\mu, \nu) \equiv \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r y_{ri}}{\sum_{p=1}^P \nu_p x_{pi}} \quad (1)$$

Metoda, która pozwala na wyznaczenie relatywnej miary efektywności technologicznej w zbiorze jednorodnych obiektów, określana jest mianem metody granicznej analizy danych (*Data Envelopment Analysis*, w skrócie

\* Dr, adiunkt, Katedra Ekonometrii, Uniwersytet Łódzki.

<sup>1</sup> Koncepcję efektywności technologicznej zawdzięczamy pracy Farrella (1957).

DEA). Dla każdego z analizowanych obiektów  $i$  z osobna metoda sprowadza się do doboru wektorów nieujemnych wag  $\mu = [\mu_r]$  i  $\nu = [\nu_p]$  maksymalizujących efektywność technologiczną wybranego obiektu przy warunku unormowania miar efektywności dla wszystkich  $n$  obiektów należących do zbioru ( $0 \leq h_j(\mu, \nu)$  dla  $j = 1, \dots, n$ ). Model optymalizacyjny spełniający te założenia można zapisać w następujący sposób:

– funkcja celu:

$$\max_{\mu, \nu} h_i(\mu, \nu) \equiv \frac{\sum_{r=1}^R \mu_r y_{ri}}{\sum_{p=1}^P \nu_p x_{pi}} \quad (2)$$

– warunki ograniczające

$$\frac{\sum_{r=1}^R \mu_r y_{rj}}{\sum_{p=1}^P \nu_p x_{pj}} \leq 1 \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, n,$$

– warunki brzegowe

$$\mu_r, \nu_p \geq 0 \quad \text{dla } r = 1, \dots, R \quad \text{i} \quad p = 1, \dots, P.$$

Korzystając z transformacji Charnesa-Coopera, model (2) można sprowadzić do postaci liniowej, zwanej w metodologii DEA, zadaniem o postaci mnożnikowej lub modelem dualnym<sup>2</sup>:

$$\max_{\mu, \nu} z_i(\mu, \nu) = \sum_{r=1}^R \mu_r y_{ri}$$

$$\sum_{p=1}^P \nu_p x_{pi} = 1 \quad (3)$$

$$\sum_{r=1}^R \mu_r y_{rj} - \sum_{p=1}^P \nu_p x_{pj} \leq 0 \quad \text{dla } j = 1, 2, \dots, n$$

$$\mu_r, \nu_p \geq 0$$

Stosując tę metodę, można wyznaczyć minimalną empiryczną ilość nakładów, potrzebną do uzyskania wybranej kombinacji efektów w postaci przedziałami liniowej obwiedni (*piecewise linear envelopment surface*). Efektywność każdego obiektu jest określona na podstawie (radialnej) odległości od tak wyznaczonej, empirycznej granicy możliwości technologicznych (*best*

<sup>2</sup> Model ten został po raz pierwszy zaprezentowany przez Charnesa, Coopera i Rhodesa (1978). Opis i podstawy matematyczne tego przekształcenia zawarte są w pracy Nykowskiego (1980).

*practice frontier*). W praktyce częściej rozwiązywane jest zadanie dualne do zadania (3), zwane w metodologii DEA, modelem o postaci podstawowej lub modelem pierwotnym<sup>3</sup>:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta, \lambda_j} \theta \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_{ri} \quad \text{dla } r = 1, 2, \dots, R \\
 & \theta x_{pi} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{pj} \quad \text{dla } p = 1, 2, \dots, P \\
 & \lambda_j \geq 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

Rozwiązania zadań dualnych (3) i (4) prowadzą do tożsamyh ocen efektywności obiektów. W modelu pierwotnym szukamy optymalnej kombinacji liniowej nakładów  $\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{pj}$  i efektów  $\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}$  dla wszystkich  $n$  obiektów, natomiast w modelu dualnym optymalizacji podlega wspólny dla wszystkich obiektów zestaw wag nakładów i efektów. Jeżeli badany obiekt  $i$  w procesie optymalizacji funkcji celu osiąga efektywność  $\theta < 1$ , to jest on obiektem nieefektywnym. Po zastosowaniu dla takiego obiektu redukcji wszystkich nakładów proporcjonalnej do uzyskanej miary  $\theta$ , otrzymamy obiekt wzorcowy o efektywności równej 1. Takie obiekty nazywamy obiektami brzegowymi, ale nie wszystkie z nich są obiektami efektywnymi. Przy wyznaczeniu wzorcowego obiektu efektywnego do danego obiektu brzegowego może dodatkowo wystąpić konieczność nieproporcjonalnej redukcji niektórych nakładów i zwiększenia niektórych efektów, która nie powoduje zmiany miary efektywności (por. Seiford i Thrall, 1990, s. 17).

W zastosowaniach praktycznych interesujące są również modele DEA wyznaczające proporcje zwiększania efektów obiektu nieefektywnego przy ustalonym poziomie nakładów do poziomu efektów brzegowego obiektu wzorcowego. Są to tzw. modele zorientowane na efekty (w odróżnieniu od opisanych poprzednio modeli zorientowanych na nakłady):

$$\begin{aligned}
 & \min_{\varphi, \lambda_j} \varphi \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{pj} \leq x_{pi} \quad \text{dla } p = 1, 2, \dots, P
 \end{aligned} \tag{5}$$

<sup>3</sup> Związki pomiędzy tym i następnymi modelami opisano wyczerpująco w pracy Seiforda i Thralla (1990).

$$\varphi y_{ri} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \quad \text{dla } r = 1, 2, \dots, R$$

$$\lambda_j \geq 0$$

Model (5) sformułowano w analogiczny sposób jak model (4). Warunki ograniczające tych zadań różnią się jedynie tym, że skalowanie w modelu (5) dotyczy wartości efektów badanego obiektu ( $\varphi y_{ri}$ ), a w modelu (4) – jego nakładów ( $\theta x_{pi}$ ).

