



Karolina Konopczak  

Katedra Ekonomii Stosowanej,  
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie,  
Polska

## Zmiany luki VAT w Polsce: rola czynników koniunkturalnych i strukturalnych\*

Changes in the VAT Gap in Poland: The Role  
of Cyclical and Structural Factors

### Streszczenie

W niniejszym artykule podjęto próbę dekompozycji zmian luki VAT w Polsce na części wynikające z działania czynników o charakterze koniunkturalnym i strukturalnym. W tym celu zaproponowano alternatywną względem stosowanych w literaturze metodę jej kwantyfikacji. Łączy ona trzy tradycje modelowania dochodów podatkowych: metodę rozbieżności, metodę szacowania elastyczności dochodów podatkowych oraz tzw. metody wskaźnikowe. Z racji ekonometrycznego charakteru metoda pozwala na oszacowanie zmian luki przy kontroli stanu koniunktury i tym samym oczyszczenie ich z wpływu czynników cyklicznych. Otrzymane wyniki wskazują, że trajektoria luki VAT w Polsce jest efektem działania zarówno czynników koniunkturalnych, jak i strukturalnych. Ich relatywne znaczenie zmieniło się jednak w czasie. Począwszy od światowego kryzysu finansowego większą rolę w determinowaniu zmian luki VAT zaczęły odgrywać czynniki strukturalne, zarówno w przypadku jej wzrostu w latach 2008–2012, jak i spadku w latach 2015–2018. Tym niemniej, nawet w latach 2012–2015, kiedy to luka osiągnęła najwyższy poziom w analizowanym okresie, ponad 40% jej wzrostu w stosunku do okresu sprzed kryzysu finansowego można wytłumaczyć pogorszeniem koniunktury. Z kolei zmniejszenie luki odnotowane w latach 2016–2018 wynikało – zgodnie z otrzymanymi szacunkami – w około 20% z działania czynników o charakterze koniunkturalnym. Bez procyklicznego spadku luka ukształtowałaby się pod koniec próby na poziomie ok. 12–14% zamiast 10%.

### Słowa kluczowe:

cykl koniunkturalny, luka VAT,  
elastyczność dochodów podatkowych,  
kointegracja nieliniowa

### Kody klasyfikacji JEL:

C22, E32, H20, H26

### Historia artykułu:

nadestany: 12 stycznia 2021 r.

poprawiony: 21 września 2021 r.

zaakceptowany: 4 stycznia 2022 r.

### Keywords:

business cycle, VAT gap, tax elasticities,  
nonlinear cointegration

### JEL classification codes:

C22, E32, H20, H26

### Article history:

submitted: January 12, 2021

revised: September 21, 2021

accepted: January 4, 2022

### Abstract

This article attempts to decompose the changes in the value-added tax (VAT) gap in Poland into the cyclical and the structural component. To this end, a methodology for quantifying changes in the VAT gap alternative to the ones commonly

\* Autorka pragnie złożyć serdeczne podziękowania za pomoc, cenne uwagi i inspirację Koleżankom i Kolegom z Departamentu Polityki Makroekonomicznej Ministerstwa Finansów, w szczególności: Dorocie Bach, Joannie Bęzie-Bojanowskiej, Katarzynie Gołębiewskiej, Robertowi Kelmowi, Tomaszowi Mazurowi, Tomaszowi Szalwińskiemu, Agnieszce Szczypińskiej i Dariuszowi Witkowskemu. Podziękowania należą się również Grzegorzowi Poniatowskiemu za wyjaśnienia dotyczące metodyki szacowania luki VAT stosowanej przez Komisję Europejską, a także redaktorowi prowadzącemu oraz dwóm anonimowym recenzentom artykułu.

used in the literature is proposed. The methodology combines three traditions of tax revenues modelling: the discrepancy method, the tax elasticity estimation, and the so-called indicator methods. The proposed approach makes it possible to quantify changes in the VAT gap while controlling for the business cycle, and thereby to extract their structural component that is most relevant for the long-term sustainability of public finances. The obtained results indicate that the trajectory of the VAT gap in Poland is determined by both cyclical and structural factors. However, their relative importance has changed over time. Since the global financial crisis, structural factors have started to play a greater role, both in the increase of the VAT gap in the years 2008–2012 and its decrease in 2015–2018. Nevertheless, even in the case of 2012–2015, when the gap reached its highest level in the sample period, over 40% of its increase compared to prior to the financial crisis can be explained by unfavourable economic conditions.

## Wprowadzenie

Lukę podatkową stanowi różnica między wielkością należności podatkowych, które powinny zostać uiszczone w przypadku pełnej zgodności zachowań podatników z treścią i celem norm prawnopodatkowych, a ich wielkością faktyczną. Niezgodność zachowań z prawem podatkowym może być efektem zarówno nieumyślnych błędów w rozliczeniach, problemów z płynnością, jak i umyślnych działań ukierunkowanych na zmniejszanie ciężaru podatkowego, tj. unikania opodatkowania (*tax avoidance*), uchylania się od opodatkowania (*tax evasion*) lub oszustw podatkowych (*tax fraud*) [Komisja Europejska, 2018a]. Podstawowym źródłem danych nt. luki VAT w państwach członkowskich Unii Europejskiej są szacunki Komisji Europejskiej oparte na tzw. metodzie rozbieżności (*discrepancy method*), w ramach której luka liczona jest jako różnica między teoretycznym podatkiem należnym a rzeczywistymi dochodami z tytułu podatku VAT [Reckon, 2009]. Dzięki zastosowaniu do szacowania teoretycznych należności podatkowych zdezagregowanych danych z tablic podaży i wykorzystania metoda Komisji Europejskiej pozwala na możliwie dokładną estymację luki metodą odgórną (*top-down approach*)<sup>1</sup>, tj. na podstawie danych makroekonomicznych.

Z punktu widzenia potrzeb polityki gospodarczej metoda Komisji Europejskiej ma jednak dwie wady. Po pierwsze dane niezbędne do obliczenia teoretycznych dochodów podatkowych dostępne są ze znacznym opóźnieniem. Tym samym metoda ta nie może służyć do bieżącego monitorowania zmian luki. Po drugie abstrahuje ona od przyczyn kształtowania się luki VAT, które mogą mieć charakter zarówno koniunkturalny, jak i strukturalny. Z punktu widzenia polityki gospodarczej kluczowe znaczenie ma, z kolei, identyfikacja strukturalnych zmian w zakresie wpływów podatkowych – szczególnie w przypadku ich erozji – pozwalająca na szybkie podejmowanie działań celem uszczelnienia systemu podatkowego. W związku z tym w niniejszym artykule zaproponowano alternatywną metodykę kwantyfikacji luki VAT<sup>2</sup>, umożliwiającą jej bieżący (z opóźnieniem jednego kwartału) monitoring, jak również dekompozycję jej zmian na część koniunkturalną (tj. część, która – zgodnie z wynikami estymacji – wynika z działania czynników o charakterze koniunkturalnym) oraz strukturalną (tj. część, której nie można wytłumaczyć czynnikami koniunkturalnymi).

Proponowana metoda łączy trzy tradycje modelowania dochodów podatkowych: (1) metodę rozbieżności, (2) metodę szacowania elastyczności dochodów podatkowych względem bazy podatkowej oraz (3) tzw. metody wskaźnikowe<sup>3</sup>. Opiera się ona na niepełnym zbiorze danych w stosunku do tego, który w swoich szacunkach

<sup>1</sup> Alternatywą jest metoda oddolna (*bottom-up approach*), opierająca się na wynikach kontroli podatkowych i tym samym pozwalająca na kwantyfikację luk podatkowych ze znacznym opóźnieniem. Dodatkowo metoda ta (o ile nie opiera się na wynikach kontroli losowej próby podatników) nie jest odporna na zmiany strukturalne, np. w zakresie skuteczności administracji skarbowej w wykrywaniu nieprawidłowości, co zaburza porównywalność szacunków w czasie.

<sup>2</sup> Proponowane podejście stanowi rozwinięcie ekonometrycznej metody szacowania zmian luk podatkowych przedstawionej w artykułach Konopczak [2020] oraz Konopczak i Łożykowskiego [2021].

<sup>3</sup> M.in. metoda analizy popytu na pieniądź [Cagan, 1958; Gutmann, 1977; Tanzi, 1980; 1983], metoda analizy zużycia energii elektrycznej [Kaufmann, Kaliberda, 1996] oraz model MIMIC (*multiple indicators/multiple causes*) zastosowany do szacowania wielkości szarej strefy

wykorzystuje Komisja Europejska, w związku z czym możliwe jest jedynie skonstruowanie – analogicznie jak w przypadku metod wskaźnikowych – indykatora teoretycznego podatku należnego. Tym samym, podobnie jak w metodzie rozbieżności, porównywane są rzeczywiste i teoretyczne dochody z VAT, ale analizie podlega różnica nie w poziomach zmiennych, lecz w ich trajektorii, czego odzwierciedleniem jest elastyczność jednej zmiennej względem drugiej. Z kolei estymacja elastyczności dochodów rzeczywistych względem teoretycznych jest *de facto* równoznaczna z szacowaniem elastyczności dochodów podatkowych względem bazy podatkowej przy kontroli zmian efektywnych stawek podatkowych. Dodatkowo, ujęcie ekonometryczne ma również tę przewagę nad algebraicznym, że pozwala na kwantyfikację zmian luki VAT przy kontroli stanu koniunktury i tym samym na szacunkowe wyodrębnienie ich strukturalnego komponentu (tj. tej części zmian, której nie można wytłumaczyć zmianami koniunktury). Proponowana metoda została wykorzystana do kwantyfikacji i dekompozycji zmian luki VAT w Polsce.

Artykuł ma następującą strukturę. Rozdział 1 zawiera opis zaproponowanej metodyki, w tym jej porównanie z metodą Komisji Europejskiej (podrozdział 1.1) oraz omówienie zastosowanych metod ekonometrycznych (podrozdziały 1.2 i 1.3), a także wykorzystanych w analizie danych (podrozdział 1.4). W rozdziale 2 przedstawiono wyniki badania, w tym porównanie otrzymanych szacunków z danymi Komisji Europejskiej (podrozdział 2.1) oraz oszacowany udział czynników koniunkturalnych i strukturalnych w determinowaniu luki VAT w Polsce (podrozdział 2.2). Artykuł kończy podsumowanie.

## Ekonometryczne podejście do szacowania luki VAT

### Metoda ekonometryczna vs metoda Komisji Europejskiej

Podstawowym źródłem danych nt. luki VAT w państwach członkowskich Unii Europejskiej są szacunki przygotowywane na zamówienie Komisji Europejskiej<sup>4</sup> oparte na tzw. metodzie rozbieżności [Gemmell, Haseldine, 2012], w ramach której luka (*VAT gap*) liczona jest jako różnica między teoretycznym podatkiem należnym (*VAT total tax liability – VTTL*) a rzeczywistymi dochodami z tytułu podatku VAT. W podejściu tym teoretyczne należności podatkowe szacowane są na podstawie danych z systemu rachunków narodowych. Teoretyczny VAT od konsumpcji finalnej liczony jest przez pomnożenie dla poszczególnych kategorii towarów i usług (według klasyfikacji CPA/COICOP) wielkości ich spożycia prywatnego i publicznego przez efektywne stawki podatku VAT. W przypadku zużycia pośredniego odpowiednie agregaty dla poszczególnych sektorów (wg klasyfikacji NACE) i kategorii towarów i usług (wg klasyfikacji CPA) mnożone są przez efektywne stawki podatku VAT, a powstałe iloczyny są następnie korygowane o udział produkcji zwolnionej podmiotowo lub przedmiotowo z VAT w ogólnej produkcji sektorów. W przypadku nakładów brutto na środki trwałe analogiczne szacunki – jednak bez dezagregacji na poszczególne kategorie dóbr i usług – dokonywane są w podziale na sektory instytucjonalne (przedsiębiorstwa niefinansowe, instytucje finansowe, instytucje rządowe i samorządowe, gospodarstwa domowe, instytucje niekomercyjne działające na rzecz gospodarstw domowych). Formułę, zgodnie z którą Komisja Europejska szacuje VTTL na okres  $t$ , można zatem zapisać jako:

$$VTTL_t = \sum_{i \in COICOP/CPA} C_{it} * rate_{it} + \sum_{j \in NACE} \left[ \left( \sum_{i \in CPA} IC_{jit} * rate_{jit} \right) * exempt\_ratio_{jt} \right] + \sum_{k \in SECTOR} GFCF_{kt} * rate_{kt} * exempt\_ratio_{kt} + net\_adjustments_t, \quad (1)$$

i luk podatkowych w pracach Frey i Weck-Hannemann [1983; 1984], Giles [1999], Giles i in. [2002], Giles i Tedds [2002], Dell'Anno i Schneider [2003], Schneider [2005], Bajada i Schneider [2005].

