Przegląd Filozoficzny – Nowa Seria
R. 22: 2013, Nr 2 (86), ISSN 1230–1493
DOI: 10.2478/pfns-2013-0041

Krystyna Misiuna

Informacja kognitywna jako obszar badawczy kognitywistyki

Słowa kluczowe: *informacja, kognitywistyka, praktyczna obliczalność, informacja powierzchniowa, informacja przekonaniowa, prawdopodobieństwo warunkowe, wnioskowania dedukcyjne, wnioskowania niededukcyjne, informacja sprzeczna*

1. Wstęp

W roku 2009 powstało na uniwersytecie Tsinghua światowe Centrum Obliczeń Neuronalnych i Kognitywnych (Center for Neural and Cognitive Computation), które wśród swoich licznych obszarów badawczych wymienia przede wszystkim informatykę (*computer science*), naukę o informacji (*information science*) i kognitywistykę (*cognitive science*). Centrum określa swój główny kierunek poszukiwań jako badanie wewnętrznego przetwarzania informacji, natomiast nową dyscyplinę badawczą, która swoje powstanie zawdzięcza takim badaniom, nazywa *cognitive informatics* (informatyka kognitywna). Problematyka związana z informacją kognitywną, którą podejmuję w tym artykule, mieści się w zakresie tak rozumianej kognitywnej informatyki. Oto kilka faktów empirycznych uzasadniających potrzebę podjęcia badań w tym obszarze empirycznej rzeczywistości, do którego należy informacja kognitywna.

Według współczesnych oszacowań ilość informacji zebranej w ciągu całego swego życia, jaką przechowuje w swojej pamięci osoba w wieku 70 lat, wynosi 2×10^9 bitów[1]. Przyjmuje się, że zakodowanie najprostszej deklaratywnej informacji wymaga około 1000 bitów. Zatem około dwóch milionów

[1] Zob. Landauer 1986.

deklaratywnych informacji zdobywamy w ciągu całego życia[2]. Takie są empiryczne fakty, które odsyłają do pojęcia informacji kognitywnej. Sprawą otwartą jest natomiast to, jakie mechanizmy kognitywne rządzą procesem zdobywania i przetwarzania takiej informacji. Z punktu widzenia neuronauki problem zdobywania informacji opisywany jest przez liczbę neuronów, jaka w ludzkim mózgu tworzy świadomą percepcję[3]. Liczbę tę szacuje się w przybliżeniu na 10^4.

Naszym celem jest *modelowanie* informacji kognitywnej, a w szczególności deklaratywnej informacji kognitywnej, którą tworzy zbiór stwierdzeń niekonieczne prawdziwych, lecz takich, co do których podmiot jest przekonany, że są prawdziwe. Informacja deklaratywna odróżniana jest od informacji proceduralnej, która mówi o tym, jak coś zrobić, jak wykonać jakieś zadanie – określa się ją potocznie zwrotem *know-how*.

2. Co to jest informacja kognitywna?

Załóżmy wstępnie, że znaczenie terminu „informacja kognitywna" jest bliskie znaczeniu dwuargumentowego predykatu:

X jest poinformowany przez *Y*,

gdzie *X* jest nazwą racjonalnego podmiotu o ograniczonych zasobach pamięci i czasu. Relację denotowaną przez dwuargumentowy predykat „jest poinformowany przez" nazwijmy *bazową relacją informacji kognitywnej* (BRCI). Relacja ta może być uważana za reprezentację *kognitywnego kanału* informacyjnego pomiędzy podmiotem *X* a *Y*. To, co jest nazywane przez *Y*, zależy od teorii informacji kognitywnej, a w szczególności od przyjmowanego przez nią poziomu abstrakcji. Załóżmy wstępnie, że jest to jakiś inny racjonalny podmiot.

Warunkiem koniecznym zachodzenia bazowej relacji BRCI jest to, że podmiot *X* rozpoznaje informację przekazywaną przez *Y*-a jako *nową* w stosunku do swego obecnego stanu informacyjnego. Ponadto, zachodzenie relacji bazowej BRCI między *X*-em i *Y*-iem implikuje, że:

X jest poinformowany, że *A*,

gdzie *A* jest stwierdzeniem zawierającym nową informację w stosunku do obecnego stanu informacyjnego *X*-a. Załóżmy, że relacja BRCI jest kognitywnym

[2] Zob. Chi, Ohlsson 2005: 372.
[3] Por. Gao 2008: 48.

kanałem informacji deklaratywnej. Ponieważ informacja zawarta w stwierdzeniu *A* jest nowa, więc tym samym powoduje ona zmianę obecnego stanu informacyjnego w nowy stan informacyjny podmiotu *X*. Będziemy zakładali, że każda nowa informacja *powiększa* obecny stan informacyjny podmiotu ze stanu obecnego *v* do nowego stanu informacyjnego *v*'.

Ogólnie mówiąc, istnieją dwa różne sposoby prowadzące do nowego stanu informacyjnego. *Monotoniczny* sposób poszerzania stanu informacyjnego polega na tym, że informacja aktualnie obecna nie jest odrzucana, natomiast do obecnego stanu informacyjnego jest dodawana informacja nowa. Tym samym przejście od obecnego stanu informacyjnego do nowego stanu informacyjnego jest monotoniczne. Mówiąc nieco bardziej formalnie, warunek monotoniczności procesu zmiany obecnego stanu informacyjnego *v* w nowy stan informacyjny *v*' może być wyrażony w następujący sposób: dla każdego *B*: jeśli *v* zawiera informację, że *B*, i jeśli informacja w stanie *v* jest zawarta w informacji w stanie *v*', to stan informacyjny *v*' zawiera również informację, że *B*.

Dopuszczamy również inny sposób poszerzenia obecnego stanu informacyjnego, a mianowicie taki, gdzie nowa informacja jest rezultatem zmiany *niemonotonicznej*. Jest tak wtedy, gdy warunek monotoniczności, sformułowany wyżej, nie zachodzi. Zobaczymy poniżej, że zmiana stanu informacyjnego zawierającego informację sprzeczną może być modelowana bez zakładania warunku monotoniczności. Dopuszczamy również niemonotoniczne zmiany stanu informacyjnego, które nie są wynikiem informacji sprzecznej. Na przykład zdarza się, że uczeni zastępują nawet najbardziej fundamentalne teorie nowymi teoriami w świetle nowych faktów. Tak więc dopuszczamy, że relacja BRCI zachodzi między obecnym stanem informacyjnym podmiotu *X* a jego nowym stanem informacyjnym, będącym wynikiem monotonicznej, jak również niemonotonicznej zmiany. Zakładamy ponadto, że relacja BRCI spełnia następujące warunki:

<u>Warunek maksymalny</u>: Relacja bazowa BRCI powinna być praktycznie obliczalna.

<u>Warunek minimalny</u>: Relacja bazowa BRCI powinna być efektywna.

Warunek maksymalny implikuje, że jeśli informacja pochodząca od *Y*-a jest zawarta *explicite* w obecnym stanie informacyjnym *X*-a, wtedy bazowa relacja bycia poinformowanym nie zachodzi między *X*-em a *Y*-iem, chociaż relacja bazowa zachodzi, gdy informacja pochodząca od *Y*-a jest zawarta *implicite* w obecnym stanie informacyjnym *Y*-a. Warunek minimalny postulowany był już przez Hintikkę (1973: 228). Zwracał on uwagę, że powinniśmy wiedzieć, ile posiadamy informacji, a tym samym powinniśmy wiedzieć, o czym zostaliśmy poinformowani. Takie przekonanie zakłada, że nasza miara informacji powinna być efektywna. Zdefiniowana przez Hintikkę (1970) informacja powierzchniowa (*surface information*) jest efektywnie obliczalna. Jednak w teorii Hintikki wnioskowania dedukcyjne przeprowadzane w rachunku zdań i jednoargumentowym rachunku predykatów 1-go rzędu, które są efektywnie rozstrzygalne, nie dostarczają informacji, tak jak przekonywali nas o tym neopozytywiści, na przykład Carnap i Bar-Hillel (1952). Obecnie wiemy, że chociaż rachunek zdań jest efektywnie rozstrzygalny, jest jednak obliczeniowo trudny. Znane dotychczas algorytmiczne procedury rozstrzygania dla rachunku zdań mają wykładniczą złożoność czasową, gdzie liczba kroków obliczeniowych zależy wykładniczo od ilości zmiennych występujących w formule, a więc są to algorytmy należące do klasy EXPTIME, której złożoność czasową określamy wzorem:

$$2^{W(n)},$$

gdzie $W(n)$ jest symbolem wielomianu od n.