## 2. MODELE EMPIRYCZNE W ANALIZIE FUNDAMENTALNEJ RYNKU AKCJI

Zastosowanie metody DEA w badaniach efektywności na poziomie mikroekonomicznym zyskało na popularności dopiero w latach dziewięćdziesiątych, ponad dekadę po pionierskiej publikacji Charnesa, Coopera i Rhodesa (1978). Analizom poddane były takie obiekty, jak instytucje finansowe, przedsiębiorstwa produkcyjne i usługowe, instytucje i programy rządowe oraz prywatne instytucje *non-profit* (wykaz pozycji bibliograficznych opracował Emrouznejad, 2001). Metodę DEA można wykorzystać również do badania efektywności działania składowych przedsiębiorstwa, np. detalicznej sieci banku (Szafrński, 2000). Wśród nielicznych propozycji zastosowania metody do analizy rynku akcji warto wymienić analizę skuteczności działania 16 giełd światowych w okresie 1988–1997 w układzie ryzyko – stopa zwrotu, autorstwa Meric i Meric (2001). Najbardziej zbliżone do przedstawionego w tej pracy podejścia przedstawili Vygon i Pomansky (2000). Autorzy sprawdzili grupę 13 spółek sektora paliwowego, notowanych na giełdzie amerykańskiej, pod kątem oceny efektywności wykorzystania przez rynek informacji o wielkości nakładów i efektów. Za pomocą metody DEA zostały wyznaczone spółki niedoszacowane i rozmiary nieefektywności rynku. Celem wymienionych prac nie było jednak włączenie metody DEA do grupy analiz określanых mianem fundamentalnej analizy rynku akcji.

Wśród wskaźników wykorzystywanych powszechnie w analizie fundamentalnej przez prywatnych inwestorów i najlepsze domy inwestycyjne można wymienić<sup>4</sup>:

- $P/E$  (kurs w stosunku do zysku na akcję),
- $P/BV$  (cena akcji do wartości księgowej),
- $MC/S$  (kapitalizacja rynkowa do sprzedaży),

<sup>4</sup> Por. zestaw publikowany w prasie dla inwestorów czy wykorzystywany przez firmy doradcze np. Courtney & Smith Co. Podobny wybór wskaźników proponowany jest w polskiej literaturze. Por. Jajuga i Jajuga (1994), s. 86.

- *ROA* (zwrot na aktywach),
- *ROE* (zwrot na kapitale własnym),
- *SOE* (sprzedaż do kapitałów własnych),
- *TAT* (sprzedaż do aktywów),
- *S/L* (sprzedaż na zatrudnionego),
- *E/L* (zysk na zatrudnionego),
- *NPM* (zysk netto do sprzedaży netto)
- tempo zmiany kapitalizacji spółki.

Są to wskaźniki ogólnie dostępne i na bieżąco publikowane. Można założyć, że inwestorzy, podejmując decyzję o doborze akcji do portfela, mają pełną i aktualną informację o tych wskaźnikach. Warto zauważyć, że na ogół stanowią one iloraz pojedynczego efektu i nakładu (na ogół efekt jest w liczniku).

W pracach empirycznych są wymieniane dwie przesłanki stosowania metody DEA dla porównania obiektów:

- 1) ograniczenie w wykorzystaniu jednej syntetycznej miary efektywności działania,
- 2) więcej niż dwie miary nakładów i więcej niż dwie miary efektów bez określonych kryteriów wyboru ich ważności.

W przypadku analizy fundamentalnej rynku akcji zachodzą obydwie z tych przesłanek. Syntetyczne miary efektywności działania spółki (takie jak *ROE* czy *ROA*) mogą stanowić podstawę doboru akcji, ale ze względu na bogactwo wskaźników wybór właściwej miary jest bardzo utrudniony. Zatem, jeżeli proces wyboru akcji do portfela ma charakter wielokryterialny (nie można *a priori* wykluczyć żadnego ze wskaźników), to dobrze utworzyć syntetyczną miarę określoną na dostępnych wskaźnikach. Konstrukcja tej miary może być kombinacją liniową tych wskaźników albo ich składowych. Przedstawione w tym opracowaniu analizy empiryczne zmierzają do wykorzystania tej drugiej możliwości.

W dalszej analizie empirycznej będą zaprezentowane przykładowe modele w układzie nakładów i efektów o wygodnej interpretacji ekonomicznej. Do efektów działalności spółki zaliczono zysk ( $Z$ ), wzrost wartości firmy, wyznaczonej przez zmianę jej kapitalizacji rynkowej ( $\Delta K$ ), oraz przychody ze sprzedaży ( $Y$ ). Innymi miarami efektów mogą być wielkość aktywów płynnych, zapasów czy okresy rotacji należności. Nakłady spółek można natomiast opisać w kategoriach zmiennych wykorzystywanych w mikro-ekonomicznej analizie funkcji produkcji, tj. ilości pracy ( $L$ ), utożsamianej z zatrudnieniem (liczbą zatrudnionych) lub kosztami pracy (osobowymi i nieosobowymi) oraz wielkości kapitału ( $K$ ), utożsamianej z wartością spółki. Jeżeli założymy, że zadaniem rynku kapitałowego jest wycena spółki, to bieżąca kapitalizacja spółki (iloczyn liczby akcji i ich ceny rynkowej) wyznacza jej wartość dla inwestora. Obok wspomnianych miar można

rozpatrywać inne miary nakładów, takie jak: wartość księgową spółki, wartość aktywów, kapitały własne. Rozpatrując model DEA dla danej branży, można dodatkowo dobierać wskaźniki charakteryzujące jej specyfikę (por. badanie sektora paliwowego wykonane przez Vygoną i Pomansky'ego, 2000).

