

Anna Baczko-Dombi

## Edukacja matematyczna w Polsce w świetle badań i wyników egzaminów zewnętrznych – wybrane aspekty społeczne<sup>1</sup>

### Mathematical education in Poland in the light of research and the results of external exams: selected social aspects

The aim of this paper is to describe the current state of selected mathematical achievements of Polish students and the most significant social aspects related to mathematical education and its role in the contemporary world. First, the importance of mathematical competences will be discussed with their role in the curriculum of young people entering the labour market. Then, a diagnosis of the state of mathematics teaching in Poland and the results of key educational research conducted in this field (mainly PIAAC, PISA, TIMSS, and the results of external exams in Poland) will be presented. Finally, the so-called non-cognitive aspects related to mathematical education, such as math anxiety or the role of stereotypes, will be discussed.

<b>DOI</b>	<a href="https://doi.org/10.31268/StudiaBAS.2022.14">https://doi.org/10.31268/StudiaBAS.2022.14</a>
<b>Słowa kluczowe</b>	matematyka, edukacja, PISA, TIMSS, PIAAC, egzaminy zewnętrzne, Polska, stereotypy, lęk przed matematyką, decyzje edukacyjne
<b>Keywords</b>	mathematics, education, PISA, TIMSS, PIAAC, external exams, Poland, stereotypes, math anxiety, educational decisions
<b>O autorce</b>	doktor nauk społecznych, Wydział Socjologii, Uniwersytet Warszawski • ✉ <a href="mailto:anna.baczko@is.uw.edu.pl">anna.baczko@is.uw.edu.pl</a> • ORCID 0000-0002-3597-6391



Artykuł został udostępniony na licencji Creative Commons – Uznanie Autorstwa 3.0 Polska (CC BY 3.0 PL).

## Wprowadzenie

Matematyka jest przedmiotem specyficznym. Z jednej strony dostarcza wiedzy niezbędnej w życiu codziennym i coraz więcej mówi się o tym, że jest przepustką do sukcesu zawodowego. Jest więc przedmiotem niezwykle ważnym w szkolnym *curriculum* – to matematyki na równi z językiem polskim uczniowie i uczennice uczą się przez cały okres edukacji. Z drugiej strony chyba z żadnym podstawowym przedmiotem szkolnym nie są związane tak silne stereotypy, sprzeczne postawy i emocje<sup>2</sup>. Nauka matematyki wymaga systematyczności i cierpliwości, a wiedza matematyczna ma charakter kumulatywny i w tym sensie w społecznym odbiorze jest przedmiotem trudnym. Staje się też podstawą funkcjonującego w opinii publicznej podziału na „humanistów”

1 Artykuł – poza analizą aktualnych wyników badań – powstał w oparciu o fragmenty i obserwacje z niepublikowanej rozprawy doktorskiej „Społeczne uwarunkowania wykluczenia matematycznego w perspektywie wyborów międzyczasowych” napisanej pod kierunkiem prof. Anny Gizy-Poleszczuk w Instytucie Socjologii Uniwersytetu Warszawskiego (2016).

2 S. Belbase, *Images, Anxieties, and Attitudes Toward Mathematics*, „International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology” 2013, t. 1, nr 4, s. 230–237.

i „umysł ściśle”<sup>3</sup>, co ma oznaczać, że predyspozycje matematyczne są niejako „dla wybranych”, elitarne. W dłuższej perspektywie takie podejście jest równoznaczne z daniem części uczniów przyzwolenia na „ucieczkę od matematyki” – przyjęcie, że nie ma się umysłu matematycznego, zwalnia ze starań, a w efekcie zawęża możliwe opcje edukacyjne<sup>4</sup>. Zgodnie z literaturą stereotyp, że dziewczęta nie mają predyspozycji matematycznych, powoduje, że kobiet w naukach ścisłych i obszarach rynku pracy związanych z tymi naukami jest znacznie mniej<sup>5</sup>.

Temat reformy i unowocześniania edukacji matematycznej jest obecny w dyskursie publicznym od wielu lat. W okresie powojennym prowadzono intensywne prace nad programami nauczania w duchu tzw. nowej matematyki. W tym kontekście szczególnie należy zwrócić uwagę na prace inspirowane przez prof. Z. Krygowską oraz środowiska jej współpracowników i uczniów tworzących krakowską szkołę dydaktyki matematyki. Część tych zmian modernizacyjnych – prowadzonych w szczególnej sytuacji, w jakiej znajdowała się wówczas Polska – spotkała się w późniejszych latach z krytyką, tak jak podobne próby podjęte w państwach zachodnich<sup>6</sup>. W 1982 r., po niedokończonej reformie z 1972 r., władze zdecydowały o rezygnacji z obowiązkowej matury z matematyki od 1984 r.<sup>7</sup> Jak się okazało, powrót do niej zajął ćwierć wieku (w 2010 r. matematyka znów stała się przedmiotem obowiązkowym na maturze) i nadal jest to strata trudna do nadrobienia<sup>8</sup>. Decyzja wywołała bardzo ożywioną debatę publiczną. Perspektywa obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki miała podkreślić znaczenie tego przedmiotu, a także zapobiec przedwczesnemu unikaniu nauki matematyki (np. przez wybór klasy humanistycznej, w której liczba zajęć z tego przedmiotu jest ograniczona).

W niniejszym artykule zostanie zarysowany aktualny stan wybranych osiągnięć matematycznych polskich uczniów, będą przedstawione zmiany, jakie na przestrzeni ostatnich lat zaszły

3 Klasyycznym tekstem jest tu praca: C.P. Snow, *Dwie kultury*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.

4 Por. A. Baczko-Dombi, *Ucieczka od matematyki. Rekonstrukcja procesu w kontekście społecznego wizerunku przedmiotu*, „Edukacja” 2017, nr 1(140), s. 39–54, <https://doi.org/10.24131/3724.170103>.

5 J. Pokojska, *Kobiety w „męskich” zawodach. Raport DELab UW dla Fundacji Przedsiębiorczości Kobiet*, 2018, [https://www.delab.uw.edu.pl/wp-content/uploads/2020/09/Kobiety-w-meskich-zawodach\\_raport-1.pdf](https://www.delab.uw.edu.pl/wp-content/uploads/2020/09/Kobiety-w-meskich-zawodach_raport-1.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

6 Por. Z. Semadeni, *Reformy programów i podręczników szkolnych sprzed pół wieku inspirowane prądami tzw. nowej matematyki*, „Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis. Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia” 2020, nr 12; E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Ćwierć wieku modernizacji nauczania matematyki. Pedagogiczna analiza sposobu i konsekwencji wprowadzania idei „nowej matematyki” do edukacji matematycznej dzieci*, <http://www.matematykadlawnastycznych.pl/mednr2/Gruszczyk.pdf> [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

7 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Ćwierć wieku...*

8 Egzamin maturalny z matematyki był obowiązkowym elementem egzaminu dojrzałości do 1983 r. Później egzamin ten był obowiązkowy tylko dla uczniów kończących klasy matematyczno-fizyczne, dla pozostałych był przedmiotem do wyboru. Matematykę można było też wybrać jako przedmiot zdawany na egzaminie ustnym. Forma i treść egzaminów były silnie krytykowane, głównie ze względu na brak jednolitych dla całej Polski zadań i kryteriów oceniania. W ramach reformy edukacji pomysł przywrócenia egzaminu z matematyki powracał wielokrotnie, ale kolejni ministrowie edukacji nie wprowadzili go w życie lub odsuwali jego realizację na kolejne lata (za: M. Federowicz, M. Sitek, *Raport o stanie edukacji 2010. Społeczeństwo w drodze do wiedzy*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2011, s. 291). Więcej: J. Osiecka-Chojnacka, *Doskonalenie kształcenia matematycznego*, „Infos. Zagadnienia społeczno-gospodarcze” 2020, nr 11, s. 1–4.

w edukacji matematycznej, i ich konsekwencje, a także kluczowe aspekty społeczne związane z nauką tego przedmiotu. Ponieważ matematyce w ujęciu edukacyjnym poświęcono wiele badań z zakresu dydaktyki, psychologii i filozofii nauki, dla omówienia tematu sięgnięto również po prace ze wspomnianych dziedzin.

Na początku zostanie omówiona rola kompetencji matematycznych we współczesnym świecie. Następnie zostaną opisane wyniki badań i egzaminów oraz przedstawione najważniejsze międzynarodowe badania edukacyjne obejmujące edukację matematyczną (PIAAC, PISA i TIMSS) wraz z odniesieniem do egzaminów zewnętrznych (egzamin po VIII klasie szkoły podstawowej i egzamin maturalny). Zarówno badania, jak i egzaminy będą traktowane jako swoiste „punkty kontrolne” stanu edukacji matematycznej. Pierwszą omawianą grupę będą stanowiły osoby dorosłe. Pokazany zostanie swoisty rozdzźwięk między kluczową rolą dla gospodarki przypisywaną kompetencjom a faktycznym stanem wiedzy, który pozostawia wiele do życzenia. Następnie zostaną omówione egzaminy maturalne, badania PISA (badania 15-latków), egzaminy na koniec szkoły podstawowej oraz wyniki badań nad osiągnięciami najmłodszych uczniów (przede wszystkim badanie TIMSS). Tam, gdzie to będzie potrzebne, zostanie nakreślony szerszy kontekst międzynarodowy, tak by można było pokazać, jak polscy uczniowie radzą sobie na tle rówieśników z innych państw. W ostatniej części zostaną opisane niektóre tzw. pozakognitywne czynniki wpływające na osiągnięcia matematyczne, m.in. lęk przed matematyką, zagrożenie stereotypem, motywacje, ale też postawy uczniów i to, jak czują się w szkole.

Ze względu na objętość niniejszego opracowania wymienione wyżej badania będą opisywane bardzo syntetycznie. Pod uwagę zostaną wzięte przede wszystkim te ich aspekty, które są najważniejsze dla umieszczenia polskich uczniów w kontekście międzynarodowym, które są powszechnie dostępne oraz stanowią odniesienie zarówno dla decydentów, jak i dla uczniów, rodziców i nauczycieli. Brane pod uwagę będą dane, o których słyży się w mediach i które omawia się w kontekście sukcesów lub – przeciwnie – konieczności wprowadzania reform. Tam, gdzie zakres artykułu będzie na to pozwalał, tematyka zostanie omówiona w kontekście bardziej szczegółowych badań, by czytelnik zyskał podstawową orientację w omawianym temacie i wskazówki, gdzie warto poszukać więcej informacji i danych.

## Kompetencje matematyczne a kariery zawodowe w nowoczesnej gospodarce

We współczesnym dyskursie na temat edukacji powtarza się hasło dostosowania jej do nowoczesnej gospodarki opartej na wiedzy (GOW), czyli takiej, która zgodnie z definicją Organizacji Współpracy Gospodarczej i Rozwoju (ang. *Organisation for Economic Cooperation and Development*, OECD) „bezpośrednio bazuje na produkcji, dystrybucji i stosowaniu wiedzy i informacji”<sup>9</sup>. Nośnikami GOW mają być: przemysł wysokiej technologii, usługi społeczeństwa

9 Organisation for Economic Cooperation and Development, *The Knowledge Based Economy*, GD(96)102, 1996, <https://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=OCDE/GD%2896%29102&docLanguage=En> [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

informacyjnego, usługi nasycone wiedzą i edukacją<sup>10</sup>. Takie przekształcenia rynku pracy są wyzwaniem dla systemu edukacji – to on jest źródłem kapitału ludzkiego w dobie społeczeństwa informacyjnego, które musi nie tylko swobodnie radzić sobie z wyszukiwaniem i przekazywaniem informacji, lecz także zasilić rozwijający się sektor technologii i innowacji. Wśród „kompetencji przyszłości” kluczowe są kompetencje cyfrowe i techniczne obejmujące wiedzę i umiejętności z zakresu STEM (ang. *science, technology, engineering, mathematics*)<sup>11</sup>. Jak pokazano w analizach OECD, wyższe kompetencje matematyczne wiążą się ze wzrostem PKB<sup>12</sup>.