Łatwo przekonać się, że algorytmy należące do klasy EXPTIME nie są praktycznie obliczalne, gdy rozważymy program, który wykonuje 2^n operacji, zanim się zatrzyma. Dla $n = 100$, przy założeniu, że komputer wykonuje 10^{12} operacji na sekundę, program wymagałby czasu astronomicznego: 4×10^{10} lat!

Posiadamy obecnie dowód tego, że problem spełnialności dla rachunku zdań jest problemem NP-zupełnym[4]. Problem konsekwencji logicznej:

formuła q jest konsekwencją logiczną formuły p

można równoważnie wyrazić jako problem będący negacją spełnialności formuły:

$$p \wedge \sim q.$$

Z tego wnosimy, że problem konsekwencji logicznej jest problemem należącym do klasy problemów coNP-zupełnych[5]. Przyjmując ogólnie akceptowalne założenie, że klasy problemów P i NP nie są identyczne, stwierdzenie NP-zupełności, czy też coNP-zupełności, jest zarazem stwierdzeniem, że nie istnieje szybki, o wielomianowej złożoności czasowej, algorytm, który rozstrzyga dany problem. Tym samym dla każdego algorytmu spełnialności formuł rachunku zdań oraz konsekwencji logicznej rachunku zdań istnieją takie

[4] NP jest klasą problemów, które mogą być rozstrzygnięte przy pomocy niedeterministycznej maszyny Turinga w czasie wielomianowym. Dany problem jest NP-zupełny jeśli każdy problem w tej klasie jest wielomianowo redukowalny do danego problemu.

[5] Do klasy coNP należą te problemy, których dopełnienie należy do klasy NP.

formuły, które wymagają ponadwielomianowej złożoności czasowej, co czyni te problemy praktycznie nieobliczalnymi. Każdy problem obliczeniowy, który rozstrzygany jest przez algorytm w czasie wielomianowym, uważa się za praktycznie obliczalny, natomiast inne problemy, chociaż zasadniczo rozstrzygalne algorytmicznie, wymagają algorytmów, których złożoność czasowa jest ponadwielomianowa, i uważane są za praktycznie nieobliczalne. Zatem warunek efektywności, którego spełnienia wymaga Hintikka od miary informacji, nie jest wystarczający dla celów praktycznych, ponieważ nasza miara informacji, chociaż efektywna, może nie być praktycznie obliczalna. Algorytmiczna rozstrzygalność rachunku zdań i jednoargumentowego rachunku predykatów nie musi oznaczać, że relacja konsekwencji logicznej tych rachunków nie jest informująca. To, czy tak jest, czy nie, może zależeć od konkretnego systemu dedukcyjnego tych rachunków; niektóre systemy są zbyt złożone, aby uzyskanie wglądu w ich informacyjność było możliwe.

3. Modelowanie informacji pochodzącej z wnioskowań dedukcyjnych

Powierzchniowej informacji kognitywnej nie utożsamiamy z informacją powierzchniową zdefiniowaną przez Hintikkę. Ogólnie akceptowana opinia jest obecnie taka, że Hintikka nie zdołał przekonująco odeprzeć poglądu, zgodnie z którym nie istnieje żaden obiektywny sens, w jakim wniosek poprawnego formalnie wnioskowania zawiera więcej informacji niż jego przesłanki. To właśnie informacja powierzchniowa miała, zdaniem Hintikki, dawać nam miarę informatywności wnioskowań dedukcyjnych. Zdefiniujemy powierzchniową informację kognitywną tak, aby oba warunki, jakie nakładamy na bazową relację BRCI były spełnione. Pojęcie zbliżone do naszego pojęcia powierzchniowej informacji kognitywnej spotykamy w artykule D'Agostina i Floridiego (2009), gdzie przyjmuje się, że dedukcyjne wnioskowania dostarczają informacji, która nie jest zawarta w przesłankach, a co najważniejsze, rozpoznajemy tę informację w sposób praktycznie obliczalny. Autorzy wspomnianego artykułu konstruują system logiki zdań oparty na szczególnych regułach inferencji, mających charakter reguł wprowadzania i eliminowania. Posiada on tę własność, że to, czy formuła P jest wyprowadzana w tym systemie ze skończonego zbioru formuł $\boldsymbol{P}$, może być rozstrzygnięte w czasie wielomianowym. Ważną różnicą między tym systemem, który w dalszym ciągu będziemy oznaczali symbolem W-E, a innymi systemami dedukcyjnymi korzystającymi z reguł wprowadzania i eliminowania, jest to, że stałe logiczne definiowane przez reguły inferencji systemu W-E nie odwołują się do „wirtualnych" stanów informacyjnych. Są to takie stany informacyjne, które zawierają informację, której nie ma w obecnym stanie informacyjnym. Reguły systemu W-E definiowane są w taki sposób, który odwołuje się wyłącznie do obecnego stanu informacyjnego. Natomiast standardowe reguły wprowadzania i eliminowania ukrywają informacyjność relacji konsekwencji klasycznego rachunku zdań. Ilustracją tego zjawiska jest następujący przykład (D'Agostino, Floridi 2009: 287):

Przykład 1: Rozważmy regułę, która mówi nam, że informacja „$P \vee Q$ jest prawdą" zawarta jest w naszym obecnym stanie informacyjnym S. Rozważmy teraz powiększenie S przez nową informację: „P jest prawdą" lub przez nową informację „Q jest prawdą". W obu przypadkach prowadzi to do stanu informacyjnego, który zawarty jest *implicite* w obecnym stanie informacyjnym na mocy znaczenia dysjunkcji (alternatywy nierozłącznej). Reguła ta oparta jest więc na założeniu, że zawsze możliwe jest przejście ze stanu informacyjnego zawierającego informację „$P \vee Q$ jest prawdziwe" do stanu informacyjnego zawierającego „P jest prawdziwe", jak też do stanu informacyjnego „Q jest prawdziwe". Akceptując to założenie, nasza reguła wyjaśnia częściowo znaczenie alternatywy nierozłącznej przez wirtualne stany informacyjne, które mogą być osiągalne z obecnego stanu informacyjnego S – stany informacyjne zdecydowanie bogatsze od obecnego stanu informacyjnego S. Zatem oba wirtualne stany informacyjne zawierają informację, która nie jest zawarta w obecnym stanie informacyjnym S.

System W-E nie zawiera żadnej reguły inferencji, którą ilustrował powyższy przykład. Znaczenie operatorów logicznych w systemie W-E jest definiowane przy pomocy reguł inferencji, które nie formułują koniecznego i wystarczającego warunku dla poszczególnego operatora, lecz nakładają na dziedzinę wartościowań ograniczenia, zachowujące zamierzone znaczenie operatora. Znaczenia te nie pokrywają się z klasycznymi znaczeniami operatorów logicznych. Z obliczeniowego punktu widzenia istotne jest, że takie operatory logiczne są praktycznie obliczalne. Każdy agent, który respektuje znaczenie takich operatorów logicznych, jest w stanie odróżnić dopuszczalne i niedopuszczalne wartościowania. Na przykład wartościowanie $v(P \vee Q) = 1$ i $v(P) = 0$, zawarte w obecnym stanie informacyjnym, czynią wartościowanie $v(Q) = 0$ niedopuszczalnym w tym samym stanie informacyjnym. Powiemy, że informacja dotycząca wartości Q jest zawarta *implicite* w obecnym stanie informacyjnym na mocy znaczenia dysjunkcji. Przyjmiemy w związku z tym następującą definicję powierzchniowej informacji kognitywnej.

Definicja 1**:** *Powierzchniowa informacja kognitywna* jest to całość informacji, jaką agent posiada *explicite* i *implicite* na podstawie znaczenia operatorów logicznych oraz na mocy zasady zachowania niesprzeczności ze znaczeniem tych operatorów.