<sup>4</sup> Podstawy metodologiczne metody stosowanej przez Komisję Europejską oraz szacunki dla lat 2000–2006 zostały przygotowane przez Reckon [2009], zaś ich aktualizacją zajmuje się konsorcjum kierowane przez Centrum Analiz Społeczno-Ekonomicznych [Komisja Europejska, 2013; 2014; 2015; 2016a; 2017; 2018; 2019; 2020].

gdzie:

$C_{it}$  – wartość spożycia finalnego (*consumption* –  $C$ )  $i$ -ej kategorii klasyfikacji COICOP/CPA,

$IC_{jit}$  – wartość spożycia pośredniego (*intermediate consumption* –  $IC$ )  $i$ -ej kategorii klasyfikacji CPA  $j$ -go sektora klasyfikacji NACE,

$GFCF_{kt}$  – wartość inwestycji (*gross fixed capital formation* –  $GFCF$ )  $k$ -go sektora instytucjonalnego ( $k = 1...5$ ),

$rate_{ijt}$  – efektywna stawka podatku VAT  $i$ -ej kategorii dóbr i usług i  $j$ -go sektora klasyfikacji NACE,

$exempt\_ratio_{jt}$  – udział produkcji zwolnionej z VAT (*exempt from VAT*) w ogólnej produkcji  $j$ -go sektora,

$net\_adjustments_t$  – dyskrecjonalne korekty.

Obliczona w ten sposób wartość teoretycznych należności ( $VTTL_t$ ) porównywana jest z rzeczywistymi dochodami z podatku VAT ( $VAT_t$ ). Różnica między tymi wielkościami stanowi oszacowanie luki VAT metodą Komisji Europejskiej ( $\widehat{VAT\_gap}_t^{KE}$ ):

$$\widehat{VAT\_gap}_t^{KE} = VTTL_t - VAT_t \quad (2)$$

Luka przedstawiana jest najczęściej w ujęciu procentowym ( $\% \widehat{VAT\_gap}_t^{KE}$ ) jako ubytek teoretycznych dochodów:

$$\% \widehat{VAT\_gap}_t^{KE} = \frac{\widehat{VAT\_gap}_t^{KE}}{VTTL_t} * 100\% \quad (3)$$

Metodyka stosowana przez Komisję Europejską – dzięki oparciu na zdezagregowanych danych – pozwala na uzyskanie możliwie dokładnego szacunku  $VTTL$ . Niezbędne do obliczeń dane dostępne są jednak ze znacznym (dwuletnim) opóźnieniem, jako że ich źródłem są tablice podaży i wykorzystania. Tym samym metoda ta nie może służyć do bieżącego monitoringu zmian luki VAT. Dodatkowo, metoda Komisji Europejskiej abstrahuje od potencjalnych przyczyn kształtowania się luki VAT. Zmiany luk podatkowych mogą zaś wynikać zarówno z czynników o charakterze strukturalnym, np. zmian w zakresie szczelności systemu podatkowego, jak i koniunkturalnym, np. zmieniających się w cyklu koniunktury: (1) wielkości szarej strefy, (2) skłonności podatników do wywiązywania się z zobowiązań podatkowych, (3) skali niewypłacalności przedsiębiorstw, (4) skłonności do agresywnego planowania podatkowego, (5) skuteczności egzekwowania zobowiązań podatkowych<sup>5</sup>. Ponadto pewne wątpliwości może budzić algebraiczny charakter metody w obliczu szacunkowego charakteru pewnych parametrów służących do obliczania  $VTTL$  (np. wielkości zużycia pośredniego i inwestycji związanych ze sprzedażą zwolnioną przedmiotowo lub podmiotowo z VAT)<sup>6</sup>.

W związku z powyższym w niniejszym artykule zaproponowano alternatywną względem Komisji Europejskiej metodę szacowania luki VAT. Również opiera się ona na metodzie rozbieżności, jednak zamiast podejścia algebraicznego – zgodnie z którym lukę stanowi różnica między rzeczywistymi a teoretycznymi należnościami podatkowymi – zaproponowano podejście ekonometryczne, w ramach którego analizie podlega różnica w trajektorii zmiennych, czego odzwierciedleniem jest zmienna w czasie elastyczność jednej zmiennej względem drugiej. Estymacja elastyczności dochodów rzeczywistych względem teoretycznych jest *de facto* równoznaczna z szacowaniem elastyczności dochodów podatkowych względem ich bazy przy kontroli zmian stawek podatkowych i innych parametrów systemu podatkowego. Tym samym proponowana metoda łączy metodę rozbieżności z metodą szacowania elastyczności podatkowych. Do estymacji luki VAT wykorzystywany jest indyktor teoretycznych dochodów podatkowych ( $VTTL^*$ ) konstruowany na podstawie dostępnego na bieżąco – i w związku z tym niepełnego – zbioru danych. Z tego względu proponowaną metodę można

<sup>5</sup> Patrz m.in. Bajada [2003], Brondolo [2009], Richardson i in. [2015], Edwards i in. [2016], Komisja Europejska [2018a], Durán-Cabré i in. [2020].

<sup>6</sup> Z tego względu Nerudova i Dobranschi [2019] zaproponowali dekompozycję różnicy między teoretycznymi i rzeczywistymi dochodami z VAT na część wynikającą z nieefektywności w ściągłości podatku VAT, interpretowaną jako oszacowanie luki VAT, oraz część o charakterze losowym.

również zaliczyć do tzw. metod wskaźnikowych<sup>7</sup>. Dodatkowo ujęcie ekonometryczne pozwala na uwzględnienie w modelu – i tym samym kontrolę wpływu na zmiany dochodów podatkowych – czynników innych niż zmiany bazy podatkowej, w tym przede wszystkim stanu koniunktury.

### Szacowanie elastyczności podatkowych

W proponowanej w niniejszym artykule metodzie zmiany luki VAT utożsamiane są ze zmianami responywności rzeczywistych dochodów podatkowych względem teoretycznych. Punktem wyjścia analizy jest zatem oszacowanie szeregu zmiennej w czasie elastyczności jednej zmiennej względem drugiej. Możliwość kwartalnego rozliczania podatku VAT oraz zwroty nadwyżki podatku naliczonego nad należnym sprawiają, że w zależności między dochodami rzeczywistymi a teoretycznymi występują przesunięcia w czasie. Z tego względu właściwą metodą modelowania jest w tym przypadku analiza kointegracji, pozwalająca na pełną charakterystykę mechanizmu transmisji w systemie zmiennych, w szczególności oszacowanie elastyczności długookresowej, odzwierciedlającej zmiany dochodów podatkowych po dokonaniu wszystkich rozliczeń i zwrotów. Z uwagi na jednoznaczny kierunek przyczynowości (dochody podatkowe są determinowane zmianami bazy podatkowej) i krótkość dostępnych szeregów (próba obejmuje lata 1999–2019, zaś dane mają częstotliwość kwartalną) analiza ma charakter jednowymiarowy i wykorzystuje metodę analizy kointegracji w ramach modelu ARDL zaproponowaną przez **Pesarana i Shina [1999]**. Metodyka ta stanowi alternatywne podejście do analizy związków długookresowych między zmiennymi – obok podejścia **Engle'a-Grangera [1987]** i **Johansena [1988]** – i pozwala na łączną estymację parametrów krótko- i długookresowych w ramach modelu jednowymiarowego.

**Pesaran i Shin [1999]** udowodnili, że estymator długookresowych parametrów w ramach modelu ARDL jest zgodny i asymptotycznie normalny oraz że – w przeciwieństwie do metody Engle'a-Grangera – możliwe jest w jego ramach standardowe wnioskowanie statystyczne. Punktem wyjścia analizy jest model ARDL (1, p, q) na poziomach zmiennych:

$$y_{1t} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{1t-i} + \sum_{i=0}^q \beta_i y_{2t-i} + \vartheta_t \quad (4)$$

który szacowany jest po reparametryzacji do jednej z postaci modelu ECM (*unrestricted error correction model*):

$$\Delta y_{1t} = \alpha_0 + \gamma y_{1t-1} + \beta y_{2t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} \beta_i \Delta y_{2t-i} + \vartheta_t \quad (5)$$

gdzie  $\gamma = -\left(1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i\right)$ ,  $\beta = \sum_{i=0}^q \beta_i$ .

Po przekształceniu oszacowanego modelu do klasycznej postaci modelu ECM (*restricted ECM*):

$$\Delta y_{1t} = \alpha_0 + \gamma \left( y_{1t-1} + \frac{\beta}{\gamma} y_{2t-1} \right) + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta y_{1t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} \beta_i \Delta y_{2t-i} \quad (6)$$

otrzymujemy oszacowania długookresowej elastyczności  $\delta = -\frac{\beta}{\gamma}$  oraz tempa dostosowań do długookresowej równowagi ( $\gamma$ ). Istnienie relacji kointegrującej testowane jest w ramach procedury zaproponowanej przez **Pesarana i in. [2001]** i polega na weryfikacji hipotezy zerowej, zgodnie z którą  $\gamma = \beta = 0$ .

<sup>7</sup> Metody wskaźnikowe porównują kształtowanie się zmiennych uważanych za indykatory działalności gospodarczej (np. ilość pieniądza w obiegu, zużycie energii elektrycznej) z wielkościami dochodów lub sprzedaży deklarowanymi w celach podatkowych. Różnica między rzeczywistą a teoretyczną (wynikającą z oficjalnej działalności gospodarczej) wartością indykatora stanowi aproksymację szarej strefy. Luka podatkowa liczona jest jako iloczyn oszacowanej wielkości szarej strefy i efektywnej stawki podatkowej. Wadą metod wskaźnikowych jest duża wrażliwość otrzymywanych na ich podstawie szacunków na dobór indykatorów oraz na zmiany strukturalne w gospodarce (np. zmiany energochłonności produkcji czy preferencji dotyczących płatności gotówkowych), które interpretowane są jako zmiany wielkości szarej strefy (patrz m.in. **Breusch [2005]**; **Schneider, Bühn [2013]**; **Gemmell, Hasseldine [2015]**).

W proponowanym podejściu zmiany luki VAT kwantyfikowane są na podstawie zmian parametrów procesu generującego dane. Celem oszacowania tych zmian opracowano nowe narzędzie, stanowiące uogólnienie estymacji *rolling window*, oparte na algorytmach uśredniania zaproponowanych przez **Pesarana i Timmermanna [2007]**. Oryginalne algorytmy Pesarana i Timmermanna przewidziane są dla celów prognostycznych i pozwalają na wybór szerokości okna estymacji lub uśrednienie wyników uzyskanych we wszystkich możliwych szerokościach okien estymacji, tak aby uzyskać prognozy obarczone możliwie małym błędem. Na potrzeby niniejszej analizy wykorzystano tę ideę, jednak nie w odniesieniu do prognoz, lecz do szacowania parametrów modelu. Celem algorytmów było uśrednienie szacunków parametrów z kointegracyjnego modelu ARDL dla wszystkich możliwych szerokości okien estymacji tak, aby jak najwierniej odzwierciedlić zmiany w czasie procesu generującego dane. Podejście to nie wymaga zatem – w przeciwieństwie do modeli zmiennych parametrów<sup>8</sup> – przyjmowania arbitralnych założeń dotyczących procesu, któremu podlegają zmiany parametrów, ani określania wartości początkowych.