Zgodnie z wynikami badań odpowiednio rozwijane kompetencje matematyczne stają się kluczem do kariery zawodowej<sup>13</sup>. Chodzi tu nie tylko o umiejętności matematyczne w wąskim, szkolnym znaczeniu, lecz także o opanowanie pewnych umiejętności nabywanych niejako „przy okazji” nauki matematyki. Badania „Monitorowanie losów absolwentów uczelni wyższych z wykorzystaniem danych administracyjnych Zakładu Ubezpieczeń Społecznych” pokazują, że absolwenci kierunków matematyczno-przyrodniczych lepiej oceniają praktycznie wszystkie aspekty podjętych studiów, m.in. „nowoczesność”, „możliwość zdobycia umiejętności zawodowych”, „możliwość zebrania doświadczeń zawodowych”. Pracujący absolwenci tych kierunków są też bardziej zadowoleni z wykonywanej pracy niż ci, którzy studiowali na kierunkach humanistycznych i społeczno-ekonomicznych<sup>14</sup>. Co więcej, prowadzono badania eksperymentalne, które pokazały, że pracodawcy rzeczywiście inaczej postrzegają kandydatów do pracy, jeśli z ich CV wynika, że mają wysokie kompetencje matematyczne. Korzystający z metodologii stosowanej przy badaniach dyskryminacji pracowników ze względu na różne cechy C. Koedel i E. Tyhurst<sup>15</sup> przeprowadzili eksperyment polegający na wysłaniu fikcyjnych życiorysów w odpowiedzi na oferty pracy online, przy czym losowo dopisali do części z nich informacje świadczące o wyższych kompetencjach matematycznych kandydatów. Okazuje się, że tak zmodyfikowane CV spotkały się z istotnie większym zainteresowaniem pracodawców (mierzonym liczbą odpowiedzi na zgłoszenia).

Przy tak dużej wadze kompetencji matematycznych niepokoją wyraźne nierówności ze względu na płeć na studiach i na rynku pracy. Dotyczą one tych obszarów, które przekładają się na

10 Np. E. Skrzypek, *Gospodarka oparta na wiedzy i jej wyznaczniki*, „Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy” 2011, nr 23, s. 270–285.

11 T.A. Leopold, V. Ratcheva, S. Zahidi, *The Future of Jobs Report 2018*, World Economic Forum, 2018, [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Future\\_of\\_Jobs\\_2018.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2018.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.]. Pozostałe kategorie to kompetencje emocjonalne i poznawcze. Więcej na temat nowych technologii i gospodarki cyfrowej, również w kontekście polskiej gospodarki: K. Śledziwska, R. Włoch, *Gospodarka cyfrowa. Jak nowe technologie zmieniają świat*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2020.

12 Organisation for Economic Cooperation and Development, *The High Cost of Low Educational Performance: The Long-run Economic Impact of Improving PISA Outcomes*, PISA, OECD Publishing, Paris 2010, <https://doi.org/10.1787/9789264077485-en>.

13 K. Kotlarski, *Wybrane podmiotowe i środowiskowe korelaty karier edukacyjnych*, Wydawnictwo UMK, Toruń 2006.

14 M. Bożykowski et al., *Monitorowanie losów absolwentów uczelni wyższych z wykorzystaniem danych administracyjnych Zakładu Ubezpieczeń Społecznych. Raport końcowy*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2014.

15 C. Koedel, E. Tyhurst, *Math Skills and Labor-Market Outcomes: Evidence From a Resume-Based Field Experiment*, „Economics of Education Review” 2012, t. 31, nr 1, s. 131–140, <https://doi.org/10.1016/j.econedu-rev.2011.09.006>.

rozwój GOW. Jak można przeczytać w raporcie „Kobiety na politechnikach 2021”<sup>16</sup>, choć 58% osób studiujących w roku akademickim 2019/2020 to kobiety, stanowiły one jedynie jedną trzecią studentów publicznych uczelni technicznych. Co więcej, udział kobiet wśród osób studiujących na kierunkach nowo technologicznych wynosił zaledwie 16%. Taki sam odsetek stanowią kobiety na kierunkach informatycznych. Te nierówności są też widoczne na dalszych etapach kariery akademickiej. Kobiety stanowią blisko jedną trzecią doktorantów w szkołach doktorskich i na studiach doktoranckich na wydziałach nauk inżynieryjno-technicznych. Podobnie wygląda odsetek pracujących naukowo kobiet na uczelniach technicznych (32% vs 46% pracujących pań na wszystkich uczelniach publicznych), trudniej jest im też uzyskać wyższe stopnie naukowe. Również pozaakademickie stanowiska związane z przygotowaniem w zakresie nauk ścisłych (programowanie, informatyka, automatyka-robotyka) są postrzegane jako zawody typowo męskie<sup>17</sup>. Wyzwaniem jest wsparcie dla kobiet ze strony otoczenia społecznego w wyborze studiów z obszaru STEM. Przykładowo, aż połowa maturzystek badanych przez fundację Perspektywy w 2015 r. nie była w szkole zachęcana do wyboru kierunków ścisłych i tu – jak zresztą pokazują też inne badania – kluczowy jest wpływ związanych z naukami ścisłymi osób w najbliższym środowisku<sup>18</sup>. Jednakże te maturzystki, które wysoko oceniały swoje umiejętności matematyczne, aż dwukrotnie częściej wybierały ścisłe kierunki studiów<sup>19</sup>.

## Kompetencje matematyczne dorosłych Polaków – badania PIAAC

W tej części pracy zostaną omówione umiejętności matematyczne dorosłych Polaków. Na ich przykładzie najlepiej widać, jak daleko jest do ideału powszechnej swobody wyboru zawodów wymagających kompetencji z zakresu STEM. Potwierdzeniem tego spostrzeżenia jest Międzynarodowe Badanie Kompetencji Osób Dorosłych (ang. *The Programme for the International Assessment of Adult Competencies*, PIAAC). Zostało ono przeprowadzone w latach 2011–2012 w 24 państwach wśród osób w wieku 16–65 lat. Wynika z niego dość jasno, że poziom umiejętności Polaków był niezadowalający, szczególnie na tle innych państw (por. rysunek 1) – uzyskali oni o 9 pkt mniej, niż wynosi średnia OECD (260 pkt wobec 269 pkt, maksymalnie z testu można było uzyskać łącznie 500 pkt)<sup>20</sup>, przy czym umiejętności aż jednej czwartej badanych były na

16 A. Knapińska, *Kobiety na politechnikach 2021. Raport*, Fundacja Edukacyjna Perspektywy, 2021, <http://www.dziewczynynapolitechniki.pl/pdfy/raport-kobiety-na-politechnikach-2021.pdf> [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

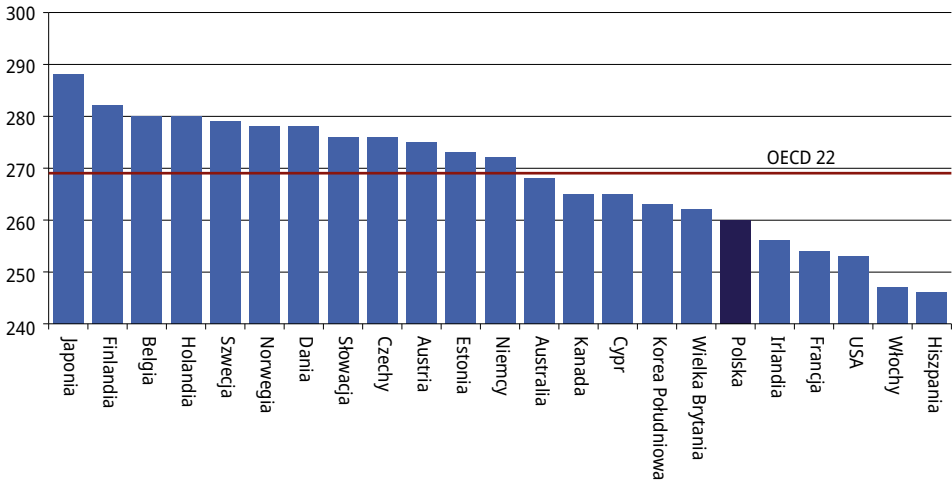
17 J. Pokojska, *op. cit.*

18 A. Zawistowska, *Poczucie skuteczności i pozytywne autostereotypy – przypadek kobiet w naukach ścisłych i technicznych*, „Przegląd Badań Edukacyjnych” 2018, t. 1, nr 26, s. 87–108, <https://doi.org/10.12775/pbe.2018.005>.

19 Fundacja Edukacyjna Perspektywy, *Potencjał kobiet dla branży technologicznej. Raport badawczy 2015*, 2015, <http://potencjalkobiet.pl/pdf/RAPORT-Potencjal-kobiet-dla-branzy-technologicznej.pdf> [dostęp: 5 lipca 2022 r.].

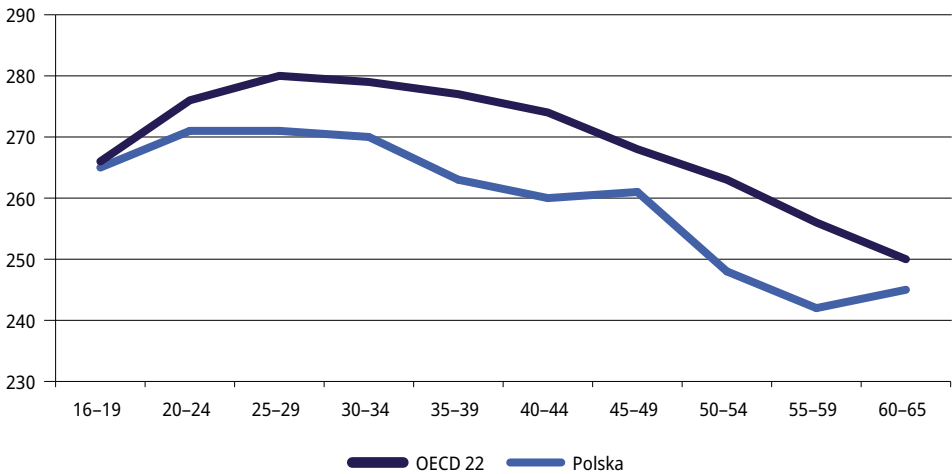
20 W PIAAC badane było również rozumienie tekstu – tu Polacy wypadli poniżej średniej (267 pkt wobec przeciętnego wyniku 273 pkt). Drugim ważnym polem (szczególnie w kontekście pandemii COVID-19) są umiejętności w zakresie technologii informacyjno-komunikacyjnych – w tym przypadku Polacy również osiągnęli wynik poniżej średniej OECD. Więcej w: J. Burski *et al.*, *Umiejętności Polaków – wyniki Międzynarodowego Badania Kompetencji Osób Dorosłych (PIAAC)*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.

