

MIROŚLAW DĄBROWSKI
Uniwersytet Warszawski

O UMIEJĘTNOŚCIACH MATEMATYCZNYCH TRZECIOKLASISTÓW – SUBIEKTYWNY WYBÓR Z BADAŃ

W ciągu ostatniej dekady mamy prawdziwe bogactwo badań dotyczących matematycznych umiejętności dzieci kończących klasę trzecią szkoły podstawowej, m.in.:

- obszerne badania w ramach projektu „Badanie umiejętności podstawowych uczniów trzeciej klasy szkoły podstawowej”¹, realizowanego przez CKE, obejmujące m.in. badania testowe prowadzone na reprezentatywnych próbach w latach 2006, 2008, 2010 oraz 2011;
- badania OBUT 2011 i 2012 w ramach tego samego projektu CKE, w których brała udział znaczna część populacji trzecioklasistów (odpowiednio ponad 75% i około 80% wszystkich szkół podstawowych);
- badania OBUT 2013 i 2014 w ramach kontynuacji tego projektu, realizowanego po jego przeniesieniu do IBE, także na znacznej części kolejnych roczników trzecioklasistów (odpowiednio ponad 70% i ponad 60% wszystkich szkół podstawowych);
- wreszcie badanie TIMSS z roku 2011, w których po raz pierwszy uczestniczyła także Polska.

Przyjrzyjmy się niektórym z ich wyników. Poszczególne prezentowane obszary badań, jak i wykorzystywane w tym celu zadania, starałem się tak dobrać, aby możliwe było pokazanie najbardziej charakterystycznych, moim zdaniem, konsekwencji sposobu, w jaki rozwijamy matematyczne umiejętności dzieci w klasach 1–3.

Dodatkowo starałem się zestawić podobne czy zbliżone strukturalnie zadania z różnych badań, żeby podjąć próbę sprawdzenia, czy da się w okresie dzielącym poszczególne badania zauważyć oznaki jakichś zmian w poziomie umiejętności trzecioklasistów. Mam świadomość, że wykorzystywane w opracowaniu badania miały inny charakter i inną organizację: część z nich to badania na reprezentatywnych próbach,

¹ Współfinansowanego przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego – Program Operacyjny Kapitał Ludzki, Priorytet III „Wysoka jakość systemu oświaty”, Działanie 3.2 „Rozwój systemu egzaminów zewnętrznych”.

część to masowe badania obejmujące większość populacji trzecioklasistów, do których szkoły zgłaszały się dobrowolnie, co utrudnia porównania. Moje uwagi na temat zaobserwowanych zmian należy traktować jako wyraz niepokoju matematyka zajmującego się od lat edukacją matematyczną.

ZADANIA TEKSTOWE

We wszystkich wykorzystywanych w tym zestawieniu badaniach wiele miejsca poświęcono umiejętności rozwiązywania zadań tekstowych – bez wątplenia najistotniejszemu obszarowi wiedzy matematycznej uczniów na I etapie kształcenia. Spośród wielu typów zadań tekstowych wykorzystywanych w badaniach wybrałem trzy.

Typ pierwszy: proporcjonalność

1.

Karol kupił 2 zeszyty i 3 ołówki. Zapłacił za wszystko 6 zł. Wojtek kupił 6 takich samych zeszytów i 9 takich samych ołówków. Ile zapłacił Wojtek za swoje zakupy?

W badaniu OBUT 2014² poprawnie rozwiązało to zadanie jedynie 28%³ trzecioklasistów. Wśród błędnych odpowiedzi dominowały takie, które były albo mogły być (w przypadku braku obliczeń) efektem wykonywania operacji na liczbach podanych w treści zadania, np. 54 (6×9 ; 13%) czy 15 ($6 + 9$; 11%).

Podobne strukturalnie zadania wykorzystano w badaniach na próbie reprezentatywnej w roku 2010⁴:

2.

Cztery takie same duże ogrodowe krasnale ważą łącznie 10 kg. Ile ważyłoby łącznie 6 takich krasnali?

3.

Za 4 misie i 10 lalek zapłacono 120 zł. Ile by zapłacono za 2 misie i 5 lalek?

Pierwsze z nich zostało rozwiązane poprawnie przez 37,7% uczniów, drugie przez 33,8%, zatem wynik nieco lepszy niż w przypadku zadania 1, choć nie wydają mi się one łatwiejsze. Także i dla tych dwóch zadań najbardziej typowe błędy wynikały ze strategii dobierania działań do liczb podanych w treści zadania – w przypadku zadania 2 dzieci najczęściej podawały jedno działanie, np. 6×10 , zaś w przypadku zadania 3,

² M. Karpiński i in., *Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUTm 2014*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2014.

