OPTIMUM. STUDIA EKONOMICZNE NR 1 (67) 2014

Krzysztof PIASECKI[1]

BEHAWIORALNA WARTOŚĆ BIEŻĄCA – NOWE PODEJŚCIE

Streszczenie

W pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a; Piasecki, 2011b] zdefiniowano bieżącą wartość behawioralną jako liczbę rozmytą. Zaproponowany model formalny okazał się obarczony pewnymi usterkami formalnymi, które wypaczają obraz wpływu czynników behawioralnych. Usterki te przedstawiono w artykule. Następnie każdą z nich poprawiono. W ten sposób uzyskano nowy, zmodyfikowany model formalny behawioralnej wartości bieżącej. Model ten zastosowano do wyjaśnienia fenomenu utrzymywania się równowagi rynkowej na efektywnym rynku finansowym w stanie nierównowagi finansowej.

Słowa kluczowe: behawioralne finanse, wartość bieżąca, liczba rozmyta

BEHAVIOURAL PRESENT VALUE: NEW APPROACH

Summary

Piasecki [in Piasecki, 2011a; Piasecki, 2011b] defined behavioural present value as a fuzzy number. The proposed model proved to be burdened with some formal defects which distorted the picture of the impact of behavioural factors. These defects are discussed in this paper. Next each of them is corrected. In this way, a modified formal model of behavioural present value is obtained. The new model is used to explain how market equilibrium is maintained in efficient financial markets remaining in the state in financial imbalance.

Key words: behavioural finance, present value, fuzzy number

1. Wstęp

Genezy przedstawionych w tym artykule rozważań należy szukać w zaakceptowaniu poglądu, że – z wykluczeniem teorii procentu stosowanej do opisu procesu konta bankowego – wartość bieżąca przyszłych przepływów finansowych jest wartością przybliżoną. Wynika to z szacunkowego charakteru stosowanej, nominalnej stopy dyskonta. Naturalną konsekwencją takiego podejścia jest ocena wartości bieżącej (w skrócie: PV) za pomocą liczb rozmytych.

Ward [Ward, 1985] zdefiniował rozmytą PV jako zdyskontowaną rozmytą prognozę przyszłego przepływu finansowego. Aksjomatyczną definicję PV [Peccati, 1972] do przypadku rozmytego uogólnił Calzi [Calzi, 1990], który zaproponował

[1] prof. dr hab. Krzysztof Piasecki – Katedra Badań Operacyjnych, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu; e-mail: krzysztof.maciej.p@neostrada.pl.

przedstawienie PV jako przedziału rozmytego. Do tej pory jest to najbardziej ogólna definicja rozmytej PV. Greenhut [Greenhut i in., 1995] uogólnił definicję Warda do przypadku nieprecyzyjnie oszacowanego odroczenia, Sheen [Sheen, 2005] do przypadku rozmytej stopy nominalnej, natomiast Huang [Huang, 2007] do przypadku, kiedy przyszły przepływ finansowy jest dany jako rozmyta zmienna losowa. Bardziej ogólną definicję rozmytej PV zaproponował Tsao [Tsao, 2005] zakładając, że przyszły przepływ finansowy jest określony jako rozmyty zbiór probabilistyczny. Wszyscy ci autorzy przedstawili PV jako dyskonto nieprecyzyjnie oszacowanej wartości przyszłego przepływu finansowego.

Odmienne podejście zostało zaprezentowane w pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a; Piasecki, 2011b], gdzie nieprecyzyjnie oszacowaną PV oceniono na podstawie bieżącej ceny rynkowej aktywa finansowego. Dodatkowo, uwzględniono wpływ czynników behawioralnych. Stąd opisaną tam wartość bieżącą nazwano behawioralną wartością bieżącą (w skrócie BPV). W swej istocie stany środowiska behawioralnego są definiowane nieprecyzyjnie. Z tej przyczyny było konieczne ujawnienie braku precyzji w oszacowaniu PV. W trakcie stosowania modelu BPV i dalszych studiów literaturowych [np. Barberis i inni, 1998], jednak dostrzeżono pewne usterki formalne i aplikacyjne modelu zdefiniowanego w pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a; Piasecki, 2011b]. Celem niniejszej pracy jest przedstawienie modelu BPV wolnego od tych usterek.

2. Behawioralna wartość bieżąca

Weźmy pod uwagę dowolny instrument finansowy, stanowiący przedmiot obrotu na silnie efektywnym rynku finansowym.

