

dr hab. inż. Krzysztof S. TARGIEL

Wydział Informatyki i Komunikacji, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
e-mail: krzysztof.targiel@ue.katowice.pl

dr hab. Maciej NOWAK, prof. UE

Wydział Informatyki i Komunikacji, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
e-mail: maciej.nowak@ue.katowice.pl

prof. dr hab. Tadeusz TRZASKALIK

Wydział Informatyki i Komunikacji, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach
e-mail: tadeusz.trzaskalik@uekat.pl

DOI: 10.15290/ose.2017.03.87.02

WYBÓR MOMENTU ROZPOCZĘCIA PROJEKTU Z WYKORZYSTANIEM INTERAKTYWNEGO PODEJŚCIA WIELOKRYTERIALNEGO¹

Streszczenie

W wielu projektach pojawia się problem wyboru momentu ich rozpoczęcia. Jest to istotne, np. gdy końcowe rezultaty są uzależnione od kursów wymiany walut. Można oczekiwać korzystniejszej sytuacji, lecz wiąże się to z ryzykiem opóźnienia projektu poza dopuszczalne granice. W pracy oparto się na metodzie Coxa-Rossa-Rubinsteina (CRR), wykorzystując drzewa dwumianowe do modelowania scenariuszy rozwoju sytuacji na rynku walutowym. Problem potraktowano dwukryterialnie, przyjmując za kryteria koszt realizacji przedsięwzięcia oraz prawdopodobieństwo, że projekt się opóźni. Przyjęto również, że parametry rozkładu prawdopodobieństwa są określane przez ekspertów.

Problem przedstawiono jako proces dynamiczny. Do jego rozwiązania zaproponowano technikę interaktywną. Procedura wykorzystuje współczynniki wymiany do wyznaczenia proponowanego wariantu, który jest następnie oceniany przez decydenta.

Słowa kluczowe: zarządzanie projektem, wielokryterialne metody interaktywne, drzewa dwumianowe, modelowanie ryzyka

SCHEDULING OF PROJECT START TIME USING INTERACTIVE MULTICRITERIA APPROACH

Summary

Selection of project start time is a problem that decision makers often face. This is important when, e.g., the final results depend on currency exchange rates. Sometimes more favourable rates can be expected in the

¹ Praca została sfinansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki (NCN) jako projekt badawczy nr DEC 2013/11/B/HS4/01471.

future, but postponing the project start date involves the risk of delay beyond acceptable limits. In the paper, the Cox-Ross-Rubinstein method (CRR), based on binomial trees, is applied. Two criteria are taken into account: project cost and the probability of project delay. It is assumed that the parameters of probability distribution are specified by experts.

The problem is presented as a dynamic process. An interactive technique of multi-criteria decision-making about problems under risk is proposed. The procedure uses trade-offs to select a proposal, which is next evaluated by the decision maker.

Key words: project management, interactive multi-criteria approach, binomial trees, risk modelling

JEL: C61

1. Wstęp

Wiele projektów ma narzucone ramy czasowe, w których projekt musi być zrealizowany. Najczęściej wynika to z rocznych okresów budżetowych. W tym okresie środki budżetowe muszą być wykorzystane. Jeśli długość trwania projektu nie wypełnia całego okresu budżetowego, istnieje możliwość wyboru (w pewnych granicach) momentu rozpoczęcia projektu. Jest to szczególnie istotne w sytuacji, gdy wyniki projektu są uzależnione od pewnego zmiennego czynnika zewnętrznego. Przykładem może być kurs wymiany waluty. Jego zmienność powoduje, że w zależności od momentu rozpoczęcia, realizacja projektu może być bardziej lub mniej korzystna. Może to stanowić przesłankę skłaniającą decydenta do odłożenia w czasie rozpoczęcia projektu w oczekiwaniu na korzystniejszy kurs. Jednak wiąże się to jednocześnie ze wzrostem ryzyka opóźnienia zakończenia projektu poza wyznaczone wcześniej granice.

Problem modelowania zmienności instrumentów finansowych szeroko omówiono w literaturze finansowej. Dobrze znanym rozwiązaniem jest metoda Coxa-Rossa-Rubinsteina (CRR) [Cox i in. 1979, s. 229-263], wykorzystująca drzewa dwumianowe.