**Rysunek 1. Rozumowanie matematyczne dorosłych Polaków na tle państw OECD – średnie wyniki (badanie PIAAC z lat 2011–2012)**



Źródło: J. Burski et al., *Umiejętności Polaków – wyniki Międzynarodowego Badania Kompetencji Osób Dorosłych (PIAAC)*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013, s. 45.

**Rysunek 2. Średni profil umiejętności matematycznych w Polsce i w państwach OECD według wieku (dane PIAAC)**



Źródło: J. Burski, *op. cit.*, s. 54.

poziomie określanym jako bardzo niski (poniżej 226 pkt), a tylko 8% – na poziomie wysokim (powyżej 325 pkt<sup>21</sup>).

Co ważne i sprzeczne ze stereotypami oraz z sytuacją na rynku pracy, nie były wówczas widoczne różnice ze względu na płeć, która – jak wspomniano we wstępie – jest tradycyjną linią podziału w przypadku przedmiotów ścisłych. Ważny jest za to wiek (rysunek 2). Osoby najmłodsze (od 16 do 24 lat) radziły sobie wyraźnie lepiej niż osoby starsze (wyniki lekko powyżej średniej OECD). Znaczenie mają też miejsce zamieszkania i wykształcenie (statystyczna osoba z wyższym wykształceniem uzyskała 74 pkt więcej w teście niż osoba z wykształceniem gimnazjalnym)<sup>22</sup>.

Oczywiście wyniki te są sprzed dekady (obecnie są opracowywane wyniki drugiej rundy badań<sup>23</sup>), ale stanowią dobry punkt wyjścia do zastanowienia się nad stanem edukacji matematycznej. Były też jednym z przyczynków do ożywienia debaty publicznej nad tym zagadnieniem.

## Kompetencje matematyczne na progu wyboru ścieżki zawodowej – wyniki matur

Poprzednia część została zakończona konstatacją, że umiejętności osób dorosłych nie są zadowalające z perspektywy możliwości rozwoju zawodowego, co wręcz sprzyja pewnemu wykluczeniu. Wiadomo też, że im wyższe wykształcenie i młodszy wiek, tym sytuacja jest lepsza. Naturalną kontynuacją tematu wydaje się opisanie wyników egzaminów maturalnych z matematyki.

Należy zaznaczyć, że z metodologicznego punktu widzenia trzeba bardzo ostrożnie podchodzić do porównywania ze sobą „liczbowych” wyników matur, m.in. nie jest uprawnione porównywanie wyników matur z dwóch różnych przedmiotów<sup>24</sup>, choć to częsta praktyka stosowana przez publicystów. Podkreślają oni np., że w ostatnim roku, tj. 2021 r., maturę z języka polskiego na poziomie podstawowym zdało 92%, a z matematyki – tylko 79% osób podchodzących do egzaminu, albo porównują wyniki z poszczególnych lat. Także przyszli studenci odnoszą się do punktowej „wartości” matury w poszczególnych latach, ponieważ matura zastąpiła egzaminy na studia<sup>25</sup>. Poza tym – nawet gdy weźmie się pod uwagę wszelkie kwestie związane z konstruowaniem egzaminów jako narzędzi pomiarowych i inny charakter egzaminu z matematyki i języka polskiego – jest znamienne, że to matura z matematyki najczęściej bywa przyczyną niepowodzeń uczniów – w 2019 r. nie zdało jej 19% uczniów, a w latach 2020 i 2021 – po 21%.

21 Badacze wyznaczyli 6 poziomów (poniżej 1, 1, 2, 3, 4, 5) odpowiadających poziomom umiejętności; poziom niski – 1 i mniej, poziom wysoki – 4 i więcej; J. Burski, *op. cit.*, s. 19–28, 52.

22 J. Burski, *op. cit.*

23 Informacji należy szukać na stronie: <https://piaac.pbs.pl/>; raport jest planowany na lata 2023–2024.

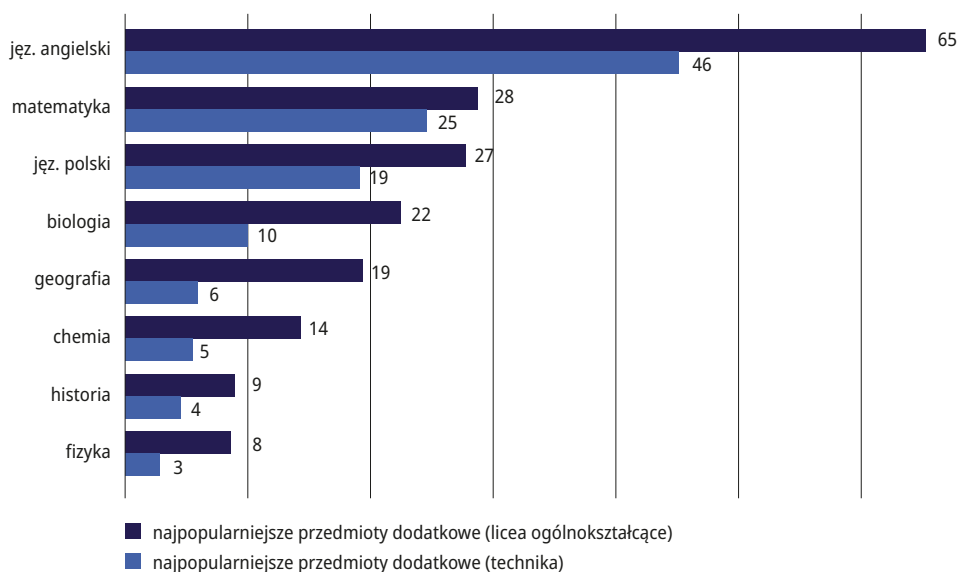
24 Szczegółowe omówienie możliwości interpretacyjnych i porównawczych egzaminów zewnętrznych oraz opis działań mających na celu zwiększenie porównywalności można znaleźć w: *Raport o stanie edukacji 2014. Egzaminy zewnętrzne w polityce i praktyce edukacyjnej*, red. R. Dolata, M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015.

25 Matury z lat 2021 i 2020 są o tyle specyficzne, że oba te roczniki miały już do czynienia z kształceniem zdalnym wymuszonym pandemią COVID-19, więc matura odbywała się w warunkach pandemicznych, m.in. w 2020 r. nie było egzaminów ustnych.

Można więc stwierdzić, że nie wpływa to pozytywnie na klimat medialny wokół matematyki czy stosunek uczniów i rodziców do potrzeby zdawania egzaminu z tego przedmiotu.

Tym, co można bezpośrednio porównać, są odsetki uczniów i uczennic wybierających maturę rozszerzoną, będącą przepustką na wiele kierunków studiów, w tym wspomniane we wstępie kierunki z grupy STEM (rysunek 3). Poziom rozszerzony w 2021 r. wybrało 28% absolwentów liceów i 25% absolwentów techników<sup>26</sup>. Odsetki te w ostatnich latach są bardzo podobne (wahnięcia na poziomie 1 p.p.). Gdy weźmie się pod uwagę to, że matematyka jest przedmiotem obowiązkowym na maturze, odsetek okazuje się niepokojąco niski.

**Rysunek 3. Wybory maturzystów 2021 r. – przedmioty dodatkowe w liceach i technikach**



Źródło: Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Wstępne informacje o wynikach egzaminu maturalnego przeprowadzonego w terminie głównym 2021*, lipiec 2021, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_MATURALNY\\_OD\\_2015/Informacje\\_o\\_wynikach/2021/20210705 Wstępne informacje o wynikach EM 2021 - prezentacja.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informacje_o_wynikach/2021/20210705%20Wst%C4%99pne_informacje_o_wynikach_EM_2021_-_prezentacja.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

Wyniki matury z matematyki są zróżnicowane ze względu na kilka zmiennych. Przede wszystkim gorzej sobie z nią radzą uczniowie techników – w 2021 r. odsetek zdanych matur na poziomie podstawowym wynosił w nich 71%, podczas gdy w liceach ogólnokształcących – 84%.

<sup>26</sup> Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Wstępne informacje o wynikach egzaminu maturalnego przeprowadzonego w terminie głównym 2021*, lipiec 2021, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_MATURALNY\\_OD\\_2015/Informacje\\_o\\_wynikach/2021/20210705 Wstępne informacje o wynikach EM 2021 - prezentacja.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informacje_o_wynikach/2021/20210705%20Wst%C4%99pne_informacje_o_wynikach_EM_2021_-_prezentacja.pdf) [dostęp: 4 lipca 2022 r.].



W przypadku języka polskiego ta zależność była znacznie słabsza (odpowiednio 94% i 90%)<sup>27</sup>. Wyniki matur nie są też jednolite w całym kraju. W przypadku matematyki najwyższe średnie wyniki z egzaminu rozszerzonego zdobyli uczniowie z woj. mazowieckiego, pomorskiego i małopolskiego. Najslabiej maturę zdano w woj. lubuskim i warmińsko-mazurskim. W przypadku matury na poziomie podstawowym jest podobnie<sup>28</sup>.

Widać też wyraźnie, że o ile na poziomie podstawowym średnie wyniki matur kobiet i mężczyzn są bardzo zbliżone, o tyle na poziomie rozszerzonym sytuacja jest znacznie bardziej skomplikowana. W 2015 r. to chłopcy osiągnęli nieznacznie wyższe wyniki, ale już w latach kolejnych dziewczęta zaczęły ich wyprzedzać i tendencja ta się utrzymuje (tabela 1).

**Tabela 1. Średnie rezultaty z matury z matematyki na poziomie podstawowym i rozszerzonym według płci**

	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
matematyka na poziomie podstawowym							
ogółem	55	56	54	56	58	52	56
kobiety	53	56	54	55	58	52	57
mężczyźni	58	57	55	56	59	52	56
matematyka na poziomie rozszerzonym							
ogółem	41	31	37	29	39	34	31
kobiety	40	33	42	32	43	38	34
mężczyźni	42	29	34	27	36	31	29

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Głównego Urzędu Statystycznego, *Średnie wyniki egzaminu maturalnego*, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/edukacja/edukacja/srednie-wyniki-egzaminu-maturalnego,17,1.html> [dostęp: 5 lipca 2022 r.].

Jednocześnie należy zwrócić uwagę na to, że egzaminy z matematyki na poziomie rozszerzonym są wybierane znacznie częściej przez chłopców niż dziewczęta (rysunek 4). Wśród dziewcząt w 2021 r. było to 20%, a chłopców – 35%. Nie jest to wynik odosobniony – podobnie sytuacja wyglądała w latach 2015–2020<sup>29</sup>.

