



Roman Kosmański  

Institut Gospodarki, Akademia Nauk
Stosowanych im. Jana Amosa Komeńskiego
w Lesznie, Polska

Równość czy efektywność. Wpływ polityki spójności na procesy wzrostu gospodarczego w województwach

Equality or Efficiency: The Impact of Cohesion Policy
on Economic Growth Processes in Provinces

Streszczenie

W ostatnich latach problematyka inwestycji jest podejmowana w kontekście dyskusji nad zasadami polityki regionalnej i konwergencji gospodarczej, które pozostają ważnymi celami polityki spójności realizowanej oraz współfinansowanej w ramach Unii Europejskiej. Narzędziem metodologicznym wykorzystanym w badaniu nad efektami inwestycji wydatkowanych w województwach w ramach polityki spójności były modele wzrostu gospodarczego. W wyniku przeprowadzonego badania określono długookresowe efekty polityki spójności realizowanej w Polsce w perspektywie finansowej 2014–2020. Otrzymane wyniki nie potwierdziły osiągnięcia w długim horyzoncie czasu celu w postaci wyrównywania się pomiędzy województwami poziomów PKB na osobę pracującą. W artykule wskazano sposób wykorzystania matematycznych modeli wzrostu gospodarczego w procesie alokacji pomiędzy województwami inwestycji, które zgodnie ze wskazaniami modeli przyczynią się do osiągnięcia celu z uwzględnieniem paradygmatu zarówno polaryzacyjno-dyfuzyjnego, jak i wyrównawczego polityki regionalnej. W rezultacie możliwe stało się włączenie matematycznej teorii wzrostu gospodarczego do toczącej się dyskusji nad sposobami i efektami prowadzenia polityki regionalnej, której celem zgodnie z przyjętymi w pracy założeniami może być wyższa efektywność ekonomiczna inwestycji lub dążenie do wyrównywania poziomów produkcji.

Abstract

In recent years, the issue of investment projects has been addressed in the context of discussions on the principles of regional policy and economic convergence, which remain important objectives of cohesion policy implemented and co-financed within the framework of the European Union. This study on the effects of investment projects carried out in provinces as part of cohesion policy uses economic growth models as methodological tools. As a result of the study, the long-term effects of cohesion policy implemented in Poland under the EU's 2014–2020 Financial Perspective were determined. The obtained results did not confirm the achievement of the goal of equalising GDP levels per working person between the provinces in the long term. The article demonstrates how mathematical models of economic growth can be used in the process of allocating investment projects between provinces. According to the indications of the models, this process will

Słowa kluczowe:

inwestycje, polityka regionalna, modele wzrostu gospodarczego, PKB na osobę pracującą

Kody klasyfikacji JEL:

CO2, E61, O47

Historia artykułu:

nadesłany: 30 stycznia 2023 r.

poprawiony: 15 lipca 2023 r.

zaakceptowany: 18 października 2023 r.

Keywords:

investment projects, regional policy, economic growth models, GDP per working person

JEL classification codes:

CO2, E61, O47

Article history:

submitted: January 30, 2023

revised: July 15, 2023

accepted: October 18, 2023

contribute to the achievement of the goal, considering both the polarisation-diffusion paradigm and the compensatory paradigm of regional policy. The study successfully incorporates the mathematical theory of economic growth into the ongoing discussion on the methods and effects of pursuing regional policy.

Wprowadzenie

Jednym z najważniejszych problemów, z którym od wielu lat zmagają się ekonomiści oraz decydenci w ramach realizowanej polityki gospodarczej na szczeblu krajowym i regionalnym, a od niedawna polityki spójności Unii Europejskiej (UE), jest znaczne zróżnicowanie dochodów pomiędzy krajami lub regionami. Na gruncie rozważań teoretycznych i empirycznych problematyka ta często jest podejmowana w kontekście badań nad wzrostem i rozwojem gospodarczym prowadzonych m.in. przy wykorzystaniu modeli matematycznych.

Zasadniczymi przesłankami integracji europejskiej było zapewnienie państwom członkowskim długotrwałego wzrostu i rozwoju gospodarczego. Wiąże się to z koniecznością ponoszenia znacznych nakładów inwestycyjnych w kapitał ludzki i fizyczny, akumulacji wiedzy i doświadczeń, rozwijania technologii oraz stworzenia wysokiej jakości instytucji przyjaznych rozwojowi gospodarczemu i społecznemu. Również utworzenie jednolitego rynku europejskiego w znacznej mierze przyczyniło się do sukcesu integracji europejskiej. Wnikliwa ocena efektów członkostwa Polski w UE z uwzględnieniem różnych kanałów oddziaływania integracji na procesy zachodzące w polskiej gospodarce została przeprowadzona w pracy **Orłowskiego [2021]**. W niniejszym artykule skoncentrowano się na zbadaniu długookresowych efektów wydatkowania środków finansowych z funduszy europejskich w ramach realizowanej w Polsce polityki spójności.