Stanem równowagi rynkowej nazywamy taki stan rynku finansowego, w którym popyt na ten instrument finansowy jest równy jego podaży.

Cena rynkowa $\check{C}$ może zmieniać się w czasie. Dzięki temu możemy mówić o trendzie ceny rynkowej. Stanem równowagi finansowej nazywamy taki stan rynku instrumentu finansowego, w którym trend ceny rynkowej $\check{C}$ jest stały. Wartość tego trendu jest równa wtedy cenie równowagi finansowej C_0, wyznaczonej za pomocą analizy technicznej lub fundamentalnej.

W pracy Piaseckiego [Piasecki, 2012] rozważano uporządkowanie zbioru przepływów finansowych za pomocą relacji preferencji czasowej i preferencji kapitałowej. W ten sposób uzyskano porównanie wielokryterialne. Wykazano, że PV jest funkcją użyteczności tego porównania wielokryterialnego. W tej sytuacji PV dowolnego przepływu finansowego zależy zarówno od przesłanek obiektywnych, jak i subiektywnych. Rozważmy ustalony instrument finansowy, rozumiany jako uprawnienie do przyszłego przychodu. Instrument ten jest przedmiotem obrotu na silnie efektywnym rynku finansowym. Normatywna teoria finansów podpowiada, że jego PV powinna być równa jego cenie rynkowej $\check{C}$. Z drugiej strony, merytorycznie uzasadniona cena C_0 równowagi finansowej może wpłynąć na odchylenie PV od obserwowanej ceny rynkowej $\check{C}$. Odchylenie to w dużej mierze zależy od podatności inwestora na wewnętrzne i zewnętrzne czynniki behawioralne. Naturalne staje się tutaj pytanie, czy przy wyznaczaniu PV jest konieczne uwzględnianie wpływu czynników behawioralnych.

Zgromadzona wiedza stanowi jedyną przesłanką do wyznaczenia uzasadnionej merytorycznie ceny równowagi C_0. W rozważaniach inwestorów cena równowagi odgrywa rolę syntetycznego obrazu wiedzy o rynku finansowym. Na silnie efektywnym rynku finansowym każdy z inwestorów określa tę samą wartość C_0, która w tej sytuacji ma charakter obiektywny. Równocześnie wszyscy uczestnicy rynku obserwują obiektywną w swej istocie wartość $\check{C}$ ceny rynkowej. Znajomość obu tych wartości wystarcza do racjonalnego uzasadnienia podejmowanych decyzji inwestycyjnych. Dla przypadku:

$$\check{C} < C_0 \tag{1}$$

racjonalne przesłanki jednoznacznie sugerują kupno rozważanego instrumentu finansowego. Zakup taki jest możliwy jedynie wtedy, kiedy pojawi się oferta jego sprzedaży. Oczywiste jest tutaj pytanie, jakimi przesłankami kieruje się inwestor sprzedający taki papier wartościowy. Podobnie, dla przypadku:

$$\check{C} > C_0 \tag{2}$$

racjonalne przesłanki jednoznacznie sugerują sprzedaż rozważanego instrumentu finansowego. Sprzedaż taka jest możliwa jedynie wtedy, kiedy pojawi się oferta jego kupna. Rodzi to pytanie, jakimi przesłankami kieruje się inwestor sprzedający ten papier wartościowy. Odpowiedź na powyższe dwa pytania może być tylko jedna

Zgodnie z ogólną teorią rynku, równowagę rynkową rozumiemy jako taki stan rynku, w którym podaż i popyt na dany instrument są sobie równe. Tak rozumianej równowadze rynkowej przeciwstawiamy nierównowagę finansową, opisaną za pomocą alternatywy warunków: (1) i (2). Na dowolnym, silnie efektywnym rynku finansowym, równowaga rynkowa utrzymuje się dzięki irracjonalnym przyczynom. Bezsporne jest to, że te przesłanki mogą mieć charakter behawioralny. Stąd uwzględnienie wpływu czynników behawioralnych może służyć wyjaśnieniu paradoksu utrzymywania się równowagi rynkowej na silnie efektywnym rynku finansowym, pozostającym w stanie nierównowagi finansowej.

W tej sytuacji ocena PV ma charakter subiektywny. Ocena ta zazwyczaj jest wieloznaczna. Każdą z rozważanych alternatyw tej wyceny będziemy nazywać potencjalną wartością bieżącą (w skrócie PPV). Behawioralną wartością bieżącą (w skrócie: BPV) będziemy nazywać zbiór wszystkich PPV. Uzależnienie PV od subiektywnych czynników finansowych powoduje, że każdy z inwestorów może wyznaczyć własną wersję BPV. W związku z tym, wszystkie dalsze rozważania będziemy prowadzili dla ustalonego inwestora.

