https://doi.org/10.18778/1689-4286.24.06

HYBRIS nr 24 (2014)
ISSN: 1689-4286

DAWID NOWAKOWSKI
UNIWERSYTET ŁÓDZKI

ROZWAŻANIA ARYSTOTELESA O NATURZE LICZB (*METAFZYKA*, XIII, 6–7)

§ I. W XIII księdze[1] „Metafizyki", w rozdziałach 6–9, Arystoteles przystępuje do rozważenia natury liczb i charakteru ich substancji. Liczby, jego zdaniem, można pojmować jako porównywalne ze sobą i nieporównywalne.

§ II. [1] Liczby nieporównywalne – „asymbletyczne" [*Ἀσύμβλητος* – nie dający się dodawać, porównać; nieokreślony] – są indywidualnościami nie wchodzącymi ze sobą w żadne relacje. W myśl powyższej definicji każda liczba jest odrębnym rodzajem nie posiadającym z pozostałymi liczbami żadnej wspólnej własności. Pogląd ten, jak stwierdza sam Arystoteles, nie znalazł swego obrońcy (1080b 10) i jako taki nie wydaje się warty omawiania.

§ III. Liczby porównywalne: rodzaj i różnica gatunkowa. Dlatego też przechodzi Arystoteles do omawiania liczb porównywalnych, przeprowadzając następujące wnioskowanie:

<u>Przesłanki</u>:

1) liczby są porównywalne;
2) liczby są jakimiś bytami;
3) porównywalne mogą być jedynie takie byty, które należą do wspólnego rodzaju.

<u>Wniosek</u>:

[1] Pytanie o autentyczność tej księgi jest istotne jedynie ze względów historycznych, a dla potrzeb niniejszego szkicu jest całkowicie zbędne.

> „każda liczba musi zawierać to, co jest pierwsze w niej [tj. rodzaj – DN], i to, co następne [tj. różnicę gatunkową – DN], bo każda liczba różni się gatunkowo (...)" (1080a 18–19).

Dalsze rozważania będą prowadzone właśnie wokół tego, w jaki sposób liczby się wobec siebie różnicują.

Wśród poglądów na liczby porównywalne Arystoteles wyróżnia dwa stanowiska i – jak twierdzi – zestaw ten jest wyczerpujący (1080b 11): stanowisko idealistyczne i stanowisko matematyczne.

§ IV. [2] Liczby matematyczne – jak przedstawia je Arystoteles, są różnolicznymi zbiorami takich samych jednostek. Liczba matematyczna N = $(j_1+j_2+\ldots+j_n)$, gdzie każde „j" jest identyczną jednostką. Warte uwagi jest to, że liczby matematyczne, jako jedyne, są podzielne – sytuując się tym samym niejako pomiędzy liczbami idealnymi a światem powstawania i ginięcia – ich natura (podzielność i niezmienność) jest bowiem czymś pośrednim między światem zmysłowym (gdzie wszystko jest podzielne), a światem idealnym (który jest niezmienny) [por. Platon, *Timaios*, 35 a–b]. Pojęcie liczby wyczerpuje się w sumie wchodzących w jej skład jednostek (analityczna koncepcja liczby).

§ V. [3] Liczby idealne – liczby te są – wedle Arystotelesa – uporządkowanym ciągiem, choć ich jednostki nie są sobie równe. W Arystotelesowskiej interpretacji platonizmu, liczby te są tożsame z ideami, gdyż jedyną ich właściwością jest uporządkowanie – i tak samo jak idee, znajdują się one w określonych hierarchiach (tak przynajmniej można wnioskować z fragmentów 1080a 22–31 oraz 1081a 8–15). Pojęcie liczby zawiera coś więcej niż sumę pojęć wchodzących w jej skład jednostek (syntetyczna koncepcja liczby).

§ VI. Liczby – skale. Gdybyśmy mieli każdą z tych koncepcji liczb określić na skali, z pewnością liczby nieporównywalne [1] umieścilibyśmy na skali nominalnej, liczby matematyczne [2] na skali ilościowej, a liczby idealne [3] na skali porządkowej.