Podstawowym celem polityki spójności jest stymulowanie wzrostu gospodarczego mające zmniejszyć różnice rozwojowe między regionami UE. Analiza wpływu tej polityki na konwergencję gospodarczą pomiędzy krajami i regionami UE jest jednym ze sposobów oceny jej skuteczności. Badania takie prowadzone dla krajów Europy Środkowej i Wschodniej przeprowadził **Bourdin [2018]**. Wyniki wielu badań dotyczących efektów polityki spójności pozwalają formułować wnioski wskazujące na pozytywny wpływ tej polityki na wskaźniki społeczno-gospodarcze, np. wydatki na politykę spójności w latach 1990–2010 przyniosły oczekiwane efekty prowadzące do zmniejszenia się nierówności regionalnych [**Maynou i in., 2016**]. Z kolei inne badania dowodzą ograniczonego oddziaływania polityki spójności. Według **Rodrigueza-Posego i Fratesiego [2004]** skuteczność polityki spójności zależy od celu, na który wydatkowane są fundusze europejskie. Uzyskane przez nich wyniki wykazały ograniczony wpływ inwestycji w infrastrukturę fizyczną oraz wsparcie dla biznesu na procesy rozwój regionalny, pozytywne oddziaływanie natomiast inwestycji w kapitał ludzki. Podobne wnioski można sformułować na podstawie pracy **Gorzela [2014]**. Pomimo że środki europejskie wydatkowane w Polsce przyczyniły się do poprawy jakości życia, to już trudniej jest doszukać się wyraźnego związku pomiędzy wsparciem unijnym a rozwojem regionalnym. Wnioski takie potwierdzają też inne badania [**Churski, Perdał, Herodowicz, 2016**]. **Di Cataldo [2017]** zbadał efekty wydatkowania środków finansowych oraz skutki po zaprzestaniu wsparcia finansowego w dwóch brytyjskich regionach Kornwalii i w regionie południowego Yorkshire. Wyniki analizy wykazały zmniejszenie się poziomu bezrobocia oraz różnic w dochodach między Yorkshire i Kornwalią a bardziej zamożnymi regionami. Pozytywne skutki wydatkowania środków zaczęły jednak zanikać po zaprzestaniu wsparcia. W literaturze obejmującej badania nad efektami polityki spójności wskazuje się uzależnienie skuteczności tej polityki od rodzaju regionu objętego wsparciem finansowym. Niektórzy autorzy [**Mohl, Hagen, 2010; Fiaschi, Lavezzi, Parenti, 2018**] dowodzą, że polityka spójności wpływa pozytywnie na rozwój regionów najsłabiej rozwiniętych, brakuje natomiast jej zauważalnego pozytywnego wpływu w regionach zamożniejszych. Czynnikiem warunkującym skuteczność wydatkowania środków europejskich może być także ich wysokość. Badacze [**Fiaschi, Lavezzi, Parenti, 2018; Cerqua, Pellegrini, 2018**] dochodzą też do wniosków o ograniczonej efektywności wsparcia finansowego po przekroczeniu określonej jego wartości nawet w regionach słabiej rozwiniętych.

Należy zwrócić uwagę na różnorodność metod stosowanych w badaniach nad efektami polityki spójności oraz przyjmowanych w badaniach układów założeń determinujących uzyskiwane rezultaty. Wyniki licznych badań prowadzonych nad efektami polityki spójności obejmują wnioski sugerujące zarówno pozytywny wpływ tej polityki na wskaźniki społeczno-gospodarcze i konwergencję gospodarczą, jak i ograniczone oraz warunkowe jej oddziaływanie. Wskazuje to na potrzebę prowadzenia dalszych badań i proponowania nowych metod badawczych, aby możliwa była dogłębna ocena efektów polityki spójności. Zazwyczaj celem polityk regionalnej jest wyrównywanie różnic pomiędzy regionami poprzez stymulowanie procesów wzrostu i w konsekwencji rozwoju regionów słabiej rozwiniętych. Takie podejście jest charakterystyczne dla unijnej polityki regionalnej (przekształconej z biegiem czasu w politykę spójności), czego wyrazem może być struktura alokacji środków unijnych, których największa część trafia do regionów najsłabiej rozwiniętych. Celem tych działań jest przebudowa struktury gospodarczej i społecznej na poziomie regionów państw członkowskich, zmierzająca do ich większej spójności społecznej i gospodarczej oraz poprawy skuteczności procesu integracji w ramach całej UE.