Głównym celem tego artykułu będzie zaproponowanie pewnego modelu formalnego BPV. Model ten ma służyć wyjaśnieniu mechanizmu utrzymywania się równowagi pomiędzy popytem i podażą na efektywnym rynku finansowym.

3. Przedziałowe przedstawienie behawioralnej wartości bieżącej

Punktem wyjścia dalszych rozważań jest ujęcie BPV jako przedziału. Nasze rozważania na temat BPV rozpocznijmy od przeanalizowania przypadku równowagi finansowej, kiedy cena rynkowa $\check{C}$ pokrywa się z ceną równowagi C_0, to jest:

$$\check{C} = C_0. \tag{3}$$

Równowaga ta jest chwilowa, co nakazuje określać wartość PPV jako liczbę zbliżoną do ceny rynkowej. Zakładany zakres zmienności PPV charakteryzuje specyficzną podatność inwestora na wpływ wewnętrznych i zewnętrznych impulsów behawioralnych. Każdy z inwestorów indywidualnie określa wtedy następujące wartości:

– C_{min} dolny zakres PPV zakładany w warunkach równowagi finansowej;
– C_{max} górny zakres PPV zakładany w warunkach równowagi finansowej.

W przypadku równowagi finansowej inwestor musi uwzględniać możliwość spadków i wzrostów notowań. W tej sytuacji zakres zmienności PPV spełnia warunek:

$$C_{min} < C_0 < C_{max}. \tag{4}$$

Przedział liczbowy $[C_{min}, C_{max}]$ jest obrazem BPV w przypadku równowagi finansowej.

Dalsze rozważania BPV poprowadzimy teraz dla dowolnej ceny rynkowej $\check{C}$. Oczywiste jest to, że BPV powinna być zależna od odchylenia:

$$\Delta C = \check{C} - C_0 \tag{5}$$

ceny rynkowej od ceny równowagi. Każdy z inwestorów określa wtedy następujące wartości:

– $\check{C}_{min}$ dolny zakres PPV zakładany dla ceny rynkowej $\check{C}$,
– $\check{C}_{max}$ górny zakres PPV zakładany dla ceny rynkowej $\check{C}$.

W pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a, 2011b] założono, że każda z tych wartości jest zależna od liczby $\alpha \in [0; 1[$ określającej stopień podatności inwestora na zmiany. Wartość tego stopnia informuje nas, jak wielki wpływ na zmianę przekonań inwestora ma odchylenie ΔC ceny rynkowej od ceny równowagi. Oznacza to, że wartość $1 - \alpha$ opisuje stopień oddziaływania fenomenu konserwatyzmu poznawczego, opisanego przez Edwardsa [Edwards, 1968]. Fenomen ten jest uwzględniany w wielu behawioralnych modelach rynku finansowego. Dyskusję na ten temat można znaleźć na przykład w pracy Barberisa [Barberis i inni, 1998], gdzie wartość $1 - \alpha$ nazwano indeksem sentymentu. Propozycja ta została powszechnie zaakceptowana w literaturze przedmiotu. Zatem, właściwe jest zastosowanie tego pojęcia także w modelu formalnym BPV.

W tej sytuacji zakładamy, że wartości: $\check{C}_{min}$ i $\check{C}_{max}$ zależą od wartości $\zeta \in]0; 1]$ indeksu sentymentu spełniającego warunek:

$$\zeta = 1 - \alpha. \tag{6}$$

Wartość indeksu sentymentu jest indywidualną cechą inwestora, mającą podłoże behawioralne.

Dolny zakres PPV inwestor określa jako średnią ważoną dolnego zakresu C_{min} i wartości: $C_{min} + \Delta C$ dolnego zakresu skorygowanego o odchylenie ceny rynkowej od ceny równowagi. W zależności tej waga dolnego zakresu jest równa wartości indeksu sentymentu inwestora. Wyznaczając dolny zakres PPV, inwestor musi brać pod uwagę fakt, że zakres ten jest zawsze mniejszy równy od aktualnej ceny rynkowej, zatem:

$$\check{C}_{min} = \min\{(1-\zeta)(C_{min}+\Delta C)+\zeta C_{min}, \check{C}\} = min\{C_{min}+(1-\zeta)\Delta C, C_0 + \Delta C\}. \tag{7}$$