Sformułowane wyżej zagadnienie można rozważać jako problem dwukryterialny. Z jednej strony dążymy do zminimalizowania kosztów, które w przypadku spadku kursu wymiany walut mogą obniżyć się. Z drugiej strony wraz z upływem czasu także rośnie prawdopodobieństwo ryzyka opóźnienia, które można potraktować jako drugie kryterium.

Rozwiązanie problemu wielokryterialnego nie jest możliwe bez pozyskania informacji o preferencjach decydenta. W tym celu są wykorzystywane dwa główne podejścia [Roy, 1971, s. 240]. W pierwszym fazą pozyskiwania informacji preferencyjnej jest wyraźnie oddzielona od fazy obliczeniowej. Najpierw decydent jest proszony o jak najbardziej precyzyjne wyspecyfikowanie swoich preferencji, a dopiero potem informacja ta jest wykorzystywana do wyznaczenia rozwiązania problemu. Podejście to często jest krytykowane, m.in. ze względu na duże wymagania, jakie stawia przed decydem [Spronk, 1981]. Alternatywnym podejściem jest podejście interaktywne. W tej sytuacji informacja o preferencjach jest pozyskiwana stopniowo. Decydent jest ściślej angażowany w proces poszukiwania rozwiązania, co z jednej strony, pogłębia jego wiedzę o strukturze problemu, z drugiej, skutkuje większym zaufaniem, jakim darzy wyznaczone rozwiązanie.

Projektując procedurę interaktywną, należy zdecydować nie tylko o tym, które z wymienionych wyżej podejść będzie wykorzystywane, ale również o tym, w jaki sposób

decydent będzie artykułował swoje preferencje. W tym kontekście wspomina się o pozyskiwaniu informacji w sposób bezpośredni i pośredni [Kaliszewski i in. 2012, s. 188-199]. W pierwszym przypadku decydent powinien określić swoje preferencje przez ustosunkowanie się do wartości kryteriów uzyskiwanych dla poszczególnych wariantów decyzyjnych. Tego typu podejście było wykorzystanie m.in. w metodzie STEM [Benayoun i in. 1971, s. 366-375]. Czasami oba powyższe sposoby są stosowane równolegle [Kaliszewski, Michałowski, 1999, s. 549-562]. Jak dowiedziono w pracy [Nowak, 2010, s. 103-115], podejście oparte na analizie współczynników wymiany można także wykorzystać w dyskretnych, wielokryterialnych problemach podejmowania decyzji w warunkach ryzyka, gdy oceny wariantów ze względu na kryteria mają charakter losowy.

W pracach [Nowak, Trzaskalik, 2013, s. 315-330; Nowak, 2016, s. 301-314] pokazano, w jaki sposób podejście interaktywne może być zastosowane w dynamicznych problemach decyzyjnych. W obu przypadkach przyjęto, że informacja o preferencjach ma charakter bezpośredni. W niniejszej pracy przedstawiono procedurę interaktywną dedykowaną dla dwukryterialnych dynamicznych problemów decyzyjnych, która w celu wyznaczenia nowej propozycji decydentowi, wykorzystuje informację o współczynnikach wymiany. Zmienność czynników zewnętrznych jest modelowana za pomocą drzew dwumianowych.

Praca składa się z trzech zasadniczych części. W pierwszej sformułowano problem wyboru momentu rozpoczęcia projektu jako proces dynamiczny. W kolejnej części poddano analizie dwukryterialną procedurę wyboru momentu rozpoczęcia projektu, najpierw opisując sposób modelowania ryzyka za pomocą drzew dwumianowych. Następnie w tej samej części przedstawiono metodę interaktywną wyboru preferowanego wariantu opartą na współczynnikach wymiany. Całość kończy ilustracja numeryczna tej metody.

2. Sformułowanie problemu

Rozważa się problem wyboru momentu rozpoczęcia projektu, dla którego określono nieprzekraczalny termin zakończenia. Koszty projektu są rozliczane w walucie krajowej (PLN), lecz pewne wydatki są wyrażone w walucie obcej (euro). W tej sytuacji koszt projektu zależy od kursu wymiany, który niezmiennie fluktuuje. O rezultacie finansowym przedsięwzięcia w dużej mierze decyduje moment poniesienia wydatków, a tym samym moment rozpoczęcia projektu.