Zanim zdefiniujemy pojęcie powierzchniowej informacji kognitywnej głębokości zerowej, musimy najpierw zdefiniować kognitywny stan informacyjny głębokości zerowej. Załóżmy, że relacja bazowa BRCI zachodzi między stanami informacyjnymi reprezentowanymi przy pomocy wartościowań – wtedy nasza definicja kognitywnego stanu informacyjnego głębokości zerowej przyjmie następującą postać:[6]

Definicja 2: Niech $\boldsymbol{A}$ będzie zbiorem wszystkich dopuszczalnych wartościowań; wtedy dla każdej formuły P języka klasycznego rachunku zdań L oraz $i \in \{1, 0\}$, dopuszczalne wartościowanie v jest *kognitywnym stanem informacyjnym głębokości zerowej*, jeśli v jest domknięte ze względu na warunek:

Jeśli $v \cup \{<P, i>\} \notin \boldsymbol{A}$, to $<P, |1 - i|> \in v$.

Definicja ta mówi nam, że jeśli dodanie, powiedzmy, informacji $<P, 1>$ do stanu informacyjnego v uczyni to wartościowanie niedopuszczalnym, czyli sprzecznym ze znaczeniem głównej stałej logicznej w formule P, to informacja $<P, 0>$ jest zawarta *implicite* w stanie informacyjnym v i na odwrót.

Definicja 3: *Informacja kognitywna głębokości zerowej* jest to informacja powierzchniowa, jaką posiada agent w kognitywnym stanie informacyjnym głębokości zerowej.

Powstaje naturalne pytanie, w jaki sposób informacja *implicite* staje się informacją *explicite*. Byłoby nierealistyczne spodziewać się, że podmioty kognitywne zdolne są do przetworzenia całej informacji *implicite* w informację *explicite* w jednym kroku, niezależnie od długości formuły i niezależnie od swych ograniczonych zasobów czasu i pamięci. Proces przetwarzania informacji w informację *explicite* może być zależny od konkretnego podmiotu i jego kognitywnych możliwości, jak również od jego indywidualnych celów: od tego, jak daleko chce on pójść w swoim rozumowaniu. Taki stan rzeczy rodzi potrzebę rozważenia kognitywnych stanów informacyjnych różnej głębokości.

Przykład 2: Rozważmy interpretację v taką, że $v(P \vee Q) = 1$, $v(P \rightarrow R) = 1$, $v(Q \rightarrow R) = 1$. Aby wywnioskować, że $v(R) = 1$, podmiot musi powiększyć swój

[6] Por. D'Agostino i Floridi 2009: 299.

obecny stan informacyjny co do stwierdzenia P. Chociaż informacja o wartości R jest *implicite* zawarta w stanie informacyjnym v, to aby uczynić tę informację informacją *explicite*, podmiot musi rozumować głębiej: wartość logiczna P jest niezdefiniowana w stanie informacyjnym v, lecz dowolny inny stan informacyjny v', który jest zgodny ze stanem v na wszystkich formułach, dla których v jest zdefiniowane i w których P jest zdefiniowane, musi być taki, że albo $v'(P) = 0$, albo $v'(P) = 1$. W obu przypadkach wartość R jest zdefiniowana przez v' na mocy znaczenia operatora implikacji i dysjunkcji oraz na mocy warunku sformułowanego w definicji informacji kognitywnej głębokości zerowej. Zatem aby uczynić wartość R informacją *explicite*, podmiot musi rozważyć możliwe wartości P, czyli musi rozszerzyć obecny stan informacyjny ze względu na P. Inaczej mówiąc, aby wartość R uczynić informacją *explicite*, podmiot musi rozważyć wirtualne wartościowania (wirtualne stany informacyjne), które są bardziej dookreślone niż obecny stan informacyjny. Użycie informacji wirtualnej nie powiększa obliczeniowego kosztu wnioskowania[7].

Przykład ten pozwala na uogólnienie pojęcia głębokości informacji kognitywnej.

Definicja 4: Dla każdej liczby naturalnej $k \neq 0$ *kognitywny stan informacyjny głębokości* k jest dopuszczalnym wartościowaniem v domkniętym ze względu na następujący warunek: jeśli istnieje formuła atomowa P taka, że $v'(Q) = i$, gdzie $i \in \{0, 1\}$ dla każdego kognitywnego stanu informacyjnego v' głębokości $k - 1$, takiego że v' zgadza się z v na wszystkich formułach, dla których v jest zdefiniowane i v' definiuje wartość P, to $v(Q) = i$ dla każdej formuły Q należącej do języka rachunku zdań L.

Definicja 5: *Informacja kognitywna głębokości* k jest to całość informacji, jaką posiada agent w kognitywnym stanie informacyjnym głębokości k.

Wprowadzone pojęcia umożliwiają modelowanie podmiotu kognitywnego, dla którego spełniony jest warunek maksymalny relacji bazowej BRCI na dowolnym poziomie k. W kognitywnym stanie informacyjnym dowolnej głębokości k podmiot kognitywny potrafi rozpoznać nową informację, do jakiej prowadzi go wnioskowanie dedukcyjne, ponieważ jego procedura rozstrzygania jest praktycznie obliczalna.

Informacja kognitywna głębokości k (dla dowolnej liczby naturalnej k), jaką zdobywa podmiot kognitywny w drodze rozumowania dedukcyjnego, nie wyczerpuje fenomenu informacji kognitywnej. Szczególnym rodzajem infor-

[7] Tamże: 302.

macji kognitywnej jest informacja, którą podmiot *X* rozpoznaje jako nową, lecz która zarazem pozostaje w sprzeczności z obecnym stanem informacyjnym *X*-a. Jak wiemy, klasyczna konsekwencja jest domknięta na regułę *ex contradictione sequitur quodlibet* (inaczej: *ex falso quodlibet*), która jako reguła zastosowana do informacji kognitywnej jest w wysokim stopniu nierealistyczna. Powstaje zatem naturalne pytanie: jak modelować informację sprzeczną?

4. Modelowanie informacji sprzecznej

Informacja sprzeczna nie dlatego jest niepożądana, że na gruncie logiki klasycznej prowadzi do dowolnego wniosku, lecz dlatego, że rodzi poważne problemy związane z jej interpretacją, i dlatego, że jest bezużyteczna przy podejmowaniu decyzji koniecznych dla zaplanowanych działań, jakie muszą podejmować kognitywni agenci. J.M. Dunn pisze:

> Tak jak źle jest wtedy, gdy mamy zbyt mało informacji, tak też jest źle, gdy informacji mamy zbyt dużo, często sprzecznej lub co najmniej niewiarygodnej. Osoba, która zdobyła wykształcenie w danej dziedzinie i w analizie informacji, musi ją interpretować. Staje się to coraz trudniejsze, gdy komputery oraz pokrewne technologie informacyjne i komunikacyjne zalewają nas wszystkich informacją. (...) Przy takim zalewie informacją staje się coraz bardziej konieczne nie tylko zautomatyzowanie wyszukiwania, lecz również zautomatyzowanie logiki stosowanej do wyników takiego wyszukiwania (Dunn 2010: 429).

Byłoby naiwne sądzić, że w przypadku informacji sprzecznej problem może być rozwiązany, gdy policzymy źródła informacji i podejmiemy decyzję zgodnie z tym, jak głosi ich większość. W szczególnym przypadku, gdy jedno źródło mówi, że *P*, i informacja ta nie jest sprzeczna z naszym obecnym stanem informacyjnym, a drugie źródło mówi, że nie-*P*, co przeczy naszemu obecnemu stanowi informacyjnemu, odwołujemy się do jeszcze jednego źródła informacji. Jeśli większość źródeł stwierdza *P*, to akceptujemy *P*, a gdy większość stwierdza nie-*P*, to akceptujemy nie-*P*. Jednak nie ma żadnej gwarancji, że jeśli większość stwierdza to samo, to stwierdzenie takie jest bliższe prawdy.

Modelowanie informacji sprzecznej wymaga innej logiki niż klasyczna. Będziemy więc musieli skorzystać z jakiejś logiki parakonsystentnej. Najlepsza dla naszego celu jest niewątpliwie 4-wartościowa logika Dunna-Belnapa. Przypomnijmy, że cztery wartości tej logiki rozumiane są w taki sposób, że dwie z nich są klasycznymi wartościami prawdy i fałszu (oznaczanymi odpowiednio przez *t* i *f*), a dwie pozostałe wartości rozumiane są epistemicznie jako informacja sprzeczna (*B*) i jako brak informacji (*N*). Te cztery elementy tworzą kratę De Morgana (DM4) z dwoma porządkami: porządkiem prawdy i porządkiem informacji. Pojęcie interpretacji i relacji konsekwencji definiuje się w tej logice w następujący sposób.