Górny zakres PPV inwestor określa jako średnią ważoną górnego zakresu C_{max} i wartości: $C_{max}+\Delta C$ górnego zakresu skorygowanego o odchylenie ceny rynkowej od ceny równowagi. W zależności tej waga górnego zakresu jest równa wartości indeksu sentymentu inwestora. Ustalając górny zakres PPV, inwestor musi brać pod uwagę fakt, że zakres ten jest zawsze większy równy od aktualnej ceny rynkowej, więc:

$$\check{C}_{max} = \max\{(1-\zeta)(C_{max}+\Delta C)+\zeta \cdot C_{max}, \check{C}\} = max\{C_{max}+(1-\zeta)\Delta C, C_0 + \Delta C\}. \tag{8}$$

Łatwo jest zauważyć, że przy dużej nadwyżce ceny równowagi nad ceną rynkową:

$$\Delta C \leq \frac{C_{min}-C_0}{\zeta} \tag{9}$$

cena rynkowa $\check{C}$ jest dolnym oszacowaniem PPV. Oznacza to, że model BPV jednoznacznie identyfikuje analizowany instrument finansowy jako niedowartościowany. W przypadku dużej nadwyżki ceny rynkowej nad ceną równowagi:

$$\Delta C \geq \frac{C_{max}-C_0}{\zeta} \tag{10}$$

cena rynkowa $\check{C}$ jest górnym oszacowaniem PPV. Oznacza to, że model BPV jednoznacznie identyfikuje analizowany instrument finansowy jako przewartościowany. Wnioskujemy stąd, że dopiero przy znacznych odchyleniach ceny rynkowej od ceny równowagi o podejmowaniu decyzji inwestycyjnych decydują jedynie przesłanki racjonalne. Zasięg oddziaływania przesłanek behawioralnych jest określony przez kombinację:

$$\frac{C_{min}-C_0}{\zeta} < \Delta C < \frac{C_{max}-C_0}{\zeta}\,. \tag{11}$$

Ostatecznie dla każdego inwestora można wyznaczyć specyficzny prognozowany zakres zmienności PPV:

$$\mathbb{Z}(\Delta C) = [\check{C}_{min}, \check{C}_{max}] = \begin{cases} [C_0+\Delta C, C_{max}+(1-\zeta)\Delta C] \; dla \; (9), \\ [C_{min}+(1-\zeta)\Delta C, C_{max}+(1-\zeta)\Delta C] \; dla \; (11), \\ [C_{min}+(1-\zeta)\Delta C, C_0+\Delta C] \; dla \; (10) \end{cases} \tag{12}$$

stanowiący przedziałową reprezentację BPV. W ten sposób jest opisany wpływ sytuacji rynkowej na przekonania inwestora. Reasumując, położenie prognozowanego zakresu zmienności PPV zależy od następujących zmiennych:

- $\check{C}$ – obserwowana cena rynkowa;
- C_0 – merytorycznie uzasadniona cena równowagi finansowej;
- C_{min} – dolny zakres PPV zakładany w warunkach równowagi finansowej;
- C_{max} – górny zakres PPV zakładany w warunkach równowagi finansowej;
- ζ – indeks sentymentu.

W rozdziale 2. wskazano, że obserwowana cena rynkowa i merytorycznie uzasadniona cena równowagi mają charakter obiektywny. Zakładane w warunkach równowagi finansowej zakresy PPV i indeks sentymentu są zależne od podatności inwestora na impulsy behawioralne. Stąd poszczególni inwestorzy będą się charakteryzować różnymi wartościami tych zmiennych. W budowanych w tej pracy modelach BPV wektor $\left(\check{C}, C_0, C_{min}, C_{max}, \zeta\right)$ będzie odgrywać rolę wektora parametrów. Parametry te możemy w równoważny sposób opisać za pomocą wektora $\left(\check{C}, \Delta C, C_{min}, C_{max}, \zeta\right)$. Dla uproszczenia opisu, w postaci jawnej będziemy zapisywać jedynie te parametry, których zmienność posłuży parametryzacji rodziny modeli.

Każdą wartość PPV, pochodzącą z przedziału $\mathbb{Z}(\Delta C)$, nazywamy prognozowaną PPV.