Do celów prognostycznych Pesarana i Timmermanna zaproponowali, aby wagi służące do uśredniania wyników estymacji oprzeć na błędach prognoz. Dla celów niniejszej analizy wagi skonstruowano na podstawie jakości dopasowania modelu do danych. Dla kolejnych punktów w czasie ( $\tau = 1 \dots T$ ) szacowano modele we wszystkich możliwych szerokościach okien<sup>9</sup> ( $m = m_1 \dots m_M$ ), przyjmując pewną minimalną szerokość  $m_1$  (zgodnie z zaleceniami Pesarana i Timmermanna dwukrotność liczby szacowanych parametrów), a następnie dla każdej szerokości wyznaczano jakość dopasowania modelu do obserwacji empirycznej w punkcie  $\tau$ , wykorzystując w tym celu sumę kwadratów błędów predykcji (*sum of squared errors* – SSE)<sup>10</sup>. Na tej podstawie każdej szerokości okna ( $m$ ) przypisano wagę ( $w_{m\tau}$ ) proporcjonalną do jakości dopasowania (definiowanej jako odwrotność sumy kwadratów reszt,  $\frac{1}{SSE_{m\tau}}$ ) modelu szacowanego w tym oknie do obserwacji empirycznej w punkcie  $\tau$ :

$$w_{m\tau} = \frac{\frac{1}{SSE_{m\tau}}}{\sum_{m=m_1}^{m_M} \left( \frac{1}{SSE_{m\tau}} \right)} \quad (7)$$

Na podstawie skonstruowanych wag każdemu punktowi  $\tau$  można przypisać charakteryzującą go elastyczność ( $\widehat{\delta}_\tau$ ) jako ważoną średnią z elastyczności oszacowanych we wszystkich możliwych oknach estymacji ( $\widehat{\delta}_\tau^m$ ):

$$\widehat{\delta}_\tau = \sum_{m=m_1}^{m_M} w_{m\tau} \widehat{\delta}_\tau^m \quad (8)$$

z wariancją (patrz **Buckland i in. [1997]**):

$$var(\widehat{\delta}_\tau) = \left[ \sum_{m=m_1}^{m_M} w_{m\tau} \sqrt{var(\widehat{\delta}_\tau^m) + (\widehat{\delta}_\tau^m - \widehat{\delta}_\tau)^2} \right]^2 \quad (9)$$

gdzie  $var(\widehat{\delta}_\tau^m)$  oznacza wariancję oszacowania parametru w  $m$ -tym oknie.

<sup>8</sup> W ramach analizy kointegracji zostały opracowane modele zmiennych parametrów, w których szereg elastyczności aproksymowany jest przy pomocy funkcji wielomianowych [**Bierens, Martins, 2010**] lub trygonometrycznych [**Park, Hahn, 1999**]. Z kolei w przypadku wykorzystania do modelowania zmiennej w czasie kointegracji modelu przestrzeni stanów [**Koop i in., 2011**] zakłada się, że parametry długookresowe podlegają procesowi autoregresji.

<sup>9</sup> Okna mają charakter obustronny (zarówno prawo, jak i lewostronny), tj. do estymacji procesu generującego dane dla danego punktu w czasie wykorzystywane są zarówno informacje przeszłe, jak i przyszłe (o ile spełniony jest warunek dotyczący minimalnej szerokości okna).

<sup>10</sup> Maksymalizacja dopasowania do tylko jednej obserwacji generuje dużą zmienność przebiegu szeregu elastyczności. W związku z tym – celem wygładzenia i oczyszczenia szeregu z ewentualnej sezonowości – suma kwadratów błędów predykcji była liczona dla czterech obserwacji, co skutkowało uśrednieniem szacunków w ujęciu rocznym. Brano przy tym pod uwagę różne konfiguracje okna dopasowania: (1) dany punkt empiryczny ( $\tau$ ) i trzy punkty go poprzedzające, (2) punkt  $\tau$ , dwa punkty go poprzedzające i jeden po nim następujący, (3) punkt  $\tau$ , jeden punkt poprzedzający i dwa następujące, (4) punkt  $\tau$  i trzy punkty po nim następujące.

Na podstawie wyznaczonego zestawu wag można również wygenerować prognozy dla każdej obserwacji w próbie ( $t = 1 \dots T$ ) przy założeniu procesu generującego dane oszacowanego dla punktu  $\tau$ :

$$\widehat{y}_t^\tau = \sum_{m=m_1}^{m_M} w_{m\tau} \widehat{y}_t^{m\tau}, \quad (10)$$

gdzie  $\widehat{y}_t^\tau$  oznacza prognozę na okres  $t$  otrzymaną na podstawie oszacowań parametrów dla okresu  $\tau$ .

### Kwantyfikacja i dekompozycja zmian luki VAT

Podstawę do kwantyfikacji zmian luki VAT w proponowanej metodzie stanowią zmiany elastyczności podatkowych szacowane w ramach kointegracyjnego modelu ARDL, w którym zmienną endogeniczną są dochody z VAT, zaś zmienną egzogeniczną indyktor teoretycznych należności podatkowych ( $VTTL^*$ ):

$$\Delta VAT_t = \alpha_0 + \gamma(VAT_{t-1} - \delta VTTL_{t-1}^*) + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha_i \Delta VAT_{t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} \beta_i \Delta VTTL_{t-i}^* + \vartheta_t \quad (11)$$

Dla zadanej obserwacji  $\tau$  model (11) estymowany jest we wszystkich możliwych oknach  $m$ , zaś na podstawie otrzymanych oszacowań ( $\widehat{\delta}_\tau^m$ ) i wag ( $w_{m\tau}$ ) przypisywana jest charakteryzująca tę obserwację elastyczność podatkowa ( $\widehat{\delta}_\tau$ ). Na podstawie otrzymanych w ten sposób oszacowań charakteryzujących obserwację  $\tau$  każdej obserwacji  $t$  ( $t = 1 \dots T$ ) można przypisać prognozę  $\widehat{VAT}_t^\tau$  według wzoru (10), tj. wielkość dochodów z tytułu VAT, jakich można byłoby się spodziewać w okresie  $t$ , gdyby proces generujący dane był taki, jak oszacowany dla okresu  $\tau$ . Na podstawie metody ekonometrycznej zmianę luki VAT w okresie  $t$  w stosunku do okresu  $\tau$  ( $\widehat{\Delta VAT\_gap}_{t,\tau}^E$ ) można skwantyfikować w następujący sposób:

$$\widehat{\Delta VAT\_gap}_{t,\tau}^E = \widehat{VAT}_t^\tau - \widehat{VAT}_t^\tau, \quad (12)$$

gdzie  $\widehat{VAT}_t^\tau$  oznacza prognozę (wartość teoretyczną) dochodów z tytułu VAT na okres  $t$  otrzymaną na podstawie oszacowań modelu (11) dla okresu  $t$ , zaś  $\widehat{VAT}_t^\tau$  analogiczną wielkość otrzymaną na podstawie oszacowań dla okresu  $\tau$ <sup>11</sup>.

Metoda ekonometryczna pozwala na szacowanie zmian luki, jednak do określenia jej poziomu w kolejnych latach niezbędna jest znajomość wyjściowego poziomu luki VAT. Przyjmując za jego najlepszą możliwą aproksymację szacunek Komisji Europejskiej dla wyjściowego okresu ( $VAT\_gap_0^{KE}$ ), nominalny poziom luki w okresie  $t$  oszacowany metodą ekonometryczną można przedstawić jako:

$$\widehat{VAT\_gap}_t^E = \widehat{VAT\_gap}_0^{KE} + \sum_{i=1}^t \widehat{\Delta VAT\_gap}_{t,i-1}^E, \quad (13)$$

zaś w ujęciu procentowym jako:

$$\%VAT\_gap_t^E = \frac{\widehat{VAT\_gap}_t^E}{\widehat{VTTL}_t^E} * 100\%, \quad (14)$$

gdzie  $\widehat{VTTL}_t^E = \widehat{VAT}_t^E + \widehat{VAT\_gap}_t^E$ .

<sup>11</sup> W przeciwieństwie do modeli wskaźnikowych, w ramach których szara strefa (i tym samym luka podatkowa) szacowana jest przez porównanie wartości teoretycznych i empirycznych, w proponowanej metodzie porównywane są dwie wartości teoretyczne (prognozy), co zmniejsza wpływ ewentualnych błędów specyfikacji lub słabego dopasowania modelu do danych na szacunki luki (zakładając podobną skalę błędów estymacji dla obu punktów empirycznych, tj.  $t$  i  $\tau$ ).

Wyniki licznych badań empirycznych (m.in. **Brondolo [2009]**; **Sanck i in. [2010]**; **Poghosyan [2011]**; **Dudine, Jalles [2018]**; **Boschi, d'Addona [2019]**) sugerują procykliczność elastyczności podatkowych, będącą rezultatem zarówno zmiennej w cyklu koniunktury wielkości szarej strefy czy skłonności podatników do wywiązywania się z obowiązków podatkowych, jak i zmiennej skali niewypłacalności przedsiębiorstw. Część z obserwowanych zmian elastyczności podatkowych w czasie może zatem wynikać ze zmian koniunktury. Celem wyodrębnienia strukturalnych zmian elastyczności, tj. zmian, których nie można wytłumaczyć zmianami koniunktury, model (11) rozszerzono o indikator cyklu koniunkturalnego (*cykl*) jako zmienną kontrolną<sup>12</sup>:

$$\Delta VAT_t = \alpha'_0 + \gamma'(VAT_{t-1} - \delta'VTTL_{t-1}^*) + \sum_{i=1}^{p-1} \alpha'_i \Delta VAT_{t-i} + \sum_{i=0}^{q-1} \beta'_i \Delta VTTL_{t-i}^* + \sum_{i=0}^r \theta_i cykl_{t-i} + \varepsilon_t \quad (15)$$

Z racji tego, że w modelu (15) uwzględniony jest wpływ koniunktury na dochody z tytułu VAT, oszacowane na jego podstawie zmiany w czasie elastyczności podatkowych ( $\delta'$ ) interpretowane są w niniejszym artykule jako zmiany o charakterze strukturalnym (tj. oszacowane przy kontroli zmian koniunktury). Zgodnie z tym tokiem rozumowania skwantyfikowana na podstawie strukturalnych zmian elastyczności podatkowych zmiana luki VAT może być interpretowana jako zmiana strukturalna. Poniższe wyrażenie można zatem zdefiniować jako zmianę strukturalnego komponentu luki VAT w okresie  $t$  w stosunku do okresu  $\tau$  ( $\widehat{\Delta sVAT\_gap_{t,\tau}^E}$ ):

$$\widehat{\Delta sVAT\_gap_{t,\tau}^E} = \widehat{VAT_t'^t} - \widehat{VAT_t'^\tau}, \quad (16)$$

gdzie  $\widehat{VAT_t'^t}$  oznacza prognozę (wartość teoretyczną) dochodów z tytułu VAT na okres  $t$  otrzymaną na podstawie oszacowań modelu (15) dla okresu  $t$ , zaś  $\widehat{VAT_t'^\tau}$  – analogiczną wielkość otrzymaną na podstawie oszacowań dla okresu  $\tau$ .