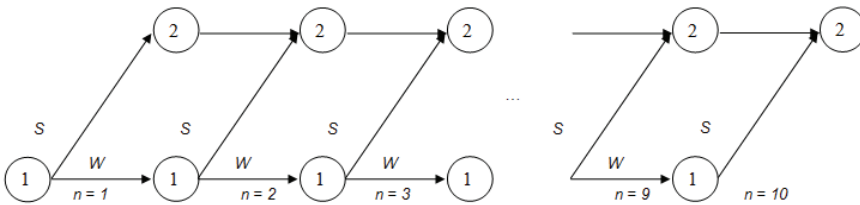
Przyjęto poniższe założenia.

1. Wydatki są wyrażone w euro.
2. Ustalono okno czasowe, w którym projekt ma być zrealizowany.
3. Określono, że projekt może rozpocząć się tylko z początkiem miesiąca.
4. Rzeczywisty koszt wyrażony w złotych jest uzależniony od kursu wymiany w ostatnim dniu miesiąca, w którym rozpoczęto projekt.
5. Znane są oszacowania prawdopodobieństwa zakończenia projektu w każdym z miesięcy.
6. Należy określić miesiąc rozpoczęcia projektu, biorąc pod uwagę dwa kryteria: f_1 – koszt projektu oraz f_2 – prawdopodobieństwo opóźnienia.

Powyższy problem może zostać opisany jako proces dynamiczny, analizowany dla odcinka czasu składającego się z N etapów, którymi w tym przypadku są miesiące (rysunek 1.). Na początku pierwszego etapu proces może znajdować się tylko w stanie (1), oznaczającym, że projekt nie został jeszcze rozpoczęty. W tym stanie mogą być podjęte dwie decyzje, tj.: S lub W. Decyzja S (Start) skutkuje przejściem do stanu (2), który świadczy o tym, że projekt został już wcześniej rozpoczęty. Z kolei, decyzja W (Wait) unaocznia, że proces nadal pozostanie w stanie (1). Zakłada się, że projekt musi być zrealizowany, dlatego w przypadku, gdy na początku ostatniego etapu proces nadal pozostaje w stanie (1), musi być podjęta decyzja S. Niezależnie od etapu, w stanie (2) jest podejmowana już tylko jedna decyzja o pozostaniu w tym samym stanie.

RYSUNEK 1.

Proces dynamiczny



Źródło: opracowanie własne.

W powyższym problemie występuje N wariantów decyzyjnych, odpowiadających etapowi, w którym należy rozpocząć projekt.

3. Dwukryterialna procedura wyboru momentu rozpoczęcia projektu

3.1. Modelowanie scenariuszy przyszłości za pomocą drzew dwumianowych

Przyszłe wartości kursu wymiany mogą być modelowane za pomocą stochastycznych równań różniczkowych. Oznaczając przez $X(t)$ wartość kursu wymiany w momencie t , do opisu zmian tego kursu wykorzystano geometryczny proces Wienera w postaci:

$$dX(t) = \mu X(t)dt + \sigma X(t)dW(t), \quad (1)$$

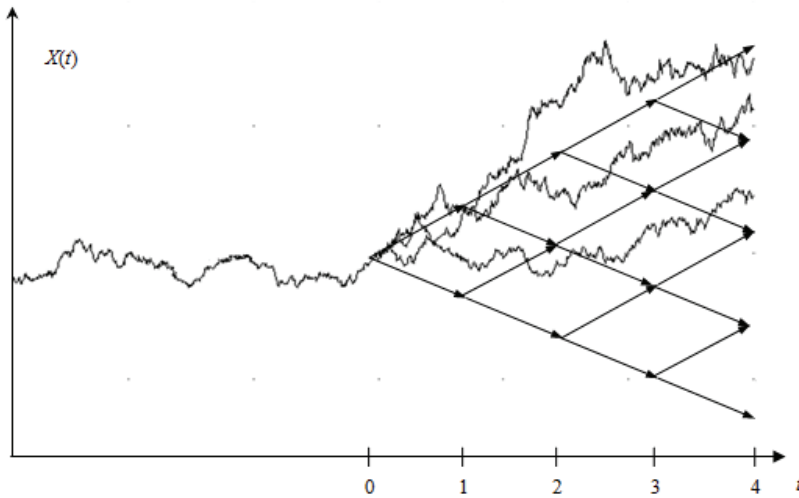
gdzie:

- $W(t)$ – proces Wienera;
- $X(t)$ – wartość parametru X w momencie t ;
- μ – parametr dryfu;
- σ – zmienność procesu.