W licznych dyskusjach na temat sposobów prowadzenia polityki regionalnej widoczne jest ujęcie dychoomiczne, w którym tradycyjnej polityce wyrównywania poziomów rozwoju przeciwstawiana bywa koncepcja rozwoju polaryzacyjno-dyfuzyjnego. Przekłada się to na trudne wybory dotyczące struktury alokacji środków finansowych kształtowanej tak, aby wyrównywać poziom rozwoju czy raczej zwiększać efektywność wykorzystania tych środków [Gorzela, 2004]. Efektywność taką uzyskuje się w regionach lepiej rozwiniętych. Zdaniem Wajdy [2022] od momentu wstąpienia przez Polskę do UE w ramach polityki regionalnej można wyodrębnić dwa okresy. W pierwszym, w literaturze nazywanym polaryzacyjno-dyfuzyjnym, zakładano alokację inwestycji w obszarach generujących największą wartość dodaną realizowanych przedsięwzięć. Natomiast od 2016 r. mamy do czynienia ze zwiększeniem nacisku na wsparcie obszarów słabiej rozwiniętych. Takie podejście do polityki regionalnej nawiązuje do koncepcji rozwoju równomiernego. Przedstawione koncepcje polityki rozwoju regionalnego są omawiane w licznych opracowaniach naukowych [Churski, 2014; Olechnicka, Herbst, 2019]. Paradygmat polaryzacyjno-dyfuzyjny zakłada promowanie rozwoju regionów najsilniejszych, mających zarazem wyższą efektywność. Uznaje się przy tym, że wsparcie takie nie musi oznaczać zwiększenia zróżnicowania w aspekcie przestrzennym, ponieważ w wyniku procesów dyfuzji czynników rozwoju po pewnym okresie także odleglejsze obszary wstąpią na ścieżkę wzrostu gospodarczego. W ramach drugiej ze wspomnianych koncepcji (ukierunkowanej na wyrównywanie zróżnicowania poziomów rozwoju) efektywność ekonomiczna inwestycji jest o wiele niższa, lecz zdaje się ona nie być jej zasadniczym celem. Liczy się bardziej, przynajmniej w założeniach, skuteczność osiągnięcia wyznaczonych celów wyrównywania poziomów rozwoju. Na przestrzeni ostatnich lat ewolucję celów polityki spójności można zaobserwować także na poziomie UE [Klimowicz, 2014].

Stosowanym w praktyce kryterium oceny efektów polityki spójności, choć nie jedynym, jest jej wpływ na wzrost gospodarczy mierzony wskaźnikiem PKB *per capita* lub PKB w przeliczeniu na osobę pracującą¹. Skutki napływu i wykorzystania środków pochodzących z funduszy unijnych można analizować przy wykorzystaniu osiągnięć teorii wzrostu gospodarczego poprzez efekty popytowe lub efekty podażowe. W teorii tej najczęściej stosowaną miarą wzrostu gospodarczego pozostaje stopa wzrostu gospodarki, na ogół utożsamiana ze stopą wzrostu produkcji mierzonej PKB. Przyjmuje się, że w krótkim okresie wzrost ten zależy przede wszystkim od krajowego i zagranicznego popytu na towary konsumpcyjne i inwestycyjne, a próby opisu procesów wzrostu gospodarczego zachodzącego w takim krótkim okresie są dokonywane na podstawie matematycznych modeli charakterystycznych dla dorobku teorii Keynesowskiej. W przypadku długiego okresu o procesach wzrostu gospodarczego decydują rozmiary podaży czynników produkcji oraz efektywność ich wykorzystania [Tokarski, 2011]. Przez pojęcie czynników produkcji należy rozumieć przede wszystkim ziemię, pracę oraz kapitał rzeczowy; od niedawna włączane są także: kapitał ludzki, społeczny, kulturowy, postęp technologiczny oraz procesy dyfuzyjne wraz z warunkami, które je determinują. Czynniki warunkujących stabilne procesy

¹ W artykule konstrukcję matematycznych modeli oparto na klasycznej teorii wzrostu gospodarczego, w odróżnieniu od teorii rozwoju gospodarczego, traktując wzrost jako warunek konieczny rozwoju.

wzrostu gospodarczego wielu badaczy poszukuje też w sferze instytucji (w tym w ich jakości) tworzących systemy polityczno-prawne kraju.

W efekcie istnienia zróżnicowanych podejść do problematyki postrzegania oraz prób opisu procesów wzrostu gospodarczego za pomocą matematycznych modeli wzrostu w literaturze przedmiotu rozróżnia się podział modeli m.in. na modele keynesowskie, neoklasyczne, modele wzrostu egzogenicznego oraz endogenicznego. Przykładami modeli nawiązujących do teorii Keynesa są prace **Harroda [1939]** i **Domara [1946]**. Modele te zalicza się do modeli krótkookresowych. Przez krótki okres należy tutaj rozumieć czas, w którym zasób kapitału rzeczowego zaangażowanego w procesy wytwarzania nie ulega większym zmianom, a inwestycje poprzez efekty popytowe stają się czynnikiem oddziałującym na poziom wytwarzanego produktu.