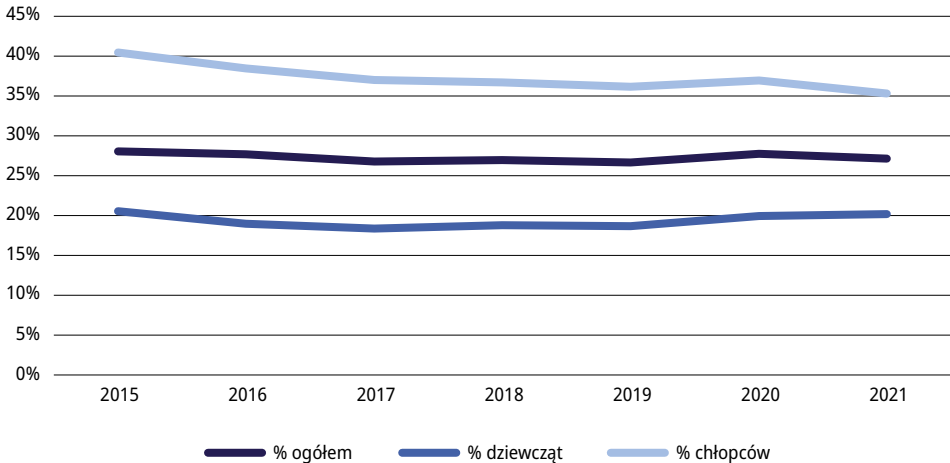
Oznacza to, że tylko co piąta uczennica w momencie składania dokumentów na studia będzie mogła rozważać kierunki, w przypadku których rozszerzona matematyka jest wymagana, czyli wiele kierunków politechnicznych czy informatykę. W konsekwencji decyzja o niewybraniu matematyki jako przedmiotu zdawanego na poziomie rozszerzonym zawęża możliwe opcje

<sup>27</sup> *Ibidem*.

<sup>28</sup> Wyniki matur (nie tylko z matematyki) na poziomie województw, powiatów i gmin można znaleźć na stronie Ministerstwa Edukacji Narodowej: <https://mapa.wyniki.edu.pl/MapaEgzaminow>.

<sup>29</sup> Więcej o tej dysproporcji odsetka dziewcząt na poziomie podstawowym i rozszerzonym z uwzględnieniem wyników egzaminów z 2015 r.: A. Zawistowska, *Gender Differences in High-stakes Maths Testing. Findings from Poland*, „Studies in Logic, Grammar and Rhetoric” 2017, t. 50, nr 1, s. 205–226, <https://doi.org/10.1515/slgr-2017-0025>.

**Rysunek 4. Odsetki uczniów i uczennic wybierających maturę rozszerzoną z matematyki w latach 2015–2021**



Źródło: Obliczenia własne na podstawie danych Centralnej Komisji Egzaminacyjnej, <https://cke.gov.pl/egzamin-maturalny/egzamin-w-nowej-formule/wyniki/>

wyboru studiów. Jest to o tyle istotne, że z badań wiemy, iż tego typu decyzje są podejmowane relatywnie późno, a przedmioty maturalne, które będą zdawane na poziomie rozszerzonym, bywają determinowane przez wybór profilu kształcenia w szkole średniej<sup>30</sup>. Co stoi u podstaw rezygnacji dziewcząt z wyboru ścieżki edukacyjnej związanej z nauką przedmiotów ścisłych? Nie jest to brak wiedzy, skoro na poziomie podstawowym wyniki dziewcząt i chłopców są podobne, a na poziomie rozszerzonym dziewczęta osiągają lepsze wyniki. Może to raczej świadczyć o autoselekcji dziewcząt, widocznej już na etapie wyboru szkoły średniej i profilu klasy, oraz o roli stereotypów płciowych<sup>31</sup>.

## Kompetencje matematyczne na przełomie szkoły podstawowej i średniej – egzamin ósmoklasisty i badania PISA

Egzamin ósmoklasisty jest przepustką do liceów i techników i w obecnej formule był przeprowadzany dwa razy<sup>32</sup>. Nie ma w nim rozróżnienia na część podstawową i rozszerzoną. Wyraźnie za-

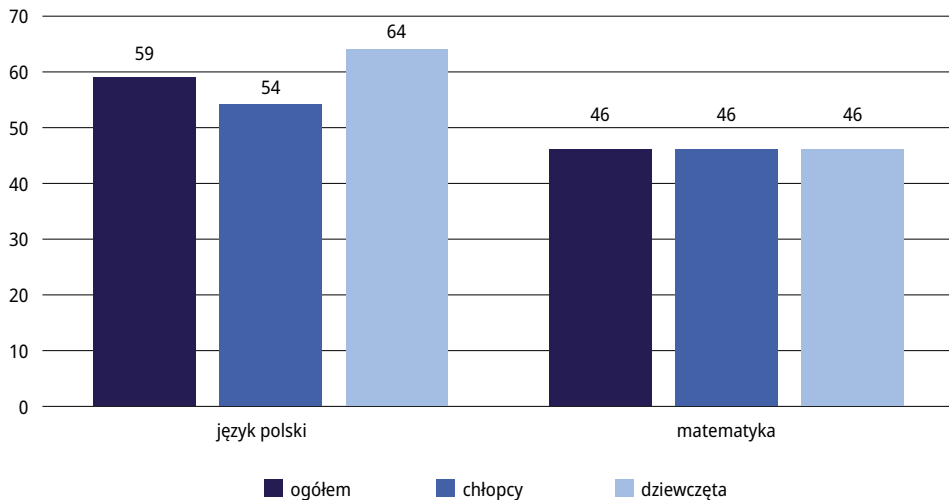
30 T. Zając et al., *Ogólnouniwersyteckie Badanie Rekrutacyjne 2017*, Pracownia Ewaluacji Jakości Kształcenia, Uniwersytet Warszawski, Warszawa 2017, [http://pejk.uw.edu.pl/wp-content/uploads/sites/289/2018/02/Badanie\\_rekrutacyjne\\_2017.pdf](http://pejk.uw.edu.pl/wp-content/uploads/sites/289/2018/02/Badanie_rekrutacyjne_2017.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

31 A. Baczek-Dombi, *Ucieczka od matematyki. Rekonstrukcja procesu w kontekście społecznego wizerunku przedmiotu*, „Edukacja” 2017, t. 140, nr 1, s. 39–54.

32 Jest to związane z likwidacją gimnazjów; wcześniej egzamin zdawali uczniowie po III klasie gimnazjum, obecnie rocznik młodszy.

uważalny jest jednak ponowny brak zróżnicowania średniego wyniku z matematyki ze względu na płeć. Jest to o tyle ciekawe, że – tak jak w przypadku egzaminów maturalnych – dziewczęta wyraźnie lepiej od chłopców radzą sobie z językiem polskim (rysunek 5).

**Rysunek 5. Średnie punktowe wyniki egzaminu ósmoklasisty w 2021 r. z języka polskiego i matematyki w podziale na płeć**



Źródło: opracowanie własne na podstawie danych Głównego Urzędu Statystycznego, *Średnie wyniki uczniów na egzaminie ósmoklasisty*, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/edukacja/edukacja/srednie-wyniki-uczniow-na-egzaminie-osmoklasisty,18,1.html> [dostęp: 5 lipca 2022 r.].

Tym, co różnicuje uczniów kończących szkołę podstawową, jest wielkość miejscowości zamieszkania i to, czy uczęszczali do szkoły publicznej czy niepublicznej. Przykładowo w 2021 r. przeciętny uczeń szkoły publicznej miał 47 pkt, a niepublicznej – o 12 więcej. Uczeń, którego szkoła znajdowała się na wsi lub w małym mieście, zdobywał średnio 44 pkt z egzaminu, w mieście średniej wielkości – 47 pkt, a gdy szkoła znajdowała się w mieście powyżej 100 tys. mieszkańców – aż 54 pkt<sup>33</sup>. Należy jednak podkreślić, że obie te prawidłowości nie są typowe tylko dla matematyki, podobnie jest z pozostałymi częściami egzaminu, choć dla języka polskiego różnice są mniejsze, a dla języka angielskiego – nieco większe<sup>34</sup>.

W latach 2012–2019 wybór szkoły średniej był poprzedzony egzaminem gimnazjalnym, składającym się z części humanistycznej, matematyczno-przyrodniczej oraz z języka obcego nowożytnego. Od 2014 r. zmieniła się formuła egzaminu i od tego roku Centralna Komisja Egzaminacyjna (CKE) zaczęła raportować wyniki dotyczące matematyki. Ponownie wyniki, które

33 Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Sprawozdanie z egzaminu ósmoklasisty w 2021 r.*, <https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/wyniki/sprawozdanie-z-egzaminu-osmoklasisty-w-2021-r/> [dostęp: 5 lipca 2022 r.].

34 *Ibidem*.

zdobywali dziewczęta i chłopcy, były zbieżne – zarówno przeciętne wyniki, jak i ich zróżnicowanie ze względu na lokalizację szkoły i rodzaj placówki (publiczna czy niepubliczna)<sup>35</sup>.

Warto zauważyć, że w przypadku egzaminów gimnazjalnych eksperci zwracali uwagę na znaczne kłopoty z umiejętnościami matematycznymi – najsłabiej uczniowie radzili sobie z zadaniami wymagającymi opracowania strategii rozwiązania, wskazywano też na nieumiejętność operowania językiem symbolicznym i doboru modelu do treści zadania, na błędy rachunkowe, stosowanie jednostek miar różnych wielkości, a także trudności z zamianą jednostek. Osobny i poważny problem stanowi bezkrytyczne podejście do otrzymanego wyniku i brak potrzeby skonfrontowania go z warunkami zadania<sup>36</sup>. O umiejętnościach gimnazjalistów pisali m.in. M. Karpiński, Z. Grudniewska i M. Zambrowska<sup>37</sup>.

Więcej o stanie wiedzy uczniów kończących szkołę podstawową i zaczynających naukę w szkole średniej mówią najbardziej chyba znane i nośne medialnie badania edukacyjne pn. Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów (ang. *Programme for International Student Assessment*, PISA). Są organizowane przez OECD od 2000 r. i realizowane co trzy lata. W ostatniej edycji z 2018 r. uczestniczyło 79 państw i regionów. W badaniu mierzony jest poziom rozumienia czytanego tekstu (ang. *reading literacy*), rozumowania matematycznego (ang. *mathematical literacy*) i rozumowania w naukach przyrodniczych (ang. *science literacy*)<sup>38</sup>. Matematyczna część badania PISA sprawdza, czy uczniowie potrafią wykorzystać swoją wiedzę i umiejętności matematyczne, gdy stają przed koniecznością rozwiązywania problemów otaczającego świata.

Do 2006 r. poziom umiejętności polskich uczniów był średni, co tłumaczono niskimi nakładami na edukację. Między 2006 a 2009 r. udało się osiągnąć 6-punktową poprawę wyników. Na ten wzrost zapracowały, jak się okazuje, dziewczęta – w grupie chłopców nastąpił w 2006 r. spadek. Odsetki uczniów w Polsce na poszczególnych poziomach umiejętności matematycznych w badaniu PISA w latach 2003–2018 pokazano na rysunku 6.