Zmiana koniunkturalnego komponentu luki VAT ( $\widehat{\Delta cVAT\_gap_{t,\tau}^E}$ ) stanowi zatem różnicę między ogólnymi zmianami luki ( $\widehat{\Delta VAT\_gap_{t,\tau}^E}$ ) a zmianami komponentu strukturalnego ( $\widehat{\Delta sVAT\_gap_{t,\tau}^E}$ ):

$$\widehat{\Delta cVAT\_gap_{t,\tau}^E} = \widehat{\Delta VAT\_gap_{t,\tau}^E} - \widehat{\Delta sVAT\_gap_{t,\tau}^E} \quad (17)$$

Na podstawie otrzymanych wyników dekompozycji zmian luki VAT można wyznaczyć hipotetyczne trajektorie luki w przypadku, gdyby – począwszy od zadanego okresu – jej zmiany miały wyłącznie charakter strukturalny lub wyłącznie koniunkturalny. Trajektorię strukturalnego komponentu luki VAT – w ujęciu nominalnym ( $\widehat{sVAT\_gap_t^E}$ ) i procentowym ( $\widehat{\%sVAT\_gap_t^E}$ ) – można zdefiniować jako:

$$\widehat{sVAT\_gap_t^E} = \widehat{VAT\_gap_0^{KE}} + \sum_{i=1}^t \widehat{\Delta sVAT\_gap_{i,i-1}^E} \quad (18)$$

$$\widehat{\%sVAT\_gap_t^E} = \frac{\widehat{sVAT\_gap_t^E}}{\widehat{VTTL_t^E}} * 100\% , \quad (19)$$

zaś komponentu koniunkturalnego (odpowiednio  $\widehat{cVAT\_gap_t^E}$  i  $\widehat{\%cVAT\_gap_t^E}$ ) jako:

$$\widehat{cVAT\_gap_t^E} = \widehat{VAT\_gap_0^{KE}} + \sum_{i=1}^t \widehat{\Delta cVAT\_gap_{i,i-1}^E} \quad (20)$$

$$\widehat{\%cVAT\_gap_t^E} = \frac{\widehat{cVAT\_gap_t^E}}{\widehat{VTTL_t^E}} * 100\% \quad (21)$$

<sup>12</sup> Równanie rozszerzone zostało w formie rozkładu opóźnień pozwalającej na uwzględnienie potencjalnie dynamicznego (w szczególności opóźnionego) charakteru zależności między dochodami podatkowymi a stanem koniunktury.



## Dane

Szeregi wykorzystane w niniejszym badaniu obejmują lata 1999–2019<sup>13</sup> i mają częstotliwość kwartalną. Źródłem danych jest Główny Urząd Statystyczny (GUS) i Ministerstwo Finansów (MF). Indykator teoretycznych dochodów z VAT konstruowany jest na podstawie trzech agregatów, w przypadku których dostępne są bieżące (z opóźnieniem jednego kwartału) dane o częstotliwości kwartalnej oraz nie ma konieczności przyjmowania założeń co do skali przedmiotowych i podmiotowych zwolnień z VAT: spożycie prywatne, zużycie pośrednie sektora instytucji rządowych i samorządowych oraz nakłady brutto na środki trwałe sektora instytucji rządowych i samorządowych. Indykator teoretycznych należności podatkowych ( $VTTL_t^*$ ) ma zatem następującą postać:

$$VTTL_t^* = C_t * rate_{C_t} + IC_t^{GG} * rate_{IC_{GG}^t} + GFCF_t^{GG} * rate_{GFCF_{GG}^t}, \quad (22)$$

gdzie:

$C_t$  – wartość spożycia finalnego,

$IC_t^{GG}$  – wartość spożycia pośredniego sektora instytucji rządowych i samorządowych (*general government, GG*),

$GFCF_t^{GG}$  – nakłady brutto na środki trwałe sektora instytucji rządowych i samorządowych,

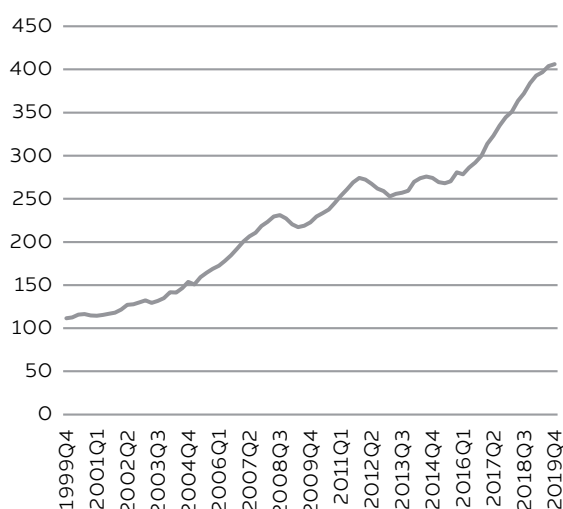
$rate_{it}$  – efektywna stawka podatku VAT dla  $i$ -tej kategorii bazy podatkowej ( $i \in \{C, IC_{GG}, GFCF_{GG}\}$ ).

Przy szacowaniu dochodów teoretycznych według wzoru (22) pomijane są zużycie pośrednie oraz nakłady brutto na środki trwałe związane ze sprzedażą zwolnioną z VAT sektorów innych niż sektor instytucji rządowych i samorządowych. Uproszczenie stanowi również to, że agregaty konsumpcji i inwestycji nie podlegają rozbiciu na poszczególne kategorie towarów i usług. Do liczenia teoretycznych należności wykorzystywane są zagregowane dane i odpowiadające im stawki efektywne (z okresu, dla którego dostępne są zdezagregowane dane umożliwiające ich policzenie).

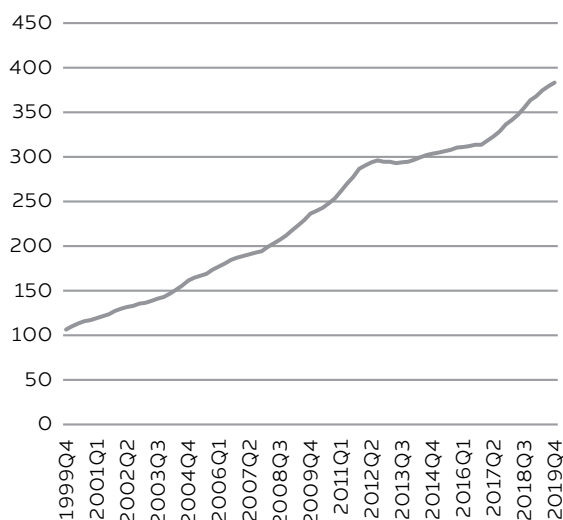
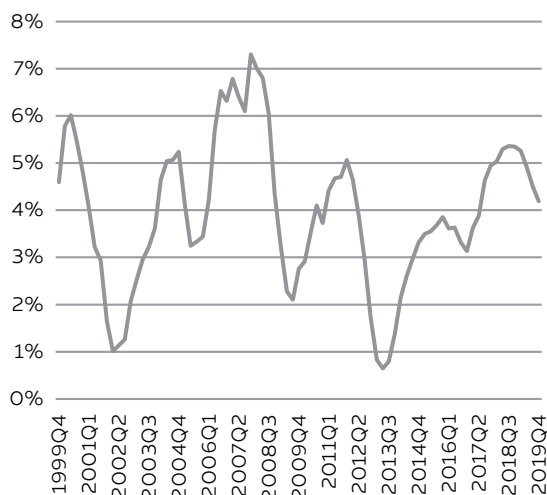
Źródłem danych dotyczących dochodów podatkowych z tytułu VAT są kwartalne rachunki niefinansowe sektora instytucji rządowych i samorządowych. Szereg został skorygowany o zaburzenie o charakterze jednorazowym w 2004 r. związane z akcesją Polski do Unii Europejskiej i wynikające ze zmian w sposobie rozliczania VAT od importu. Jako indyktor cyklu koniunkturalnego przyjęto tempo zmian realnego PKB. Wykorzystane w analizie szeregi przedstawiono na rysunku 1.

### Rysunek 1. Trajektoria wykorzystanych w analizie szeregów

(a) dochody podatkowe z tytułu VAT ( $VAT_t$ ) (1999Q1=100)



<sup>13</sup> Niezbędne do analizy dane zostały zebrane w lutym 2020 r. Tym samym szeregi makroekonomiczne nie uwzględniają rewizji rachunków narodowych za lata 1995–2018 z października 2020 r. i ewentualnych późniejszych zmian danych podatkowych, wynikających np. z korekt deklaracji.

(b) indyktor teoretycznych dochodów z tytułu VAT ( $VTTL_t$ ) (1999Q1 = 100)(c) indyktor koniunktury (cykl<sub>t</sub>)

Uwaga: Ze względu na sezonowość szeregi przedstawiono w postaci rocznej średniej ruchomej.

Źródło: MF i GUS.

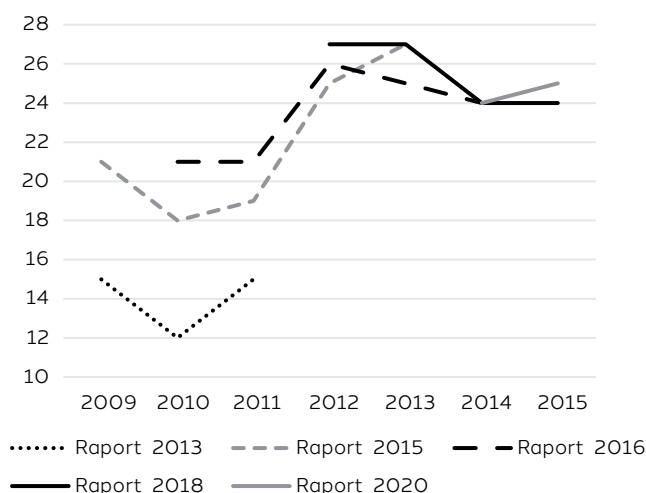
## Wyniki empiryczne

### Szacunki ekonometryczne vs szacunki Komisji Europejskiej

Celami proponowanej metody są bieżące (kwartalne) monitorowanie luki VAT oraz identyfikacja zmian o charakterze strukturalnym. Jednak, aby mogła ona stanowić analityczne wsparcie dla polityki gospodarczej, powinna możliwie wiernie odwzorowywać szacunki Komisji Europejskiej, które – dzięki ich oparciu na szczegółowych danych – można uznać za najdokładniejszą aproksymację rzeczywistej luki VAT. Należy przy tym pamiętać jednak o ograniczonej porównywalności w czasie samych szacunków Komisji Europejskiej, w szczególności wynikającej z rewizji danych makroekonomicznych, które skutkują nierzadko znacznymi zmianami wyliczeń luki pomiędzy kolejnymi raportami (rysunek 2), oraz o braku aktualizacji historycznych szacunków luki w związku ze zmianą metodyki liczenia rachunków narodowych z ESA 95 na ESA 2010. W pełni porównywalne są jedynie szacunki luki przedstawione w danej edycji raportu (co do zasady za pięć lat i z dwuletnim opóźnieniem w stosunku do roku publikacji), zaś w związku z uspoźnieniem *ex post* historycznych szacunków przedstawionych w raporcie z 2020 r. [Komisja Europejska, 2020] do pewnego stopnia za porównywalny można uznać szereg luki od 2010 r. włącznie. Szacunki sprzed 2010 r. oparte są bowiem na metodyce ESA 95, zaś porównanie wyliczeń luki na danych opracowanych wg ESA 95 [Komisja

Europejska, 2015] i ESA 2010 [Komisja Europejska, 2016a] za lata 2010–2013 wskazuje na ich rozbieżność nawet co do kierunku zmian  $r/r$  (rysunek 2).

Rysunek 2. Zmiany szacunków luki VAT w raportach Komisji Europejskiej (w %)

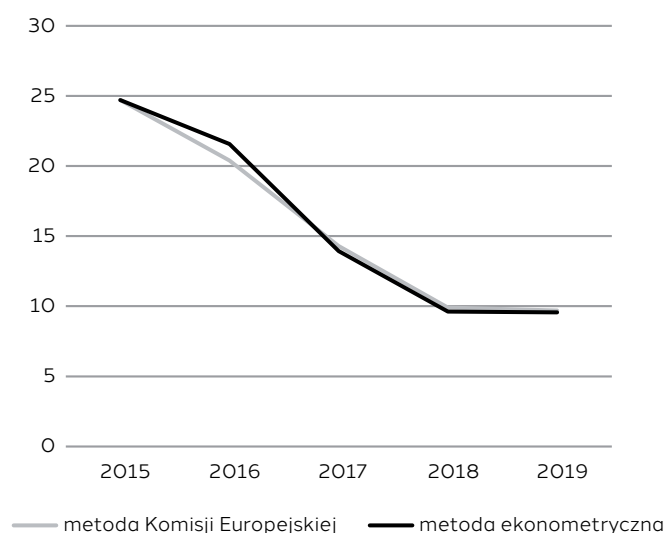


Źródło: Komisja Europejska [2013; 2015; 2016a; 2018b; 2020].