Neoklasyczne teorie wzrostu gospodarczego ujmują inwestycje znacznie szerzej, ukazując ich wpływ na procesy akumulacji kapitału rzeczowego w długim okresie. Wtedy możliwe staje się uwzględnienie w badaniach podażowego efektu inwestycji, co przyczyniło się do powstania tzw. podażowych modeli wzrostu gospodarczego. W modelach tych zakłada się pełne wykorzystanie zdolności wytwórczych gospodarki oraz stan jej równowagi. Rozmiary strumienia wytwarzanego produktu determinuje wielkość zagregowanej podaży czynników produkcji oraz efektywność ich wykorzystania. Przykładami zastosowań wspomnianych modeli mogą być prace: **Solowa [1956]**, **Swana [1956]**, **Diamonda [1965]**, **Koopmansa [1965]**, **Uzawy [1965]**, **Mankiwa, Romera i Weila [1992]**.

Zasadniczym kryterium podziału modeli wzrostu na endogeniczne lub egzogeniczne jest to, czy długookresowa stopa wzrostu gospodarczego jest wyznaczana przez wielkości pozostające poza modelem, a więc egzogeniczne, czy też przez parametry i zmienne występujące w modelu i traktowane jako endogeniczne. Pierwsze próby endogenizacji procesów wzrostu gospodarczego wiążą się z pracami **Arrowa [1962]** oraz **Kaldora i Mirleesa [1962]**. W późniejszym okresie prace te wpłynęły na bardziej dynamiczny rozwój tej klasy modeli.

Na podstawie literatury można sformułować wniosek o istnieniu różnych sposobów modelowania procesów wzrostu gospodarczego. Można także wskazać zagadnienia, które w teorii wzrostu gospodarczego i licznych jej zastosowaniach w badaniach nad procesami wzrostu ciągle jeszcze wymagają pogłębionych analiz. Dotyczy to m.in. nie tylko metod pozwalających na określenie czynników odpowiedzialnych za procesy wzrostu oraz efektów inwestycji finansowanych środkami polityki spójności, lecz także metod dostarczających wskazówek dla polityki gospodarczej, dzięki którym będzie możliwe osiągnięcie zakładanych celów tej polityki z uwzględnieniem paradygmatu polaryzacyjno-dyfuzyjnego lub wyrównawczego.

Celem niniejszego artykułu jest próba określenia długookresowych efektów realizowanej w Polsce unijnej polityki spójności w perspektywie finansowej 2014–2020. Postanowiono zbadać wpływ inwestycji na procesy akumulacji kapitału i w konsekwencji wzrostu gospodarczego mierzonego PKB na osobę pracującą. W związku z tym wykorzystano osiągnięcia neoklasycznej teorii wzrostu, której fundamentalnym przykładem jest model Solowa–Swana, przypisujący kluczową rolę w ramach wyjaśniania wzrostu gospodarczego akumulacji kapitału oraz egzogenicznemu postępowi technologicznemu. Wpływ polityki spójności na wzrost gospodarczy zostanie uchwycony w wyniku oddziaływania inwestycji pochodzących z funduszy unijnych na procesy akumulacji kapitału. Takie ujęcie inwestycji pozwoli na ocenę długookresowych efektów polityki spójności. Badanie przeprowadzono na podstawie danych statystycznych pochodzących z Banku Danych Lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego, Ministerstwa Funduszy i Polityki Regionalnej oraz Ministerstwa Finansów.

Procesy wzrostu gospodarczego w województwach w Polsce w warunkach polityki spójności w świetle neoklasycznych modeli typu Solowa–Swana

Badanie zrealizowano z wykorzystaniem neoklasycznych modeli wzrostu typu Solowa–Swana z egzogenicznym postępowem technologicznym w sensie Hicksa. W modelach tych wytwarzany produkt jest przeznaczany na konsumpcje, inwestycje oraz wpłaty składki członkowskiej do budżetu UE. Środki wydatkowane w poszczególnych województwach w ramach realizowanej w nich polityki spójności zasilają strumień inwestycji według równania:

$$Y_i(t) + Wp_i(t) = C_i(t) + I_i(t) + Wd_i(t), \quad (1)$$

gdzie:

$Y_i(t)$ – PKB w i -tym województwie w okresie t ,

$C_i(t)$ – agregowana konsumpcja w i -tym województwie w okresie t ,

$I_i(t)$ – nakłady inwestycyjne w kapitał rzeczowy w i -tym województwie w okresie t ,

$Wp_i(t)$ – wpływy środków z budżetu UE w i -tym województwie w okresie t ,

$Wd_i(t)$ – wydatki wnoszone do budżetu UE w i -tym województwie w okresie t .

Perspektywa finansowa w latach 2014–2020 była realizowana w Polsce poprzez 6 krajowych programów operacyjnych zarządzanych przez Ministerstwo Funduszy i Polityki Regionalnej oraz 16 programów regionalnych zarządzanych przez urzędy marszałkowskie. Wysokości środków wydatkowanych w poszczególnych województwach $Wp_i(t)$ obliczono na podstawie raportu „Stan wdrażania Funduszy Europejskich w Polsce w latach 2014–2020. Umowy według miejsca realizacji”. Raport publikowany jest na stronie Ministerstwa Funduszy i Polityki Regionalnej². Wysokość wydatków wnoszonych do budżetu UE przez poszczególne województwa w ramach składki wpłacanej przez Polskę w badaniu ze względu na brak jej podziału w układzie województw odpowiadała udziałowi PKB województw w PKB w Polsce. Dane o wysokości składek wpłacanych przez Polskę do budżetu UE pochodzą z publikacji Ministerstwa Finansów³. Kwoty składek członkowskich zostały przeliczone na złote według średniorocznego kursu Narodowego Banku Polskiego.