§ VII. Liczby: możliwe stanowiska filozoficzne. Jak już wspomniano, „asymbletyczna" koncepcja liczb [1] nie miała swoich obrońców. Natomiast pozostałe dwie [2 i 3] znajdywały licznych zwolenników. Arystoteles wyróżnia zatem cztery możliwe sposoby, na jakie filozofowie mogą się ustosunkowywać (i rzeczywiście tak się ustosunkowywali) wobec omawianych zagadnień. Każde z owych czterech stanowisk przyjmuje (jedynie) jedno z poniższych założeń:

1) istnieją tylko liczby matematyczne;
2) istnieją tylko liczby idealne;
3) istnieją zarówno liczby matematyczne, jak i liczby idealne;
4) istnieją liczby, które są zarówno matematyczne, jak i idealne.

§ VIII. Liczby idealne: pierwsza próba konceptualizacji. Przyjęcie istnienia liczb idealnych rodzi, wedle Arystotelesa, liczne problemy (1081a–b).

Jeśli bowiem przyjmiemy, że liczby są niedodawalne, wówczas każda liczba „sama przez się" (autonomiczna) będzie „zbudowana" z różniących się między sobą jednostek. Innymi słowy, oprócz „jedynki samej przez się" będą istniały jakieś inne jedynki konstytuujące liczby. Każda liczba, z wyjątkiem „jedynki samej przez się", będzie zbudowana z elementów istniejących w liczbie poprzedzającej i jakiejś nowej jednostki.

By unaocznić owo rozumowanie, wprowadzamy następujące oznaczenia:

dla „liczb samych przez się" – N (np. dla „dwójki samej przez się" – 2);

dla „liczb późniejszych" – $[N]_x$, gdzie x oznacza numer kolejny danej liczby (np. dla „dwójki późniejszej", drugiej z kolei po „dwójce pierwszej" – $[2]_2$).

Korzystając z wprowadzonych oznaczeń, konstytuowanie się „liczb pierwszych" można opisać następująco („jedynka sama w sobie" zostanie pominięta jako jednostka podstawowa):

$2 = (1+[1]_2)$

$3 = (2+[1]_3)$ albo $(1+[2]_2)$

$4 = (3+[1]_4)$ albo $(2+[2]_3)$ albo $(1+[3]_2)$

$5 = (4+[1]_5)$ albo $(3+[2]_4)$ albo $(2+[3]_3)$ albo $(1+[4]_2)$

$N = ((N–1)+[1]_N)$ albo $((N–2)+[2]_{(N–1)})$ albo … albo $(1+[(N–1)]_2)$

Wówczas jednak dochodzi do pewnego paradoksu, bowiem np. zanim powstanie „trójka sama przez się" – 3, będzie istniała już <u>trzecia</u> jednostka $[1]_3$! W ten sposób doprowadza się również do wielkiego namnożenia różnych idei jednostek – bowiem przyjęcie chociażby pięciu kolejnych „liczb samych przez się” skutkuje powstaniem idei: 1, 2, 3, 4, 5, $[1]_2$, $[1]_3$, $[1]_4$, $[1]_5$, $[2]_2$, $[2]_3$, $[2]_4$, $[3]_2$, $[3]_3$, $[4]_2$.

Poza tym rodzi się pytanie, w jaki sposób będą mogły istnieć inne liczby poza tymi „samymi przez się” i z jakich będą się składać jednostek. Jeśliby bowiem założyć, że będą się charakteryzować podobną budową, co „liczby same przez się” (to znaczy, że tak samo jak one będą pozostawać w jakichś – choć w innych niż „liczby same przez się” – porządkach), to wówczas będziemy mieli do czynienia z jeszcze większym namnożeniem idei jednostek, co wygląda jeszcze bardziej absurdalnie. Przyjmijmy na przykład istnienie: „liczby 1 samej przez się”, „liczby 2 samej przez się”, „liczby 3 samej przez się” i „liczby 4 samej przez się”:

1; 2; 3; 4.

Ale na mocy powyższych rozważań wiemy, że $2 = (1+[1]_2)$; oraz że $3 = (2+[1]_3)$ albo $(1+[2]_2)$; oraz że $4 = (3+[1]_4)$ albo $(2+[2]_3)$ albo $(1+[3]_2)$.