Przykładowe trzy realizacje takiego procesu przedstawiono na rysunku 2. Rozpoczynają się one od momentu 0. Na rysunku przedstawiono również rzeczywiste wartości

parametru X w okresie wcześniejszym, na podstawie których można oszacować wartości parametrów μ i σ . Taki ciągły proces może zostać aproksymowany za pomocą dyskretnej struktury grafu, jakim jest drzewo dwumianowe. To podejście było przedmiotem dyskusji w pracach [Targiel, 2013, s. 131-142; 2015, s. 389-397]. Na rysunku 2. zilustrowano takie drzewo, pokrywające przyszłe zmiany parametru X .

RYSUNEK 2.
Drzewo dwumianowe pokrywające proces stochastyczny



Źródło: opracowanie własne.

Węzły drzewa dwumianowego mogą być obliczone z zależności:

$$x_{i,n} = x_{0,0} e^{(n-2i)\hat{\sigma}\sqrt{\Delta t_p}}, \quad (2)$$

gdzie:

$x_{i,n}$ – wartość parametru X po n okresach oraz i spadkach;

Δt_p – część roku, która reprezentuje jeden okres w drzewie dwumianowym;

$\hat{\sigma}$ – oszacowanie wartości zmienności X .

Zmienność procesu można oszacować na podstawie danych historycznych przez przeskalowanie odchylenia standardowego:

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma_d}{\sqrt{\Delta t_d}}, \quad (3)$$

gdzie:

Δt_d – część roku, która reprezentuje okres, w którym rejestrowano jedno notowanie;

σ_d – odchylenie standardowe w danych historycznych.

Znając oszacowanie zmienności procesu stochastycznego $\hat{\sigma}$, można obliczyć współczynnik najbardziej prawdopodobnego wzrostu (u) i spadku ($d = 1/u$):

$$u = e^{\hat{\sigma}\sqrt{\Delta t_p}}. \quad (4)$$

Prawdopodobieństwo wzrostu o taką wartość (q) może zostać obliczone ze wzoru:

$$q = \frac{1}{2} + \frac{\mu\sqrt{\Delta t_p}}{2\hat{\sigma}}. \quad (5)$$

Jednocześnie można za Guthrie [2009, s. 56] oszacować prawdopodobieństwo osiągnięcia przez proces $X(t)$ każdego węzła (i, n) w drzewie:

$$P\{x \text{ at } (i, n)\} = \frac{n!}{i!(n-i)!} q^{n-i} (1-q)^i. \quad (6)$$

To bezpośrednio prowadzi do wartości oczekiwanej procesu na każdym etapie n :

$$\mathbf{E}[X(n)] = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} q^{n-i} (1-q)^i x_{i,n}. \quad (7)$$

Korzystając z formuły (7), można obliczyć oczekiwany koszt projektu w złotych:

$$f_1(a^{(n)}) = K \mathbf{E}[X(n)], \quad (8)$$

gdzie K oznacza ustalony koszt w euro, a parametr X jest wartością kursu wymiany EUR/PLN.

3.2. Modelowanie ryzyka

Drugim kryterium jest ryzyko, mierzone prawdopodobieństwem opóźnienia. Zostało ono określone przez ekspertów na podstawie ich doświadczenia i intuicji.

W przykładzie, który dalej przedstawiono, zakłada się, że projekt trwający trzy miesiące może rozpocząć się najwcześniej w styczniu (wariant $a^{(1)}$), a najpóźniej w październiku (wariant $a^{(10)}$). Tym samym istnieje swoboda w wyborze momentu rozpoczęcia projektu, przy czym przyjmuje się, że jest to zawsze początek miesiąca. W zależności od terminu realizacji projektu inaczej określono prawdopodobieństwa opóźnienia.