Dla dwóch czynników produkcji  $K$  i  $L$  (nakładów w terminologii DEA) dokonano analizy efektywności działania w układzie nakłady – efekty (tabela 1).

Tabela 1. Empiryczne modele DEA w układzie nakładów i efektów

Modele	Nakłady	Efekty
A	$K, L$	$Y, \Delta K$
B	$K, L$	$Z, \Delta K$
C	$K, L$	$Y, Z, \Delta K$

Źródło: opracowanie własne.

Miara efektywności w najbardziej ogólnym modelu C przyjmuje postać:

$$h_i(\mu, \nu) = \frac{\mu_Y Y_i + \mu_Z Z_i + \mu_{\Delta K} \Delta K}{\nu_K K_i + \nu_L L_i} \quad (6)$$

Na podstawie modelu C w wyniku redukcji niektórych wag otrzymujemy sześć wskaźników o następującej interpretacji:

- $Y/K$  jest substytutem  $SOE$ ,
- $Y/L \equiv S/L$ ,
- $Z/K$  jest substytutem  $ROE$  i odwrotnością  $P/E$ ,
- $Z/L \equiv E/L$ ,
- $\Delta K/K$  to zmiana kapitalizacji, może być substytutem stopy inwestycji,
- $\Delta K/L$  jest substytutem zmiany relacji technicznego uzbrojenia pracy ( $K/L$ ).

### 3. DANE ŹRÓDŁOWE

Wykorzystane w modelach empirycznych dane to:

1. Notowania giełdowe (średnie kursy miesięczne) w styczniu 2002 r. (zmienna  $P_{t-1}$ ) i w styczniu 2003 ( $P_t$ ) – obliczenia własne na podstawie notowań Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych (WGPW). Spośród wszystkich spółek giełdowych wybrano tylko te, które w omawianych okresach były notowane przynajmniej na 10 sesjach WGPW;

2. Ilość akcji wyemitowanych przez spółkę, nabytych przez akcjonariuszy oraz zarejestrowanych w formie podwyższenia kapitału akcyjnego, powiększona o ilość akcji wynikającą z potencjalnej zamiany, wyemitowanych i nabytych przez inwestorów, obligacji zamiennych danej spółki, stan na koniec roku 2001 ( $N_{t-1}$ ) i 2002 ( $N_t$ ) – źródło danych: „Notoria Serwis” (2002), grudzień.

Uwaga: Uwzględnienie w kapitale wielkości potencjalnego kapitału akcyjnego, jaki stanowią obligacje zamienne, wynika z interpretacji wskaźnika  $K$  jako szerokiego substytutu wyceny rynkowej kapitału zaangażowanego w daną spółkę.

3. Wyniki finansowe spółek za ostatnie cztery kwartały (IV kwartał 2001 – III kwartał 2002) mierzone są za pomocą dwóch wskaźników: przychody ze sprzedaży produktów, towarów i materiałów ( $Y_t$  w przypadku banków wynik odsetkowy i prowizyjny, w przypadku ubezpieczycieli wynik odsetkowy) i wynik finansowy netto ( $Z_t$ ) na podstawie danych: „Notoria Serwis” (2002), grudzień.

4. Zatrudnienie ( $L_t$ ) – o ile nie zaznaczono inaczej stan na koniec 2001 r., na podstawie danych: „Notoria Serwis” (2002), grudzień<sup>5</sup>.

5. Kapitalizacja giełdowa spółek w styczniu 2002 r. ( $K_{t-1} \equiv P_{t-1} \cdot N_{t-1}$ ) i w styczniu 2003 r. ( $K_t \equiv P_t \cdot N_t$ ) – obliczenia własne.

6. Zmiana kapitalizacji spółek w 2003 r. ( $\Delta K_t \equiv K_t - K_{t-1}$ ) – obliczenia własne.

Wszystkie obliczenia przedstawione w artykule wykonano w arkuszu kalkulacyjnym za pomocą programu DEA Frontier (wersja darmowa udostępniana na stronie internetowej w ramach pracy Zhu, 2002).