Lecz wówczas także $[2]_2 = (\{1\}+\{[1]\}_2)$; oraz $[2]_3 = (<1>+<[1]>_2)$;
oraz $[3]_2 = (/2/+/[1]/_2)$ albo $(/1/+/[2]/_2)$.

A wtedy także:

$/[2]/_2 = («1»+«[1]»_2)$.

Wówczas, w wyniku przyjęcia jedynie czterech kolejnych „liczb samych przez się”, otrzymujemy 12 rodzajów jedynki (1; $[1]_2$; $[1]_3$; $[1]_4$; $\{1\}$; $\{[1]\}_2$; $<1>$; $<[1]>_2$; $/[1]/_2$; $/1/$; «1»; $«[1]»_2$), 5 rodzajów dwójki (2; $[2]_2$; $[2]_3$; $/2/$; $/[2]/_2$), dwa rodzaje trójki (3; $[3]_2$) oraz jedną czwórkę (4)…

§ IX. Liczby idealne: druga próba konceptualizacji. Innym możliwym sposobem rozwiązania problemu liczb idealnych jest przyjęcie twierdzenia, że „jednostki są różne w różnych liczbach, a nie są zróżnicowane między sobą tylko w tej samej liczbie” (1081b 31–32). Wówczas każda liczba miałaby niepowtarzalne i sobie tylko właściwe jednostki, ale jednostki te byłyby w obrębie liczby takie same. Jednakże i tę koncepcję Arystoteles poddaje krytyce, rozważając zagadnienie w sposób następujący:

Przyjmijmy istnienie liczby „10” i liczby „5”. Zgodnie z powyższym twierdzeniem, liczba „10” składa się z dziesięciu sobie tylko właściwych jednostek:

[1] „10” = (10 $\times$ a), gdzie a jest niepowtarzalną jednostką „dziesiątki”;

a liczba 5 składa się z pięciu sobie tylko właściwych jednostek:

[2] „5” – (5 $\times$ b), gdzie b jest niepowtarzalną jednostką „piątki”;

„a” i „b” jako niepowtarzalne jednostki muszą się od siebie różnić, a więc:

[3] a $\neq$ b.

Jednakże wtedy: „10”:2 $\neq$ „5”, bowiem:

1. „10”:2 = (10 $\times$ a):2 – na mocy [1];
2. (10 $\times$ a):2 = 5 $\times$ a.
3. “5” = (5 $\times$ b) – na mocy [2];
4. 5 $\times$ a $\neq$ 5 $\times$ b – na mocy [3];
5. a więc „10”:2 $\neq$ „5”.

Można z tego wysnuć także wniosek – i Arystoteles (1081b 37–43 [albo 1082a ???]) rzeczywiście to czyni – że „piątki” składające się na „dziesiątkę” są innego rodzaju niż „piątka sama w sobie”. Ale wówczas powracamy do rozwiązania z pierwszego rozumowania dotyczącego liczb idealnych i wikłamy się w te same problemy.

§ X. Liczby idealne – pytania i wątpliwości. Prowadzone przez Stagirytę rozważania stawiają go przed kilkoma poważnymi kwestiami natury filozoficznej.

Po pierwsze, tajemnicą jest to, w jakich relacjach pozostają jednostki wobec „liczb samych przez się”. Nie wiadomo bowiem, czy ontycznie pierwotne są te pierwsze, czy te drugie, jak również nieznana jest wiążąca je zależność. Arystoteles proponuje tutaj dwie możliwości – jedną platońską, drugą zgodną ze swoją koncepcją natury (1082a ???). Pierwsza mówi o relacji uczestnictwa pomiędzy liczbą a jednostkami: „liczba sama przez się” byłaby tym, co uczestniczy w każdej jednostce z osobna. Druga tłumaczy tę relację za pomocą pojęć rodzaju i różnicy gatunkowej: „liczba sama przez się” byłaby rodzajem, a ilość jednostek byłaby różnicą gatunkową – na przykład „trzy” byłoby „liczbą samą przez się” (rodzaj) o trzech jednostkach (różnica gatunkowa)[2].

Po drugie, nie wiadomo, w jaki sposób jednostki łączą się w liczbę.