³ W przypadku badania OBUT 2014 wyniki będą podawane w zaokrągleniu do pełnych procentów, gdyż taką formę prezentacji danych przyjęli autorzy cytowanego raportu.

⁴ M. Dąbrowski (red.), *Trzecioklasiści 2010. Raport z badań ilościowych*, Centralna Komisja Edukacyjna, Warszawa 2011.

w treści którego „widać” sporo liczb, kilka działań. W obu przypadkach poziom tego typu prób osiągnął pułap ok. 37%.

Zadanie 2 w wersji zamkniętej zostało wykorzystane w badaniu OBUT 2012⁵:

Cztery takie same duże ogrodowe krasnale ważą łącznie 10 kg. Ile by ważyło łącznie 6 takich krasnali?

- A. 60 kg
- B. 15 kg
- C. 40 kg
- D. 16 kg

Poradziło sobie z nim wtedy 42,7% uczniów. Ponad 1/3 trzecioklasistów: 37,1% wybrała odpowiedź A, czyli iloczyn liczb 6 i 10, a 13,9% ich sumę, czyli D. Najmniej „popularna” była odpowiedź C – 5,7% wskazań.

Typ drugi: nadmiar danych

4.

Agata robiła ludziki z kasztanów. Na wykonanie dwóch ludzików potrzebowała 8 kasztanów. W ciągu 10 minut zrobiła 3 ludziki. Ile kasztanów potrzebuje Agata na wykonanie 6 ludzików?

Także to zadanie pochodzi z badania OBUT 2014⁶. Rozwiązało je 40% uczniów. W cytowanym raporcie przedstawiono za pomocą obliczeń dwa najbardziej typowe sposoby rozumowania tych uczniów:

I. $8 : 2 = 4$, $4 \times 6 = 24$ – przejście przez ilość kasztanów potrzebnych do zrobienia ludzika;

II. $8 + 8 + 8 = 24$ albo $3 \times 8 = 24$ – wykorzystanie zauważonej proporcji.

Ten ostatni zapis równie dobrze może być efektem wykonania mnożenia liczb z treści zadania: 3 ludziki razy 8 kasztanów to 24 kasztany. Jest to tym bardziej prawdopodobne, że wśród stwierdzonych błędnych odpowiedzi dominowało 48 (27%), czyli prawdopodobnie efekt pomnożenia innej pary liczb z treści zadania: 6 ludzików razy 8 kasztanów. Obawiam się, że faktyczny poziom wykonania tego zadania jest niższy niż 40%.

Oto inne zadanie tego typu, tym razem z badania na próbie reprezentatywnej z 2008 roku⁷:

5

W małym opakowaniu są 4 jaja, w średnim 8, a w dużym 12. Ile jest łącznie jaj w czterech średnich i czterech dużych opakowaniach?

⁵ A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Raport z badania OBUT 2012*, Centralna Komisja Edukacyjna, Warszawa 2012.

⁶ M. Karpiński i in., *Raport...*, s. 22.

⁷ M. Dąbrowski (red.), *Trzecioklasista i jego nauczyciel. Raport z badań ilościowych 2008*, Centralna Komisja Edukacyjna, Warszawa 2009.

Sześć lat wcześniej trzecioklasiści radzili sobie z takimi zadaniami lepiej – poziom poprawnych rozwiązań zadania 5 to 59,6%. Najbardziej typowy błąd polegał na dodaniu do siebie liczb podanych cyframi w treści zadania – zrobiło tak 15,9% uczniów.

Typ trzeci: zadanie realistyczne

6.

Marcin miał zapłacić za zakupy 35 zł. Dał kasjerce banknot 50 zł. Kasjerka wydała mu resztę samymi monetami 5-złotowymi. Ile monet otrzymał Marcin?

A. 30 B. 15 C. 7 D. 3

Po raz kolejny zadanie z najświeższych badań – OBUT 2014⁸. Właściwą odpowiedź wybrało 56% trzecioklasistów. A 32% zdecydowało się na B, czyli, najprawdopodobniej, ograniczyło się do odjęcia liczb podanych w treści, być może nawet bez jej uważnego przeczytania.

I inne „zakupowe” zadanie zamknięte – z badania OBUT 2012⁹:

7.

Janek kupił czekoladę za 2,20 zł oraz cukierki za 2,60 zł. Ile otrzymał reszty z 10 zł?