Na rysunku 3 dokonano porównania trajektorii luki VAT w ujęciu procentowym skwantyfikowanej przy zastosowaniu metody ekonometrycznej<sup>14</sup> ( $\widehat{\%VAT\_gap}_t^E$ ) i metody Komisji Europejskiej ( $\widehat{\%VAT\_gap}_t^{KE}$ ) za okresy: (a) 2015–2019 (obliczenia w przypadku obu metod oparte na danych dostępnych w 2020 r., co zapewnia pełną porównywalność szacunków), (b) 2010–2019 (niepełna porównywalność w związku z potencjalnymi rewizjami danych, na których oparte były szacunki KE sprzed 2015 r.), (c) 2001<sup>15</sup> – 2019 (ograniczona porównywalność w związku z oparciem szacunków KE sprzed 2010 r. na danych makroekonomicznych według metodyki ESA 95).

Rysunek 3. Szacunki luki VAT w ujęciu procentowym: metoda ekonometryczna vs metoda Komisji Europejskiej (1)

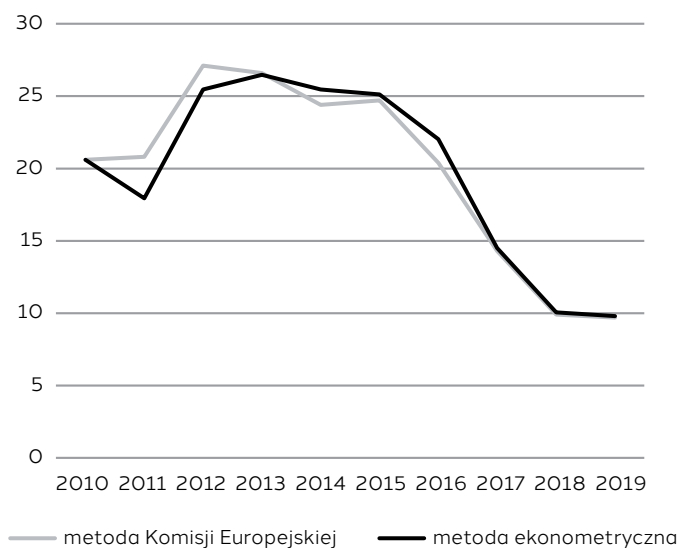
(a) lata 2015–2019



<sup>14</sup> W artykule przedstawiono wyniki kwantyfikacji i dekompozycji zmian luki VAT dla kombinacji hiperparametrów metody ekonometrycznej – dotyczących minimalnej szerokości okna estymacji, konfiguracji okna dopasowania i dynamicznej specyfikacji równań – dającej największą zbieżność z szacunkami Komisji Europejskiej.

<sup>15</sup> Szacunki luki VAT przygotowywane przez Komisję Europejską sięgają roku 2000. W związku z oparciem metody ekonometrycznej na wynikach estymacji modeli dynamicznych, tj. uwzględniających opóźnienia zmiennych, oraz na stosowanej w jej ramach technice kwantyfikacji (szacowane są zmiany luki  $r/r$ , co wymaga przyjęcia pierwszego możliwego roku jako porównawczego) pozwala ona na szacunek zmian luki począwszy od 2002 r.

(b) lata 2010–2019



(c) lata 2001–2019



Uwaga: w przypadku metody ekonometrycznej jako wyjściowy poziom luki VAT ( $\widehat{VAT\_gap}_0^{KE}$ ) przyjęto szacunek Komisji Europejskiej dla roku: (a) 2015, (b) 2010 i (c) 2001.

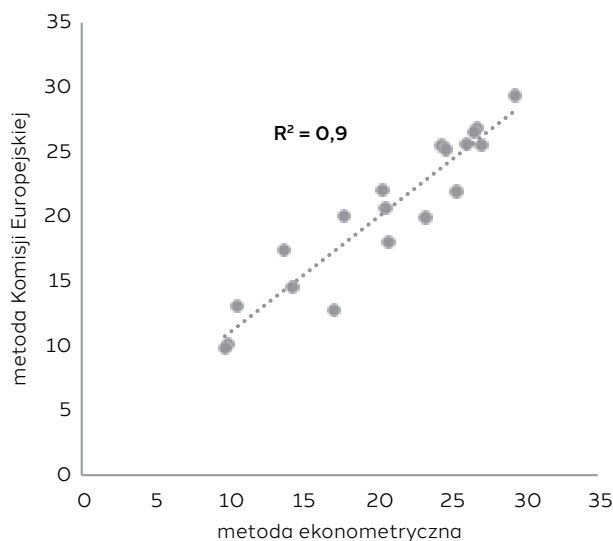
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS oraz Komisji Europejskiej [2020].

W przypadku metody ekonometrycznej jako wyjściowy poziom luki VAT przyjęto szacunek zaczerpnięty z raportu Komisji Europejskiej [2020] dla pierwszego z porównywanych lat, tj. roku (a) 2015, (b) 2010 i (c) 2001.

Trajektoria luki VAT skwantyfikowanej metodą ekonometryczną wykazuje dużą spójność z szacunkami Komisji Europejskiej, szczególnie za lata 2015–2019, w przypadku których wyniki uzyskane obiema metodami można uznać za w pełni porównywalne (uzyskane na podstawie tego samego zbioru danych) (rysunek 3a). W przypadku lat wcześniejszych (w szczególności przed 2010 r.), kiedy to ze względu na oparcie szacunków na nie w pełni korespondujących ze sobą danych porównywalność wyników obu metod jest ograniczona, różnice są większe. Tym niemniej, otrzymane na podstawie metody ekonometrycznej szacunki luki VAT w latach 2001–2019 wyjaśniają ponad 90% zmienności szacunków Komisji Europejskiej (rysunek 4), co wydaje się zadowalającym wynikiem, biorąc pod uwagę, że szacunki ekonometryczne oparte są na: (1) niepełnych i zagregowanych danych dotyczących bazy podatkowej, (2) opóźnionych danych dotyczących efektywnych stawek podatkowych, (3) zrewidowanych danych makroekonomicznych w stosunku do tych, które wykorzystywano na bieżąco w raportach Komisji Europejskiej (różnica dotyczy szacunków sprzed 2015 r.), (4) danych makroekonomicznych wg metodyki ESA 2010 (różnica dotyczy szacunków sprzed 2010 r.), (5) w większym stopniu niż w przypadku metody algebraicznej danych historycznych, co powoduje nieznaczne

opóźnienie w szacunkach, szczególnie w przypadku gwałtownych zmian w relacji między rzeczywistymi i teoretycznymi dochodami z VAT (jaka wystąpiła np. w 2008 i 2016 r.).

Rysunek 4. Szacunki luki VAT w ujęciu procentowym: metoda ekonometryczna vs metoda Komisji Europejskiej (2)



Uwaga: w przypadku metody ekonometrycznej jako wyjściowy poziom luki VAT ( $\widehat{VAT\_gap}_0^{KE}$ ) przyjęto szacunek Komisji Europejskiej dla roku 2001. Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS oraz Komisji Europejskiej [2020].

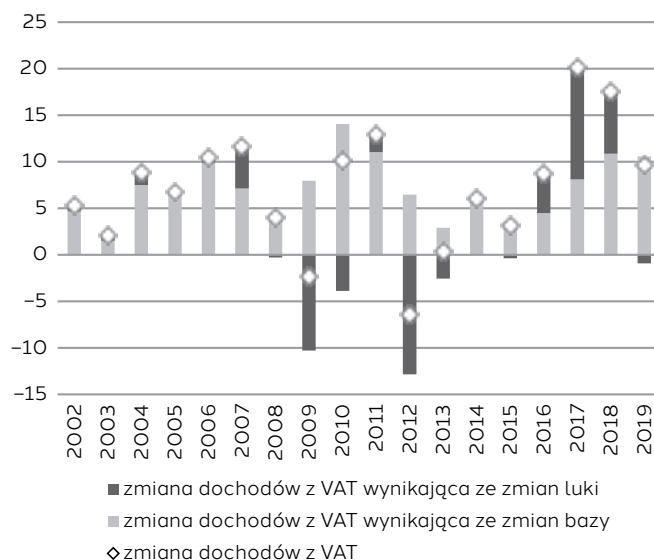
### Kwantyfikacja i dekompozycja zmian luki VAT przy użyciu metody ekonometrycznej

Metoda ekonometryczna pozwala na oszacowanie zmian luki VAT w ujęciu nominalnym ( $\Delta VAT\_gap_t^E$ ). Na ich podstawie można dokonać dekompozycji zmian dochodów podatkowych z tytułu VAT ( $\Delta VAT_t$ ) na część, która wynika ze zmian luki ( $\Delta VAT_t^{gap} \equiv -\Delta VAT\_gap_t^E$ ), i część wynikającą ze zmian bazy podatkowej ( $\Delta VAT_t^{base}$ ) jako dopełnienie między zmianami dochodów i zmianami luki:

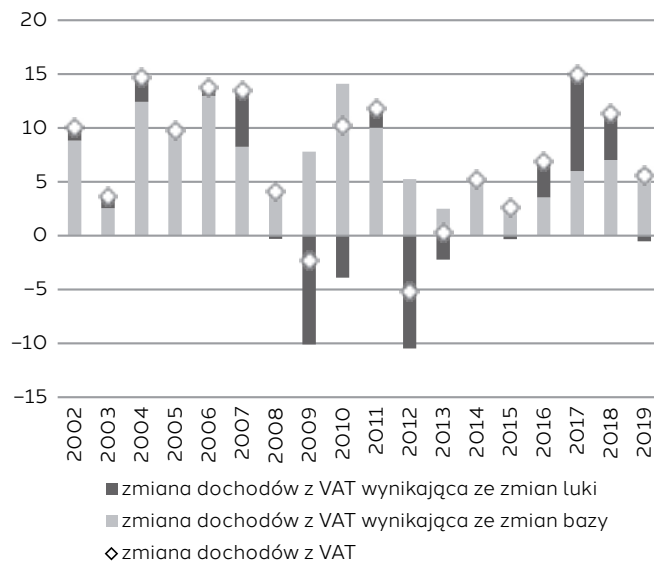
$$\Delta VAT_t = \Delta VAT_t^{gap} + \Delta VAT_t^{base} \quad (23)$$

Rysunek 5. Dekompozycja zmian (r/r) dochodów podatkowych z tytułu VAT

(a) w mld PLN



(b) w procentach

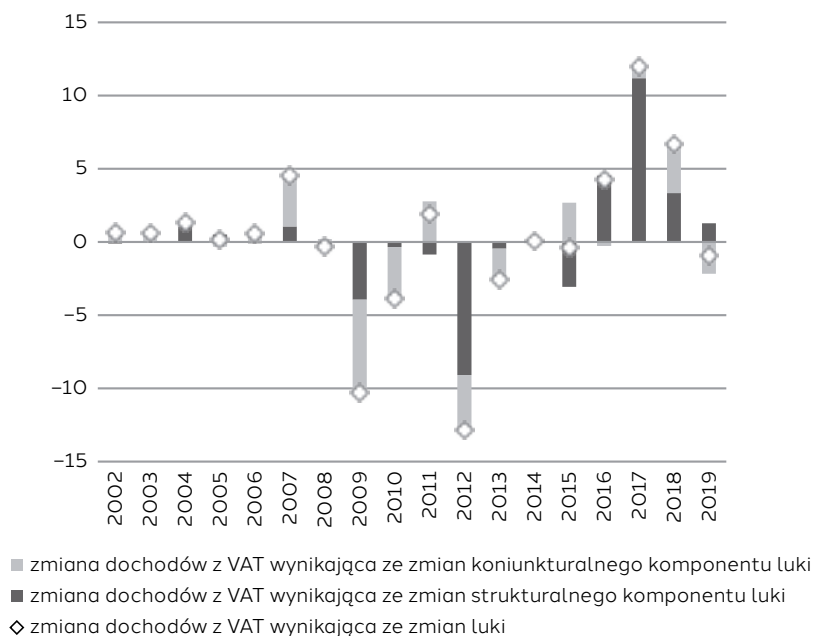


Uwaga: wzrost (spadek) dochodów z VAT wynikający ze zmian luki jest równoznaczny ze spadkiem (wzrostem) luki VAT ( $\Delta VAT_t^{gap} \equiv -\Delta VAT_{-gap}_t$ ).  
 Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS.