#### 4. WYNIKI ANALIZ EMPIRYCZNYCH

Przy zastosowaniu metody DEA dla rynku akcji napotykamy na pewne ograniczenia. Pierwszym z nich jest założenie o jednorodności obiektów. Wykorzystanie takiego założenia dla spółek giełdowych jest nieco kontrowersyjne. Z jednej strony spółki działają przecież w wielu branżach i w specyficznych warunkach. Ta różnorodność utrudnia konstruowanie wskaźników analizy fundamentalnej, porównywalnych dla spółek o różnych profilach działania (np. miary sprzedaży dla sektora finansowego i niefinansowego). Jest to również jednym z powodów, dla których w analizie fundamentalnej szeroko stosowane są porównania wskaźników w układzie branżowo-sektorowym. Z drugiej strony prowadzenie przez spółki kapitałowe

<sup>5</sup> Nie dla wszystkich spółek dane były dostępne w tym układzie, jako przybliżenie stosowano wówczas informację o przeciętnym zatrudnieniu w 2001 r. lub na koniec 2000 r.

rachunkowości finansowej, pomimo stosowania inżynierii finansowej, podlega jednak wspólnym zasadom i ma charakter jawny. Obserwujemy ponadto również dywersyfikację zakresu działalności spółek (m.in. w kontekście inwestycji w nowe technologie), utrudniającą porównania wewnątrzbranżowe. Ostatnim argumentem za stosowaniem założenia o jednorodności jest przyjęcie perspektywy inwestora na rynku giełdowym. Można traktować inwestycję w portfel akcji jak zakup zestawu powiązanych wskaźników (analizy fundamentalnej, technicznej czy portfelowej). Nabycie waloru zależy raczej od jego aktualnej wyceny, a wpływ profilu działania spółki jest na ogół zdyskontowany przez rynek. Za oceną rynku giełdowego jako całości w tym badaniu przemawiają też względy pragmatyczne, tj. niewielka liczebność poszczególnych branż gospodarki, reprezentowanych na tym rynku.

Drugim ograniczeniem metody jest możliwość obliczania miary efektywności jedynie dla obiektów o dodatnich efektach działania. W związku z tym należy się zdecydować albo na ograniczenie próby, albo na dostosowanie efektów dla wszystkich spółek (np. przez dodanie maksymalnej straty w próbie)<sup>6</sup>. Zakładając, że inwestorzy kupują spółki rentowne, przynoszące w długim okresie dodatnie stopy zwrotu lub rozwijające się (zwiększające swoją kapitalizację), można wykorzystać to pierwsze podejście. W badanym okresie (styczeń 2002 – styczeń 2003 r.) zmusiło to do ograniczenia próby ze 148 do zaledwie kilkudziesięciu walorów<sup>7</sup>. Syntetyczne wyniki analiz opartych na modelu zorientowanym na efekty, tj. na modelu (5), zawiera tabela 2.

Tabela 2. Wyniki optymalizacji modeli empirycznych A, B, C

Model	Efekty	Ilość spółek	W tym efektywnych	Spółki efektywne	Średnia efektywność	Mediana
A	Y, $\Delta K$	49	3	Amerbank, EFL, Stalprofil	39%	31%
B	Z, $\Delta K$	48	4	EFL, Elzab, LPP, Stalprofil	42%	35%
C	Y, Z, $\Delta K$	44	4	EFL, Elzab, LPP, Stalprofil	47%	38%

Źródło: obliczenia własne.

<sup>6</sup> To drugie podejście powoduje utratę interpretacji zredukowanych miar efektywności w kategoriach wskaźników analizy fundamentalnej.

<sup>7</sup> Tak drastyczne ograniczenie próby wynikało z pogorszenia sytuacji finansowej spółek giełdowych w 2002 r., spowodowanej spowolnieniem gospodarczym.



W konsekwencji zastosowania metody nie wszystkie inwestycje – nawet w próbie ograniczonej do spółek rentownych – zostaną zaliczone do efektywnych. Autor skłania się do wniosku, że decyduje o tym zakres informacji o efektach i nakładach, służący wyznaczeniu granicznej obwiedni. Im więcej branych pod uwagę nakładów i efektów, tym więcej kombinacji liniowych nakładów i kombinacji liniowych efektów okazuje się efektywnych z punktu widzenia inwestora. Na uwagę zasługuje wzrost średniej miary efektywności i mediany przy rozbudowie modelu (por. tabela 2).

Szczegółowe wyniki porównań miar efektywności w modelach A, B, C dla wszystkich spółek podano w załączniku na końcu artykułu. W tym miejscu pokażemy, co oznaczają wyniki tych obliczeń dla oceny inwestycji w pojedynczy walor. Interpretację przeprowadzimy na przykładzie miary efektywności, uzyskanej w modelu C dla spółki budowlanej Echo. Obliczona efektywność  $\varphi = 91,7\%$  oznacza, że w świetle wybranego zbioru wskaźników analizy fundamentalnej stopień nieefektywności wyceny tej spółki w okresie styczeń 2002 – styczeń 2003 r. wynosił ok. 8,3%. Liniowe kombinacje czynników produkcji i efektów działalności spółek efektywnych stanowią podstawę do wyznaczenia obiektu wzorcowego. Dla modelu zorientowanego na efekty jest to obiekt o zbliżonych nakładach i nie gorszych efektach. Dla spółki Echo jest to kombinacja składająca się z akcji Stalprofilu (84 % wartości portfela) i EFL (16% portfela). Nieefektywność wyceny spółki Echo oznacza, że przy zbliżonych nakładach (cena akcji w styczniu 2002 r. i liczby zatrudnionych w spółce na koniec 2001 r.), można było wybrać bardziej korzystną inwestycję. W tym sensie bardziej korzystną, że kombinacja tych walorów efektywnych charakteryzowała się w 2002 r. lepszymi wskaźnikami analizy fundamentalnej: wyższymi zyskami (*ROE* i *E/L*), lepszymi efektami sprzedażowymi (*SOE* i *S/L*), wyższym wzrostem wartości firmy (kapitalizacji i zwykle również ceny).