4. Rozmyte przedstawienie behawioralnej wartości bieżącej

Zbudowany, powyżej, przedziałowy obraz BPV w jednakowy sposób traktuje wszystkie dopuszczalne wartości PPV. Z drugiej strony, możemy przypuszczać, że inwestor w większym stopniu akceptuje PPV bardziej zbliżoną do ceny rynkowej. Oznacza to, że przedziałowy model BPV opisuje złożoność wpływów behawioralnych w niewystarczający sposób. Powoduje to konieczność zbudowania modelu BPV uwzględniającego zmienność wagi poszczególnych PPV. Prowadzi to wprost do zbudowania rozmytego obrazu BPV. Rozmyte przedstawienie BPV sprowadza się do wyznaczenia funkcji przynależności przypisującej poszczególnym PPV stopień ich akceptacji.

Dalsze rozważania będą prowadzone dla ustalonych wartości wektora parametrów $\left(\check{C}, \Delta C, C_{min}, C_{max}, \zeta\right)$. Założenie te w jednoznaczny sposób określa przedział $\mathbb{Z}(\Delta C)$ prognozowanego zakresu zmienności PPV. Rozmyty model BPV jest zdefiniowany jako zbiór rozmyty, opisany za pomocą swej funkcji przynależności $\mu\left(\cdot \,\middle|\, \check{C}, \Delta C\right): \mathbb{R} \to [0; 1]$, która określa stopień akceptacji dopuszczalnych, poszczególnych PPV. Możemy więc założyć, że:

– cena rynkowa $\check{C}$ jest w pełni akceptowalną PPV;
– zbliżenie PPV do ceny rynkowej $\check{C}$ nie powoduje spadku stopnia akceptacji PPV;
– wszystkie nieprzewidywane PPV nie są akceptowane.

Z tego powodu dowolna BPV powinna być liczbą rozmytą [Dubois, Prade, 1979] opartą na nośniku $\mathbb{Z}(\Delta C)$. Liczba taka jest wyznaczona za pomocą swej funkcji przynależności $\mu(\cdot \,|\Delta C): \mathbb{R} \to [0; 1]$ spełniającej warunki:

$$\mu\left(\check{C}\middle|\check{C}, \Delta C\right) = 1, \tag{13}$$

$$\forall x, y, z \epsilon \mathbb{R}: x \leq y \leq z \Rightarrow \mu\left(y\middle|\check{C}, \Delta C\right) \geq min\left\{\mu\left(x\middle|\check{C}, \Delta C\right), \mu\left(z\middle|\check{C}, \Delta C\right)\right\}, \tag{14}$$

$$\forall x \notin \mathbb{Z}(\Delta C): \mu\left(x\middle|\check{C}, \Delta C\right) = 0\,. \tag{15}$$

Powyższa funkcja przynależności opisuje rozkład akceptacji poszczególnych PPV. Dla uproszczenia rozważań wykorzystujemy funkcję standaryzacji $\beta: \mathbb{R} \longrightarrow [-1; 1]$ opisaną przez tożsamość:

$$\beta(x) = \begin{cases} \frac{x-\check{C}}{\check{C}-\check{C}_{min}} & x \in [\check{C}_{min}, \check{C}] \ \check{C}_{min} < \check{C} \\ \frac{x-\check{C}}{\check{C}_{max}-\check{C}} & x \in [\check{C}, \check{C}_{max}] \ \check{C} < \check{C}_{max} \\ 1 & x \notin \mathbb{Z}(\Delta C) \end{cases}. \tag{16}$$

Warto wziąć teraz pod uwagę prognozowaną PPV równą $x \in \mathbb{Z}(\Delta C)$. Wartość $|\beta(x)|$ opisuje wtedy względną odległość tej PPV od ceny rynkowej $\check{C}$. Z tego powodu stopień podobieństwa rozważanej PPV do ceny rynkowej określamy za pomocą zależności:

$$\gamma(x) = 1 - |\beta(x)|\,. \tag{17}$$

Korzystając z funkcji standaryzacji, przedział $\mathbb{Z}(\Delta C)$ przekształcamy wzajemnie jednoznacznie na standaryzowany przedział:

$$\mathbb{I}(\Delta C) = \begin{cases} [0;1] \ dla \ (9) \\ [-1;1] \ dla \ (11) \\ [-1;0] \ dla \ (10)\,. \end{cases} \tag{18}$$

Zakres tego przedziału zależy jedynie od wartości ΔC odchylenia od ceny równowagi. Ponadto, funkcję przynależności BPV można przedstawić w postaci:

$$\mu\left(x \middle| \check{C}, \Delta C\right) = \kappa(\beta(x)|0, \Delta C), \tag{19}$$

gdzie $\kappa(\cdot\,|0, \Delta C)\colon \mathbb{R} \to [0;1]$ jest funkcją przynależności standaryzowanego modelu BPV, przedstawionego jako liczba rozmyta z nośnikiem $\mathbb{I}(\Delta C)$.