A. 6,20 zł B. 5,20 zł C. 4,80 zł D. 7,80 zł

Poprawną odpowiedź wskazało 57,1% badanych trzecioklasistów. Aż 23,9% uczniów wybrało odpowiedź A, czyli, prawdopodobnie, pomyliło się przy wykonywaniu odejmowania 10 zł – 4,80 zł. Łącznie mamy więc ponad 80% uczniów, którzy ułożyli dobry plan rozwiązania tego zadania.

Odpowiedź C, odpowiednik najbardziej typowego błędu w zadaniu F, zaznaczyło 16,1% uczniów, odpowiedź D – 2,0%.

Zadanie 6 rozwiązuje się w pamięci: 15 zł reszty, czyli trzy monety po 5 zł. W moim odczuciu zadanie 7 jest zdecydowanie trudniejsze, choćby ze względu na dużą szansę zrobienia błędu rachunkowego. Zbliżony poziom rozwiązań obu zadań wydaje mi się niepokojący.

Wykorzystanie w badaniach zadań tekstowych choć trochę „nietypowych” natychmiast ujawnia niepokojący stan rzeczy: większość uczniów jest przekonana, że rozwiązanie zadania tekstowego polega na wykonaniu odpowiedniego obliczenia, a część z nich dobiera to obliczenie do liczb podanych w treści zadania, bez głębszej refleksji nad samą treścią¹⁰.

Jest to, moim zdaniem, konsekwencja sposobu, w jaki, zgodnie z tradycją, uczymy dzieci rozwiązywać zadania tekstowe. Od początku preferowanym, a niekiedy jedynym

⁸ M. Karpiński i in., *Raport...*

⁹ A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Raport...*

¹⁰ Więcej na ten temat w: M. Dąbrowski, *(Za) trudne, bo trzeba myśleć? O efektach nauczania matematyki na I etapie kształcenia*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.

właściwym rozwiązaniem jest wykonanie odpowiedniego obliczenia, już przy pierwszych zadaniach tekstowych w materiałach edukacyjnych pojawia się kratka „wymuszająca” jego zapisanie. Jakże często podczas zajęć z ust nauczyciela „wymykają się” takie odpowiedzi¹¹:

Szkoła wiejska, klasa trzecia, 2010:

Nauczyciel: *I teraz słuchamy zadania. (Czyta)*

Jakie będzie działanie?

Szkoła miejska, klasa trzecia, 2008:

Nauczyciel: *Strona 24 zadanie 7. Karol, przeczytasz nam głośno?*

Jakie mamy dane w tym zadaniu? Jakie tutaj musimy zastosować działania?...

Teraz zrobimy zadanie 9. Musimy tym razem pomnożyć i podzielić.

Do tego dochodzi jeszcze zwyczaj podawania gotowych schematów postępowania i utrwalanie ich dzięki serii podobnych zadań. Końcowy efekt jest widoczny przy każdej analizie uczniowskich błędów – kilkadziesiąt procent uczniów sięgających po strategie obronne, które nie mają nic wspólnego z faktycznym procesem rozwiązywania zadania tekstowego.

SYSTEM DZIESIĘTNY I OBLICZENIA

Rozumienie systemu dziesiętnego owocuje umiejętnością skutecznego posługiwania się m.in. zapisem liczb wielocyfrowych i jest ogromnie ważne przy budowaniu własnych strategii obliczeniowych, bezpiecznym i sprytnym wykonywaniu obliczeń czy w procesie poznawania algorytmów obliczeń pisemnych. Zobaczmy, jak na tym polu wypadają nasi trzecioklasiści.

W roku 2014 w badaniu OBUT¹² uczniowie dostali do rozwiązania następujące zadanie:

8.

W dodawaniu $55+3$ plama zasłoniła jedną cyfrę. Wynik tego działania jest większy niż 92. Jaka cyfra może kryć się pod plamą? Podaj wszystkie możliwości.

Możliwości są dwie: 8 albo 9. I podanie tych dwóch cyfr – zrobiło to 17% uczniów – jest w pełni poprawnym rozwiązaniem zadania. 20% trzecioklasistów zapisało w odpowiedzi dwie liczby dwucyfrowe: 38 i 39. Ta odpowiedź też została uznana przez autorów cytowanego raportu za poprawną. Zadanie zatem rozwiązało 37% uczniów, czyli nieco więcej niż 1/3. Kolejne 17% podało jedną poprawną odpowiedź.

Oznacza to, że dla przynajmniej 46% uczniów użycie kleksa w zapisie liczby okazało się trudnością nie do pokonania. A przecież zadanie można było rozwiązać w bardzo





¹¹ Ibidem, s. 245–246.