##### 5. MIARY EFEKTYWNOŚCI A STOPY ZWROTU

Trudno pogodzić się z faktem, że tylko kilka z grupy kilkudziesięciu spółek jest wycenianych przez rynek efektywnie (pod względem informacji o nakładach i efektach). Należałoby oczekiwać spadku ceny akcji spółek nieefektywnych, zmniejszającego ich kapitalizację (czyli zmniejszającego nakłady na ich nabycie) i zbliżającego nieefektywne walory do granicznej obwiedni. Jeżeli rynek efektywnie wykorzystuje dostępne informacje i jest w stanie statycznej równowagi, nie ma przeszkód w realizacji tego scenariusza zdarzeń. Na ogół jednak równowaga statyczna nie trwa długo, a to oznacza, że ceny walorów o wyższej efektywności powinny rosnać szybciej lub spadać wolniej od walorów mniej efektywnych w zależności od kierunku

trendu. Sprawdzimy teraz predykcyjną wartość tej hipotezy na polskim rynku giełdowym. Sprawdzenie w próbie przekrojowej dla waloru  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) zależności pomiędzy miarą efektywności  $DEA$  na początku okresu a tempem zmiany kursu akcji  $\dot{P}_i$  w tym okresie sprowadza się do uzyskania pozytywnej i statystycznie istotnej oceny parametru  $\alpha_1$  w następującym modelu regresji:

$$\dot{P}_i = \alpha_0 + \alpha_1 DEA_i + \varepsilon_i \quad (7)$$

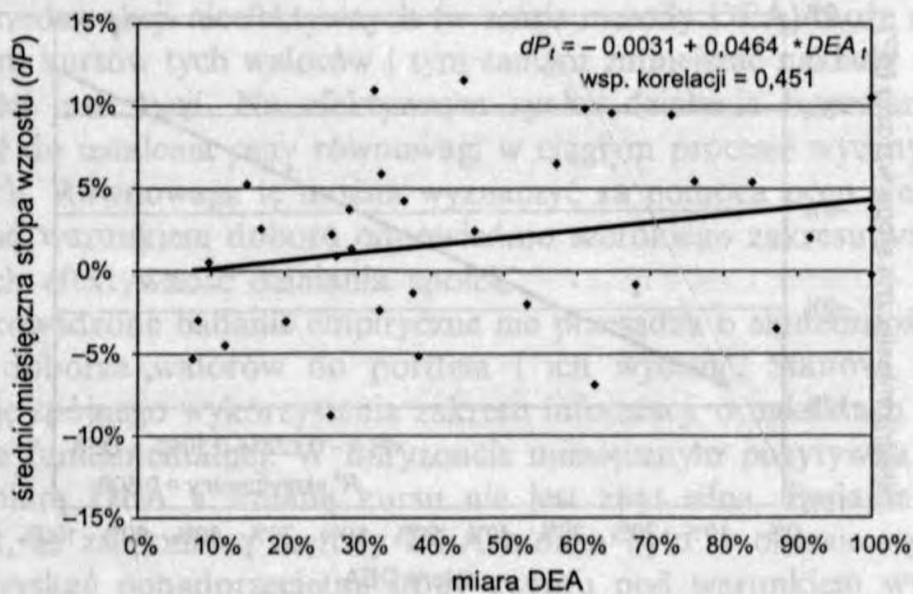
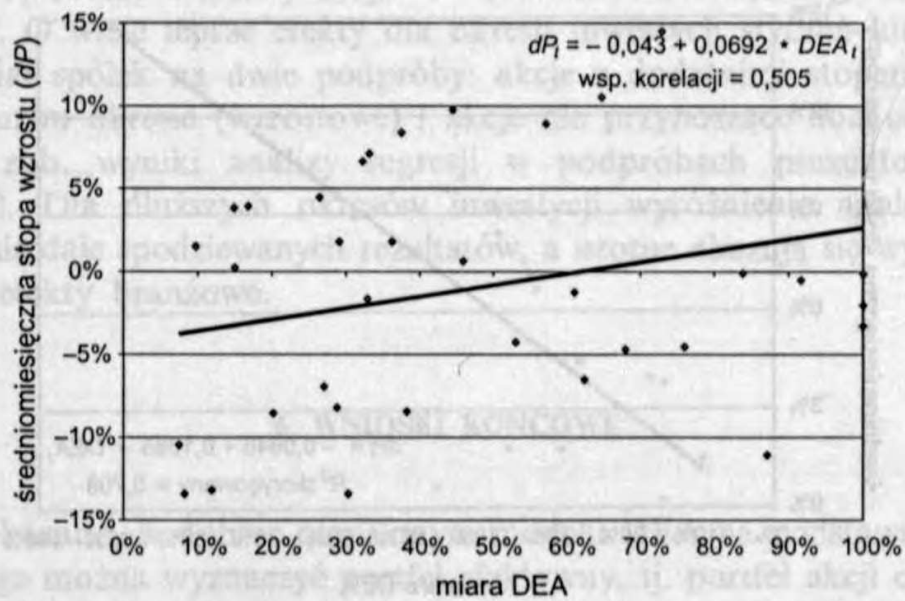
$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

Założmy, że inwestycję rozpoczynamy na początku stycznia 2003 r., dysponując publikowanymi informacjami o wynikach finansowych spółek giełdowych za ostatnie cztery kwartały (do III kwartału 2002 r. włącznie). Przy praktycznym wykorzystaniu metody DEA należy korzystać z bieżących kwartalnych raportów spółek, prognoz finansowych zarządów, informacji o planowanych procesach restrukturyzacyjnych i inwestycyjnych. W kolejnych miesiącach będą napływać informacje dotyczące wyników ostatniego kwartału, co wymaga ponownej wyceny spółek. Oznacza to, że analizę fundamentalną, szczególnie przy dynamicznie zmieniających się warunkach gospodarczych, należy powtarzać częściej, niż wynikałoby to z horyzontu planowanej inwestycji. Zatem na podstawie bieżącego zestawu wskaźników finansowych można skutecznie dokonywać inwestycji najwyżej na jeden, dwa miesiące.