W analizach z lat 2003, 2006 i 2009 podkreślano, że polscy uczniowie mają poważny problem z zadaniami, w których jest konieczne samodzielne wnioskowanie i przeprowadzenie nawet prostego rozumowania. Wyzwaniem były zadania wymagające abstrakcyjnego myślenia, myślenia samodzielnego i twórczego. Podkreślano stosunkowo niewielki odsetek uczniów słabych i bardzo dobrych, przeważają w Polsce uczniowie średni. Populacja polskich uczniów była w latach 2003–2009 określana jako dość jednorodna pod względem umiejętności mate-

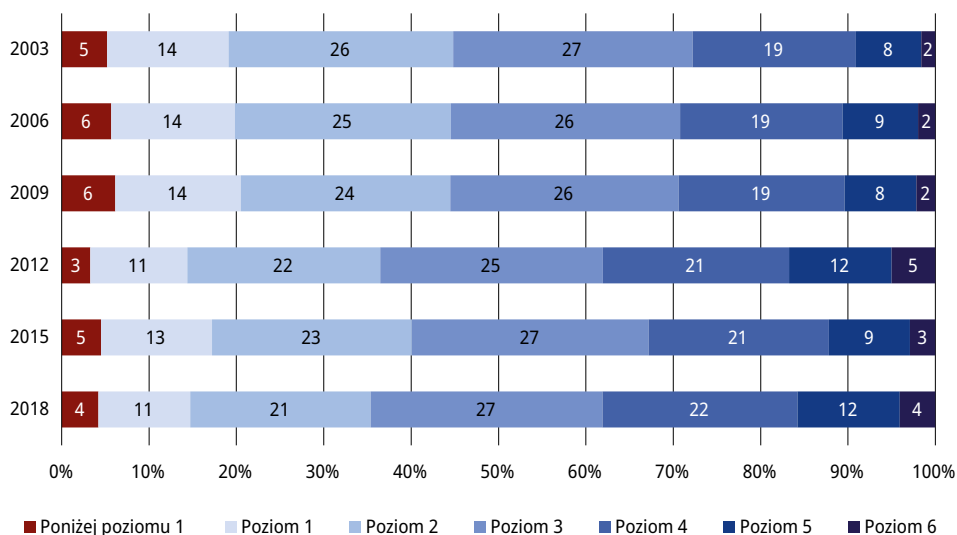
35 Sprawozdania z egzaminów gimnazjalnych: Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Wyniki, sprawozdania*, <https://cke.gov.pl/egzamin-gimnazjalny/wyniki/> [dostęp: 5 lipca 2022 r.].

36 E. Jabłońska, *O umiejętnościach matematycznych polskich maturzystów* [w:] *O umiejętnościach matematycznych uczniów*, cz. 1. *Diagnoza*, red. M. Dąbrowski, Wydawnictwo Bohdan Orłowski, Konstancin-Jeziorna 2011, s. 107–114.

37 M. Karpiński, Z. Grudniewska, M. Zambrowska, *Nauczanie matematyki w gimnazjum. Raport z badań*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.

38 Każda z tych dziedzin co dziewięć lat stanowi główny przedmiot badania, co oznacza, że uczniowie rozwiązują większą liczbę zadań z tego obszaru, a to pozwala na uzyskanie pogłębionego obrazu wiedzy i umiejętności z danej dziedziny. Część krajów uczestniczy też w dodatkowych modułach badania. Więcej: *Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów. Wyniki badania PISA 2018 w Polsce*, red. M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2019.

**Rysunek 6. Odsetki uczniów w Polsce na poszczególnych poziomach umiejętności matematycznych w badaniu PISA w latach 2003–2018**



Źródło: Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów. Wyniki badania PISA 2018 w Polsce, red. M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2019, s. 14.

matycznych. W praktyce mogło to oznaczać pokusę koncentracji na dość jednolitej większości, wobec której stosunkowo łatwo jest stosować „rutynę i schemat”. W efekcie potrzeby młodzieży wymagającej podejścia indywidualnego mogły zostać niezaspokojone. Dotyczyć to może zarówno wsparcia uczniów słabszych, jak i szczególnego podejścia do młodzieży odnoszącej sukcesy. Przy stosunkowo pozytywnych opiniach o małym odsetku uczniów najslabszych wiele pisano o tzw. problemie górnej ćwiartki – najlepszych uczniów było relatywnie niewielu i byli oni słabsi w porównaniu z rówieśnikami z zagranicy<sup>39</sup>.

Wyniki PISA z edycji 2012 okrzyknięto rewolucją – Polska znalazła się na pierwszym miejscu w Unii Europejskiej w zakresie umiejętności matematycznych (razem z Holandią, Estonią i Finlandią). W stosunku do poprzedniej edycji badani polscy uczniowie zdobyli 23 pkt więcej, w efekcie przesunęli się o 13 pozycji<sup>40</sup>. Wiele wówczas się mówiło, szczególnie w mediach, o „wybitnym roczniku”. Komentatorzy krytyczni wobec wyników badania nie byli przekonani do tak prostego przełożenia nowej podstawy programowej na wyniki badania PISA. Zdaniem A. Zawistowskiej<sup>41</sup>

39 Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2009 w Polsce, red. M. Federowicz, 2009, [http://old.ifispan.waw.pl/pliki/1\\_pisa\\_2009.pdf](http://old.ifispan.waw.pl/pliki/1_pisa_2009.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

40 PISA. Wyniki Badania 2012 w Polsce, red. M. Federowicz, Instytut Filozofii i Socjologii PAN, 2013, [http://old.ifispan.waw.pl/pliki/wyniki\\_pisa.pdf](http://old.ifispan.waw.pl/pliki/wyniki_pisa.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

41 A. Zawistowska, *The Black Box of the Educational Reforms in Poland: What Caused the Improvement in the PISA Scores of Polish Students?*, „Polish Sociological Review” 2014, t. 187, nr 3, s. 333–350.

z analiz wynika, że ta zmiana była przede wszystkim wypadkową podobieństwa między zadaniami, jakie uczniowie rozwiązują w ramach nowej podstawy programowej, a testami PISA i wprowadzenia obowiązkowej matematyki na maturze, co zadziało na uczniów motywująco. Badaczka podkreślała jednak konieczność dalszych pogłębionych analiz.

W 2015 r. nie udało się powtórzyć wyniku. Co prawda polscy uczniowie nadal byli powyżej średniej OECD, ale ich średni wynik wyniósł 504 pkt, czyli o 14 pkt mniej niż w 2012 r.<sup>42</sup> Jednakże – jak pocieszali eksperci – ta edycja badania PISA była o tyle nietypowa, że po raz pierwszy zadania były rozwiązywane na komputerach, co okazało się wyzwaniem dla uczniów – nie tylko zresztą w Polsce.

**Tabela 2. Umiejętności polskich uczniów w zakresie matematyki w kolejnych edycjach badania PISA**

Rok badania PISA	Wynik punktowy polskich uczniów	Średni wynik państw OECD	Liczba państw lub regionów, które uzyskały wynik statystycznie istotnie lepszy od Polski	
			na świecie	w Unii Europejskiej
2003	490	499	21	12
2006	495	490	20	10
2009	495	492	20	8
2012	518	490	9	0
2015	504	487	14	5
2018	516	489	8	1

Źródło: Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów..., s. 13.

Faktycznie, w edycji najnowszej – z 2018 r. – w porównaniu z wynikami z 2015 r. polscy uczniowie osiągnęli znacznie lepsze rezultaty i wrócili do europejskiej czołówki. W przypadku matematyki zdobyli drugie miejsce w UE (*ex aequo* z Holandią), wyprzedzili ich tylko rówieśnicy z Estonii. Średni wynik polskich 15-latków wyniósł 516 pkt, o 27 pkt więcej niż średnia dla państw OECD (równa 489 pkt)<sup>43</sup>.

Chłopcy i dziewczęta – tak jak w przypadku matur na poziomie podstawowym i egzaminów ósmoklasisty – uzyskują w badaniach PISA bardzo zbliżone wyniki. Wyjątek stanowił 2015 r., gdy chłopcy zyskali istotną statystycznie przewagę 12 pkt, co było tłumaczone sprawnym korzystaniem z komputerów<sup>44</sup>.

42 Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2015 w Polsce, red. M. Federowicz, 2017, <https://www.ibe.edu.pl/images/publikacje/Raport-PISA-2015-rozszerzony.pdf> [dostęp: 5 lipca 2022 r.].

43 Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów...

44 Więcej: Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA... Kwestię mniejszego „obyścia” dziewcząt z rozwiązywaniem zadań matematycznych za pomocą komputerów analizuje szczegółowo M. Czajkowska w artykule *Różnice osiągnięć dziewcząt i chłopców w rozwiązywaniu zadań matematycznych*, „Terazniejszość – Człowiek – Edukacja” 2018, t. 21, nr 1(81), s. 119–134.

Tym, co jednak odróżniało chłopców i dziewczęta w 2018 r., było zróżnicowanie umiejętności. Chłopcy częściej niż dziewczęta uzyskiwali wyniki odpowiadające najniższym i najwyższym poziomom umiejętności. Z kolei dziewczęta częściej niż chłopcy (odpowiednio 28% i 25%) uzyskiwały wyniki na poziomie średnim.

Obecnie trwa opracowanie wyników kolejnej edycji badania. Będą one o tyle ciekawe i ważne, że w badaniu z 2018 r. brali udział praktycznie wyłącznie uczniowie przedostatniego rocznika gimnazjów (97,5%). Oznacza to, że dopiero kolejna edycja (PISA 2022) pokaże ewentualne konsekwencje reformy związanej z likwidacją gimnazjów.

## Edukacja matematyczna najmłodszych – budowanie podstaw

Poziom umiejętności uczniów ostatnich klas szkoły podstawowej, a także uczniów szkoły średniej jest zadowalający – osiągnięcia w badaniach PISA mają bardzo wysokie, choć nadal egzamin maturalny jest tym, co spędza sen z powiek wielu uczniom i uczennicom. Jakie jednak są umiejętności uczniów jeszcze młodszych? Tutaj sytuacja wydaje się niepokojąca. W przypadku klas VI (u progu niedawnego gimnazjum) analitycy CKE wielokrotnie zwracali uwagę na problemy uczniów z zadaniami praktycznymi i z rozwiązywaniem zadań złożonych, zwłaszcza nietypowych (zbyt mało ćwiczonych podczas lekcji matematyki, a wymagających wykazania się umiejętnością tworzenia strategii)<sup>45</sup>.

Dzięki polskiej edycji Międzynarodowego Badania Wyników Nauczania Matematyki i Nauk Przyrodniczych (ang. *Trends in International Mathematics and Science Study*, TIMSS), którego najnowsza edycja odbyła się w 2019 r., dużo wiemy o uczniach i uczennicach klas IV. Ich rezultaty zdecydowanie nie są tak wysokie, jak w przypadku badań PISA. Wśród 58 państw biorących udział w badaniu polscy uczniowie zajmują średnio 26. miejsce z wynikiem 520 pkt. Najwyższe wyniki uzyskują, tak jak w badaniach PISA, uczniowie z państw azjatyckich (np. Singapur – 625 pkt, Hongkong – 602, Korea Południowa – 600). Wynik polskich uczniów jest bardzo bliski (ze statystycznego punktu widzenia nierozróżnialny) wyników rówieśników z Portugalii, Danii, Węgier, Turcji, ze Szwecji, z Niemiec oraz Australii, Włoch i Bułgarii. Co ciekawe, jest znacznie niższy niż w 2015 r. – wtedy Polska zajęła 17. miejsce na 49 państw i regionów biorących udział w badaniu. Wzrosła liczba uczniów osiągających słabe wyniki – z 20% do 27%. W przypadku uczniów osiągających wyniki wysokie i bardzo wysokie można z kolei obserwować spadek – z 44% do 36%<sup>46</sup>.