<u>Definicja 6</u>: Interpretacja dla 4-wartościowej logiki Dunna-Belnapa jest funkcją v ze zbioru formuł języka tej logiki w DM4. Funkcja ta rozszerza się na formuły złożone w standardowy sposób.

<u>Definicja 7</u>: Trzy poniżej zdefiniowane relacje konsekwencji 4-wartościowej logiki Dunna-Belnapa są równoważne:

- $A <_t B$ wtw, jeśli $t \in v(A)$, to $t \in v(B)$.
- $A <_f$ B wtw, jeśli $f \in v(B)$, to $f \in v(A)$.
- A $<_{t,f} B$ wtw, jeśli zarazem $A <_t B$ i $A <_f B$.

W definicji 7 pierwsza równoważność definiuje relację konsekwencji jako zachowującą wartość prawdy; w drugiej równoważności relacja konsekwencji zachowuje fałszywość; w trzecim przypadku – zachowuje obie wartości. Te trzy relacje konsekwencji są ekstensjonalnie identyczne[8].

Informacja kognitywna wymaga uwzględnienia epistemicznego stanu niepewności, w jakim znajduje się podmiot, który najczęściej w swoim życiu ma do czynienia z informacją niekompletną i często też sprzeczną. Będziemy modelowali niepewność przyporządkowując przekonaniom podmiotu ich stopnie, reprezentowane przez liczby rzeczywiste z przedziału [0, 1], gdzie 0 reprezentuje absolutny brak pewności co do wystąpienia danego zdarzenia (czyli pewność, że dane zdarzenie nie nastąpi), a 1 reprezentuje absolutną pewność co do tego, że zdarzenie nastąpi. Zakładamy, że przyporządkowania te nie są całkowicie arbitralne, lecz uzasadnione są przez naszą informację o możliwych wystąpieniach zdarzeń. Informacja ta może przesądzać, jak będą rozłożone nasze oszacowania co do stopnia przekonania w sprawie wystąpienia danego zdarzenia, co do braku przekonania, jak również co do niepewności w sprawie wystąpienia tego samego zdarzenia. Dunn (2010) zwraca uwagę na dwa rodzaje niepewności: związany z niewystarczającą informacją oraz związany z konfliktem informacji. W logice Dunna-Belnapa oba rodzaje informacji reprezentowane są odpowiednio przez dwie wartości epistemiczne: N i B. Modelowanie niepewności wymaga zdefiniowania probabilistycznej funkcji interpretacji i probabilistycznej relacji konsekwencji.

[8] Klasyczna relacja konsekwencji może być również zdefiniowana równoważnie jako zachowująca prawdziwość, jako zachowująca fałszywość i jako zachowująca obie wartości.

Definicja 8: Interpretacja probabilistyczna jest funkcją p ze zbioru formuł języka rachunku zdań w zbiór liczb rzeczywistych z domkniętego przedziału [0, 1], która spełnia aksjomaty Kołmogorowa nakładane na funkcję prawdopodobieństwa.

Interpretacja probabilistyczna nie rozszerza się w sposób jednoznaczny na formuły złożone, jak ma to miejsce w przypadku funkcji interpretacji języka klasycznego rachunku zdań, która jest jednoznacznym rozszerzeniem funkcji wartościowania zmiennych. W standardowej teorii prawdopodobieństwa mamy przyporządkowania liczb z przedziału [0, 1] zmiennym zdaniowym, które mogą się rozszerzać do funkcji p na wiele różnych sposobów spełniających aksjomaty Kołmogorowa definiujące skończenie addytywną funkcję prawdopodobieństwa[9].

Definicja 9: Nieklasyczna probabilistyczna relacja konsekwencji definiowana jest w następujący sposób (Dunn 2010):

- $A <_b B$ wtw, gdy dla każdej funkcji v: $v(A) \leq v(B)$.
- $A <_d B$ wtw, gdy dla każdej funkcji v: $v(B) \leq v(A)$.
- $A <_{b,\, d} B$ wtw, gdy zarazem $A <_{\mathrm{b}} B$ oraz $A <_d B$.

Trzy sposoby definiowania probabilistycznej relacji konsekwencji są ekstensjonalnie równoważne. Definiują one relację konsekwencji odpowiednio ze względu na zachowanie stopnia przekonania, zachowanie stopnia braku przekonania oraz ze względu na zachowanie zarówno stopnia przekonania, jak też stopnia braku przekonania. Definicja 9 nawiązuje do klasycznej teorii przekonań G. Shafera (1976), którą rozwinął A. Josang (2001). W teorii tej funkcja interpretacji m określona na zbiorze wszystkich podzbiorów pewnego niepustego zbioru Θ, którego elementami są wzajemnie wykluczające się stany, a której wartościami są liczby rzeczywiste z przedziału [0, 1]:

m: $2^{\Theta} \rightarrow [0,1]$,

taka, że $\sum_{x \subseteq \Theta} m(x) = 1$, przy czym $m(\varnothing) = 0$.

W Definicji 9 indeksy b i d odnoszą się odpowiednio do funkcji przekonania i funkcji braku przekonania. Oprócz tych dwu funkcji w logice przekonań

[9] Na przykład gdy zmiennym q i r przyporządkujemy wartość 0,5, możemy dostać dwie różne funkcje p' i p'', powiedzmy takie, że jedna z nich $p'(q \wedge r) = 0{,}5$, a druga $p''(q \wedge r) = 0{,}25$. Funkcje prawdopodobieństwa nie mogą być więc utożsamiane z funkcjami prawdziwościowymi logiki nieskończenie wielowartościowej.

Josanga definiowana jest też funkcja niepewności u. Jeśli definiujemy funkcję rozkładu przekonań na zbiorze $X = \{x, -x\}$, gdzie $-x$ jest dopełnieniem x, to przyjmuje ona postać trzech poniższych równości:

- Funkcja przekonania: $b_x = m_x(x)$;
- Funkcja braku przekonania: $d_x = m_x(-x)$;
- Funkcja niepewności: $u_x = m_x(X)$,

gdzie $b_x + d_x + u_x = 1$.

Josang pokazuje, że jego logika przekonań pozostaje w zgodzie ze standardową teorią prawdopodobieństwa i jest łatwo przekładalna na logikę funkcji rozkładu prawdopodobieństwa, gwarantując praktyczną obliczalność modelom, które wyrażane są w terminach funkcji rozkładu prawdopodobieństwa[10].

Przykład 3: Załóżmy, że do obecnego stanu informacyjnego v należy informacja „P jest fałszywe". Jeśli teraz Y przekazuje informację „P jest prawdziwe", X pozostający do Y w relacji BRCI powiększa swój stan informacyjny v, ale to prowadzi do tego, że podmiot X znajduje się w sprzecznym kognitywnym stanie informacyjnym, gdzie $v(P) = 0$ i $v(P) = 1$. Kognitywny stan informacyjny opisany w powyższy sposób może być też opisany w terminach nieklasycznej logiki probabilistycznej. Załóżmy, że P jest stwierdzeniem „Masło orzechowe służy zdrowiu" i że stopień przekonania X-a co do prawdziwości P jest równy w przybliżeniu 0,7, natomiast stopień braku przekonania X-a co do prawdziwości P jest równy w przybliżeniu 0,1, z kolei stopień niepewności X-a co do prawdziwości P wynosi 0,2, czyli kognitywny stan informacyjny X-a opisany jest w następujący sposób:

$v_b(P) = 0{,}7$,
$v_d(P) = 0{,}1$,
$v_u(P) = 0{,}2$.

Załóżmy teraz, że będąc w kognitywnym stanie informacyjnym v, X dostaje informację od Y-a ze stopniem przekonania 0,9, że „masło orzechowe nie służy zdrowiu". Będąc w relacji BRCI do Y-a, X jest zmuszony do przyjęcia tej informacji i wstępnego zaakceptowania jej z tym samym stopniem przekonania,

---

[10] Josang w późniejszych swoich pracach podaje odpowiednie reguły przekładu i definiuje szereg operacji na przekonaniach, jak na przykład: dodawanie i odejmowanie przekonań i szereg innych. Jest to logika szczególnie cenna ze względu na jej praktyczną obliczalność.

co prowadzi do temporalnego powiększenia stanu informacyjnego *X*-a tak, że należy do niego:

v_b'(~*P*) = 0,9.