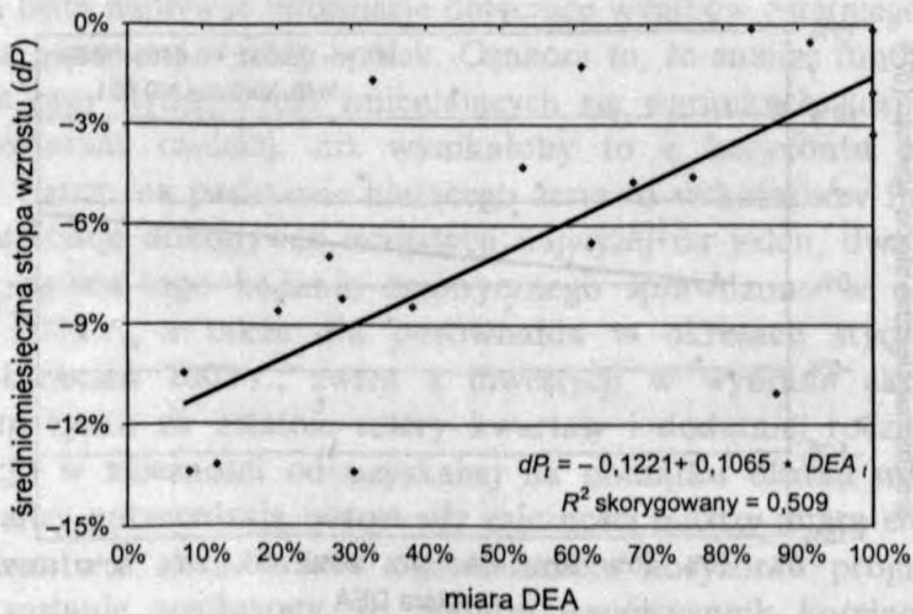
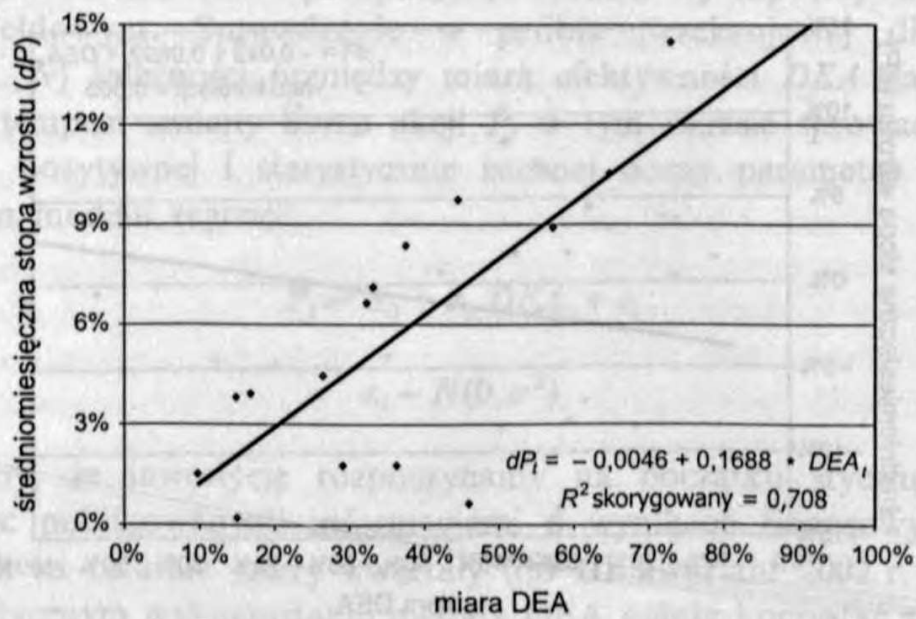
W przypadku tego badania empirycznego sprawdzono w okresie styczeń–luty 2003 r., a także dla porównania w okresach styczeń–marzec i styczeń–kwiecień 2003 r., zwrot z inwestycji w wybrane akcje (spółek o dodatnim zysku za ostatnie cztery kwartały i dodatniej rocznej zmianie kapitalizacji) w zależności od uzyskanej na początku okresu miary DEA. Wyniki analizy potwierdzają wzrost siły zależności między miarą efektywności a stopą zwrotu z akcji wraz z ograniczaniem horyzontu prognozy. Gdy horyzont zostanie wydłużony, to dodatni współczynnik korelacji liniowej Pearsona spada z 0,5 dla 1 miesiąca do 0,45 dla 3 miesięcy. Wyniki te syntetycznie prezentuje rysunek 1.