Zauważmy dodatkowo, że jeśli prognozowana PPV jest reprezentowana w standaryzowanej BPV za pomocą liczby $\beta \in \mathbb{I}(\Delta C)$, to – zgodnie z (17) – jej stopień podobieństwa do ceny rynkowej jest równy:

$$\gamma = 1 - |\beta|. \tag{20}$$

Dalej będziemy zakładać, że w przypadku równowagi finansowej ($\Delta C = 0$) standaryzowany model BPV będzie przedstawiony jako liczba trójkątna z nośnikiem $\mathbb{I}(0)$. Dla $\beta \in \mathbb{I}(0)$ funkcja przynależności takiej liczby jest określona następująco:

$$\kappa(\beta|0;0) = 1 - |\beta| = \gamma \tag{21}$$

i opisuje zrównoważony rozkład akceptacji wyznaczony w warunkach równowagi finansowej. Rozkład ten będzie punktem odniesienia do określenia rozkładu akceptacji PPV w przypadku stanów nierównowagi ($\Delta C \neq 0$).

Drugą przesłanką do określenia przebiegu zmienności rozkładu akceptacji PPV będzie racjonalna prognoza zmiany notowania. Wiadomo, że:

– dla $\Delta C < 0$ racjonalne przesłanki wykluczają spadek notowania;
– dla $\Delta C > 0$ racjonalne przesłanki wykluczają wzrost notowania;
– dla $\Delta C = 0$ nie można wykluczyć żadnego przyszłego notowania.

Stąd funkcja przynależności $\Theta(\cdot\,|\Delta C)\colon \mathbb{R} \to \{0;1\}$ opisująca racjonalną prognozę jest zdefiniowana za pomocą tożsamości:

$$\Theta(\beta|\Delta C) = \begin{cases} 0 & \beta \cdot \Delta C > 0 \\ 1 & \beta \cdot \Delta C \leq 0 \end{cases}. \tag{22}$$

Dla dowolnego odchylenia ΔC inwestor ocenia stopień akceptacji jako średnią ważoną racjonalnej prognozy i zrównoważonego rozkładu akceptacji. W pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a] przy budowie modelu BPV założono, że dla prognozowanej PPV, reprezentowanej przez $\beta \in \mathbb{I}(\Delta C)$, waga racjonalnej prognozy jest wprost proporcjonalna do iloczynu $\gamma \cdot |\Delta C|$. Przyjęcie takiej postaci wagi powodowało, że znaczenie prognozy racjonalnej było zależne od waluty stosowanej do wyceny instrumentu finansowego. Przy wysokich cenach rynkowych było deprecjonowane znaczenie zrównoważonego rozkładu akceptacji PPV. Wszystko to sprawiło, że istotny wpływ na ostateczny kształt standaryzowanego modelu BPV mogła mieć przyjęta konwencja rachunkowa. W tej sytuacji słuszne jest zaproponowanie tezy, że znaczenie racjonalnej prognozy rośnie wraz ze wzrostem względnej odległości ceny rynkowej od ceny równowagi:

$$\delta C = \frac{|\Delta C|}{\check{C}}. \tag{23}$$

Ponadto, zgodnie z założeniami przyjętymi już w pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a], znaczenie racjonalnej prognozy rośnie wraz ze wzrostem odległości γ pomiędzy PPV i granicą zasięgu. Zatem, bez utraty ogólności rozważań można przyjąć, że waga racjonalnej prognozy jest wprost proporcjonalna do iloczynu $\gamma \cdot \delta C$. Taka waga będzie wolna od zreferowanej powyżej wady. Przy tych założeniach rozkład akceptacji jest zdefiniowany za pomocą tożsamości:

$$\kappa(\beta|0,\Delta C) = \frac{1}{1+\gamma\cdot\delta C}\cdot\kappa(\beta|0;0) + \frac{\gamma\cdot\delta C}{1+\gamma\cdot\delta C}\cdot\Theta(\beta|\Delta C) = \frac{(1-|\beta|)\cdot\left(1+\delta C\cdot\Theta(\beta|\Delta C)\right)}{1+(1-|\beta|)\cdot\delta C}. \tag{24}$$