Stan informacyjny zawierający informacje konfliktowe wymaga uaktualnienia. W jaki sposób podmiot kognitywny to robi? Jest wiele dopuszczalnych sposobów takiej aktualizacji, będących w zgodzie z milcząco akceptowaną zasadą niesprzeczności. Przyjmijmy, że nowy kognitywny stan informacyjny *X*-a jest modelowany przez przyporządkowanie liczb rzeczywistych z przedziału [0, 1], gdzie:

v_b'(*P*) = 0,1,
v_d'(*P*) = 0,7,
v_u'(*P*) = 0,2.

Zauważmy, że w nowym kognitywnym stanie informacyjnym *v*' nie mamy informacji będących w konflikcie, tak jak to miało miejsce w stanie informacyjnym *v*, gdzie v_b(*P*) = 0,7 i v_b(~*P*) = 0,9. Nastąpiła pewnego rodzaju absorpcja informacji pozostających w konflikcie. Ogromną zaletą opisu kognitywnego stanu informacyjnego w terminach probabilistycznych jest to, że reguła *ex falso quodlibet* okazuje się bezużyteczna. Zauważmy, że przejście do nowego stanu informacyjnego *v*' nie odbywa się w tym przypadku w sposób monotoniczny, gdyż stopień przekonania podmiotu *X* co do stwierdzenia *P* w stanie informacyjnym *v*' jest mniejszy w stosunku do stopnia przekonania tego samego podmiotu *X* co do tego samego stwierdzenia *P* w kognitywnym stanie informacyjnym *v*: v_b(*P*) = 0,7 > v_b'(*P*) = 0,1.

Pominiemy tu inne rodzaje reakcji na informacje konfliktowe i sprzeczne, o których mówią nauki kognitywne. Kognitywiści zauważają, że nowa informacja konfliktowa jest najczęściej przez stan informacyjny asymilowana i jednocześnie zniekształcana. Nasz przykład jest ilustracją takiej sytuacji, kiedy podmiot odpowiada na informację konfliktową przez jej zniekształcenie (w naszym przypadku dotyczące stopnia przekonania) w procesie asymilacji. Zdarza się jednak, że agent usuwa sprzeczność nie poprzez rewidowanie swego obecnego stanu informacyjnego. Na przykład może odkładać na później zajmowanie się sprzecznością lub konfliktowością informacji lub przypisywać mniejszą wagę, niż zwykle to robimy, do sprzeczności lub konfliktowości przekonań[11].

---

[11] Szereg eksperymentalnie potwierdzonych sposobów reakcji na informacje konfliktowe i sprzeczne podają Chi i Ohlsson (2005).

5. Modelowanie informacji kognitywnej wnioskowań indukcyjnych

Modelowanie informacji sprzecznej wymuszało odwołanie się do pojęć probabilistycznych. Podamy teraz definicje tych pojęć, z których korzystaliśmy przy analizie informacji konfliktowych i sprzecznych. Pojęcia te wykorzystamy również przy modelowaniu informacji kognitywnej, do jakiej prowadzą rozumowania indukcyjne.

Definicja 10: *Przekonaniowy stan informacyjny* jest funkcją interpretacji ze zbioru formuł danego języka w domknięty przedział liczb rzeczywistych [0,1], taką, że przyporządkowuje ona formułom reprezentującym stwierdzenia należące do stanu informacyjnego agenta trójkę liczb rzeczywistych: v_b, v_d, v_u z przedziału [0,1], które reprezentują odpowiednio stopień przekonania, stopień braku przekonania i stopień niepewności agenta oraz spełniają warunek: $v_b + v_d + v_u = 1$.

Definicja 11: *Informacja przekonaniowa* jest całością informacji, jaką posiada agent, wyrażaną przez jego (lub jej) stopnie przekonania, stopnie braku przekonania i stopnie niepewności co do stwierdzeń należących do jego (jej) obecnego stanu informacyjnego.

Przykład 4: W szczególnym przypadku *Y* może być nowym kognitywnym stanem informacyjnym *X*-a, który pozostaje w relacji BRCI do obecnego stanu informacyjnego *X*-a. Niech obecny kognitywny stan informacyjny *X*-a będzie opisany przez następujące przyporządkowanie liczb rzeczywistych z przedziału [0,1] stwierdzeniu *Q*: „Wszystkie wróble są szare”:

$v_b(Q) = 0{,}9$
$v_d(Q) = 0{,}01$
$v_u(Q) = 0{,}09.$

Jeśli teraz informacja *E*: „Ten wróbel, który właśnie siedzi na drzewie, jest szary” jest przekazana z nowego stanu kognitywnego *X*-a do stanu kognitywnego opisanego wyżej, *X* jest zmuszony do przyjęcia tej informacji, a następnie do uaktualnienia swego obecnego stanu informacyjnego dotyczącego koloru wróbli. Problematyczne jest to, jak podmiot kognitywny przeprowadza taką aktualizację, jeśli posiada on (ona) absolutną pewność co do tego, że informacja *E* jest prawdziwa, a więc gdy

$v_b(E) = 1$.

Załóżmy, że agent zawsze respektuje zasadę niesprzeczności przy aktualizacji swego obecnego kognitywnego stanu informacyjnego. Również w tym przykładzie mogą być różne dopuszczalne sposoby takiej aktualizacji. W większości są one zależne od kontekstu, włączając takie czynniki, jak stopień językowej kompetencji podmiotu, posiadanie przez niego relewantnej informacji, jego (jej) pesymistyczne lub optymistyczne nastawienie oraz wpływ, jaki mogą wywierać fakty z jego (jej) najświeższego doświadczenia. Załóżmy, że nowy stan kognitywny X-a opisany jest przez następujące przyporządkowanie:

$v_b'(Q) = 0{,}95$,
$v_d'(Q) = 0{,}01$,
$v_u'(Q) = 0{,}04$.

Zauważmy, że stopień niepewności X-a co do prawdziwości stwierdzenia Q jest mniejszy w nowym stanie kognitywnym, chociaż nowa funkcja v' jest rozszerzeniem funkcji v, a powiększenie stanu informacyjnego X-a ma charakter monotoniczny. Powtarzając procedurę uaktualniania probabilistycznego stanu informacyjnego w odniesieniu do Q wystarczającą ilość razy, możemy się spodziewać, że kognitywny stan informacyjny X-a przyjmie następujące wartości:

$v_b''(Q) = 1{,}00$,
$v_d''(Q) = 0{,}00$,
$v_u''(Q) = 0{,}00$.

Z reguły zdania ogólne takie jak Q są uważane za wnioski wnioskowań dedukcyjnych. W naszym ujęciu wartość przyporządkowana zdaniu Q jest wynikiem subiektywnego oszacowania – chociaż obiektywne czynniki są brane pod uwagę przy tego rodzaju oszacowaniach. Ujęcie to w literaturze nosi nazwę subiektywnego bayesianizmu, którego najbardziej przekonującym obrońcą jest, moim zdaniem, Bruno de Finetti (2008). W jego teorii informacja zawsze narzuca ograniczenia na rozkład prawdopodobieństwa (lub stopni przekonań). De Finetti słusznie jednak zauważa, że informacja dotycząca częstości jest z reguły skąpa i w wielu przypadkach nie może być pomocna w dokonaniu właściwych oszacowań w terminach prawdopodobieństwa. De Finetti twierdzi, że dokonywanie porównań między naszymi własnymi oszacowaniami prawdopodobieństw, jak również porównań z oszacowaniami przeprowadzanymi przez innych, może oddziaływać na nasze sądy dotyczące prawdopodobieństw w równym stopniu jak informacja innego rodzaju. M.C. Galavotti pisze:

> Praca De Finettiego jest pod tym względem w zgodzie ze stanowiskiem szeroko rozprzestrzenionym zwłaszcza wśród bayesowskich statystyków, które znalazło wyraz w rozległej literaturze na temat „dobrego kalibru" metod oszacowywania prawdopodobieństw (Galavotti 2011: 195).