¹² M. Karpiński i in., *Raport...*, s. 27.

prosty sposób, np. wystarczyło w miejsce kleksa wstawiać kolejno cyfry i sprawdzać, jaki w efekcie otrzymuje się wynik: 85, 86, 87, ..., 92, **93, 94**, zatem 8 i 9 spełniają warunki zadania.

Dwa lata wcześniej, w badaniach OBUT 2012¹³, wykorzystano inne „zadanie z kleksem” dotyczące liczb dwucyfrowych:

9. W tych liczbach dwucyfrowych zamazano niektóre cyfry. Tam, gdzie to możliwe, wstaw w okienko znak > albo <. W pozostałe okienka wstaw znak zapytania: ?.

a)  5 33 b) 37 6  c)  2 5 

Także i w tym zadaniu np. kilkukrotne podstawienie cyfr w miejsce kleksa podsuwa rozwiązanie, choć szybciej uzyska się efekt posługując się wiedzą o systemie dziesiętnym i rozumując np. tak (przykład b): tu cyfrą dziesiątej jest 3, tu 6, zatem ta druga musi być większa albo mniej formalnie: 37 i 60 albo więcęj, czyli znak mniejszości.

Poziom sukcesu dla kolejnych przykładów wyniósł odpowiednio: 54,1%, 70,5% i 59,3%. Ze wszystkimi przykładami poradziło sobie 37,4% trzecioklasistów, zatem ponownie nieco więcęj niż 1/3.

Oba zadania, mimo pewnych podobieństw, są różne strukturalnie, więc ich wyników wprost porównać się nie da, ale jedno jest pewne – znaczna część trzecioklasistów miała i ma spore kłopoty z rozumieniem struktury systemu dziesiętnego. A i z matematyczną zaradnością w tym obszarze nie było i nadal nie jest dobrze. Dlaczego tak się dzieje? Moim zdaniem, jedną z przyczyn jest sposób, w jaki „wyrabiamy” u dzieci sprawność rachunkową.

Rozwijanie u dzieci umiejętności mnożenia czy raczej utrwalanie w ich pamięci tabliczki mnożenia jest, tradycyjnie, uważane za jeden z ważniejszych celów nauczania matematyki w klasach 1–3. Masowa dostępność kalkulatorów nic w naszych przekonaniach nie zmieniła. Znajduje to odbicie także w sformułowaniach podstawy programowej, w której do niedawna był zapis o tym, że po klasie trzeciej uczeń „podaje z pamięci iloczyny w zakresie tabliczki mnożenia”. Nic dziwnego, że typowy absolwent naszej szkoły uważa matematykę za naukę o liczeniu. Akurat z liczeniem ma ona, w rzeczywistości, niewiele wspólnego.

W badaniach dość często pojawiają się zadania, które nawiązują do tego fragmentu wiedzy dzieci, np. takie jak poniżej:

10. Uzupełnij działania. W puste kratki wpisz odpowiednie liczby.

· 4 = 28 5 · = 35 6 · 9 =

¹³ A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Raport...*

11.

Uzupełnij trzy puste pola w tabeli mnożenia.

·	4	
5	20	45
	32	

Oba zadania wykorzystano w badaniu OBUT w roku 2014¹⁴. W 10 zadaniu 70% badanych trzecioklasistów wpisało w okienka trzy poprawne liczby, a 21% zrobiło jeden błąd, najczęściej w ostatnim mnożeniu.

W zadaniu 11 trzy pola wypełniło poprawnie 34% badanych trzecioklasistów, 36% nie wpisało dobrze żadnej liczby, w tym 8% nie podjęło próby zrobienia tego zadania.

Poniższe zadanie wykorzystano w badaniach na reprezentatywnej próbie w roku 2011¹⁵:

12.

Zobacz, jak zbudowana jest ta tabelka. Uzupełnij w niej wszystkie puste pola.

·	5	9	8
6	30		
12			
		63	

Zadanie to jest strukturalnie bardzo podobne do zadania 11, choć jest bardziej rozbudowane – uczeń ma aż osiem pól do uzupełnienia, a dwa z wykonywanych działań: 12×9 i 12×8 wykraczają poza tradycyjną tabliczkę mnożenia. Wszystkie osiem pól uzupełniło poprawnie 43,4% uczniów, a jedynie 2,8% nie zanotowało żadnego sukcesu. Wynik mnożenia 6×9 wpisało dobrze 85,0% uczniów.

Autorzy raportu OBUT 2014¹⁶, porównując wyniki zadań 10 i 11 konkludują, że nietypowa dla uczniów postać tego drugiego: uzupełnianie tabelki, przełożyła się na znaczne obniżenie jego wyniku. Jest to oczywiście możliwe, gdyż nasi uczniowie nawet z obliczeniami radzą sobie niezłe przede wszystkim w bardzo typowych sytuacjach (por. dalej). Jednak w 2011 r. ta postać była równie nietypowa, a wynik – pomimo większej ilości okazji do pomyłki – o około 9% lepszy.