W celu uwzględnienia niejednorodności próby sprawdzono zróżnicowanie ocen parametru  $\alpha_0$  w zależności od branży<sup>8</sup>. Rozpoznano istotne statystycznie różnice dla branż finansowej i budowlanej najbardziej dotkniętych tendencją spadkową w okresie styczeń–kwiecień 2003 r. W wyniku uwzględnienia tych różnic w jednym modelu uzyskano wzrost współczynnika korelacji do

<sup>8</sup> Według indeksów branżowych WIG spadki odpowiednio o 9,73% i 7,32% wobec spadku WIG-u o 1,67%.



Rys. 1. Dopasowanie modelu regresji (7) stopy zwrotu względem miary DEA – Porównanie horyzontów prognozy: 1 miesiąc (po lewej), 3 miesiące (po prawej). Źródło: obliczenia własne



Rys. 2. Dopasowanie modelu regresji (7) w dwóch podpróbach – miara DEA a dochodowość: spółki wzrostowe (po lewej) i spadkowe (po prawej). Źródło: obliczenia własne

poziomu 0,73 dla 3-miesięcznego i 0,74 dla 1-miesięcznego horyzontu prognozy<sup>9</sup>. O wiele lepsze efekty dla okresu inwestycji styczeń–luty 2003 r. daje podział spółek na dwie podpróby: akcje z dodatnimi stopami zwrotu w omawianym okresie (wzrostowe) i akcje nie przynoszące dochodu (spadkowe) – zob. wyniki analizy regresji w podpróbach prezentowane na rysunku 2. Dla dłuższych okresów inwestycji wyróżnienie analogicznych podprób nie daje spodziewanych rezultatów, a istotne okazują się wymienione wcześniej efekty branżowe.

## 6. WNIOSKI KOŃCOWE

Jak pokazano, w dobrze określonym modelu DEA na podstawie obiektu wzorcowego można wyznaczyć portfel efektywny, tj. portfel akcji o lepszych wskaźnikach analizy fundamentalnej. Z jednej strony relatywnie wyższa atrakcyjność takiego portfela powinna prowadzić do wzrostu kursów jego składników, co zwiększa nakłady potrzebne do jego nabycia. Z drugiej strony sprzedaż akcji nieefektywnych (w sensie metody DEA) może skutkować obniżaniem kursów tych walorów i tym samym zmniejszać nakłady w bieżącej wycenie tej inwestycji. Na efektywnym rynku działania inwestorów mogą prowadzić do ustalenia ceny równowagi w ciągłym procesie wyceny walorów giełdowych. Równowagę tę można wyznaczyć za pomocą ocen efektywności spółek pod warunkiem doboru odpowiednio szerokiego zakresu wskaźników mierzących efektywność działania spółek.

Przeprowadzone badanie empiryczne nie przesądza o skuteczności metody DEA w doborze walorów do portfela i ich wycenie. Stanowi natomiast propozycję spójnego wykorzystania zakresu informacji o nakładach i efektach w analizie fundamentalnej. W horyzoncie miesięcznym pozytywna zależność między miarą DEA a zmianą kursu nie jest zbyt silna. Badanie wskazuje natomiast, że za pomocą metody DEA można było w okresie styczeń–luty 2003 r. uzyskać ponadprzeciętne stopy zwrotu pod warunkiem wyróżnienia *ex ante* tych akcji, których kurs wykazuje tendencję spadkową i tych, których kurs wykazuje tendencję wzrostową w badanym okresie. W szczególności wybierając spółki o wyższej wartości miary efektywności DEA, możliwe było zwiększenie wartości składników dochodowych portfela lub zmniejszenie strat z aktywów niedochodowych. Dla dłuższych okresów (2- i 3-miesięcznych) siła omawianej zależności jest zdecydowanie niższa, a istotne staje się zróżnicowanie takich fundamentalnych cech akcji, jak branża działalności spółki.

<sup>9</sup> Model (7) rozbudowano w tym celu o odpowiednie zmienne zero-jedynkowe, przyjmujące wartości 1 dla wymienionych branż i 0 dla pozostałych spółek.

Stosowanie analizy fundamentalnej w wycenie akcji może być przydatne, począwszy od etapu doboru akcji, aż po określenie składu portfela. W celu wykorzystania metody DEA w wybranym okresie inwestycji należy dokonywać ciągłej aktualizacji bazy wskaźników fundamentalnych i na bieżąco wyznaczać miary efektywności. Nie powinno to przysparzać inwestorom instytucjonalnym większych trudności w aplikacji metody.

#### LITERATURA

- Charnes A., W.W. Cooper i E. Rhodes (1978), *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*, „European Journal of Operational Research”, 2.
- Emrouznejad A. (2001), *An Extensive Bibliography of Data Envelopment Analysis (DEA)*, I–V, <http://www.warwick.ac.uk/~bsrlu>, University of Warwick.
- Farrell M.J. (1957), *The Measurement of Productive Efficiency*, „Journal of Royal Statistical Society A”, 120.
- Jajuga K., Jajuga T. (1994), *Inwestycje: instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*, PWN, Warszawa.
- Meric, G., Meric, I. (2001), *Risk and Return in the World's Major Stock Markets*, „The Journal of Investing”.
- Nykowski I. (1980), *Programowanie liniowe*, PWE, Warszawa.
- Seiford L.M., Thrall R.M. (1990), *Recent Developments in DEA. The Mathematical Approach to Frontier Analysis*, „Journal of Econometrics”, 46.
- Szafrński G. (2000), *Metoda DEA w analizach efektywności działania banku komercyjnego*, niepublikowana praca magisterska.
- Vygon G., Pomansky A. (2000), *Analysis of Relationship between Technological Efficiency and Companies' Market Capitalization*, [w:] *Economics and Mathematical Methods* (w języku rosyjskim), Moscow.
- Wyniki finansowe spółek giełdowych* (2002) „Notoria Serwis”, 4(38).
- Zhu J. (2002), *Quantitative Models for Evaluating Business Operations: Data Envelopment Analysis with Spreadsheets*, Kluwer Academic Publishers, Boston.