Przykład 4 zasługuje z wielu powodów na gruntowniejszą analizę. Spróbujmy potraktować go jako ilustrację tzw. wnioskowania indukcyjnego, którego przesłanka jest modelowana jako skończony ciąg stwierdzeń opisujących dane empiryczne, natomiast konkluzja jest skończonym ciągiem stopni przekonań:

(A) $E_1, E_2, E_3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, E_n;\ n \in \mathrm{N} - \{0\}$
(B) $p_{b,1}(Q), p_{b,2}(Q), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots p_{b,n}(Q);\ p_{b,n}(Q) \approx 1.$

Ciąg stwierdzeń empirycznych wraz z ciągiem oszacowań B prowadzą do wniosku Q, którego wartość jest bliska prawdy. Problem dotyczy skonstruowania adekwatnego modelu takiego rozumowania, gdy każde stwierdzenie w ciągu A posiada stopień przekonania równy 1, natomiast stopnie przekonań są rosnącym ciągiem liczb rzeczywistych z przedziału [0,1]. Możemy spojrzeć na ciąg A jako na skończony ciąg niezależnych zdarzeń i oszacować prawdopodobieństwo tego ciągu jako iloczyn prawdopodobieństw kolejnych zdarzeń. Gdyby wartości tych prawdopodobieństw były większe od 0, a mniejsze od 1, wtedy moglibyśmy oczekiwać, że wielkość ich iloczynu jest też większa od 0 i mniejsza od 1. Przy założeniu, że wartość konkluzji Q jest prawie równa 1, moglibyśmy wnosić, że spełniona jest nierówność:

$$p_b(\mathrm{A}) \leq p_b(Q),$$

dla dowolnego oszacowania spełniającego warunki nakładane na funkcję prawdopodobieństwa przez definicję 9. Tym samym moglibyśmy wnosić, że zachodzi relacja konsekwencji między przesłankami A i wnioskiem Q zgodnie z definicją 9.

Okazuje się jednak, że sprawa nie jest tak prosta, na jaką z pozoru wygląda, ponieważ standardowa teoria prawdopodobieństwa, jaka kryje się za definicją funkcji prawdopodobieństwa oraz stopniami przekonań, nastręcza wielu trudności natury pojęciowej. Standardowa teoria prawdopodobieństwa, której podstawy stworzył Kołmogorow w znanej pracy z roku 1933, odwołuje się do tzw. zasady regularności (RC), która mówi, że rozkład prawdopodobieństwa nad zbiorem zdarzeń jest regularny wtedy, gdy przyporządkowuje prawdopodobieństwo 0 zbiorowi pustemu, a prawdopodobieństwo 1 zbiorowi wszystkich możliwych zdarzeń. Zasada RC jest równoważna zasadzie, że każde możliwe zdarzenie ma prawdopodobieństwo większe od 0, jeśli zamiast możliwych zdarzeń weźmiemy pod uwagę ich zbiory jednostkowe. Jeszcze inne sformułowanie powyższej zasady, równoważne jej sformułowaniom wcześniejszym, jest następujące: funkcja prawdopodobieństwa jest regularna wtedy, gdy przypisuje prawdopodobieństwo 1 tylko prawdom logicznym, natomiast prawdopodobieństwo 0 tylko sprzecznościom. Wiadomo, że RC prowadzi do paradoksów, gdy zbiór możliwych zdarzeń jest nieskończony lub nieprzeliczalny[12].

Jako jeden z pierwszych, K. Popper (1935), nie podzielając poglądu Carnapa, że wszystkie funkcje prawdopodobieństwa są regularne, argumentował, że wielu sądom ogólnym mówiącym o nieskończonej liczbie przedmiotów powinno być przyporządkowane prawdopodobieństwo równe 0. W naszym przykładzie każdy element ciągu A ma wartość 1 w przekonaniowym stanie informacyjnym – w przeciwieństwie do tego, co mówi nam zasada RC. Standardowa teoria prawdopodobieństwa mówi nam, że prawdopodobieństwo ciągu zdarzeń, którym przysługują dwie własności, jak w przypadku ciągu rzutuów monetą, gdzie w każdym rzucie możemy otrzymać tylko jedną z dwu możliwości: orła lub reszkę, dla każdej liczby naturalnej n wynosi $1/2^n$ (2^{-n}). W konsekwencji zatem prawdopodobieństwo ciągu empirycznych świadectw będzie posiadało coraz mniejsze prawdopodobieństwo, gdy liczba świadectw będzie coraz większa. Tak więc stopień potwierdzenia wniosku przez stwierdzenia empiryczne nie może być utożsamiany z prawdopodobieństwem wniosku ze względu na prawdopodobieństwa ciągu tych stwierdzeń pełniących funkcję przesłanek[13].

Problem ten wymaga gruntowniejszej analizy metody uaktualniania stosowanej przez podmioty kognitywne przy przejściu z jednego przekonaniowego stanu informacyjnego do innego. Zakładamy, że istnieje pewien początkowy przekonaniowy stan informacyjny, w którym wartość Q jest najmniejsza. Nazwijmy tę wartość najmniejszym początkowym przekonaniem[14]. Powstaje pytanie, jaka reguła inferencji czyni możliwym przejście od ciągu empirycznych przesłanek A do wniosku Q, którego wartość przekonaniową określa ostatni element ciągu B. Weźmy pod uwagę analizę prawdopodobieństwa warunkowego w pracy Kołmogorowa (1933). Zgodnie z podaną tam równością możemy modelować rozumowanie podmiotu kognitywnego jako prawdopodobieństwo warunkowe wniosku Q przy danych przesłankach A, jeśli wcześniejszy stopień przekonania jest P:

[12] Zob. w tej sprawie Popper 1935 i 2005, Hájek 2003 oraz Williamson 2007.

[13] Por. Popper 2005: 408.

[14] Najmniejsze początkowe prawdopodobieństwo nie musi być utożsamiane z prawdopodobieństwem *a priori* w teorii Bayesa.

(CN) $P'(Q \mid (A)) = P(Q \wedge (A))/P(A) = P(Q) \times P(A)/P(A) = P(Q)\ P(A) > 0.$

Równość CN pokazuje, że prawdopodobieństwo warunkowe zdefiniowane standardowo jest w naszym przypadku bezużyteczne, gdyż sprowadza się do prawdopodobieństwa wniosku *Q*, którego wartość jest niezależna od prawdopodobieństwa przesłanek.

Inna możliwość, jaka się w sposób naturalny narzuca, to wykorzystanie reguły Bayesa w charakterze reguły inferencji. Można pokazać, że reguła ta jest konsekwencją aksjomatyki prawdopodobieństwa podanej przez Kołmogorowa przy jego analizie prawdopodobieństwa warunkowego. Reguła Bayesa mówi, że jeśli dany jest ciąg zdań obserwacyjnych A i ciąg hipotez B, to możemy obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe hipotezy, która w największym stopniu wyjaśnia te dane, zgodnie z następującą równością:

(BR) $P'(Q \mid (\mathrm{A})) = P((\mathrm{A}) \mid Q) \times P(Q)/P(\mathrm{A})\ P(\mathrm{A}) > 0.$

Jeśli prawdopodobieństwo interpretujemy jako stopień przekonania, wtedy $P(A) = 1$, a w konsekwencji dostajemy ten sam wynik, którego chcieliśmy uniknąć poprzednio: $P'(Q \mid (\mathrm{A})) = P(Q)$. Również i w tym przypadku nie jesteśmy w stanie uchwycić związku zachodzącego między ciągiem przesłanek a wnioskiem. Wniosek, do jakiego prowadzą te analizy, jest taki, że funkcja prawdopodobieństwa, interpretowana jako stopień przekonania, nie może być adekwatnym modelem związku, jaki zachodzi między skończonym ciągiem obserwacyjnych przesłanek A a konkluzją *Q*.