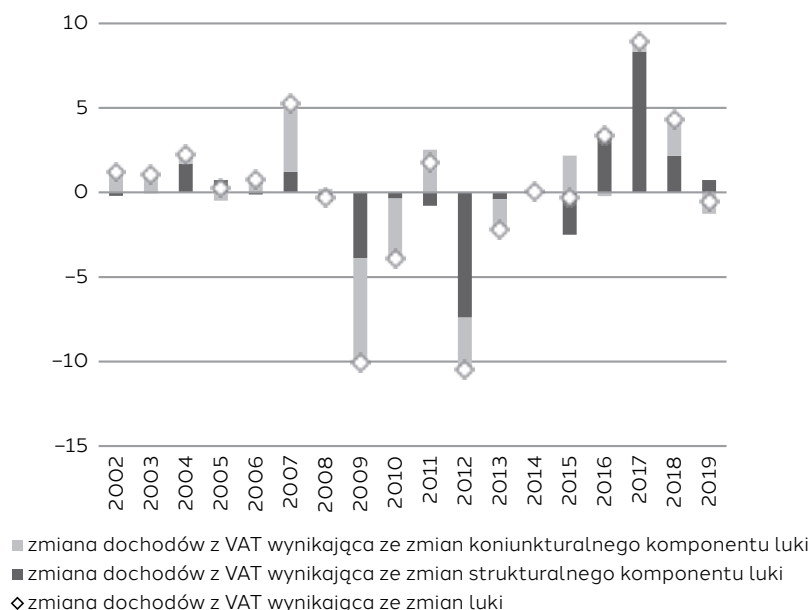
Wyniki dekompozycji (rysunek 5) wskazują, że w analizowanym okresie zmiany dochodów z VAT wynikały w głównej mierze ze zmian bazy podatkowej, jednak w latach 2009, 2012 i 2017 dominującą rolę odgrywały zmiany luki podatkowej.

**Rysunek 6. Zmiany dochodów podatkowych (r/r) wynikające ze zmian koniunkturalnego i strukturalnego komponentu luki VAT**

(a) w mld PLN



(b) w procentach



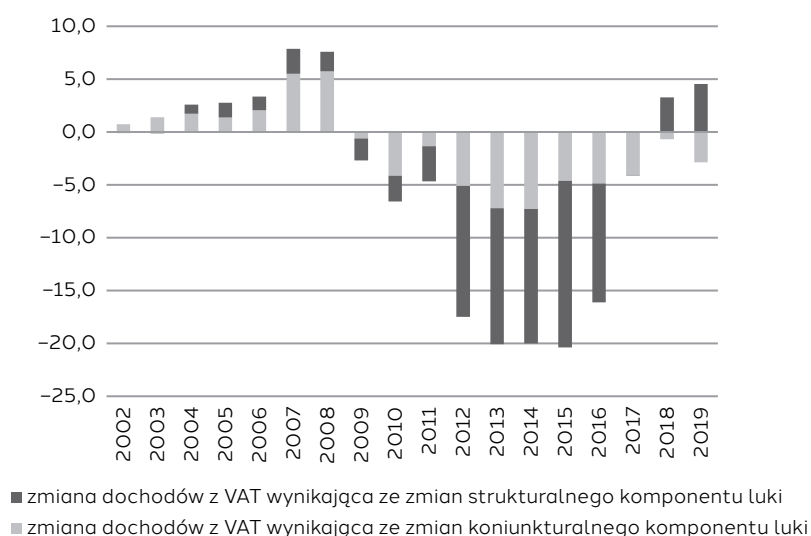
Uwaga: wzrost (spadek) dochodów z VAT wynikający ze zmian luki jest równoznaczny ze spadkiem (wzrostem) luki VAT.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS.

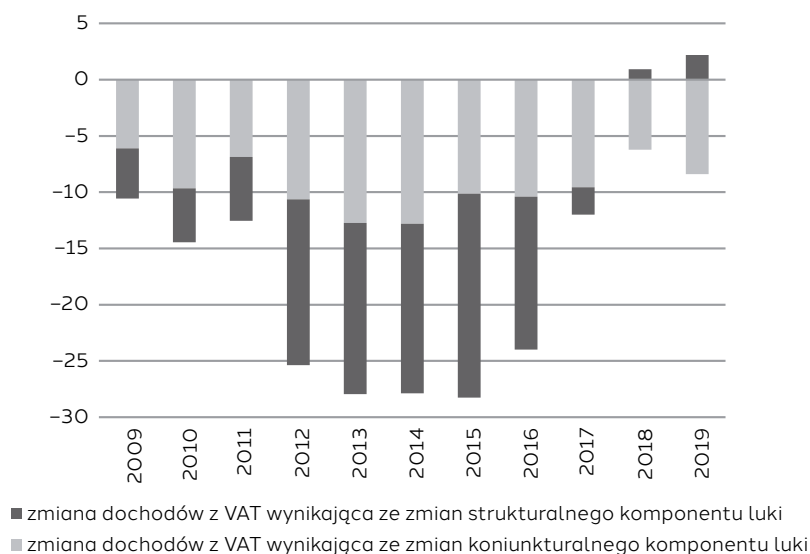
Porównanie szacunków otrzymanych na podstawie estymacji modelu z indykatorem koniunktury jako zmienną kontrolną (równanie 15) oraz modelu nieuwzględniającego wpływu koniunktury na dochody podatkowe (równanie 11) pozwala na dekompozycję zmian luki VAT w ujęciu nominalnym ( $\widehat{\Delta VAT\_gap}^E$ ) na część o charakterze strukturalnym ( $\widehat{\Delta sVAT\_gap}^E$ ) i koniunkturalnym ( $\widehat{\Delta cVAT\_gap}^E$ ) (rysunek 6). Skumulowane wyniki dekompozycji wskazują, że do 2007 r. ewolucja luki VAT była w głównej mierze determinowana czynnikami koniunkturalnymi (rysunek 7, panel a). Odpowiadały one za ok. 60% jej skumulowanego spadku w latach 2001–2007. Począwszy od kryzysu finansowego większą rolę zaczęły odgrywać czynniki strukturalne – zarówno w okresie wzrostu luki w latach 2008–2012, jak i jej spadku w latach 2016–2018 (rysunek 7, panel b).

**Rysunek 7. Skumulowane zmiany dochodów podatkowych wynikające ze zmian koniunkturalnego i strukturalnego komponentu luki VAT (w mld PLN)**

(a) od początku próby (względem 2001 r.)



(b) od początku światowego kryzysu finansowego (względem 2008 r.)



Uwaga: wzrost (spadek) dochodów z VAT wynikający ze zmian luki jest równoznaczny ze spadkiem (wzrostem) luki VAT.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS.

Tym niemniej, nawet w przypadku lat 2012–2015 – kiedy to luka osiągnęła największy co do wartości bezwzględnej poziom w analizowanym okresie – komponent koniunkturalny był odpowiedzialny za ok. 40% wzrostu luki VAT w stosunku do okresu sprzed kryzysu finansowego. Z kolei obserwowany w latach 2016–2018 spadek luki można wyjaśnić czynnikami koniunkturalnymi w ok. 20%. W niektórych latach na brak zmian luki VAT złożyły się przeciwstawne co do znaku, ale podobne co do bezwzględnej skali zmiany komponentów cyklicznego i strukturalnego (rysunek 6). W latach 2011 i 2015 na strukturalny wzrost luki VAT nałożyła się relatywnie dobra koniunktura, zaś w 2019 r. – ze względu na pogorszenie koniunktury – luka pozostała w przybliżeniu na niezmiennym poziomie pomimo spadku jej strukturalnego komponentu.

Na podstawie otrzymanych wyników kwantyfikacji i dekompozycji zmian luki VAT w ujęciu nominalnym można wyznaczyć trajektorie luki w ujęciu procentowym: ogółem ( $\%VAT\_gap_t^E$ ) oraz w hipotetycznym przypadku, gdyby zmiany miały wyłącznie charakter strukturalny ( $\%sVAT\_gap_t^E$ ) lub wyłącznie koniunkturalny ( $\%cVAT\_gap_t^E$ ) (tabela 1). Dla przykładu, na rysunku 9 przedstawiono porównanie przebiegu strukturalnego i koniunkturalnego komponentu luki VAT w okresie jej spadku obserwowanego pod koniec analizowanej próby. Luka VAT w ujęciu procentowym spadła wówczas z poziomu 25–26% w latach 2012–2015 do poziomu ok. 10% w latach 2018–2019. Gdyby jednak zmiany w tym okresie wynikały wyłącznie z działania czynników o charakterze strukturalnym (bez nakładającego się na nie w rzeczywistości wpływu koniunktury), luka zmniejszyłaby się do poziomu ok. 12–14% w latach 2018–2019. Z kolei w przypadku braku jakichkolwiek zmian o charakterze strukturalnym (tj., gdyby zmiany luki w tym okresie były determinowane tylko zmianami koniunktury) luka VAT zmniejszyłaby się do poziomu 18–19%.

Tabela 1. Oszacowana trajektoria luki VAT w ujęciu procentowym

Rok	$\%VAT\_gap_t^E$	$\%sVAT\_gap_t^E$	$\%cVAT\_gap_t^E$
2001	29,4	29,4	29,4
2002	26,9	27,8	26,7
2003	25,6	27,3	25,5
2004	21,9	23,9	22,9
2005	20,2	21,7	21,7
2006	17,8	19,7	19,0
2007	12,6	17,5	14,7
2008	12,4	17,3	14,0

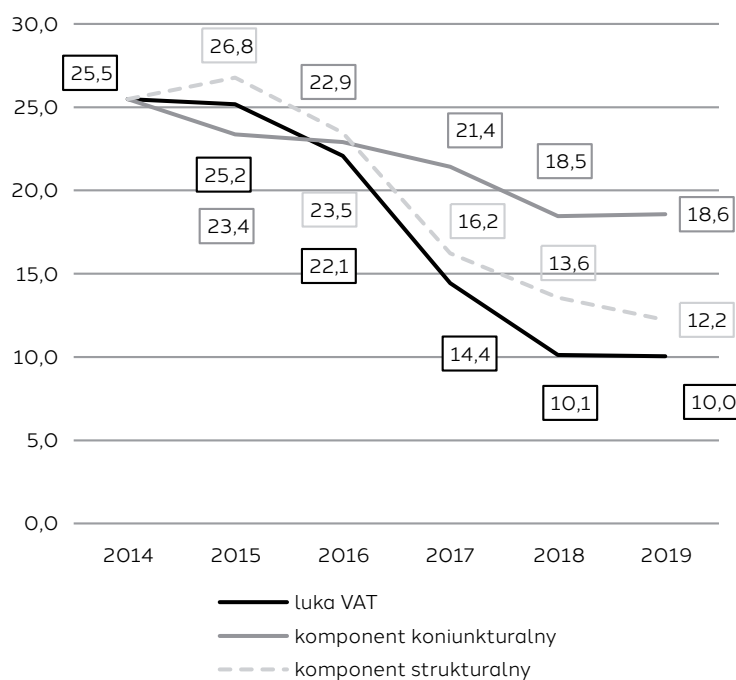


Rok	$\widehat{\% VAT\_gap}^E$	$\widehat{\% sVAT\_gap}^E$	$\widehat{\% cVAT\_gap}^E$
2009	19,9	19,4	18,2
2010	20,7	17,7	18,9
2011	17,8	16,9	15,6
2012	25,3	22,1	17,4
2013	26,5	22,0	18,4
2014	25,5	21,1	17,8
2015	25,2	22,4	15,8
2016	22,1	19,2	15,6
2017	14,4	12,2	14,4
2018	10,1	9,8	11,8
2019	10,0	8,6	12,3

Uwagi: jako wyjściowy poziom luki VAT przyjęto szacunek Komisji Europejskiej dla roku 2001.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF, GUS i Komisji Europejskiej [2020].