Powyższa funkcja przynależności opisuje standaryzowaną, rozmytą postać BPV. Korzystając z (17), ostatecznie otrzymujemy tutaj:

dla $\Delta C \le 0$

$$\mu(x|\check{C},\Delta C) = \begin{cases} \frac{x-\check{C}_{min}}{\check{C}-\check{C}_{min}+(x-\check{C}_{min})\cdot\delta C} & x \in [\check{C}_{min},\check{C}]\ \check{C}_{min} < \check{C} \\ \frac{(\check{C}_{max}-x)\cdot(1+\delta C)}{\check{C}_{max}-\check{C}+(\check{C}_{max}-x)\cdot\delta C} & x \in [\check{C},\check{C}_{max}]\ \check{C} < \check{C}_{max} \end{cases}. \tag{25}$$

dla $\Delta C > 0$

$$\mu(x|\check{C},\Delta C) = \begin{cases} \frac{(x-\check{C}_{min})\cdot(1+\delta C)}{\check{C}-\check{C}_{min}+(x-\check{C}_{min})\cdot\delta C} & x \in [\check{C}_{min},\check{C}]\ \check{C}_{min} < \check{C} \\ \frac{\check{C}_{max}-x}{\check{C}_{max}-\check{C}+(\check{C}_{max}-x)\cdot\delta C} & x \in [\check{C},\check{C}_{max}]\ \check{C} < \check{C}_{max} \end{cases}. \tag{26}$$

Dla $x \notin \mathbb{Z}(\Delta C)$ wartość funkcji przynależności $\mu(\cdot|\check{C},\Delta C): \mathbb{R} \to [0;1]$ jest określona za pomocą (15).

5. Wyjaśnienie paradoksu

Każdemu odchyleniu ceny rynkowej ΔC możemy przypisać wartość $\xi(\Delta C)$ przeciętnej PPV. Wartość ta jest zdefiniowana za pomocą tożsamości:

$$\xi(\Delta C) = \left(\int_{\mathbb{Z}(\Delta C)}\mu(x|\check{C},\Delta C)dx\right)^{-1}\cdot\int_{\mathbb{Z}(\Delta C)}x\cdot\mu(x|\check{C},\Delta C)dx. \tag{27}$$

Przeciętną PPV $\xi(\Delta C)$, wyznaczoną dla danego inwestora, możemy interpretować jako jego przeciętną subiektywną ocenę wartości bieżącej danego instrumentu finansowego. Cena równowagi C_0 jest tutaj jedynie jedną z przesłanek determinujących subiektywną ocenę wartości bieżącej. W tej sytuacji przeciętna PPV $\xi(\Delta C)$ stanowi dla inwestora informację bardziej wiarygodną niż cena równowagi C_0. Oznacza to, że swe decyzje inwestycyjne inwestor uzależnia od wzajemnych relacji pomiędzy ceną rynkową $\check{C}$ i wartością $\xi(\Delta C)$.

Jeżeli jest spełniony warunek:

$$\check{C} < \xi(\Delta C)\ , \tag{28}$$

to inwestor uznaje, że rynek finansowy zaniżył wycenę rozważanego instrumentu finansowego. W związku z powyższym, inwestor spodziewa się rychłego wzrostu ceny rynkowej tego instrumentu finansowego. Oczekiwania te uzasadniają zgłoszenie oferty zakupu rozważanego papieru wartościowego. Wartość tego zapotrzebowania zależy od strategii inwestycyjnej inwestora oraz od posiadanych przez niego zasobów finansowych.

Jeżeli jest spełniony warunek:

$$\check{C} > \xi(\Delta C), \tag{29}$$

to inwestor uznaje, że rynek finansowy zawyżył wycenę rozważanego papieru wartościowego. W związku z powyższym, inwestor spodziewa się rychłego spadku ceny rynkowej tego instrumentu finansowego. Oczekiwania te uzasadniają zgłoszenie zamiaru sprzedaży rozważanego papieru wartościowego. Wartość tej oferty może być, co najwyżej, równa wartości posiadanego przez niego papieru wartościowego.

Zauważmy tutaj, że subiektywne warunki: (28) i (29) zastępują odpowiednio obiektywne warunki: (1) i (2). Jest oczywiste , że na efektywnym rynku finansowym nie mogą być równocześnie spełnione warunki: (1) i (2).