Zwraca uwagę poziom zerowych rozwiązań zadania 11 w roku 2014 – ponad 1/3 uczniów nie odniosła w tym zadaniu, z różnych przyczyn, żadnego sukcesu. Trzy lata wcześniej (zadanie 12) taka sytuacja należała do rzadkości: łącznie 2,8%.

¹⁴ M. Karpiński i in., *Raport...*

¹⁵ B. Murawska, M. Żytka (red.), *Uczeń, szkoła, dom. Raport z badań*, Centralna Komisja Edukacyjna, Warszawa 2012.

¹⁶ M. Karpiński i in., *Raport...*, s. 12.

Porównanie tych bardzo zbliżonych strukturalnie zadań obliczeniowych nasuwa podejrzenie, że aktualnie trzecioklasiści nie tylko wykonują prostsze obliczenia, ale także robią to gorzej i mniej pewnie niż kilka lat temu.

Kolejne „obliczeniowe” zadanie dotyczy dzielenia i pochodzi z badania OBUT 2011¹⁷:

13.	Oblicz tak, jak Ci najwygodniej.
	88 : 22

To, z jednej strony banalne, z drugiej nietypowe dla naszego nauczania początkowego działanie zrobiło poprawnie jedynie 43,1% trzecioklasistów. Bardzo interesujące jest przyjrzenie się najbardziej typowemu błędowi, który pojawił się w tym przykładzie:

88 : 22

Jego pochodzenia ładnie i wizualnie wyjaśnia uczeń, który wykonywał dzielenie z drugiej grupy testu:

84 : 14

pierwsza cyfra przez pierwszą cyfrę, druga przez drugą i już. Zamiast sięgnięcia po posiadaną wiedzę o działaniu i np. poszukania liczby, przez którą należy pomnożyć 22, żeby otrzymać 88 manipulacja na symbolach – gorzej, że stała się ona udziałem 36,1% trzecioklasistów wykonujących to obliczenie. Wszystkie znane mi badania wskazują na to, że z rozumieniem działań i ich własności jest zwyczajnie źle. Oto ilustrujący to przykład wykorzystany w badaniach na reprezentatywnej próbie w roku 2011¹⁸:

14.	Podaj przykład takiego dodawania, w którym wynik jest równy jednej z dodawanych liczb.
-----	--

Zadanie dotyczy rozumienia roli 0 w dodawaniu – jeśli jedną z dodawanych liczb jest zero, wynik jest równy drugiej liczbie. Okazało się, że ponad połowa trzecioklasistów (50,5%) nie potrafiła podać właściwego przykładu.

¹⁷ A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Raport OBUT 2011*, Centralna Komisja Edukacyjna, Warszawa 2011.

¹⁸ B. Murawska, M. Żytka (red.), *Uczeń, szkoła...*

Przypuszczam, że jest to m.in. efekt skupienia się w nauczaniu początkowym na efekcie obliczenia, czyli poprawnym wyniku, a nie na procesie jego wykonywania. Bagatelizujemy więc m.in. korzyści płynące z samodzielnego budowania przez dzieci strategii obliczeniowych, narzucając im, w imię skuteczności, metodę i utrwalając ją z pomocą serii nudnych obliczeń. W efekcie skutecznie tłumimy naturalną dziecięcą aktywność na tym polu i ograniczamy ich arytmetyczną zaradność, która zazwyczaj wiąże się właśnie ze sprytnym wykorzystywaniem własności działań czy systemu dziesiętnego. Tylko czasami i przypadkowo dajemy się zaskoczyć¹⁹: – *Nie uczyłam was mnożenia przez liczbę 12. To wy liczycie takim sposobem?*

Myślę, że w ciągu czterech ostatnich lat sytuacja na tym polu na pewno się nie poprawiła. Wskazują na to m.in. wyniki badania OBUT w 2014 r.

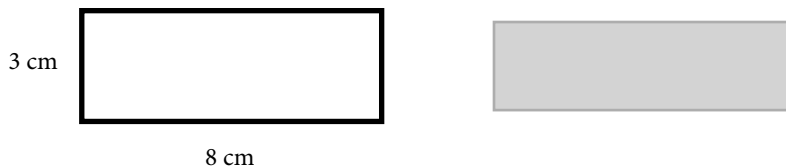
OBWÓD PROSTOKĄTA

W podstawie programowej dla klas 1–3 jest tylko kilka haseł nawiązujących do geometrii – zgodnie z naszą tradycją od lat już tylko płaskiej. Jednym z nich jest obwód prostokąta, tak naprawdę pojęcie bardziej arytmetyczne niż geometryczne. Sprawdźmy, jak funkcjonuje ono w praktyce.