W TIMSS ujawniła się też bardzo wyraźna przewaga chłopców – wynosi aż 8 p.p. Jest to o tyle niepokojące, że w edycji z 2015 r. nie zaobserwowano istotnych różnic w średnim wyniku testu ze względu na płeć. Od tego czasu wzrósł odsetek dziewcząt z wynikami bardzo słabymi i spadł odsetek najlepszych. Poza tym zróżnicowanie wyników ma podobny charakter, jak w badaniach PISA – chłopcy mają wyniki bardziej niejednorodnie niż dziewczęta, wśród nich jest więcej uczniów z wynikami bardzo słabymi i bardzo dobrymi.

<sup>45</sup> *Ogólnopolskie Badanie Umiejętności Trzecioklasistów. Raport z badań OBUT 2011*, red. A. Pregler, E. Wiatrak, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2011.

<sup>46</sup> *TIMSS 2019. Wyniki międzynarodowego badania osiągnięć czwartoklasistów w matematyce i przyrodzie*, red. M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2020.

Wnioski te są zbieżne z konkluzjami przeprowadzonych na mniejszą skalę badań nad umiejętnościami trzecioklasistów. Oprócz TIMSS warto zwrócić uwagę na dwa ciekawe, choć nie tak aktualne badania: Diagnozę Umiejętności Matematycznych Uczniów Szkół Podstawowych (DUMa)<sup>47</sup> i badanie trzecioklasistów realizowane przez Ośrodek Badania Umiejętności Trzecioklasistów (OBUT)<sup>48</sup>.

Badacze i praktycy edukacji podkreślają, że problemy z matematyką zaczynają się *de facto* w momencie przejścia z III klasy szkoły podstawowej do IV, co jest związane ze zmianą nauczyciela wychowania początkowego i sposobu uczenia. Znaczenie mogą mieć tu też kompetencje matematyczne i stosunek do matematyki nauczycieli nauczania początkowego. Z badań Teacher Education Development Study in Mathematics (TEDS-M) wynika, że umiejętności matematyczne przyszłych polskich nauczycieli klas I–III w zakresie matematyki i dydaktyki matematyki należą do najniższych spośród wszystkich badanych państw<sup>49</sup>. Jest to o tyle niepokojące, że badania pokazują, że rola nauczyciela okazuje się absolutnie kluczowa w kwestii stosunku uczniów wobec matematyki<sup>50</sup> i jest to szczególnie widoczne na najwcześniejszych etapach nauki<sup>51</sup>. Edukacja matematyczna nie zaczyna się w I klasie szkoły podstawowej czy klasie zerowej, ale wcześniej, już w przedszkolu. Badania E. Gruszczyk-Kolczyńskiej pokazują, że te pierwsze lata są kluczowe dla dalszych sukcesów matematycznych, przy czym „połowa dzieci polskich – przed rozpoczęciem szkolnej edukacji – wykazuje się uzdolnieniami do nauki matematyki, a co czwarte wysokim stopniem zadatków takich uzdolnień. Po kilku miesiącach nauki w szkole większość tych dzieci przestaje manifestować swoje znakomite możliwości umysłowe”<sup>52</sup>. W wyniku nieodpowiedniego przygotowania nauczycieli do nauczania matematyki w pierwszych klasach szkoły podstawowej jest więc systematycznie tracony ogromny potencjał.

## Spółeczny kontekst różnicowania decyzji edukacyjnych

Dla omawianego tematu konieczna wydaje się chociaż krótka wzmianka o obszarze związanym z opisem osiągnięć matematycznych, który stanowi pole badawcze pozornie odrębne od bada-

47 J. Janowicz, J. Lech, A. Sułowska, *Diagnoza umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych DUMa*, 2014, <http://eduentuzjasci.pl/images/stories/publikacje/ibe-raport-diagnoza-umiejtnosci-matematycznych-DUMa.pdf> [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

48 Odbyły się cztery fale badania. Raport z najnowszej: M. Karpiński *et al.*, *Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT 2014*, [https://www.ibe.edu.pl/images/publikacje/Raport\\_OBUT.pdf](https://www.ibe.edu.pl/images/publikacje/Raport_OBUT.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

49 M. Czajkowska, A. Jasińska, M. Sitek, *Kształcenie nauczycieli w Polsce. Wyniki międzynarodowego badania TEDS-M 2008*, Instytut Filozofii i Socjologii PAN, Warszawa 2010.

50 C. Keller, *Effect of Teachers' Stereotyping on Students' Stereotyping of Mathematics as a Male Domain*, „Journal of Social Psychology” 2001, nr 141, s. 165–173.

51 Z. Semadeni *et al.*, *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP, Kielce 2015.

52 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Diagnoza kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci oraz rekomendowane działania naprawcze*, 2018, s. 1, [http://edukacjaialog.pl/\\_upload/file/2019\\_05/NIK-P-17-026-matematyka-opinia-prof-Gruszczyk-Kolczynska.pdf](http://edukacjaialog.pl/_upload/file/2019_05/NIK-P-17-026-matematyka-opinia-prof-Gruszczyk-Kolczynska.pdf) [dostęp: 1 lipca 2022 r.].



nia osiągnięć edukacyjnych. Jest to cała sfera pozakognitywnych, społecznych i kontekstowych czynników związanych z nauczaniem matematyki i z jej odbiorem przez społeczeństwo. Ważną kwestią jest szukanie źródeł postaw wobec matematyki, a więc „sił społecznych” kształtujących ten odbiór<sup>53</sup>. Jak pisały J.S. Eccles i J.E. Jacobs, to właśnie czynniki społeczne i postawy, zwłaszcza dorosłych, a szczególnie matek, wobec matematyki mają znaczny wpływ nie tylko na oceny uczniów, lecz także na wybór bardziej zaawansowanych kursów matematyki. Również różnice w osiągnięciach matematycznych między chłopcami a dziewczętami i w postawach wobec matematyki zróżnicowanych w zależności od płci były związane z postawami lękowymi przed matematyką. Roli postaw rodziców i nauczycieli dla stosunku uczniów do matematyki poświęcono wiele prac<sup>54</sup>, z których płynie generalny wniosek, że postawy i zachowania dorosłych są przyswajane w procesie socjalizacji, zwłaszcza w czasie edukacji szkolnej. Oczywiście nie są to jedyne źródła stereotypów uczniów – docierają one do nich z mediów, a nawet podręczników szkolnych<sup>55</sup>.

Szczegółowe omówienie wszystkich „sił społecznych” wykracza poza ramy tego opracowania, ale są one istotne dla zrozumienia wyników badań międzynarodowych i egzaminów oraz dla związku postaw rodziców i nauczycieli wobec matematyki z wyborami edukacyjnymi i zawodowymi młodych osób<sup>56</sup>. Badania pokazują na przykład, że na wybór ścisłych kierunków studiów duży wpływ ma postrzeganie nie tylko swoich umiejętności matematycznych<sup>57</sup>, lecz także samego przedmiotu. Innym pojęciem powiązaniem z poczuciem własnej skuteczności w uczeniu się matematyki jest zagrożenie stereotypem<sup>58</sup>.

Coraz szerzej mówi się też o tzw. lęku przed matematyką (ang. *math anxiety*)<sup>59</sup>. Temat nie jest zresztą nowy – już pod koniec lat 80. XX w. analizowała go E. Gruszczyk-Kolczyńska<sup>60</sup>. Z kolei za

53 J.S. Eccles, J.E. Jacobs, *Social Forces Shape Math Attitudes and Performance*, „Signs” 1986, t. 11, nr 2, s. 367–380.

54 Por. E. Gunderson *et al.*, *The Role of Parents and Teachers in the Development of Gender-related Math Attitudes*, „Sex Roles” 2011, t. 66, nr 3, s. 153–166, <https://www.doi.org/10.1007/s11199-011-9996-2>; J. Tiedemann, *Gender-related Beliefs of Teachers in Elementary School Mathematics*, „Educational Studies in Mathematics” 2000, nr 41, s. 191–207; C. Keller, *Effect of Teachers’ Stereotyping on Students’ Stereotyping of Mathematics as a Male Domain*, „Journal of Social Psychology” 2001, t. 141, nr 2, s. 165–173; J.E. Jacobs, *Influence of Gender Stereotypes on Parent and Child Mathematics Attitudes*, „Journal of Educational Psychology” 1991, t. 83, nr 4, s. 518–527, <https://doi.org/10.1037/0022-0663.83.4.518>.

55 A. Gromkowska-Melosik, *Edukacja i (nie)równość społeczna kobiet. Studium dynamiki dostępu*, Oficyna Wydawnicza Impuls, Kraków 2011; *Gender w podręcznikach. Projekt badawczy. Raport*, t. 1–3, red. I. Chmura-Rutkowska, Warszawa 2016, <https://feminoteka.pl/raport-gender-w-podrecznikach-tom-1-3-publicacja-do-pobrania/> [dostęp: 1 lipca 2022 r.].

56 A. Baczek-Dombi, *op. cit.*, s. 39–54.

57 A. Zawistowska, *Poczucie...*, s. 87–108.

58 S. Bedyńska, P. Rycielski, *Zagrożenie stereotypem, bezradność intelektualna a oceny szkolne dziewcząt z matematyki*, „Edukacja” 2017, t. 136, nr 1, s. 102–113.

59 Więcej np. M. Szczygieł, B. Pieronkiewicz, *Exploring the Nature of Math Anxiety in Young Children: Intensity, Prevalence, Reasons*, „Mathematical Thinking and Learning” 2021, s. 1–19, <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1882363>; *Mathematics Anxiety: What is Known, and What is Still Missing*, red. I.C. Mammarella, S. Caviola, A. Dowker, Routledge, 2019.

60 Por. E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Dlaczego dzieci nie potrafią uczyć się matematyki*, Instytut Wydawniczy Związków Zawodowych, Warszawa 1989.

granicą takie badania, początkowo obejmujące łącznie temat lęku, postaw i obrazu matematyki, prowadzono co najmniej od lat 60. XX w. Za kluczową uważa się tu pracę R.L. Feierabend z 1960 r.<sup>61</sup>, a od tamtego czasu temat ten jest stale zgłębiany<sup>62</sup>. Lęk przed matematyką częściej odczuwają dziewczęta<sup>63</sup>.

Zmienne kontekstowe mogą być pośrednio lub bezpośrednio powiązane z osiągnięciami matematycznymi i badania pokazują to bardzo wyraźnie. Przykładowo analizy J. Lee<sup>64</sup> wskazują, że lęk przed matematyką wyraźnie obniża wyniki w teście PISA i postrzeganie kompetencji matematycznych, co więcej związek ten jest w przypadku uczniów z Polski jednym z najsilniejszych. Analizy B. Ciżkowicz dowodzą, że wewnętrzna motywacja do uczenia się matematyki, poziom lęku matematycznego oraz samoocena umiejętności matematycznych mają znaczący wpływ na osiągnięcia<sup>65</sup>. W badaniu PISA analizuje się też to, czy uczniowie są szczęśliwi albo na ile dobrze czują się w szkole. Pod tym względem wyniki polskich uczniów są zdecydowanie gorsze niż w przypadku osiągnięć szkolnych<sup>66</sup>. Podobnie jest w przypadku młodszych uczniów. W badaniu TIMSS są analizowane również postawy uczniów wobec szkoły i przedmiotu oraz oceniane środowisko rodzinne. Już w 2015 r. alarmowano, że stosunkowo dobrej pozycji w badaniach, jeśli chodzi o wyniki, towarzyszy bardzo niski poziom samooceny uczniów, która jest jedną z najniższych wśród uczniów badanych państw. W 2019 r. wynik ten był jeszcze niższy<sup>67</sup>.