W tej sytuacji najlepszym rozwiązaniem naszego problemu jest wprowadzenie pojęcia *kognitywnego prawdopodobieństwa potwierdzania* wniosku *Q* przez ciąg obserwacji A jako pojęcia pierwotnego. Będziemy oznaczali to prawdopodobieństwo symbolem P_c z jego dwoma argumentami oddzielonymi przecinkiem:

(CSP) $P(Q) =^{\mathrm{df}} P_c(Q, (\mathrm{A})).$

CSP jest stopniem potwierdzenia wniosku *Q* przez koniunkcję przesłanek A. Wartość kognitywnego prawdopodobieństwa potwierdzenia jest w naszym przykładzie bliska 1. Zauważmy, że *Q nie wynika logicznie* z koniunkcji przesłanek A. Inaczej mówiąc, otrzymaliśmy w CSP przekonaniowy stan informacyjny P_c, bardziej realistyczny niż stan informacyjny reprezentowany przez funkcję prawdopodobieństwa p_b, interpretowaną jako stopień przekonania podmiotu *X*. Tym samym definicja probabilistycznej relacji konsekwencji w nieklasycznej logice probabilistycznej w zastosowaniu do przykładów tego typu co przykład 4 może dawać inne wartości niż prawdopodobieństwo P_c. Kognitywne prawdopodobieństwo potwierdzania powinno zatem zastąpić w uzasadnionych przypadkach zarówno standardowe prawdopodobieństwo warunkowe, jak też regułę Bayesa oraz funkcję prawdopodobieństwa interpretowaną jako stopień przekonania, przy modelowaniu informacji kognitywnej. Nasza analiza pokazuje zarazem, że żadna z relacji konsekwencji zdefiniowanych w definicji 9 nie zachodzi, gdy wnioskiem jest generalizacja, a przesłankami są zdania szczegółowe podpadające pod taką generalizację. W świetle naszej analizy między tego rodzaju wnioskiem a tak sformułowanymi przesłankami zachodzi relacja, którą nazwalibyśmy relacją *potwierdzania* wniosku przez przesłanki, która reprezentowana jest przez dwuargumentową funkcję kognitywnego prawdopodobieństwa potwierdzania. Natomiast standardowa teoria prawdopodobieństwa nie reprezentuje adekwatnie relacji potwierdzania.

Zgodnie z warunkiem maksymalności, przyjętym w stosunku do relacji bazowej BRCI, podmiot rozpoznaje informację kognitywną, gdy jej treść jest nowa w stosunku do jego (jej) obecnego stanu informacyjnego lub jest zawarta *implicite* w obecnym stanie informacyjnym podmiotu, jak ma to miejsce w przypadku informacji, jakiej dostarczają wnioskowania dedukcyjne. To samo zachodzi również w przypadku informacji, jakiej dostarczają wnioskowania indukcyjne, których przykład analizowaliśmy wyżej. Jednak informacja kognitywna, przekazywana generalizacji na podstawie danych empirycznych, jest tylko *częściowo* zawarta w obecnym stanie informacyjnym podmiotu.

Nawiązując do idei Poppera (1935), który uważał, że możemy sformułować teorię prawdopodobieństwa opierając się na pierwotnym pojęciu prawdopodobieństwa, Hájek (2003) argumentuje, że przyjęcie warunków nakładanych na prawdopodobieństwo przez Kołmogorowa (1933), jak warunek przeliczalnej addytywności i warunek regularności, prowadzi do nieintuicyjnych przykładów. Oto niektóre z takich przykładów, wymuszające zastąpienie standardowego prawdopodobieństwa warunkowego prawdopodobieństwem warunkowym rozumianym jako pojęcie pierwotne, które zgodnie z przyjętym przez nas oznaczeniem będziemy symbolizowali jako P_c.

P_c (w nieskończonej serii rzutów monetą wypada orzeł, w nieskończonej serii rzutów monetą wypada orzeł) = 1.

Natomiast przy standardowej analizie prawdopodobieństwa warunkowego CN otrzymalibyśmy niezdeterminowane prawdopodobieństwo warunkowe tylko dlatego, że prawdopodobieństwo stwierdzenia „W nieskończonej serii rzutów monetą wypada orzeł" = 0. Zerowe prawdopodobieństwo powyższego zdania jest wynikiem tego, że przy nieskończenie długiej serii rzutów n, wartość $1/2^n$ zmierza do zera. Nieintuicyjność tego oszacowania wynika stąd, że mamy poczucie niezgodności między naszym pojęciem możliwości, które kwalifikuje jako logicznie możliwy stan rzeczy to, że w nieskończonej serii rzutów wypada orzeł, a standardową teorią prawdopodobieństwa. Niewątpliwie niezgodność ta wpłynie na ograniczone zastosowanie teorii prawdopodobieństwa w teorii informacji kognitywnej. Inne nieintuicyjne przypadki, wymuszające ograniczone zastosowanie standardowej teorii prawdopodobieństwa, to między innymi:

- $P_c(M, M) = 1$ jeśli „*M*" jest zdaniem logicznie możliwym.
  Przy standardowej analizie prawdopodobieństwa warunkowego CN otrzymalibyśmy w takim wypadku niezdeterminowaną wartość prawdopodobieństwa warunkowego.
- $P_c(T, M) = 1$, jeśli „*T*" jest stwierdzeniem koniecznym.
  Przy standardowej analizie otrzymalibyśmy niezdeterminowaną wartość prawdopodobieństwa warunkowego.
- $P_c(F, M) = 0$, jeśli „*F*" jest zdaniem koniecznie fałszywym.
  Przy standardowej analizie otrzymalibyśmy niezdeterminowane prawdopodobieństwo warunkowe.

Powróćmy do warunku praktycznej obliczalności, którego spełnienia oczekujemy od BRCI. Z reguły problem praktycznej obliczalności jest rozwiązywany przez poszukiwanie podzbioru właściwego w logice 1-go rzędu, która jako całość nie jest praktycznie obliczalna. Jeden z ostatnich ważnych wyników dotyczących interesującego nas tu problemu praktycznej obliczalności jest zasługą dwóch badaczy zajmujących się teorią złożoności, P. Domingosa i W.A. Webba (2012), którzy definiują praktycznie obliczalną logikę probabilistyczną 1-go rzędu. Rozważają oni podzbiór probabilistycznej logiki Markowa i pokazują, że relacja konsekwencji takiej logiki jest praktycznie obliczalna. Z naszego punktu widzenia ważne jest, że na wejściu algorytm w systemie dowodowym tej logiki ma probabilistyczną bazę informacji K oraz formułę q, reprezentującą nasz problem, natomiast na wyjściu otrzymujemy standardowe prawdopodobieństwo warunkowe postaci:

$$p(q \mid K) = Z(K \cup \{ (q, 0) \}) / Z(K),$$

gdzie $Z(K)$ jest funkcją podziału logicznego zbioru K, a $Z(K \cup \{(q, 0)\})$ jest funkcją podziału logicznego zbioru K wraz z formułą q reprezentującą nasz problem. Jest to wynik, który umożliwia wykorzystanie go w teorii informacji kognitywnej. Zastosowany do naszego przykładu, wynik ten dawałby równość postaci:

$$P_c(q, (\mathrm{A})) = Z((\mathrm{A}) \cup \{ (q, 0) \}) / \mathrm{Z}(\mathrm{A}).$$

Domingos i Webb (2012) dowodzą, że tego rodzaju problemy mają wielomianową złożoność czasową.

6. Modelowanie informacji autoepistemicznej

Informacja kognitywna, jaką podmiot otrzymuje dzięki relacji bazowej BRCI, nie sprowadza się jedynie do informacji pochodzącej z otoczenia oraz do informacji uzyskanej przez rozumowania dedukcyjne i niededukcyjne. Obok tych kluczowych rodzajów informacji kognitywnej istnieje również inny rodzaj informacji kognitywnej charakterystyczny dla istot świadomych. Jest to informacja, której źródłem jest *świadomość* podmiotu dotycząca jego (jej) informacji kognitywnej. Podamy najważniejsze, naszym zdaniem, prawa, jakie obowiązują w stosunku do informacji kognitywnej. Sformułujemy je w metajęzyku w stosunku do języka przedmiotowego teorii informacji kognitywnej, w którym operator „jest poinformowany, że" będzie symbolizowany przez I.

(1) $\mathrm{I}A \wedge \mathrm{I}(A \rightarrow B) \wedge {\sim}\mathrm{I}B$.
(2) $\sim \mathrm{I}(A \vee {\sim}A)$.
(3) $\mathrm{I}A \sim \mathrm{I}(A\ (B \vee {\sim}B))$.
(4) $\mathrm{I}A \wedge \mathrm{I}{\sim}\ A \wedge {\sim}\mathrm{I}B$.
(5) $\mathrm{I}A \rightarrow \mathrm{I}\ \mathrm{I}A$.