Rysunek 8. Oszacowana trajektoria luki VAT w ujęciu procentowym (lata 2014–2019)



Uwagi: jako wyjściowy poziom dla komponentu koniunkturalnego i strukturalnego przyjęto ekonometryczny szacunek luki VAT dla 2014 r.

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF, GUS i Komisji Europejskiej [2020].

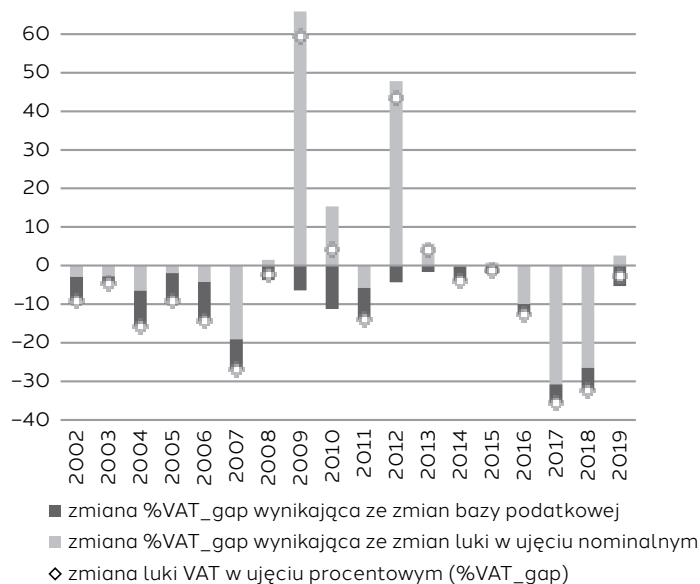
Oszacowane zmiany luki VAT w ujęciu procentowym ( $\widehat{\% VAT\_gap}_t^E$ ) można również zdekomponować na część wynikającą z jej zmian w ujęciu nominalnym ( $\widehat{VAT\_gap}_t^E$ ) oraz zmian bazy podatkowej (i tym samym teoretycznych dochodów z tytułu VAT,  $\widehat{VTTL}_t^E$ ). Po zlogarytmowaniu i zróżnicowaniu tożsamości (14) otrzymujemy:

$$g\left(\widehat{\%VAT\_gap}_t^E\right) \cong g\left(\widehat{VAT\_gap}_t^E\right) - g\left(\widehat{VTTL}_t^E\right) \quad (24)$$

gdzie  $g()$  oznacza tempo zmian. Wyniki dekompozycji (rysunek 9) wskazują, że we wszystkich analizowanych latach wzrost bazy podatku VAT prowadził do spadku luki w ujęciu procentowym. Do 2007 r. głównym źródłem zmian było „wyrastanie” z luki, dodatkowo wzmacniane przez spadek w ujęciu nominalnym, szczególnie w latach 2006–2007. Łącznie w wyniku działania obu czynników w latach 2001–2007 luka w ujęciu

procentowym zmniejszyła się zgodnie z otrzymanymi szacunkami o niemal 60% (z ponad 29% do poniżej 13%). Podobnej skali spadek nastąpił również pod koniec próby (z ok. 25% do ok. 10%), przy czym większą rolę odgrywał wówczas spadek luki w ujęciu nominalnym niż wzrost bazy podatkowej. Z kolei w latach 2009 i 2012 wzrost luki w ujęciu nominalnym zdecydowanie przewyższał wzrost bazy podatkowej, co prowadziło do znacznego powiększenia luki w ujęciu procentowym.

Rysunek 9. Dekompozycja zmian (r/r) luki VAT w ujęciu procentowym



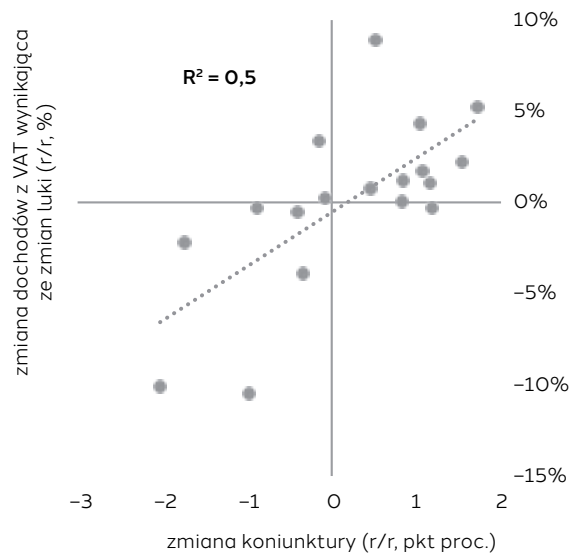
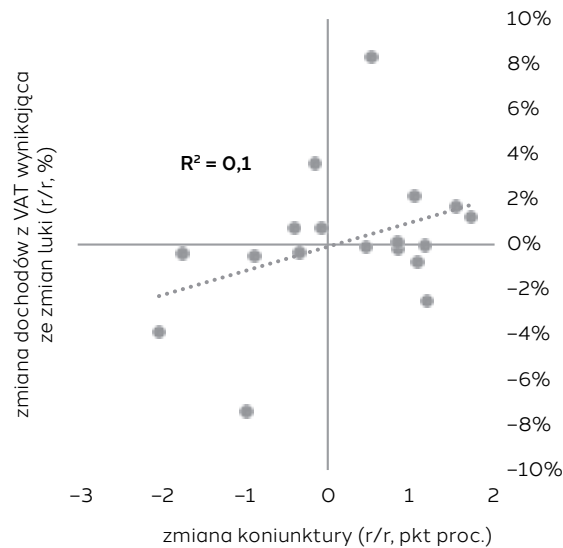
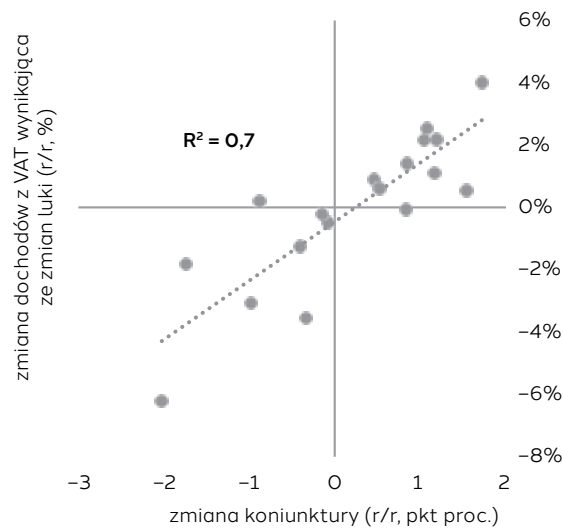
Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS.

## Ocena ekonometrycznej metody dekompozycji zmian luki VAT

Dzięki publikacji szacunków luki VAT przez Komisję Europejską – które można uznać za możliwie najlepszą aproksymację jej rzeczywistego przebiegu – możliwa jest ocena wiarygodności ekonometrycznej metody kwantyfikacji zmian luki (podrozdział 2.1). Pojawia się jednak pytanie o wiarygodność proponowanej w niniejszym artykule metody dekompozycji zmian luki, w szczególności o to, czy wyodrębniony przy jej pomocy komponent strukturalny jest rzeczywiście oczyszczony z wahań o charakterze koniunkturalnym. Dekompozycję można bowiem uznać za wiarygodną, jeżeli zmiany luki VAT oszacowane przy kontroli cyklu koniunkturalnego, tj. strukturalne zmiany luki ( $\Delta s\widehat{VAT\_gap}^E$ ), są nieskorelowane ze zmianami koniunktury (czyli oczyszczone z wpływu cyklu), zaś zmiany koniunkturalnego komponentu luki ( $\Delta c\widehat{VAT\_gap}$ ) – otrzymane jako dopełnienie zmian luki i jej strukturalnego komponentu – są ze zmianami koniunktury możliwie silnie skorelowane. W związku z tym w celu oceny ekonometrycznej metody dekompozycji luki VAT porównano stopień procykliczności zmian dochodów z VAT wynikających ze zmian luki oraz jej koniunkturalnego i strukturalnego komponentu<sup>16</sup> (rysunek 10).

Otrzymane szacunki zmian luki VAT wykazują istotne skorelowanie ze zmianami koniunktury (rysunek 10, panel a), które wyjaśniają niemal 50% ich zmienności w analizowanym okresie. Z kolei zmiany komponentu strukturalnego wydają się być – zgodnie z oczekiwaniami – w dużym stopniu oczyszczone z wpływu cyklu koniunkturalnego (rysunek 10, panel b), jako że zmiany koniunktury wyjaśniają niewiele ponad 10% ich zmienności. Dodatni – jednak statystycznie nieistotny – współczynnik korelacji wynika z faktu, że duży wzrost luki VAT miał miejsce w okresie dekoniunktury po światowym kryzysie finansowym.

<sup>16</sup> Procycliczność rozumiana jest tu jako dodatnia korelacja ze zmianą indikatora cyklu koniunkturalnego.

**Rysunek 10. Stopień procykliczności zmian dochodów z VAT wynikających ze zmian:****(a)** luki VAT**(b)** strukturalnego komponentu luki VAT**(c)** koniunkturalnego komponentu luki VAT

Uwaga: wzrost (spadek) dochodów z VAT wynikający ze zmian luki jest równoznaczny ze spadkiem (wzrostem) luki VAT.  
 Źródło: obliczenia własne na podstawie danych MF i GUS.

Skala relatywnego ubytku dochodów z VAT była jednak wówczas – w porównaniu z resztą próby – nieproporcjonalnie wysoka w stosunku do skali pogorszenia koniunktury. Tym samym jedynie część tego ubytku można wytłumaczyć czynnikami koniunkturalnymi, zaś pozostała część miała – zgodnie z logiką proponowanej metody – charakter strukturalny. Z kolei zmiany koniunkturalnego komponentu luki VAT wykazują bardzo dużą (wyższą niż w przypadku zmian samej luki) zbieżność z przebiegiem indikatora koniunktury (wyjaśnienie zmienności na poziomie ponad 70%) (rysunek 10, panel c). Tym samym proponowana metoda wydaje się w dużym stopniu prawidłowo dekomponować zmiany luki VAT na część koniunkturalną – którą można wytłumaczyć przebiegiem cyklu koniunkturalnego – oraz strukturalną, która odzwierciedla działanie czynników innych niż cykliczne. Należy jednak pamiętać, że prezentowane wyniki otrzymano przy założeniu liniowego wpływu koniunktury na dochody podatkowe. W przypadku występowania nieliniowości – w szczególności progowości – w procesie generującym dane proponowana metoda może nie w pełni pozwolić na oczyszczenie luki ze zmian koniunktury i tym samym wyodrębnienie jej strukturalnego komponentu. Tym niemniej, krótkość dostępnej próby oraz konieczność szacowania zmian parametrów w czasie uniemożliwiają zastosowanie w analizowanym przypadku modeli nieliniowych.