3.3. Metoda interaktywna

Niech \mathbf{A} będzie zbiorem wariantów reprezentujących moment rozpoczęcia projektu. W każdej iteracji decydentowi proponuje się pewien wariant roboczy a^* . Decydent jest

pytany, czy oczekiwany koszt i prawdopodobieństwo opóźnienia są satysfakcjonujące. Jeśli oczekiwany koszt projektu jest zbyt wysoki, nowy wariant roboczy jest wyznaczany w ten sposób, by maksymalizować zysk z wymiany:

$$T_{1,2}(a, a^*) = \frac{f_1(a^*) - f_1(a)}{f_2(a) - f_2(a^*)}, \quad (9)$$

gdzie: $f_1(a^*)$ i $f_1(a)$ reprezentują oczekiwany koszt obecnej i nowej propozycji, natomiast $f_2(a^*)$ i $f_2(a)$ obrazują dla tych samych wariantów prawdopodobieństwo opóźnienia. W takim przypadku współczynnik wymiany (*trade-off*) mierzy spadek w kosztach wraz z jednostkowym wzrostem prawdopodobieństwa opóźnienia.

Z drugiej strony, jeśli decydent uzna prawdopodobieństwo opóźnienia za niesatysfakcjonujące, nowy wariant maksymalizujący następujący współczynnik jest wyznaczany:

$$T_{2,1}(a, a^*) = \frac{f_2(a^*) - f_2(a)}{f_1(a) - f_1(a^*)}. \quad (10)$$

W początkowej fazie procedury są identyfikowane warianty niezdominowane. Wariant a' jest niezdominowany, jeżeli nie ma takiego wariantu a , dla którego zachodzi:

$$f_1(a') \geq f_1(a) \text{ i } f_2(a') > f_2(a) \text{ lub } f_1(a') > f_1(a) \text{ i } f_2(a') \geq f_2(a).$$

W każdej iteracji decydentowi są przedstawiane rezultaty cząstkowe, a mianowicie: ocena proponowanego wariantu oraz macierz możliwości. Zawiera ona dwa wiersze: pierwszy grupuje wartości optymistyczne obydwu kryteriów – \bar{f}_1 i \bar{f}_2 , natomiast drugi wiersz grupuje wartości pesymistyczne – \underline{f}_1 i \underline{f}_2 . Są one obliczane następująco:

$$\begin{aligned} \bar{f}_1 &:= \min_{a \in \mathbf{A}^*} \{f_1(a)\} & \bar{f}_2 &:= \min_{a \in \mathbf{A}^*} \{f_2(a)\} \\ \underline{f}_1 &:= \max_{a \in \mathbf{A}^*} \{f_1(a)\} & \underline{f}_2 &:= \max_{a \in \mathbf{A}^*} \{f_2(a)\} \end{aligned}$$

Procedurę przedstawiono poniżej.

Faza początkowa

1. Dla każdego $a \in \mathbf{A}$ obliczamy wartości kryteriów.
2. Identyfikujemy zbiór wariantów niezdominowanych \mathbf{A}^* .
3. Wybieramy pierwszy wariant próbny a^* :

$$a^* := \arg \min_{a \in \mathbf{A}^*} \{f_1(a)\}.$$

4. Ustalamy $l := 1$.

Iteracja l

1. Prezentujemy następujące wyniki decydentowi:
 - oceny wariantu próbnego a^* : $f_1(a^*)$, $f_2(a^*)$,

- macierz możliwości.
- 2. Pytamy decydenta, czy jest usatysfakcjonowany przedstawioną propozycją. Jeśli tak, przechodzimy do punktu (11).
- 3. Pytamy decydenta, czy jest usatysfakcjonowany wartością kryterium f_1 . Jeśli tak, przechodzimy do punktu (7).
- 4. Wyznaczamy zbiór $\hat{\mathbf{A}}$ jako:

$$\hat{\mathbf{A}} := \{a : a \in \mathbf{A}^*, f_1(a) < f_1(a^*)\}.$$

- 5. Jeśli $\hat{\mathbf{A}} = \emptyset$, informujemy decydenta, iż poprawa wartości f_1 jest niemożliwa i pytamy, czy chce kontynuować procedurę. Jeśli nie, przechodzimy do punktu (11), w przeciwnym razie do punktu (1).
- 6. Dla każdego $a \in \hat{\mathbf{A}}$ obliczamy współczynniki wymiany, korzystając z formuły (9). Wyznaczamy wariant, dla którego uzyskujemy najwyższą wartość współczynnika wymiany, oraz ustalamy ten wariant jako nowy wariant próbny a^* . Przechodzimy do punktu (10).
- 7. Wyznaczamy zbiór $\hat{\mathbf{A}}$:

$$\hat{\mathbf{A}} := \{a : a \in \mathbf{A}^*, f_2(a) < f_2(a^*)\}.$$

- 8. Jeśli $\hat{\mathbf{A}} = \emptyset$, informujemy decydenta, iż poprawa wartości f_2 jest niemożliwa i pytamy, czy chce kontynuować procedurę. Jeśli nie, przechodzimy do punktu (11), w przeciwnym razie do punktu (2).
- 9. Dla każdego $a \in \hat{\mathbf{A}}$ obliczamy współczynniki wymiany, korzystając z formuły (10). Wyznaczamy wariant, dla którego uzyskujemy najwyższą wartość współczynnika wymiany, a także ustalamy ten wariant jako nowy wariant próbny a^* .
- 10. Przyjmujemy $\mathbf{A}^* := \hat{\mathbf{A}}$, $l := l + 1$ i przechodzimy do punktu (1).
- 11. Koniec procedury.

4. Przykład numeryczny

Rozważa się projekt, który musi skończyć się w danym roku kalendarzowym. Koszty projektu wynoszą 50 mln euro i nie zależą od momentu ich poniesienia. Księgi rachunkowe są prowadzone w złotych, stąd powyższy koszt zostanie zaksięgowany po przemnożeniu przez aktualny kurs wymiany PLN do EUR. Na początku badanego roku kalendarzowego kurs ten wynosił 4,1472. Na podstawie danych historycznych oszacowano prawdopodobieństwo wzrostu tego kursu na 0,4, zgodnie ze wzorem (5). Czas realizacji projektu jest szacowany na trzy miesiące, jednak może znacząco wydłużyć się, co może spowodować przekroczenie terminu granicznego, jakim jest koniec roku. Prawdopodobieństwo opóźnienia oszacowane przez ekspertów przedstawia tabela 1. W tej samej tabeli zaprezentowano także oczekiwane koszty projektu, gdy projekt zostanie rozpoczęty w danym miesiącu, obliczone za pomocą wzoru (8).

TABELA 1.

Zbiór wariantów decyzyjnych

Wariant	Moment rozpoczęcia projektu	Oczekiwany koszt (w mln PLN)	Prawdopodobieństwo opóźnienia
$a^{(1)}$	Styczeń	206,635	0,01
$a^{(2)}$	Luty	205,913	0,02
$a^{(3)}$	Marzec	205,194	0,04
$a^{(4)}$	Kwiecień	204,476	0,05
$a^{(5)}$	Maj	203,762	0,05
$a^{(6)}$	Czerwiec	203,050	0,05
$a^{(7)}$	Lipiec	202,340	0,08
$a^{(8)}$	Sierpień	201,633	0,25
$a^{(9)}$	Wrzesień	200,928	0,30
$a^{(10)}$	Październik	200,226	0,50

Źródło: opracowanie własne.

Prawdopodobieństwo wzrostu kursu wymiany przyjęto na poziomie 0,4, w wyniku czego z upływem czasu maleje oczekiwany koszt projektu. Stanowiłoby to zatem argument przemawiający za jak najpóźniejszym rozpoczęciem projektu. Wraz z upływem czasu rośnie jednak prawdopodobieństwo jego opóźnienia. Warto przy tym zauważyć, że dla miesięcy: kwiecień, maj i czerwiec zostało ono oszacowane na tym samym poziomie 0,05. Wynika stąd, że warianty $a^{(4)}$ i $a^{(5)}$ są zdominowane przez wariant $a^{(6)}$. Korzystniej więc rozpocząć projekt w czerwcu niż w kwietniu lub maju, gdyż oczekiwane koszty są niższe, a prawdopodobieństwo opóźnienia identyczne. Warianty zdominowane zostają usunięte z dalszych rozważań. Zbiór \mathbf{A}^* przedstawia się następująco:

$$\mathbf{A}^* := \{a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}, a^{(6)}, a^{(7)}, a^{(8)}, a^{(9)}, a^{(10)}\}.$$

Ze względu na najniższy koszt jako wariant próbny wybieramy $a^{(10)}$. Ustalamy $l = 1$, realizujemy kolejne kroki l -tej iteracji.

Iteracja 1.

1. Przedstawiamy decydentowi macierz możliwości (tabela 2.) oraz oceny wariantu próbnego: $f_1(a^{(10)}) = 200,226$; $f_2(a^{(10)}) = 0,50$.

TABELA 2.

Macierz możliwości w iteracji 1.