Różnicę pomiędzy środkami otrzymanymi z budżetu UE a wpłacanymi do niego nazwano wartością netto środków UE w i -tym województwie w okresie t i obliczono je według formuły:

$$Fn_i(t) = Wp_i(t) - Wd_i(t), \quad (2)$$

gdzie:

$Fn_i(t)$ – wartość netto środków UE w i -tym województwie w okresie t .

$$Y_i(t) + Fn_i(t) = C_i(t) + I_i(t). \quad (3)$$

Po przekształceniu równania (3) otrzymano wzór opisujący procesy inwestycyjne w i -tym województwie w okresie t :

$$Y_i(t) - C_i(t) + Fn_i(t) = I_i(t). \quad (4)$$

Inwestycje $I_i(t)$ w i -tym województwie w okresie t finansowane z oszczędności $I_i(t) = S_i(t)$ zostają powiększone o strumień środków netto pochodzących z unijnego budżetu $Fn_i(t)$. Oszczędności S_i równe są różnicy pomiędzy wielkością wytworzonego strumienia produktu Y_i a wielkością strumienia konsumpcji $S_i(t) = Y_i(t) - C_i(t)$ w i -tym województwie w okresie t :

$$S_i(t) + Fn_i(t) = I_i(t). \quad (5)$$

Ponieważ w modelu Solowa $I_i(t) = S_i(t)$, stopę inwestycji z uwzględnieniem środków netto pochodzących z UE w i -tym województwie w okresie t definiuje następująca zależność:

$$s_{k_i} = \frac{I_i(t) + Fn_i(t)}{Y_i(t)}, \quad (6)$$

gdzie:

s_{k_i} – stopa inwestycji w i -tym województwie.

² Ministerstwo Funduszy i Polityki Regionalnej, *Stan wdrażania Funduszy Europejskich w Polsce w latach 2014–2020: umowy według miejsc realizacji*, power.gov.pl.

³ Ministerstwo Finansów, *Transfery finansowe Polska – budżet UE*, www.gov.pl.

Inwestycje w i -tym województwie są finansowane z oszczędności oraz środków pochodzących z budżetu UE wydatkowanych w poszczególnych województwach w ramach realizowanej w nich polityki spójności⁴.

Procesy produkcji w i -tym województwie opisano za pomocą neoklasycznej funkcji produkcji typu Cobba–Douglasa⁵:

$$Y_i(t) = F_i(K_i(t)L_i(t)) = A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t) \quad \alpha_i \in (0, 1), \quad (7)$$

gdzie:

$L_i(t)$ – liczba osób pracujących w i -tym województwie w okresie t ,

$A_i(t)$ – zasób dostępnej wiedzy w okresie t w gospodarce i -tego województwa,

$K_i(t)$ – zasób kapitału rzeczowego w i -tym województwie w okresie t ,

$Y_i(t)$ – PKB wytwarzany w i -tym województwie w okresie t ,

α_i – elastyczność produkcji względem kapitału rzeczowego w i -tym województwie,

$1 - \alpha_i$ – elastyczność PKB względem liczby osób pracujących w i -tym województwie.

W celu wyznaczenia parametrów modeli opisujących procesy produkcji w województwach wykorzystano metodę kalibracji parametrów. Metoda ta zakłada, że parametry α_i oraz $1 - \alpha_i$ są udziałami nakładów kapitału rzeczowego i pracy w produkcji. Ponieważ w warunkach konkurencji doskonałej i przedsiębiorstw maksymalizujących zyski każdy z czynników produkcji jest opłacany według jego produktu krańcowego, elastyczność produkcji względem kapitału rzeczowego można wyznaczyć z warunków koniecznych zadania maksymalizacji zysku [Tokarski, 2011: 176]:

$$\prod_i K_i(t), L_i(t) = \{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t) - rK_i(t) - w_i L_i(t)\} \rightarrow \max, \quad (8)$$

gdzie:

w_i – przeciętna płaca w gospodarce i -tego województwa w okresie t ,

r – stopa procentowa w Polsce.