Prawo 1 mówi, że informacja kognitywna nie jest domknięta na implikację materialną logiki klasycznej. Drugie prawo mówi, że istnieją prawdy logiczne, o których podmiot może być poinformowany, co jest wyrazem przekonania, że podmiot kognitywny nie posiada logicznej wszechwiedzy. Prawo 3 stwierdza, że istnieją pary stwierdzeń logicznie równoważnych takie, przy których podmiot może być poinformowany tylko o jednym stwierdzeniu w parze. Prawo 4 mówi, że informacja kognitywna podmiotu może być konfliktowa lub sprzeczna, co nie prowadzi do tego, że do stanu informacyjnego takiego podmiotu należy dowolne stwierdzenie. Prawo 5 natomiast wyraża pozytywną introspekcję[15].

Załóżmy, że język teorii informacji kognitywnej ograniczymy do języka logiki zdań wraz z dodatkowym operatorem I. Jeśli obecny stan kognitywny podmiotu ograniczymy do koniunkcji: $\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$, to możemy postawić naturalne pytanie, jak podmiot może rozstrzygnąć, czy jest on poinformowany, że ψ, gdzie ψ jest nowym stwierdzeniem w stosunku do obecne-

[15] Argumentację przeciwko prawu negatywnej introspekcji w odniesieniu do informacji rozumianej kognitywnie przedstawiłam w pracy Misiuna 2012.

go stanu informacyjnego. Nieco innym ujęciem tego samego problemu jest pytanie, czy istnieje algorytm o wielomianowej złożoności czasowej, który rozstrzyga, czy prawdziwe jest w naszej teorii zdanie:

(T) $\mathrm{I}(\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3 \wedge \ldots \wedge \varphi_n) \rightarrow \mathrm{I}\psi$.

Analogiczny problem był badany przez Liu, Lakemeyera i Levesque'a (2004) dla zdania T, w którym miejsce operatora I zajmuje operator przekonania B. Autorzy dowodzą, że w przypadku klasycznego rachunku zdań, określenie prawdziwości T możliwe jest w czasie:

$O((m\ n)^{k+1})$.

Mamy tu do czynienia ze standardową notacją, gdzie m jest długością formuły ψ, a n długością koniunkcji w formule T. Oszacowanie to mówi, że istnieje algorytm o wielomianowej złożoności czasowej, który rozstrzyga T, inaczej mówiąc, algorytm, którego czas jest ograniczony z góry przez wyrażenie wielomianowe. Wynik ten w zastosowaniu do teorii informacji kognitywnej mówi o praktycznej obliczalności relacji BRCI występującej w kontekstach autoepistemicznych dla niedużych wielkości stałej k.

7. Konkluzje

Przedstawiliśmy zarys teorii informacji kognitywnej ze szczególnym zwróceniem uwagi na jej praktyczną obliczalność. Wniosek, do jakiego prowadzą nasze analizy, jest taki, że praktycznie obliczalna i intuicyjnie adekwatna teoria informacji kognitywnej jest możliwa. Ten wynik ogólny jest podstawą do sformułowania następującej definicji informacji kognitywnej. Przez informację kognitywną rozumiemy zjawisko, na które składają się trzy rodzaje danych:

(1) informacja związana ze znaczeniem operatorów logicznych, jaką dostajemy na drodze rozumowań dedukcyjnych;
(2) informacja przekonaniowa, będąca miarą naszego stopnia przekonania co do stwierdzeń empirycznych, oraz informacja przekonaniowa wyrażająca się w prawdopodobieństwie potwierdzania uogólnień empirycznych, będących wnioskami we wnioskowaniach indukcyjnych;
(3) autoepistemiczna informacja kognitywna, będąca informacją o naszej informacji.

Wskazaliśmy w naszych analizach również na niektóre ograniczenia związane z zastosowaniem *standardowej* teorii prawdopodobieństwa do teorii informacji kognitywnej.

Bibliografia

Bar-Hillel Y., Carnap R. (1952), *An Outline of a Theory of Semantic Information*, w: Y. Bar-Hillel (red.), *Language and Information: Selected Essays on Their Theory and Application*, Reading, Mass.: Addison-Wesley, s. 221–247.

Chi M.T.H., Ohlsson S. (2005), *Complex Declarative Learning*, w: *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning*, Cambridge: CUP.

D'Agostino M., Floridi L. (2009), *The Enduring Scandal of Deduction. Is Propositional Logic Really Uninformative?*, „Synthese" 167, s. 271–315.

De Finetti B. (2008), *Philosophical Lectures on Probability*, Dordrecht: Springer.

Domingos P., Webb W.A. (2012), *A Tractable First-Order Probabilistic Logic*, „Proceedings of the 26 AAAI Conference on AI", Toronto, Canada: AAAI Press.

Dunn J.M. (2010), *Contradictory Information: Too Much of a Good Thing*, „Journal of Philosophical Logic" 39, s. 425–452.

Galavotti M.C. (2011), *The Modern Epistemic Interpretation of Probability: Logicism and Subjectivism*, w: D.M. Gabbay, S. Hartmann, J. Woods (red.) *Handbook of the History of Logic*, Vol. 10: *Inductive Logic*, Amsterdam: Elsevier, 153–203.

Gao S. (2008), *A Quantum Theory of Consciousness*, „Minds and Machines" 18, s. 39–52.

Hájek A. (2003), *What Conditional Probability Could Not Be?*, „Synthese" 137, s. 273–323.

Hintikka J. (1970), *Surface Information and Depth Information*, w: J. Hintikka, P. Suppes (red.), *Information and Inference*, Dordrecht: Reidel, s. 263–297.

Hintikka J. (1973), *Logic, Language-Games and Information*, Oxford: Clarendon Press.

Josang A. (2001), *A Logic for Uncertain Probabilities*, „International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems" 9, s. 279–311.

Kołmogorow A.N. (1933), *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung*, „Ergebnisse der Mathematic".

Landauer T.K. (1986), *How Much Do People Remember? Some Estimates of the Quantity of Learned Information in Long-term Memory*, „Cognitive Science" 10, s. 477–493.

Liu Y., Lekemeyer G., Levesque H. (2004), *A Logic of Limited Belief for Reasoning with Disjunctive Information*, „Proceedings of the KR-2004 Conference", Whistler.

Misiuna K. (2012), *A Modal Logic of Information*, „Logic and Logical Philosophy" 21, s. 33–51.

Popper K.R. (1935), *Logik der Forschung*, Tübingen: Mohr.

Popper K.R. (2005), *The Logic of Scientific Discovery*, Tylor and Francis e-Library.

Shafer G. (1976), *A Mathematical Theory of Evidence*, Princeton: Princeton University Press.

Williamson T. (2007), *How Probable Is an Infinite Sequence of Heads?*, „Analysis" 67, s. 173–180.

Streszczenie

Celem artykułu jest zarys teorii informacji kognitywnej. Jednym z ważniejszych warunków, jakie nakładamy na pojęcia informacji kognitywnej, jest jej praktyczna obliczalność, która przysługuje czasowej złożoności obliczeniowej nie większej niż złożoność wielomianowa. Okazuje się, że informacja kognitywna, jaką uzyskujemy z wnioskowań dedukcyjnych, może być informacją o wielomianowej złożoności czasowej, jeśli system dedukcyjny posiada odpowiednio dobrane reguły inferencji. Modelowanie informacji, której źródłem są wnioskowania dedukcyjne, jest jednym z trzech podstawowych zadań, jakie stawiam sobie w tym artykule – obok modelowania informacji sprzecznej i modelowania informacji przekonaniowej, której źródłem są wnioskowania niededukcyjne oraz treści sądów doświadczalnych. Modelowanie informacji kognitywnej pochodzącej z wnioskowań probabilistycznych odsyła do pojęcia prawdopodobieństwa. Klasyczna teoria prawdopodobieństwa nie może jednak być wykorzystana do tego celu bez zastrzeżeń. Argumentuję na rzecz wprowadzenia jako pojęcia pierwotnego kognitywnego prawdopodobieństwa warunkowego. Formułuję również postulaty autoepistemicznej informacji kognitywnej, podkreślając jej praktyczną obliczalność oraz praktyczną obliczalność informacji kognitywnej pochodzącej z wnioskowań probabilistycznych.