	Oczekiwany koszt	Prawdopodobieństwo opóźnienia
Wartość optymistyczna	200,226	0,01
Wartość pesymistyczna	206,635	0,50

Źródło: opracowanie własne.

2. Decydent nie jest usatysfakcjonowany przedstawionym wariantem próbnym.
3. Decydent jest usatysfakcjonowany oczekiwanym kosztem. Przechodzimy do punktu (7).
7. Wyznaczamy zbiór $\hat{\mathbf{A}}$ wariantów, dla których prawdopodobieństwo opóźnienia jest niższe niż dla wariantu próbnego. Jest on następujący:

$$\hat{\mathbf{A}} := \{a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}, a^{(6)}, a^{(7)}, a^{(8)}, a^{(9)}\}.$$

8. Zbiór $\hat{\mathbf{A}}$ nie jest pusty, stąd przechodzimy do następnego kroku procedury.
9. Obliczamy współczynniki wymiany dla każdego wariantu $a \in \hat{\mathbf{A}}$ (tabela 3.). Jako nowy wariant próbny przyjmujemy $a^{(9)}$.

TABELA 3.

Współczynniki wymiany obliczone w iteracji 1.

Wariant	$a^{(1)}$	$a^{(2)}$	$a^{(3)}$	$a^{(6)}$	$a^{(7)}$	$a^{(8)}$	$a^{(9)}$
Współczynnik wymiany	0,076	0,084	0,093	0,159	0,213	0,178	0,285

Źródło: opracowanie własne.

10. Przyjmujemy $\mathbf{A}^* := \hat{\mathbf{A}}$, $l := 2$ i przechodzimy do kolejnej iteracji.

Iteracja 2.

1. Przedstawiamy decydentowi macierz możliwości (tabela 4.) oraz oceny wariantu próbnego: $f_1(a^{(9)}) = 200,928$; $f_2(a^{(9)}) = 0,30$.

TABELA 4.

Macierz możliwości w iteracji 2.

	Oczekiwany koszt	Prawdopodobieństwo opóźnienia
Wartość optymistyczna	200,928	0,01
Wartość pesymistyczna	206,635	0,30

Źródło: opracowanie własne.

2. Decydent nie jest usatysfakcjonowany przedstawionym wariantem próbnym.
3. Decydent nie jest usatysfakcjonowany oczekiwanym kosztem.
4. Wyznaczamy zbiór $\hat{\mathbf{A}}$:

$$\hat{\mathbf{A}} := \{a : a \in \mathbf{A}^*, f_1(a) < f_1(a^{(9)})\} = \emptyset.$$

5. Ponieważ $\hat{\mathbf{A}} = \emptyset$, informujemy decydenta, iż poprawa wartości f_1 jest niemożliwa, jednak decydent chce kontynuować procedurę. Przechodzimy do punktu 1.

1. Ponownie przedstawiamy decydentowi macierz możliwości (tabela 4.) oraz oceny wariantu próbnego: $f_1(a^{(9)}) = 200,928$; $f_2(a^{(9)}) = 0,30$.

2. Decydent nie jest usatysfakcjonowany przedstawionym wariantem próbnym.
3. Decydent musi zaakceptować oczekiwany koszt. Przechodzimy do punktu (7).
7. Wyznaczamy zbiór $\hat{\mathbf{A}}$ wariantów, dla których prawdopodobieństwo opóźnienia jest niższe niż dla wariantu próbnego. Jest on następujący:

$$\hat{\mathbf{A}} := \{a^{(1)}, a^{(2)}, a^{(3)}, a^{(6)}, a^{(7)}, a^{(8)}\}.$$

8. Zbiór $\hat{\mathbf{A}}$ nie jest pusty, stąd przechodzimy do następnego kroku procedury.
9. Obliczamy współczynniki wymiany dla każdego wariantu $a \in \hat{\mathbf{A}}$ (tabela 5.). Jako nowy wariant próbny przyjmujemy $a^{(7)}$.

TABELA 5.**Współczynniki wymiany obliczone w iteracji 2.**

Wariant	$a^{(1)}$	$a^{(2)}$	$a^{(3)}$	$a^{(6)}$	$a^{(7)}$	$a^{(8)}$
Współczynnik wymiany	0,051	0,056	0,061	0,118	0,177	0,071

Źródło: opracowanie własne.

10. Przyjmujemy $\mathbf{A}^* := \hat{\mathbf{A}}$, $l := 3$ i przechodzimy do kolejnej iteracji.

Iteracja 3.