## Wnioski i rekomendacje

Matematyka jak żaden inny przedmiot budzi sprzeczne uczucia. Z jednej strony uważa się ją za królową nauk, ukoronowanie możliwości ludzkiego rozumu, z drugiej zaś powszechne jest przyzwolenie na przyznawanie się do braków w wiedzy matematycznej czy wręcz chętnie się nimi. Z jednej strony wydaje się abstrakcyjna i trudna w stosowaniu, z drugiej zaś mówi się o niej jako o kluczu do przyszłej kariery w „zawodach przyszłości”. W programie szkolnym stanowi – obok języka polskiego – przedmiot podstawowy, nauczany od początku szkoły podstawowej

61 R.L. Feierabend, *Review of Research on Psychological Problems in Mathematics Education* [w:] *Cooperative Research Monograph No. 3: Research Problems in Mathematics Education*, U.S. Office of Education, 1960, s. 3–46.

62 Por. L.R. Aiken, *Attitudes Toward Mathematics*, „Review of Educational Research” 1970, t. 40, nr 4, s. 551–596, <https://doi.org/10.3102/00346543040004551>; *idem*, *Research on Attitudes Toward Mathematics*, „Arithmetic Teacher” 1972, t. 19, nr 3, s. 229–234, <https://doi.org/10.5951/AT.19.3.0229>; S. Belbase, *op. cit.*, s. 230–237.

63 Więcej m.in.: D. Turska, *Dlaczego tak niewiele? Ocena z matematyki oraz lęk przed matematyką jako predyktory wyboru przez maturzystki studiów ścisłych i technicznych*, „Teraźniejszość – Człowiek – Edukacja” 2018, t. 84, nr 4, s. 21.

64 J. Lee, *Universals and Specifics of Math Self-concept, Math Self-efficacy, and Math Anxiety Across 41 PISA 2003 Participating Countries*, „Learning and Individual Differences” 2019, nr 19, s. 355–365, <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2008.10.009>.

65 B. Ciżkowicz, *Zastosowanie SEM do oceny różnic w uwarunkowaniach osiągnięć matematycznych polskich 15-latków w badaniach PISA 2003 i 2012*, „Kwartalnik Pedagogiczny” 2015, nr 4(238), s. 172–190.

66 Organisation for Economic Cooperation and Development, *PISA 2018 Results (Volume III): What School Life Means for Students' Lives*, OECD Publishing, Paris 2019, <https://doi.org/10.1787/acd78851-en>.

67 TIMSS 2019...

aż do matury. Jednocześnie matematyka jest przedmiotem uznawanym za szczególnie trudny, co mogło być jednym z powodów, dla których w 1983 r. podjęto decyzję o zniesieniu obowiązkowego egzaminu maturalnego z matematyki, a już na etapie przemian związanych z reformą edukacyjną obawiano się ponownego wprowadzenia egzaminu i przesuwno je do 2010 r. Ten powrót można uznać za niewątpliwy sukces polskiej polityki edukacyjnej – od ponad dekady każdy uczeń szkoły kończącej się maturą powinien mieć co najmniej elementarną wiedzę z tego przedmiotu. To ogromny krok w walce z matematycznym analfabetyzmem i przyzwoleniem na ignorancję w tej dziedzinie. Jednocześnie nie da się w ten sposób wymazać wielu lat wcześniejszych zaniedbań ani stereotypów na temat matematyki, które dawniejsi uczniowie, a obecnie dorośli przekazują swoim dzieciom.

Po wielu latach krytykowania osiągnięć polskich uczniów w badaniach PISA ogłoszono sukces – są w europejskiej i światowej czołówce, jeśli chodzi o naukę matematyki. Jednakże bardzo widoczne są klasyczne podziały różnicujące wyniki z matematyki, o których nie należy zapominać – mowa o różnicach między uczniami techników i liceów, uczniami szkół publicznych i niepublicznych czy nawet uczniami z różnych regionów kraju.

Głębsza analiza kontekstu nauczania matematyki, sytuacji na rynku zawodów na niej się opierających, egzaminów maturalnych i po szkole podstawowej oraz badań osiągnięć wskazuje na wiele – czasem dość subtelnych – wyzwań. Wymienione zostaną te, które wydają się kluczowe z perspektywy komunikowania roli i wyników egzaminów, badań edukacyjnych i kształtowania dyskursu społecznego wokół matematyki.

Po pierwsze, wyniki badań zawsze opisują uczniów, którzy przeszli określoną ścieżkę edukacyjną, a ponieważ polska szkoła podlega licznym reformom, wyniki trzeba interpretować w kontekście tych zmian. Uczniowie, którzy w 2018 r. brali udział w badaniach PISA, to wciąż osoby uczone w systemie gimnazjalnym. Interesujące będą na pewno wyniki badania PISA 2022, a także to, jak na kolejne wyniki badań wpłyną dwa lata pandemii i zdalnego nauczania. Na pewno intensywność zmian w edukacji nie ułatwia diagnozy osiągnięć matematycznych, dodatkowo efekty reform i pandemii będą się w pewnym stopniu nakładały.

Po drugie, zgodnie z przytoczonymi badaniami nadal pracy wymaga nauczanie początkowe oraz moment przejścia z III klasy szkoły podstawowej do IV. Jest to temat, o którym badacze piszą często wręcz alarmująco i który był wielokrotnie podnoszony w kontekście pandemii i kształcenia zdalnego obnażającego wszelkie słabości polskiej edukacji. Na pewno warto szczególnie dbać o kształcenie nauczycieli nauczania początkowego i o to, by byli w stanie przekazać podopiecznym, że matematyka może być dla każdego ucznia i uczeni tak samo ciekawa, jak inne zajęcia składające się na nauczanie w klasach I–III. Według części badaczy reformy wymaga sam status matematyki w klasach najmłodszych, tak by nie „ginęła” w kształceniu zintegrowanym<sup>68</sup>.

Po trzecie, egzamin maturalny z matematyki jest tym, który najtrudniej zdać, co kłóci się z wizerunkiem polskich uczniów jako należących do matematycznej czołówki i nie sprzyja powszechnemu myśleniu o tym, że matematyka jest dla każdego. Aby zmienić postrzeganie tego przedmiotu, należy położyć nacisk na znaczenie egzaminów maturalnych. Ważne, by uczniowie

68 E. Gruszczyk-Kolczyńska, *Diagnoza...*, s. 1.

i uczennice od najmłodszych lat szkolnych nie byli straszni egzaminem z matematyki, ale by docierał do nich przekaz, że egzamin z tego przedmiotu ułatwia wybór dalszej ścieżki edukacyjnej.

Prowadzi to do szerzej rozumianego wątku płci. Wiele się na ten temat pisze zarówno w Polsce, jak i za granicą. Przede wszystkim przytaczane dane obalają stereotyp, że kobiety nie mają „umysłów ścisłych”. Nie oznacza to jednak, że nie funkcjonuje on nadal w wyobraźni społecznej ani że panuje równość w wyborze ścieżek edukacyjnych i zawodowych o charakterze ścisłym, które dają szansę na pracę w zawodach z obszaru nowych technologii. Konieczne jest wspieranie dziewcząt w takim wyborze profilu klasy szkoły średniej, by przy podobnym poziomie zdolności do tych reprezentowanych przez ich kolegów miały takie same szanse na zdawanie rozszerzonej matury z matematyki. Obecnie widać w tym względzie bardzo dużą dysproporcję, która jest później widoczna w decyzjach o wyborze kierunków studiów. Wymaga to skupienia się na etapie szkoły podstawowej, zadbania o to, by wiedza była przekazywana w taki sposób, by dziewczęta miały poczucie, że matematyka jest też dla nich. Potrzebna jest też niewątpliwie praca ze środowiskiem nauczycielskim, praca nad obszarem stereotypów i autostereotypów, ale także szerzej – nad społecznym wizerunkiem matematyki. Co więcej, w wielu z przytoczonych badań podkreślano inną strukturę wyników z matematyki wśród chłopców i dziewcząt. W przypadku tych pierwszych są one bardziej zróżnicowane, co oznacza, że chłopcy mogą zwracać większą uwagę nauczycieli – częściej wśród nich występują ci uznawani za wyraźnie zdolnych albo wymagających większego wsparcia.

Na koniec warto się zastanowić, jak zadbać o dobrostan uczniów, zapewnić im poczucie skuteczności i ogólną radość z edukacji matematycznej – nawet w ramach samego przedmiotu. Matematyka ma bowiem potencjał budowania pewności siebie i poczucia sukcesu.

## Bibliografia

- Aiken L.R., *Attitudes Toward Mathematics*, „Review of Educational Research” 1970, t. 40, nr 4, <https://doi.org/10.3102/00346543040004551>.
- Aiken L.R., *Research on Attitudes Toward Mathematics*, „Arithmetic Teacher” 1972, t. 19, nr 3, <https://doi.org/10.5951/AT.19.3.0229>.
- Baczko-Dombi A., *Ucieczka od matematyki. Rekonstrukcja procesu w kontekście społecznego wizerunku przedmiotu*, „Edukacja” 2017, t. 140, nr 1, <https://doi.org/10.24131/3724.170103>.
- Bedyńska S., Rycielski P., *Zagrozenie stereotypem, bezradność intelektualna a oceny szkolne dziewcząt z matematyki*, „Edukacja” 2017, t. 136, nr 1.
- Belbase S., *Images, Anxieties, and Attitudes Toward Mathematics*, „International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology” 2013, t. 1, nr 4.
- Bożykowski M. et al., *Monitorowanie losów absolwentów uczelni wyższych z wykorzystaniem danych administracyjnych Zakładu Ubezpieczeń Społecznych. Raport końcowy*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2014.
- Burski J. et al., *Umiejętności Polaków – wyniki Międzynarodowego Badania Kompetencji Osób Dorosłych (PIAAC)*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.
- Ciżkowicz B., *Zastosowanie SEM do oceny różnic w uwarunkowaniach osiągnięć matematycznych polskich 15-latków w badaniach PISA 2003 i 2012*, „Kwartalnik Pedagogiczny” 2015, nr 4(238).