W badaniu OBUT 2013²⁰ wykorzystano następujące zadanie:

15.

Z prostokąta, o wymiarach takich jak podano na rysunku poniżej, Marcin jednym cięciem nożyczek odciął kwadrat. Jaki obwód ma ten odcięty kwadrat?



Z zadaniem tym poradziło sobie 33,4% trzecioklasistów – zauważyli oni, że odcięty kwadrat będzie miał bok 3 cm i dobrze obliczyli jego obwód. 58,5% uczniów udzieliło błędnej odpowiedzi, np. podając obwód narysowanego prostokąta, a 8,1% opuściło to zadanie.

Dwa lata wcześniej w badaniu OBUT 2011²¹ znalazły się dwa zadania zamknięte dotyczące obwodu prostokąta:

¹⁹ M. Dąbrowski, *(Za) trudne...*, s. 250.

²⁰ A. Brożek i in., *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badania OBUT 2013*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.

²¹ A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Raport...*

16.

Prostokątna działka ma 40 metrów długości i 25 metrów szerokości. Ile metrów siatki potrzeba do ogrodzenia tej działki?

A. 105 B. 65 C. 15 D. 130

17.

Jaki jest obwód prostokąta o bokach 4 cm i 7 cm?

A. 11 cm B. 22 cm C. 15 cm D. 28 cm

Zadanie 16, w zależności od sposobu wykorzystania, służy wprowadzeniu pojęcia albo sprawdza umiejętność stosowania posiadanej wiedzy. Zadanie 17 to typowe zadanie algorytmiczne – testuje opanowanie procedury obliczania pola prostokąta. Zadanie 16 rozwiązało poprawnie 50,5% uczniów (0,5% opuszczeń), zadanie 17 – 71,5% (0,8% opuszczeń).

Każdy uczeń biorący udział w badaniu rozwiązywał oba te zadania, zestawmy te wyniki:

Tabela. 1. Obliczanie obwodu prostokąta – zestawienie wyników procentowych z badań OBUT 2011

		Prostokąt 17.	
		źle	dobrze
Działka 16.	źle	24,2%	25,3%
	dobrze	4,4%	46,1%

Źródło: M. Dąbrowski, *(Za) trudne...*, s. 180.

Jak widać, 46,1% uczniów rozwiązało poprawnie oba te zadania, a 24,2% nie zrobiło dobrze żadnego z nich. Można wysnuć wniosek, że w 2011 r. nieco mniej niż połowa trzecioklasistów potrafiła posługiwać się swoją wiedzą dotyczącą obwodu prostokąta, a mniej więcej co czwarty uczeń ani nie rozumiał pojęcia obwodu, ani nie pamiętał utrwalanej podczas zajęć procedury obliczeniowej. Aż 25,3% trzecioklasistów potrafiło wskazać właściwą odpowiedź dla zadania o prostokącie, lecz nie umiało tego zrobić dla zadania o działce – ci uczniowie, najprawdopodobniej, potrafili zastosować tę procedurę obliczeniową tylko w najbardziej typowej sytuacji.

Te same dwa zadania zostały wykorzystane w wersji otwartej w badaniu na reprezentatywnej próbie w roku 2008²² – rozwiązało je wtedy odpowiednio 55,9% uczniów (2,1% opuszczeń) oraz 78,1% (2,1% opuszczeń).

Ponownie trudno bezpośrednio porównać wyniki przytoczonych zadań, bo różnią się strukturalnie. Jest jednak dla mnie oczywiste, że zadanie 15 z roku 2013 nie jest o tyle trudniejsze od obu pozostałych (w wersji otwartej czy zamkniętej), żeby wyjaśniło to aż tak duży spadek poziomu poprawnych rozwiązań czy aż tak duży wzrost procentu opuszczeń.

Warto w tym momencie ponownie sięgnąć do obserwacji zajęć prowadzonych w ramach badania umiejętności trzecioklasistów w roku 2008 i 2010 i przytoczyć dwa krótkie dialogi z lekcji²³, które dobrze prezentują sposób, w jaki w naszym nauczaniu początkowym patrzy się na obliczanie obwodu wielokątów:

Szkoła wiejska, klasa trzecia, 2010:

Nauczyciel: *Pamiętamy, co to jest obwód kwadratu? Jak obliczamy?*

Dzieci: *4a.*

Nauczyciel: *Jak możemy inaczej obliczyć?*

Dzieci: *4b.*

Nauczyciel: *Nie, nie możemy b, jeśli mamy a.*

Szkoła miejska, klasa trzecia, 2008:

Nauczyciel: *Jak obliczymy obwód tego trójkąta? Kto mi poda wzór?*

To teraz pod ten wzór podstawiamy swoje dane.