### Podsumowanie

W niniejszym artykule zaproponowano ekonometryczną metodę szacowania zmian luki VAT oraz ich dekompozycji na część o charakterze koniunkturalnym i strukturalnym. Metoda ta stanowi kompromis między dążeniem do dokładności szacunków a potrzebą bieżącego monitorowania zmian luki. Z jednej strony zaproponowane podejście – w przeciwieństwie do metody Komisji Europejskiej – pozwala na bieżący (kwartalny) szacunek luki VAT. Z drugiej strony jako punkt odniesienia dla dochodów podatkowych wykorzystywany jest indikator bazy podatkowej, nie zaś – jak to ma miejsce w przypadku tzw. metod wskaźnikowych – ogólne miary działalności gospodarczej (takie jak zużycie energii elektrycznej czy popyt na pieniądź). Proponowana metoda pozwala również na podjęcie próby oczyszczenia zmian luki z wahań o charakterze koniunkturalnym i tym samym wyodrębnienie ich strukturalnego komponentu, który ma największe znaczenie z punktu widzenia długookresowej stabilności finansów publicznych.

Analiza szacunków otrzymanych proponowaną metodą dla Polski wskazuje, że nie odbiegają one znacząco od szacunków luki VAT publikowanych przez Komisję Europejską (współczynnik korelacji za lata 2002–2019 na poziomie ok. 95%). Proponowaną metodę uwiarygadniają również otrzymane wyniki dekompozycji luki VAT, jako że zmiany jej koniunkturalnego komponentu wykazują silną zbieżność z przebiegiem koniunktury (współczynnik korelacji na poziomie ok. 80%), zaś zmiany komponentu strukturalnego są w dużym stopniu oczyszczone z wpływu cyklu (nieistotny statystycznie współczynnik korelacji na poziomie ok. 30%). Należy jednak pamiętać, że dekompozycji dokonano przy założeniu liniowego wpływu koniunktury na dochody podatkowe i tym samym komponent strukturalny nie jest oczyszczony z ewentualnych efektów nieliniowych (np. asymetrii czy progowości).

Otrzymane wyniki wskazują, że istotną rolę w determinowaniu luki VAT w Polsce odgrywają zarówno czynniki o charakterze koniunkturalnym, jak i strukturalnym. Ich rola ulegała jednak w okresie próby pewnym zmianom. Zgodnie z otrzymanymi szacunkami nominalne zmiany luki VAT przed kryzysem finansowym były nieznaczne (zmiany r/r w wysokości maksymalnie 4% dochodów z VAT) i w głównej mierze determinowane czynnikami koniunkturalnymi, zaś odnotowany w latach 2001–2007 spadek luki w ujęciu procentowym z ponad 29% do poniżej 13% wynikał w dużym stopniu z dynamicznego wzrostu bazy i będącego jego efektem „wyrastania” z luki. Po kryzysie finansowym zwiększyły się zarówno skala nominalnych zmian luki (zmiany r/r dochodzące do 8–10% dochodów z VAT), jak i udział czynników strukturalnych w ich determinowaniu, zarówno w okresie wzrostu luki w latach 2008–2012, jak i w okresie jej spadku pod koniec analizowanego okresu. Tym niemniej, nawet w latach 2012–2015, kiedy to luka osiągnęła najwyższy poziom w analizowanym okresie, ponad 40% jej wzrostu w stosunku do okresu przed kryzysem finansowym można wytłumaczyć

pogorszeniem koniunktury. Z kolei spadek luki odnotowany w latach 2016–2018 wynikał – zgodnie z otrzymanymi szacunkami – w około 20% z działania czynników o charakterze koniunkturalnym. Bez procyklicznego spadku, który miał wówczas miejsce, luka w ujęciu procentowym ukształtowałaby się w latach 2018–2019 na poziomie ok. 12–14% zamiast ok. 10%.

## Bibliografia

- Bajada C. [2003], Business Cycle Properties of the Legitimate and Underground Economy in Australia, *The Economic Record*, 79(247): 397–411.
- Bajada C., Schneider F. [2005], The Shadow Economies of the Asia-Pacific, *Pacific Economic Review*, 10(3): 379–401.
- Bierens H., Martins L. [2010], Time-varying cointegration, *Econometric Theory*, 26(5): 1453–1490.
- Boschi M., d'Addona S. [2019], The Stability of Tax Elasticities over the Business Cycle in European Countries, *Fiscal Studies*, 40(2): 175–210.
- Brondolo J. [2009], Collecting Taxes During an Economic Crisis: Challenges and Policy Options, *IMF Staff Position Note* 09/17, <https://www.imf.org/external/pubs/ft/spn/2009/spn0917.pdf>.
- Breusch T. [2005], The Canadian underground economy: An examination of Giles and Tedds, *Canadian Tax Journal*, 53(2): 367–391.
- Buckland S., Burnham K., Augustin N. [1997], Model selection: an integral part of inference, *Biometrics*, 53(2): 603–618.
- Cagan P. [1958], The demand for currency relative to the total money supply, *Journal of Political Economy*, 66(1): 34–46.
- Dell'Anno R., Schneider F. [2003], The shadow economy of Italy and other OECD countries: what do we know?, *Journal of Public Finance and Public Choice*, 21(2–3): 223–245.
- Dudine P., Jalles J. T. [2018], How buoyant is the tax system? New evidence from a large heterogeneous panel, *Journal of International Development*, 30(6): 961–991.
- Durán-Cabré J. M., Esteller-Moré A., Salvadori L. [2020], Cyclical Tax Enforcement, *Economic Inquiry*, 58(4): 1874–1893.
- Edwards A., Schwab C., Shevlin T. [2016] Financial Constraints and Cash Tax Savings, *The Accounting Review*, 91(3): 859–881.
- Engle R., Granger C. W. [1987], Co-integration and error correction representation, estimation and testing, *Econometrica*, 55(2): 251–276.
- Frey B., Weck H. [1983], Estimating the shadow economy: a “naïve” approach, *Oxford Economic Papers*, 35(1): 23–44.
- Frey B., Weck-Hanneman H. [1984], The Hidden Economy as an “unobserved” Variable, *European Economic Review*, 26(1–2): 33–53.
- Gemmell N., Hasseldine J. [2012], The tax gap: a methodological review, *Advances in Taxation*, 20: 203–231.
- Gemmell N., Hasseldine J. [2015], Taxpayers' Behavioural Responses and Measures of Tax Compliance “Gaps”: A Critique and a New Measure, *Fiscal Studies*, 35(3): 275–296.
- Giles D. [1999], Measuring the Hidden Economy: Implications for Econometric Modelling, *Economic Journal*, 109(456): 370–380.
- Giles D., Tedds L. [2002], Taxes and the Canadian underground economy, *Canadian Tax Paper*, 106.
- Giles D., Tedds L., Gugsu W. [2002], The Canadian underground and measured economies, *Applied Economics*, 34(18): 2347–2352.
- Gutmann P. [1977], The Subterranean Economy, *Financial Analysts Journal*, 33(6): 26–27.
- Johansen S. [1988], Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12(2–3): 231–254.
- Kaufmann D., Kaliberda A. [1996], Integrating the unofficial economy into the dynamics of post socialist economies: a framework of analyses and evidence, [w:] Kaminski B. (red.), *Economic Transition in Russia and the New States of Eurasia*, M. E. Sharpe, London.
- Komisja Europejska [2013], *Study to quantify and analyse the VAT Gap in the EU-27 Member States*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/docs/body/vat-gap.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/docs/body/vat-gap.pdf)
- Komisja Europejska [2014], *Update Report to the Study to quantify and analyse the VAT Gap in the EU-27 Member States*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/resources/documents/common/publications/studies/vat\\_gap2012.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/resources/documents/common/publications/studies/vat_gap2012.pdf)
- Komisja Europejska [2015], *Study to quantify and analyse the VAT Gap in the EU Member States: 2015 Report*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/docs/body/vat\\_gap2013.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/docs/body/vat_gap2013.pdf)
- Komisja Europejska [2016a], *Study and Reports on the VAT Gap in the EU-28 Member States: 2016 Final Report*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/2016-09\\_vat-gap-report\\_final.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/2016-09_vat-gap-report_final.pdf)
- Komisja Europejska [2016b], *The Concept of Tax Gaps: Report on VAT Gap Estimation*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/resources/documents/common/publications/studies/tgpg\\_report\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/resources/documents/common/publications/studies/tgpg_report_en.pdf)
- Komisja Europejska [2017], *Study and Reports on the VAT gap in the EU-28 Member States: 2017 Final Report*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/study\\_and\\_reports\\_on\\_the\\_vat\\_gap\\_2017.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/study_and_reports_on_the_vat_gap_2017.pdf)

- Komisja Europejska [2018a], *The Concept of Tax Gaps: Corporate Income Tax Gap Estimation Methodologies*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/tgpg-report-on-cit-gap-methodology\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/tgpg-report-on-cit-gap-methodology_en.pdf)
- Komisja Europejska [2018b], *Study and Reports on the VAT gap in the EU-28 Member States: 2018 Final Report*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/2018\\_vat\\_gap\\_report\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/2018_vat_gap_report_en.pdf)
- Komisja Europejska [2019], *Study and Reports on the VAT gap in the EU-28 Member States: 2019 Final Report*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/vat-gap-full-report-2019\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/vat-gap-full-report-2019_en.pdf)
- Komisja Europejska [2020], *Study and Reports on the VAT gap in the EU-28 Member States: 2020 Final Report*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/vat-gap-full-report-2020\\_en.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/vat-gap-full-report-2020_en.pdf)
- Konopczak [2020], Kwantyfikacja zmian luki VAT: podejście ekonometryczne, *Gospodarka Narodowa. The Polish Journal of Economics*, 2: 25–42.
- Konopczak K., Łożykowski A. [2021], Efekt fiskalny uszczelniania systemu podatkowego w Polsce: próba oszacowania w zakresie podatku CIT, *Ekonomista*, 1: 25–55.
- Koop G., León-González R., Strachan R. [2011], Bayesian Inference in a Time Varying Cointegration Model, *Journal of Econometrics*, 165 (2): 210–220.
- Nerudova D., Dobranschi M. [2019], Alternative method to measure the VAT gap in the EU: Stochastic tax frontier model approach, *PLoS ONE*, 14(1): 1–38.
- Park J., Hahn [1999], Cointegrating Regression with Time Varying Coefficients, *Econometric Theory*, 15 (5): 664–703.
- Pesaran H. M., Timmermann A. [2007], Selection of estimation window in the presence of breaks, *Journal of Econometrics*, 137: 495–510.
- Pesaran M. H., Shin Y. [1999], An Autoregressive Distributed Lag Modelling Approach to Cointegration Analysis, [w:] Strom S. (red.), *Econometrics and Economic Theory in the 20th Century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium*, Cambridge University Press.
- Pesaran M. H., Shin Y., Smith R. J. [2001], Bounds testing approaches to the analysis of level relationships, *Journal of Applied Econometrics*, 16 (3): 289–326.
- Poghosyan T. [2011], Assessing the Variability of Tax Elasticities in Lithuania, *IMF Working Paper*, 270.
- Richardson G., Taylor G., Lanis R. [2015], The impact of financial distress on corporate tax avoidance spanning the global financial crisis: Evidence from Australia, *Economic Modelling*, 44: 44–53.
- Sancak C., Velloso R., Xing J. [2010], Tax Revenue Response to the Business Cycle, *IMF Working Paper*, 71.
- Reckon [2009], *Study to quantify and analyse the VAT gap in the EU-25 Member States*, [https://ec.europa.eu/taxation\\_customs/sites/taxation/files/docs/body/reckon\\_report\\_sep2009.pdf](https://ec.europa.eu/taxation_customs/sites/taxation/files/docs/body/reckon_report_sep2009.pdf).
- Schneider F. [2005], Shadow economies around the world: what do we really know?, *European Journal of Political Economy*, 21 (3): 598–642.
- Schneider F., Bühn A. [2013], Estimating the Size of the Shadow Economy: Methods, Problems and Open Questions, *CESifo Working Paper*, 4448.
- Tanzi V. [1980], The underground economy in the United States: estimates and implications, *Banca Nazionale del Lavoro Working Paper*, 135.
- Tanzi V. [1983], The underground economy in the United States: annual estimates, 1930–1980, *IMF Staff Paper*, 30.