Po wyznaczeniu zysku krańcowego względem zasobów pracy i przyrównaniu go do zera:

$$\frac{d \prod_i (A_i K_i(t) L_i(t))}{d L_i(t)} = (1 - \alpha_i) A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{-\alpha_i}(t) - w_i = 0 \quad (9)$$

otrzymujemy:

$$(1 - \alpha_i) = \frac{w_i}{A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{-\alpha_i}(t)} = \frac{w_i L_i(t)}{K_i^{\alpha_i}(t) A_i L_i^{1-\alpha_i}(t)} = \frac{w_i L_i(t)}{Y_i(t)}. \quad (10)$$

Równanie (10) wyznacza współczynniki elastyczności PKB względem liczby osób pracujących równe udziałowi wynagrodzenia z tytułu pracy w PKB wytwarzanym w i -tym województwie w Polsce – według formuły $\frac{w_i L_i(t)}{Y_i(t)}$. Wartość elastyczności PKB względem osób pracujących można wyznaczyć, wykorzystując dane statystyczne publikowane przez Główny Urząd Statystyczny. Wartość współczynnika elastyczności PKB względem kapitału rzeczowego wyznaczono dla każdego z województw, dopełniając do jedności współczynnik elastyczności PKB względem zasobów osób pracujących:

$$\alpha_i = 1 - \frac{w_i L_i(t)}{Y_i(t)}. \quad (11)$$

⁴ W artykule rozpatrzmy dwie wersje modeli. Pierwsza, w której inwestycje finansowane są wyłącznie z oszczędności, stopa inwestycji jest równa s_k dla $F \dot{n}_i(t) = 0$ oraz druga, w której inwestycje równe oszczędnościom zostają powiększone o środki netto pochodzące z budżetu UE, wtedy $F \dot{n}_i(t) > 0$, a stopę inwestycji oznaczono s_k^{UE} .

⁵ Dwuczynnikowa funkcja produkcji $F : R_+^2 \rightarrow R_+^1$ jest neoklasyczną funkcją produkcji, jeżeli jest rosnąca, wklęsła, dodatnio jednorodna stopnia pierwszego i spełnia graniczne warunki Inady.

Wartości współczynników całkowitej produktywności czynników produkcji A_i , będących miarą zasobu dostępnej wiedzy w okresie $t=0$ w gospodarce i -tego województwa, wyznaczono jako funkcję początkowego stanu gospodarki na podstawie równania:

$$A_i(0) = \frac{y_i(0)}{k_i^{\alpha_i}(0)}. \quad (12)$$

Funkcja produkcji w postaci intensywnej dana jest wzorem⁶:

$$y_i(t) = A_i k_i^{\alpha_i}(t), \quad (13)$$

gdzie:

$y_i(t)$ – PKB w przeliczeniu na osobę pracującą w i -tym województwie w okresie t ,

$k_i(t)$ – kapitał rzeczowy w przeliczeniu na osobę pracującą w i -tym województwie w okresie t .

Równanie akumulacji kapitału rzeczowego na osobę pracującą przyjmuje postać:

$$\frac{dk_{E_i}(t)}{dt} = s_{k_i} A_i k_i^{\alpha_i}(t) - (n_i + \rho) k_i(t), \quad (14)$$

gdzie:

ρ – wskaźnik deprecjacji kapitału rzeczowego⁷,

n_i – stopa wzrostu liczby osób pracujących w gospodarce i -tego województwa, o której zakłada się, że rośnie według egzogenicznej stopy zdeterminowanej przez działanie czynników demograficznych i określona jest równaniem [Tokarski, 2009: 39]:

$$L_i(t) = L_i(0) e^{n_i t}. \quad (15)$$

Zasób wiedzy w okresie $t=0$ ukształtował się na poziomie $A_i(0) > 0$ i w każdym następnym momencie rośnie według stopy $g_i > 0$, która w przyjętym w badaniu rozwiązaniu jest stopą egzogenicznego postępu technologicznego w sensie Hicksa.

$$A_i(t) = A_i(0) e^{g_i t}. \quad (16)$$

W badaniach makroekonomicznych zazwyczaj wyróżnia się kilka rodzajów postępu technologicznego. Najczęściej mamy do czynienia z postępem technologicznym w sensie **Hicksa [1963]**, w sensie **Solowa [1962]** lub w sensie **Harroda [1948]**. Przez postępek technologiczny w sensie Hicksa należy rozumieć postępek, który w procesach produkcyjnych w takim samym stopniu potęguje produktywność kapitału rzeczowego oraz czynnika pracy⁸.

Parametry modeli wzrostu gospodarczego

W tabeli 1 podano parametry modeli wzrostu gospodarczego wyznaczone metodami opisanymi wyżej. Wszystkie parametry stanowią wartości średnie z lat 2014–2020. Stopę inwestycji wyznaczono w dwóch wariantach: w pierwszym, zakładając zerowe strumienie środków pochodzących z funduszy unijnych; w drugim wariantcie poziomy środków wydatkowanych w poszczególnych województwach w ramach realizowanej w nich polityki spójności wyznaczono według wzorów (1)–(6). Współczynnik elastyczności produkcji wobec kapitału rzeczowego ze względu na sposób jego wyznaczania przyjmuje tym większe wartości, im niższy jest udział wynagrodzenia z tytułu pracy w wartości PKB wytwarzanego w danym województwie. Przy

⁶ W intensywnej postaci funkcji produkcji zmienne są przeliczane na osobę pracującą.