Jak widać, zamiast budować intuicje i zrozumienie pojęcia, w praktyce szkolnej skupiamy się na utrwalaniu procedury „podstawiania” pod wzór. Warto może przypomnieć: obwód wielokąta (każdego) obliczamy dodając długości jego boków. Ewentualne wzory mogą przyspieszyć wykonanie obliczeń, ale tylko wtedy, gdy uczeń rozumie pojęcie.

PROSTE UŁAMKI W SYTUACJACH REALISTYCZNYCH

W ramach kolejnych zabiegów „matematycznego odchudzania” podstawy programowej dla klas 1–3²⁴ ułamki zwykle pozostały w niej w postaci $1/2$ kg czy $1/4$ litra. W roku 2013 sięgnięto w badaniu OBUT²⁵ po tę pierwszą możliwość:

18.

Do stołówki zakupiono sześć i pół kilograma herbaty pakowanej w paczki po pół kilograma. Ile paczek herbaty zakupiono do stołówki?

A. 6 B. 7 C. 12 D. 13

²² M. Dąbrowski (red.), *Trzecioklasista i jego nauczyciel...*

²³ M. Dąbrowski, *(Za) trudne...*, s. 248.

²⁴ Więcej na ten temat w: M. Dąbrowski, *(Za) trudne...*, s. 258–290.

²⁵ A. Brożek i in., *Ogólnopolskie...*

Właściwą odpowiedź wskazało 56,4% uczniów. Drugą co do popularność odpowiedzią było B: 18,9%. Jak słusznie zauważają autorzy cytowanego raportu, mógł być to efekt dodania wielkości podanych w treści zadania: sześć i pół i pół to siedem.

Rok wcześniej, w badaniu OBUT 2012²⁶ wykorzystano kontekst pojemności:

19.

Mama wlała dwa litry soku do identycznych butelek o pojemności ćwierć litra. Do ilu butelek wlała sok?

A. do 16 B. do 8 C. do 4 D. do 2

Wynik był bardzo zbliżony: 56,5%, choć ułamek a może i sam kontekst nieco, moim zdaniem, trudniejsze. Najczęstszy błąd to wybór odpowiedzi C: 23,1%, co mogło być efektem np. rozlania tylko litra soku albo „wyparcia” $1/4$ przez $1/2$.

Natomiast w roku 2010²⁷ w badaniu na próbie reprezentatywnej pojawiło się takie oto zadanie otwarte:

20.

Mama postanowiła przelać trzy litry soku do identycznych butelek o pojemności pół litra. Ile butelek potrzebuje?

Poradziło sobie z nim 61,0% trzecioklasistów, czyli nieco więcej niż w przypadku obu wcześniejszych zadań zamkniętych.

Zatem w tym obszarze umiejętności uczniów specjalnych zmian nie widać. Pozostaje pytanie, na ile przytoczone wyniki są efektem pracy szkoły, a na ile wynikają z praktycznego kontekstu zadań²⁸.

W RAMACH PODSUMOWANIA

W roku 2011 po raz pierwszy Polska wzięła udział w badaniu TIMSS²⁹, dotyczącym wiedzy matematycznej i przyrodniczej dzieci w czwartym roku zorganizowanej nauki. Jego wyniki dobrze dopełniają obraz nauczania matematyki w klasach 1–3 i jego efektów wyłaniający się z badań krajowych:

- polscy trzecioklasiści w obszarze umiejętności matematycznych zajęli ostatnie miejsce wśród państw europejskich, „przegrywając” rywalizację nie tylko z dziećmi od siebie nieco starszymi, ale także z dziećmi w tym samym wieku czy młodszymi od siebie;

²⁶ A. Pregler, E. Wiatrak (red.), *Raport OBUT 2012...*

²⁷ M. Dąbrowski (red.), *Trzecioklasiści 2010...*

²⁸ Na taką możliwość wskazują np. wyniki badania TIMMS, por. K. Konarzewski, *Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej*, Centralna Komisja Edukacyjna, Warszawa 2012.

²⁹ Ibidem. W Polsce, ze względu na obowiązkową klasę zerową, w badaniu wzięli udział uczniowie kończący klasę trzecią.