- Czajkowska M., *Różnice osiągnięć dziewcząt i chłopców w rozwiązywaniu zadań matematycznych*, „Teraźniejszość – Człowiek – Edukacja” 2018, t. 21, nr 1(81).
- Czajkowska M., Jasińska A., Sitek M., *Kształcenie nauczycieli w Polsce. Wyniki międzynarodowego badania TEDS-M 2008*, Instytut Filozofii i Socjologii PAN, Warszawa 2010.
- Federowicz M., Sitek M., *Raport o stanie edukacji 2010. Społeczeństwo w drodze do wiedzy*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2011.
- Federowicz M. et al., *Wyniki badania 2006 w Polsce. Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA, 2006*, [http://old.ifispan.waw.pl/pliki/pisa\\_raport\\_2006.pdf](http://old.ifispan.waw.pl/pliki/pisa_raport_2006.pdf).
- Feierabend R.L., *Review of Research on Psychological Problems in Mathematics Education. Review of Research on Psychological Problems in Mathematics Education* [w:] *Cooperative Research Monograph No. 3: Research Problems in Mathematics Education*, U.S. Office of Education, 1960.
- Fundacja Edukacyjna Perspektywy, *Potencjał kobiet dla branży technologicznej*, 2015, <http://potencjalkobiet.pl/pdf/RAPORT-Potencjal-kobiet-dla-branzy-technologicznej.pdf>.
- Gender w podręcznikach. Projekt badawczy. Raport*, t. 1–3, red. I. Chmura-Rutkowska et al., Warszawa 2016, <https://feminoteka.pl/raport-gender-w-podrecznikach-tom-1-3-publicacja-do-pobrania/>.
- Gromkowska-Melosik A., *Edukacja i (nie)równość społeczna kobiet. Studium dynamiki dostępu*, Oficyna Wydawnicza Impuls, Kraków 2011.
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Diagnoza kryzysu w matematycznym kształceniu dzieci oraz rekomendowane działania naprawcze*, 2018, [http://edukacjaidualog.pl/\\_upload/file/2019\\_05/NIK-P-17-026-matematyka-opinia-prof-Gruszczyk-Kolczynska.pdf](http://edukacjaidualog.pl/_upload/file/2019_05/NIK-P-17-026-matematyka-opinia-prof-Gruszczyk-Kolczynska.pdf).
- Gruszczyk-Kolczyńska E., *Dlaczego dzieci nie potrafią uczyć się matematyki*, Instytut Wydawniczy Związków Zawodowych, Warszawa 1989.
- Gunderson E.A. et al., *The Role of Parents and Teachers in the Development of Gender-Related Math Attitudes*, „Sex Roles” 2011, t. 66, nr 3, <https://www.doi.org/10.1007/s11199-011-9996-2>.
- Jabłońska E., *O umiejętnościach matematycznych polskich maturzystów* [w:] *O umiejętnościach matematycznych uczniów*, cz. 1. *Diagnoza*, red. M. Dąbrowski et al., Wydawnictwo Bohdan Orłowski, Konstancin-Jeziorna 2011.
- Jacobs J.E., *Influence of Gender Stereotypes on Parent and Child Mathematics Attitudes*, „Journal of Educational Psychology” 1991, t. 83, nr 4.
- Janowicz J., Lech J., Sułowska A., *Diagnoza umiejętności matematycznych uczniów szkół podstawowych DUMa*, 2014, <http://eduentuzjasci.pl/images/stories/publikacje/ibe-raport-diagnoza-umiejtnosci-matematycznych-DUMa.pdf>.
- Karpiński M., Grudniewska M., Zambrowska M., *Nauczanie matematyki w gimnazjum. Raport z badań*, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2013.
- Karpiński M. et al., *Raport z ogólnopolskiego badania umiejętności trzecioklasistów OBUT 2014*.
- Keller C., *Effect of Teachers' Stereotyping on Students' Stereotyping of Mathematics as a Male Domain*, „Journal of Social Psychology” 2001, t. 141, nr 2.
- Knapińska A., *Kobiety na politechnikach 2021. Raport*, Fundacja Edukacyjna Perspektywy, 2021, <http://www.dziewczynynapolitechniki.pl/pdfy/raport-kobiety-na-politechnikach-2021.pdf>.
- Koedel C., Tyhurst E., *Math Skills and Labor-Market Outcomes: Evidence From a Resume-Based Field Experiment*, „Economics of Education Review” 2012, t. 31, nr 1, <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2011.09.006>.
- Kotlarski K., *Wybrane podmioty i środowiskowe korelaty karier edukacyjnych*, Wydawnictwo UMK, Toruń 2006.

- Lee J., *Universals and Specifics of Math Self-concept, Math Self-efficacy, and Math Anxiety Across 41 PISA 2003 Participating Countries*, „Learning and Individual Differences” 2019, nr 19, <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2008.10.009>.
- Leopold T.A., Ratcheva V., Zahidi S., *The Future of Jobs Report 2018*, World Economic Forum, 2018, [https://www3.weforum.org/docs/WEF\\_Future\\_of\\_Jobs\\_2018.pdf](https://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs_2018.pdf).
- Mathematics Anxiety: What is Known, and What is Still Missing*, red. I.C. Mammarella, S. Caviola, A. Dowker, Routledge, 2019.
- Ogólnopolskie badanie umiejętności trzecioklasistów. Raport z badań OBUT 2011*, red. A. Pregler, E. Wiatrak, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2011.
- Organisation for Economic Cooperation and Development, *The High Cost of Low Educational Performance: The Long-run Economic Impact of Improving PISA Outcomes*, PISA, OECD Publishing, Paris 2010, <https://doi.org/10.1787/9789264077485-en>.
- Organisation for Economic Cooperation and Development, *The Knowledge-Based Economy*, GD(96)102, 1996, <https://www.oecd.org/officialdocuments/publicdisplaydocumentpdf/?cote=OCDE/GD%2896%29102&docLanguage=En>.
- Organisation for Economic Cooperation and Development, *PISA 2018 Results (Volume III): What School Life Means for Students' Lives*, OECD Publishing, Paris 2019, <https://doi.org/10.1787/acd78851-en>.
- Osiecka-Chojnacka J., *Doskonalenie kształcenia matematycznego*, „Infos. Zagadnienia społeczno-gospodarcze” 2020, nr 11.
- PISA. Wyniki badania 2012 w Polsce*, red. M. Federowicz, Instytut Filozofii i Socjologii PAN, 2013, [http://old.ifispan.waw.pl/pliki/wyniki\\_pisa.pdf](http://old.ifispan.waw.pl/pliki/wyniki_pisa.pdf).
- Pokojska J., *Kobiety w „męskich” zawodach. Raport DELab UW dla Fundacji Przedsiębiorczości Kobiet*, 2018, [https://www.delab.uw.edu.pl/wp-content/uploads/2020/09/Kobiety-w-meskich-zawodach\\_raport-1.pdf](https://www.delab.uw.edu.pl/wp-content/uploads/2020/09/Kobiety-w-meskich-zawodach_raport-1.pdf).
- Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów. Wyniki badania PISA 2018 w Polsce*, red. M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2019.
- Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2009 w Polsce*, red. M. Federowicz, 2009, [http://old.ifispan.waw.pl/pliki/1\\_pisa\\_2009.pdf](http://old.ifispan.waw.pl/pliki/1_pisa_2009.pdf).
- Program Międzynarodowej Oceny Umiejętności Uczniów OECD PISA. Wyniki badania 2015 w Polsce*, red. M. Federowicz, Warszawa 2017, <https://www.ibe.edu.pl/images/publikacje/Raport-PISA-2015-rozszerzony.pdf>.
- Raport o stanie edukacji 2014. Egzamininy zewnętrzne w polityce i praktyce edukacyjnej*, red. R. Dolata, M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2015.
- Semadeni Z., *Reformy programów i podręczników szkolnych sprzed pół wieku inspirowane prądami tzw. nowej matematyki*, „Annales Universitatis Paedagogicae Cracoviensis. Studia ad Didacticam Mathematicae Pertinentia” 2020, nr 12.
- Semadeni Z. et al., *Matematyczna edukacja wczesnoszkolna. Teoria i praktyka*, Wydawnictwo Pedagogiczne ZNP, Kielce 2015.
- Skrzypek E., *Gospodarka oparta na wiedzy i jej wyznaczniki*, „Nierówności Społeczne a Wzrost Gospodarczy” 2011, nr 23.
- Snow C.P., *Dwie kultury*, Prószyński i S-ka, Warszawa 1999.
- Szczygieł M., Pieronkiewicz B., *Exploring the Nature of Math Anxiety in Young Children: Intensity, Prevalence, Reasons*, „Mathematical Thinking and Learning” 2021, <https://doi.org/10.1080/10986065.2021.1882363>.
- Śledziwska K., Włoch R., *Gospodarka cyfrowa. Jak nowe technologie zmieniają świat*, Wydawnictwa Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa 2020, <https://doi.org/10.31338/uw.9788323541943>.

- Tiedemann J., *Gender-related Beliefs of Teachers in Elementary School Mathematics*, „Educational Studies in Mathematics” 2000, nr 41.
- TIMSS 2019. *Wyniki międzynarodowego badania osiągnięć czwartoklasistów w matematyce i przyrodzie*, red. M. Sitek, Instytut Badań Edukacyjnych, Warszawa 2020.
- Turska D., *Dlaczego tak niewiele? Ocena z matematyki oraz lęk przed matematyką jako predyktory wyboru przez maturzystki studiów ścisłych i technicznych*, „Teraźniejszość – Człowiek – Edukacja” 2018, t. 21, nr 4(84).
- Zając T. et al., *Ogólnouniwersyteckie Badanie Rekrutacyjne 2017*, Pracownia Ewaluacji Jakości Kształcenia, Uniwersytet Warszawski, Warszawa 2017, [http://pejk.uw.edu.pl/wp-content/uploads/sites/289/2018/02/Badanie\\_rekrutacyjne\\_2017.pdf](http://pejk.uw.edu.pl/wp-content/uploads/sites/289/2018/02/Badanie_rekrutacyjne_2017.pdf).
- Zawistowska A., *The Black Box of the Educational Reforms in Poland: What Caused the Improvement in the PISA Scores of Polish Students?*, „Polish Sociological Review” 2014, t. 187, nr 3.
- Zawistowska A., *Gender Differences in High-stakes Maths Testing. Findings from Poland*, „Studies in Logic, Grammar and Rhetoric” 2017, t. 50, nr 1, <https://doi.org/10.1515/slgr-2017-0025>.
- Zawistowska A., *Poczucie skuteczności i pozytywne autostereotypy – przypadek kobiet w naukach ścisłych i technicznych*, „Przegląd Badań Edukacyjnych” 2018, t. 1, nr 26, <https://doi.org/10.12775/pbe.2018.005>.

## Strony internetowe

- Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Sprawozdanie z egzaminu ósmoklasisty w 2021 r.*, <https://cke.gov.pl/egzamin-osmoklasisty/wyniki/sprawozdanie-z-egzaminu-osmoklasisty-w-2021-r/>.
- Centralna Komisja Egzaminacyjna, *Wstępne informacje o wynikach egzaminu maturalnego przeprowadzonego w terminie głównym 2021*, lipiec 2021, [https://cke.gov.pl/images/\\_EGZAMIN\\_MATURALNY\\_OD\\_2015/Informacje\\_o\\_wynikach/2021/20210705\\_Wstepne\\_informacje\\_o\\_wynikach\\_EM\\_2021\\_-\\_prezentacja.pdf](https://cke.gov.pl/images/_EGZAMIN_MATURALNY_OD_2015/Informacje_o_wynikach/2021/20210705_Wstepne_informacje_o_wynikach_EM_2021_-_prezentacja.pdf).
- Główny Urząd Statystyczny, *Średnie wyniki egzaminu maturalnego*, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/edukacja/edukacja/srednie-wyniki-egzaminu-maturalnego,17,1.html>.
- Główny Urząd Statystyczny, *Średnie wyniki uczniów na egzaminie ósmoklasisty*, <https://stat.gov.pl/obszary-tematyczne/edukacja/edukacja/srednie-wyniki-uczniow-na-egzaminie-osmoklasisty,18,1.html>.
- Ministerstwo Edukacji Narodowej, <https://mapa.wyniki.edu.pl/MapaEgzaminow/>.