⁷ Ze względu na trudności z oszacowaniem współczynników deprecjacji kapitału rzeczowego zwykle przyjmuje się arbitralnie jego wartość na poziomie 5%.

⁸ Zakłada się, że postępek technologiczny jest neutralny w sensie Hicksa, gdy dwuczynnikowa funkcja produkcji spełnia następujący warunek: $Y_i(t) = F_i(A_i(t), K_i(t), L_i(t)) = A_i K_i^{\alpha_i}(t) L_i^{1-\alpha_i}(t)$.

charakterystycznym zróżnicowaniu wartości tego parametru pomiędzy województwami warto zauważyć najwyższe jego wartości w województwach mazowieckim i wielkopolskim. Województwa, w których w badanym okresie stopa deprecjacji kapitału rzeczowego była wyższa niż 5%, to zarazem województwa o dodatniej stopie wzrostu liczby ludności. Stosunek stóp inwestycji z dodatnim strumieniem środków unijnych do wartości tych stóp przy założeniu braku środków pochodzących z UE ukazuje wpływ polityki spójności na procesy inwestycyjne w województwach w badamy okresie. Największy przyrost stopy inwestycji w następstwie wydatkowania środków europejskich w tym okresie miał miejsce w województwach: lubelskim, warmińsko-mazurskim, świętokrzyskim, podlaskim i podkarpackim. Województwa te zaliczymy do grupy województw o relatywnie niższym poziomie rozwoju mierzonego chociażby wskaźnikiem PKB na mieszkańca. W świetle otrzymanych wyników można sformułować wniosek, że polityka spójności jest nastawiona na wyrównywanie poziomów rozwoju województw poprzez stymulowanie procesów wzrostu gospodarczego w większym stopniu w województwach słabiej rozwiniętych. Właśnie do tych województw w analizowanym okresie były kierowane relatywnie największe strumienie środków unijnych.

Tabela 1. Parametry modeli

Parametry	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP
α_i	0,592	0,539	0,415	0,537	0,519	0,537	0,617	0,520
$(\eta_i + \rho_i)$	0,049	0,048	0,046	0,048	0,046	0,052	0,053	0,046
s_{k_i}	0,198	0,177	0,187	0,180	0,185	0,179	0,188	0,222
$s_{k_i}^{UE}$	0,210	0,197	0,228	0,199	0,203	0,197	0,194	0,243
$s_{k_i}^{UE} / s_{k_i}$	1,062	1,114	1,221	1,105	1,098	1,099	1,031	1,096
A_i	5,302	6,019	9,784	5,378	6,650	6,717	5,056	6,250
Parametry	PK	PL	ŚL	PM	ŚK	WM	WP	ZP
α_i	0,504	0,473	0,531	0,579	0,455	0,510	0,616	0,552
$(\eta_i + \rho_i)$	0,049	0,047	0,053	0,047	0,045	0,047	0,051	0,047
s_{k_i}	0,209	0,216	0,197	0,169	0,157	0,202	0,179	0,196
$s_{k_i}^{UE}$	0,238	0,247	0,215	0,182	0,183	0,242	0,189	0,223
$s_{k_i}^{UE} / s_{k_i}$	1,139	1,142	1,092	1,078	1,165	1,198	1,051	1,137
A_i	6,500	7,479	6,780	5,526	8,334	6,351	4,581	5,501

Oznaczenia:

α_i – elastyczność produkcji względem kapitału rzeczowego w i -tym województwie, $(\eta_i + \rho)$ – stopa realnej deprecjacji kapitału rzeczowego⁹, s_{k_i} – stopa inwestycji, $s_{k_i}^{UE}$ – stopa inwestycji z uwzględnieniem środków netto z UE, A_i – zasób dostępnej wiedzy w i -tym województwie;

DŚ – woj. dolnośląskie, KP – woj. kujawsko-pomorskie, LB – woj. lubelskie, LS – woj. lubuskie, ŁD – woj. łódzkie, MP – woj. małopolskie, MZ – woj. mazowieckie, OP – woj. opolskie, PK – woj. podkarpackie, PL – woj. podlaskie, ŚL – woj. śląskie, PM – woj. pomorskie, ŚK – woj. świętokrzyskie, WM – woj. warmińsko-mazurskie, WP – woj. wielkopolskie, ZP – woj. zachodniopomorskie

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych statystycznych pochodzących z Banku Danych Lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego, Ministerstwa Funduszy i Polityki Regionalnej oraz Ministerstwa Finansów.

Wzrost gospodarczy w województwach w długim okresie

Cechą charakterystyczną neoklasycznych modeli wzrostu gospodarczego jest generowanie przez nie w długim horyzoncie czasu stanów stacjonarnych. Stany te w literaturze są nazywane także ścieżkami zrównoważonego wzrostu. W gospodarkach znajdujących się na ścieżkach zrównoważonych zmienne takie jak kapitał oraz produkt w przeliczeniu na osobę pracującą przyjmują określone wartości, a gospodarka rozwija się ze stałą stopą wzrostu gospodarczego, która w przyjętej tutaj wersji modeli jest równa stopie egzogenicznego postępu technologicznego w sensie Hicksa. W efekcie wszelkie nierówności ukształtowane pomiędzy województwami w procesie dochodzenia gospodarek do stanów stacjonarnych ulegają już tylko utrwaleniu.