1. Przedstawiamy decydentowi macierz możliwości (tabela 6.) oraz oceny wariantu próbnego: $f_1(a^{(7)}) = 202,340$; $f_2(a^{(7)}) = 0,08$.

TABELA 6.**Macierz możliwości w iteracji 3.**

	Oczekiwany koszt	Prawdopodobieństwo opóźnienia
Wartość optymistyczna	201,633	0,01
Wartość pesymistyczna	206,635	0,25

Źródło: opracowanie własne.

2. Decydent jest usatysfakcjonowany przedstawionym wariantem próbnym. Przechodzimy do punktu (11)
 11. Koniec procedury.
- Zgodnie z preferencjami decydenta, projekt należałoby rozpocząć w lipcu.

5. Podsumowanie

W pracy przedstawiono rozwiązanie problemu wyboru momentu rozpoczęcia projektu uzależnionego od kursu wymiany walut. Z jednej strony, można liczyć na korzystny spadek kursu wymiany, z drugiej, wraz z opóźnieniem rozpoczęcia rośnie ryzyko przekroczenia dopuszczalnych terminów zakończenia projektu. Zaproponowana

metoda wykorzystuje interaktywne podejście wielokryterialne i współczynniki wymiany. Wybranymi kryteriami były: oczekiwany koszt projektu oraz prawdopodobieństwo opóźnienia. Przeprowadzona procedura może zostać zastosowana także w innych dwukryterialnych problemach dynamicznych.

Przyszłe badania będą ukierunkowane w stronę poszukiwania innych problemów, które można rozwiązać dzięki zaprezentowanej metodzie. Należy do nich na przykład problem wyboru momentu rozpoczęcia czynności niekrytycznej w metodzie ścieżki krytycznej.

Wkład autorów w powstanie artykułu

prof. dr hab. Tadeusz Trzaskalik – opracowanie koncepcji i założeń – 20%

dr hab. Maciej Nowak, prof. UEK – opracowanie metody interaktywnej – 30%

dr hab. inż. Krzysztof Targiel – opracowanie metody oceny ryzyka, obliczenia – 50%

Literatura

- Benayoun R., de Montgolfier J., Tergny J., Larichev C., 1971, *Linear programming with multiple objective functions: Step Method (STEM)*, “Mathematical Programming”, vol. 8.
- Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M., 1979, *Option Pricing: a Simplified Approach*, “Journal of Financial Economics”, vol. 7.
- Guthrie G., 2009, *Real Options in Theory and Practice*, Oxford University Press, Oxford.
- Kaliszewski I., Michalowski W., 1999, *Searching for psychologically stable solutions of multiple criteria decision problems*, “European Journal of Operational Research”, vol. 118.
- Kaliszewski I., Miroforidis J., Podkopaev D., 2012, *Interactive Multiple Criteria Decision Making based on preference driven Evolutionary Multiobjective Optimization with controllable accuracy*, “European Journal of Operational Research”, vol. 216, no. 1.
- Nowak M., 2010, *Trade-off analysis in discrete decision making problems under risk*, [in:] *New Developments in Multiple Objective and Goal Programming*, D. Jones, M. Tamiz, J. Ries (eds.), “Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems”, no. 638, Springer, Berlin.
- Nowak M., Trzaskalik T., 2013, *Interactive procedure for a multiobjective stochastic discrete dynamic problem*, “Journal of Global Optimization”, vol. 57.
- Nowak M., 2016, *Solving a Multicriteria Decision Tree Problem Using Interactive Approach*, [in:] *Knowledge, Information and Creativity Support Systems: Recent Trends, Advances and Solutions*, A. M. Skulimowski, J. Kacprzyk (eds.), “Advances in Intelligent Systems Computation”, vol. 364, Springer, Berlin.
- Roy B., 1971, *Problems and methods with multiple objective functions*, “Mathematical Programming”, vol. 1, no. 1.
- Spronk J., 1981, *Interactive Multiple Goal Programming*, Martinus Nijhoff, The Hague.
- Targiel K. S., 2013, *Multiple criteria decision making in the valuation of real options*, “Multiple Criteria Decision Making”, vol. 8.
- Targiel K.S., 2015, *Real Options in the Timing Problem of Non-critical Activities*, “Project Management Development – Practice and Perspectives”.