Grzegorz Szafrński

#### DEA ANALYSIS OF THE POLISH STOCK MARKET

##### Summary

The Data Envelopment Analysis (DEA) for the portfolio valuation is a brand new application of the method, which was so far widely used in the assessment of decisions made by microeconomic units. We present the empirical models of a relative efficiency for the Polish stock market from the input-output perspective. The valuation of the portfolio selection is based on the available market information selected in the set of the connected fundamentals. The DEA-effective and DEA-ineffective stocks are introduced, and the potential adjustment path to equilibrium is explained. We find the method helpful in a medium-term investment decisions on the capital market, ready to use for investors. We claim that the economically reasonable DEA model could become a good alternative for a traditional fundamental analysis of the stock market.

**Załącznik. Miary efektywności w zorientowanym na efekty modelu C i wyznaczenie obiektu wzorcowego jako kombinacji obiektów efektywnych**

Lp.	Spółka*	Efektywność %	Obiekt wzorcowy jako kombinacja obiektów efektywnych					
			Waga 1	Spółka	Waga 2	Spółka	Waga 3	Spółka
1	APATOR	39,8	0,39	ELZAB	0,37	LPP	0,10	STALPROF
2	BEDZIN	15,0	0,67	ELZAB	2,00	STALPROF		
3	BORYSZEW	61,1	1,44	ELZAB	0,20	LPP	1,75	STALPROF
4	BPH	20,1	5,83	EFL	224,47	STALPROF		
5	BSK	11,9	3,93	EFL	107,12	STALPROF		
6	BUDIMEX	8,2	0,58	EFL	0,24	LPP	17,78	STALPROF
7	BZWBK	38,2	3,89	EFL	7,12	LPP	30,95	STALPROF
8	CERSANIT	16,7	0,23	EFL	1,78	LPP	4,72	STALPROF
9	DEBICA	32,2	7,03	ELZAB	2,76	LPP	14,45	STALPROF
10	ECHO	91,7	0,16	EFL	0,84	STALPROF		
11	EFL	100,0	1,00	EFL				
12	ELZAB	100,0	1,00	ELZAB				
13	FASING	37,5	0,44	STALPROF				
14	FORTE	42,2	0,30	ELZAB	0,19	LPP	1,46	STALPROF
15	FORTIS	35,5	0,23	EFL	12,73	STALPROF		
16	GROCLIN	98,9	1,32	ELZAB	0,89	LPP	0,38	STALPROF
17	HANDLOWY	26,2	8,75	EFL	3,33	LPP	36,20	STALPROF
18	HDBUD_ SL	36,4	0,02	LPP	0,84	STALPROF		

			Obiekt wzorcowy jako kombinacja obiektów efektywnych					
Lp.	Spółka*	Efektywność %	Waga 1	Spółka	Waga 2	Spółka	Waga 3	Spółka
19	HYDROTOR	29,0	0,97	ELZAB	0,34	STALPROF		
20	KETY	14,8	0,22	EFL	2,10	LPP	8,03	STALPROF
21	KOPEX	26,4	1,74	STALPROF				
22	KRAKCHEM	83,8	0,11	ELZAB	0,50	STALPROF		
23	LPP	100,0	1,00	LPP				
24	LUBAWA	68,0	0,25	ELZAB	0,02	LPP	0,02	STALPROF
25	MIESZKO	36,2	1,43	ELZAB	0,32	LPP	0,66	STALPROF
26	MOSTALWR	28,8	1,39	ELZAB	0,23	LPP	2,80	STALPROF
27	OKOCIM	27,0	1,60	LPP	7,98	STALPROF		
28	OLAWA	57,1	0,20	ELZAB	0,04	LPP	1,03	STALPROF
29	POLFKUTO	45,9	0,19	EFL	6,85	STALPROF		
30	POLIFARC	32,9	1,75	LPP	3,90	STALPROF		
31	PROCHEM	9,7	0,04	LPP	1,68	STALPROF		
32	PROKOM	53,1	2,28	EFL	14,83	STALPROF		
33	REMAK	44,5	0,58	STALPROF				
34	ROLIMPEX	76,0	0,05	EFL	0,00	LPP	1,93	STALPROF
35	STALPROF	100,0	1,00	STALPROF				
36	STOMIL	33,1	0,52	ELZAB	1,06	LPP	53,33	STALPROF
37	STRZELEC	7,5	2,38	STALPROF				

38	SWIECIE	64,7	1,63	EFL	17,89	STALPROF		
39	TALEX	72,9	0,03	EFL	1,29	STALPROF		
40	TRASTYCH	30,0	0,59	LPP	0,18	STALPROF		
41	UNIMIL	63,4	0,34	ELZAB	0,13	LPP	0,27	STALPROF
42	WARTA	19,0	0,15	EFL	66,29	STALPROF		
43	ZREW	62,4	0,29	ELZAB	0,11	LPP	0,44	STALPROF
44	ZYWIEC	87,1	3,34	EFL				

\* Oznaczenia spółek zgodnie ze schematem przyjętym w bazie serwisu „Notoria Serwis”.  
Źródło: obliczenia własne.