- okazało się, że nasze programy nauczania zawierały jedynie 1/3 treści matematycznych objętych badaniem, co dało nam w tym rankingu ostatnie, pięćdziesiąte, miejsce wśród krajów biorących udział w badaniu;
- nasi uczniowie lepiej wypadali w tych obszarach matematyki, z którymi prawdopodobnie nie mieli kontaktu podczas zajęć szkolnych; gdy wyniki zostaną ograniczone jedynie do tych treści matematycznych, które pojawiały się w szkole, nasi uczniowie spadają z 34 miejsca na 35.

Od kilkunastu lat obserwuję proces stałego i sukcesywnego ograniczania zakresu treści matematycznych w podstawie programowej dla I etapu kształcenia oraz obniżania poziomu trudności zagadnień, z którymi w procesie kształcenia stykają się dzieci. Ważnym elementem tego procesu było wprowadzenie w sierpniu 2007 r. w szkole, w której naukę rozpoczynały dzieci siedmioletnie, podstawy programowej z edukacji matematycznej przeznaczonej dla dzieci rozpoczynających naukę w wieku sześciu lat. Obniżenie wieku rozpoczęcia nauki szkolnej stało się faktem siedem lat później. Obawiam się, że efekty tych działań, wspartych dodatkowo naszą niezmienną tradycją bardzo schematycznego i podającego nauczania matematyki, widzimy powyżej.

W mojej ocenie³⁰ arkusz badania OBUT 2013 jest matematycznie nieco łatwiejszy od arkuszy tych badań z lat poprzednich, a arkusz z roku 2014 ponownie łatwiejszy od swojego poprzednika. Tym bardziej niepokoją mnie wyniki uzyskiwane przez uczniów w tych badaniach – uzyskali oni w ich kolejnych edycjach odpowiednio 62%, 66%, 59% oraz 56% punktów możliwych do zdobycia. Arkusze coraz prostsze, a wyniki coraz gorsze.

Hugo Steinhaus, wybitny polski matematyk, jest autorem chyba nie dość znanego aforyzmu: *Kraj bez matematyki nie wytrzyma współzawodnictwa z tymi, którzy uprawiają matematykę*. Myślę, że mamy czym się niepokoić.

BIBLIOGRAFIA

- Brożek A. i in., *Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badania OBUT 2013*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.
- Dąbrowski M. (red.), *Trzecioklasista i jego nauczyciel. Raport z badań ilościowych 2008*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2009.
- Dąbrowski M. (red.), *Trzecioklasiści 2010. Raport z badań ilościowych*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2011.
- Dąbrowski M., *(Za) trudne, bo trzeba myśleć? O efektach nauczania matematyki na I etapie kształcenia*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.
- M. Karpiński i in., *Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT 2014*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2014.
- Konarzewski K., *Osiągnięcia szkolne polskich trzecioklasistów w perspektywie międzynarodowej*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2012.
- Murawska B., Żytko M. (red.), *Uczeń, szkoła, dom. Raport z badań*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2012.

³⁰ Dość subiektywnej, gdyż brałem czynny udział w przygotowaniu badań OBUT 2011 i 2012.

Pregler A., Wiatrak E. (red.), *Raport z badania OBUT 2011*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2011.

Pregler A., Wiatrak E. (red.), *Raport z badania OBUT 2012*, Centralna Komisja Egzaminacyjna, Warszawa 2012.

Mirosław Dąbrowski: O umiejętnościach matematycznych trzecioklasistów – subiektywny wybór z badań

Streszczenie: Ostatnie lata obfitują w naszym kraju w badania dotyczące matematycznych umiejętności uczniów kończących I etap kształcenia. W tym opracowaniu przedstawiam wybrane wyniki niektórych z nich, chcąc w ten sposób zilustrować najbardziej charakterystyczne dydaktyczne efekty stylu, w jakim kształcimy w naszych szkołach matematyczne umiejętności dzieci. Podejmuję także próbę oceny, dzięki zestawieniu szczegółowych wyników w wybranych obszarach z różnych badań, czy i na ile poziom umiejętności dzieci zmienia się w ciągu kilku ostatnich lat.

Słowa kluczowe: umiejętności matematyczne, trzecioklasiści, efektywność szkoły, podstawa programowa

Title: The mathematical skills of third graders. A subjective selection from the research

Abstract: Over the past few years, a great deal of research has been conducted concerning the mathematical skills of children after the first stage of education. In my report, I present a selection of results from this research in order to illustrate the most typical didactical effects of the style in which mathematical education is performed in our schools. Comparing some detailed results from research in a number of chosen fields, I also try to assess whether or not, and how, the level of schoolchildren's skills has changed in the recent years.

Keywords: math skills, third grade schoolchildren, the effectiveness of school, core curriculum