Na silnie efektywnym rynku finansowym każdy z inwestorów określa swą BPV w specyficzny sposób. W tej sytuacji przebieg zmienności przeciętnej PPV może być własną cechą każdego z inwestorów. Oznacza to, że na efektywnym rynku finansowym mogą znaleźć się równocześnie inwestorzy spełniający warunek (28) i inwestorzy spełniający warunek (29).W tej sytuacji popyt, zgłaszany przez inwestorów spełniających warunek (28), jest równoważony przez podaż oferowaną przez inwestorów spełniających warunek (29). Jeżeli nie następuje redukcja sprzedaży lub redukcja kupna, to obserwowana cena rynkowa $\check{C}$ jest ceną równowagi rynkowej w ujęciu mikroekonomicznym. Cena ta zależy w dużym stopniu od podatności inwestorów na wpływ środowiska behawioralnego.

Cena C_0 jest natomiast ceną równowagi finansowej, wyznaczonej za pomocą analizy technicznej lub fundamentalnej. Oznacza to, że na rynku finansowym możemy obserwować różne, co do wartości, ceny równowagi finansowej C_0 i równowagi rynkowej $\check{C}$. Wniosek ten wyjaśnia, opisany na wstępie, paradoks osiągania równowagi rynkowej na efektywnym rynku finansowym.

6. Podsumowanie

Przedstawiony model BPV proponuje wyjaśnianie paradoksu utrzymywania się równowagi rynkowej na silnie efektywnym rynku finansowym, pozostającym w stanie nierównowagi finansowej. Istotnym wzmocnieniem uzasadnienia takiego wniosku byłoby przeprowadzenie eksperymentu numerycznego, podobnego do eksperymentu przeprowadzonego w pracy Piaseckiego [Piasecki, 2011a].

Opisany powyżej, model BPV może służyć nie tylko wyjaśnieniu rozważanego w pracy paradoksu rynków finansowych. Model ten może być zastosowany wszędzie tam, gdzie znajduje zastosowanie rozmyta ocena PV. Przykłady takich zastosowań można znaleźć w pracach Piaseckiego [Piasecki, 2011b, 2011c]. Jednak należy pamiętać, że spostrzeżenie to odnosi się jedynie do inwestorów obecnych w danym momencie na rynku finansowym. W proponowanym modelu nie są uwzględniane przesłanki nakłaniające inwestora do wejścia na dany rynek finansowy.

Literatura

Barberis N., Shleifer A., Vishny R. 1989 *A model of investor sentiment*, „Journal of Financial Economics”, 49.

Calzi M. L. 1990 *Towards a general setting for the fuzzy mathematics of finance*, „Fuzzy Sets and Systems”, 35.

Dubois J., Prade H. 1979 *Fuzzy real algebra: some results*, „Fuzzy Sets and Systems”, 2.

Edwards W. 1968 *Conservatism in human information processing*, [in:] *Formal representation of human judgment*, Klienmutz B. (ed.), Wiley, New York.

Greenhut J. G., Norman G., Temponi C. T. 1995 *Towards a fuzzy theory of oligopolistic competition*, IEEE Proceedings of ISUMA-NAFIPS.

Huang X. 2007 *Two new models for portfolio selection with stochastic returns taking fuzzy information*, „European Journal of Operational Research”, 180(1).

Peccati L. 1972 *Su di una caratterizzazione del principio del criterio dell'attualizzazione*, Studium Parmense, Parma.

Piasecki K. 2011a *Behavioural Present Value*, „Behavioral & Experimental Finance eJournal”, 4, dokument elektroniczny, tryb dostępu: [http://ssrn.com/abstract=1729351, data wejścia: 15.08.2013].

Piasecki K. 2011b *Rozmyte zbiory probabilistyczne, jako narzędzie finansów behawioralnych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.

Piasecki K. 2011c *Effectiveness of securities with fuzzy probabilistic return*, „Operations Research and Decisions”, 2.

Piasecki K. 2012 *Basis of Financial Arithmetic from the Viewpoint of the Utility Theory*, „Operations Research and Decisions”, 3.

Sheen J. N. 2005 *Fuzzy financial profitability analyses of demand side management alternatives from participant perspective*, „Information Sciences” 169.

Tsao C.-T. 2005 *Assessing the probabilistic fuzzy Net Present Value for a capital, Investment choice using fuzzy arithmetic*, „J. of Chin. Ins. of Industrial Engineer”, 22(2)

Ward T. L. 1985 *Discounted fuzzy cash flow analysis*, 1985 Fall Industrial Engineering, Conference Proceedings, Berkeley.