---

[2] Proponowana tutaj przeze mnie interpretacja budzi oczywiście wątpliwości, lecz w chwili gdy ją pisałem, nie potrafiłem inaczej pojąć tego krótkiego fragmentu.

Po trzecie[3], nierozstrzygalną kwestią jest pytanie o to, w jakim porządku pozostawać będą liczby otrzymane w wyniku różnych działań (a więc „liczby nie same przez się", lecz pochodne)[4].

Kończąc swe rozważania Arystoteles zauważa, że przyjęcie tych założeń, które, wedle interpretacji Stagiryty przyjmuje Platon, powoduje – o czym już wspominaliśmy wcześniej – ogromne namnożenie idej. Bowiem „(…) wobec tego wszystkie jednostki stają się Ideami (por. § VIII), a Idee będą się składać z Idej" (1082a). Konkludując, Arystoteles jednoznacznie stwierdza, że „W ogóle, zróżnicowanie jednostek w jakikolwiek sposób jest niedorzecznością i fikcją (*πλασματωδες*); a przez fikcję rozumiem naciągnięcie siłą prawdy do hipotezy" (1082b 1–3).

Ostatecznym wnioskiem jest to, że liczby idealne nie istnieją, bowiem ani liczby nie są ideami, ani idee nie są liczbami: „Nie będą więc Idee liczbami" (1082b 24).

§ XI. Możliwe rozwiązanie: Kant. Podsumowując i wskazując na późniejsze dzieje problematu, można stwierdzić, że pojęcie liczb idealnych ma sens jedynie wtedy, gdy ich idealność pojmie się jako warunki konstrukcji liczby. Zachowuje się bowiem w ten sposób to, co można by określić jako „zasadniczość" liczb względem świata doświadczenia, a jednocześnie – jako że warunki liczb same nie są liczbami – uwalnia się od kłopotliwych aporii, do jakich prowadzi klasyczna teoria liczb idealnych Platona. Wydaje się, że w tym właśnie kierunku szły rozważania Kanta, gdy sprzeciwił się on analitycznej koncepcji matematyki, i – wychodząc z założenia, iż poznanie matematyczne jest poznaniem na podstawie konstrukcji pojęć – doszedł do swej, oryginalnej i wciąż budzącej spory, syntetycznej koncepcji matematyki[5].

---

[3] Zaburzam tu nieco kolejność przedstawienia poszczególnych zagadnień w „Metafizyce", ale biorąc pod uwagę logiczną konsekwencję mojego wywodu i „prowizoryczny" charakter „Metafizyki", działanie moje wydaje się usprawiedliwione.

[4] „Dalej, jeżeli każda jednostka i jakaś inna jednostka tworzą dwa, jednostka odjęta od dwójki samoistnej i jednostka odjęta z trójki samoistnej utworzą dwójkę. Ale ta dwójka będzie utworzona z jednostek różnych; wobec tego, czy będzie ona wcześniejsze od trójki samoistnej, czy późniejsza?" [1082b 11–14].

[5] Por. I. Kant, *Krytyka czystego rozumu*, A 712–717/ B 740–745.

Jednakże dokładne omówienie tego, w jaki sposób te dręczące Arystotelesa dylematy rozwiązał Kant, i ocena tego, czy jego wysiłek zakończył się powodzeniem, są zagadnieniem samym w sobie i wykraczają poza skromne ramy naszego szkicu. Esej niniejszy, jako że dotyczy jedynie fragmentu dzieła, także ma charakter fragmentaryczny, i w związku z tym daleki jest od stawiania jakichś ostatecznych konkluzji.

ABSTRACT

ARISTOTLE'S CONSIDERATIONS ON THE NATURE OF NUMBERS (*METAPHYSICS*, XIII, 6–7)

The article analyses the part of Aristotle's *Metaphysics*, which deals with the Plato's idealistic theory of numbers. In the first six sections it describes and defines a few basic concepts of mathematics, in the seventh section it clarifies Aristotle's opinion on the possible philosophical attitudes toward the nature of numbers. The next sections are devoted to logical analysis of Aristotle's reasoning in refuting the Plato's theory of numbers. The article ends with a short conclusion, where is indicated a possible connection between proposals of Aristotle and foundations of Kantian philosophy.