⁹ W literaturze nazywana bywa także stopą inwestycji restytucyjnych lub odtworzeniowych.

W dalszej części artykułu wyznaczono wartości PKB w przeliczeniu na osobę pracującą dla wszystkich województw znajdujących się na ścieżkach zrównoważonego wzrostu gospodarczego. Wartości tych zmiennych wyliczono dla dwóch wersji modeli: dla pierwszej z uwzględnieniem środków pochodzących z UE; w drugiej wersji założono zerowe wartości tych środków we wszystkich województwach. W konsekwencji możliwa stała się ocena efektów polityki spójności.

Kapitał rzeczowy w przeliczeniu na osobę pracującą k_i^* na ścieżce zrównoważonego wzrostu w uwzględnionej tu wersji modelu Solowa–Swana z funkcją produkcji Cobba–Douglasa otrzymano w wyniku rozwiązania równania (14):

$$k_i^*(t) = \left(\frac{A_i s_{k_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} = A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} \left(\frac{s_{k_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_i}}. \quad (17)$$

Równanie (17) wyznacza rozmiary kapitału rzeczowego na osobę pracującą w gospodarce i -tego województwa znajdującej się na ścieżce zrównoważonego wzrostu. Po wstawieniu równania (17) do równania funkcji produkcji Cobba–Douglasa (13) otrzymano wielkość produkcji na osobę pracującą y_i^* wytwarzaną w gospodarce województwa znajdującego się na ścieżce zrównoważonego wzrostu gospodarczego:

$$y_i^*(t) = A_i(t)^{\frac{1}{1-\alpha_i}} \left(\frac{s_{k_i}}{n_i + \rho} \right)^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} = A_i^{\frac{1}{1-\alpha_i}} s_{k_i}^{\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}} (n_i + \rho)^{-\frac{\alpha_i}{1-\alpha_i}}, \quad (18)$$

po zlogarytmowaniu i wstawieniu w miejsce $A_i(t)$ równania akumulacji zasobu wiedzy (16) otrzymano:

$$\ln y_i^*(t) = \frac{1}{1-\alpha_i} (\ln A_i(0) + g_i(t)) + \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i} \ln(s_{k_i}) - \frac{\alpha_i}{1-\alpha_i} \ln(n_i + \rho). \quad (19)$$

W równaniu (19) współczynnik $A_i(0)$ jest zasobem dostępnej wiedzy w gospodarce i -tego województwa w okresie $t=0$, którego rozmiary wyznaczono na podstawie równania (12). W gospodarce znajdującej się na ścieżce zrównoważonego wzrostu stopa wzrostu kapitału rzeczowego w przeliczeniu na osobę pracującą równa jest zero, natomiast parametrów modelu s_{k_i} , $(n_i + \rho)$ i α_i zaś zakłada się, że pozostają na stałym poziomie w długim horyzoncie czasu. Stąd jeżeli $g_i > 0$, to gospodarka i -tego województwa znajdująca się na ścieżce zrównoważonej rozwija się według stopy egzogenicznego postępu technologicznego w sensie Hicksa według równania (por. [Burda, Wyplosz, 2000: 156]):

$$\frac{\dot{y}^*(t)}{y^*(t)} = \frac{1}{1-\alpha_i} \cdot g_i(t), \quad (20)$$

gdzie:

$\frac{\dot{y}^*(t)}{y^*(t)}$ – jest stopą wzrostu PKB w przeliczeniu na osobę pracującą i -tego województwa, którego gospodarka znajduje się na ścieżce zrównoważonego wzrostu gospodarczego¹⁰.

Jeżeli w gospodarce i -tego województwa nie będzie postępu technologicznego i $g_i = 0$, to gospodarka tego województwa popadnie w stagnację. Na mocy równania (20) stopa wzrostu PKB w przeliczeniu na osobę pracującą gospodarki i -tego województwa będzie zależała od stopy egzogenicznego postępu technologicznego g_i oraz współczynnika $\frac{1}{1-\alpha_i}$ charakterystycznego dla gospodarki danego województwa. Przy wysokich wartościach α_i – elastyczności produkcji względem kapitału rzeczowego – postęp technologiczny będzie sil-

¹⁰ Zapis w ogólnej postaci: $\frac{\dot{x}(t)}{x(t)} \equiv \frac{dx}{dt} \equiv \frac{dx(t)}{dt}$ oznacza pierwszą pochodną zmiennej x ze względu na czas t i interpretujemy go jako przyrost wartości tej zmiennej w okresie t dla $t \in [0; +\infty)$.

niej oddziaływał na stopę wzrostu w analizowanej gospodarce (tabela 2). Stąd nawet jeśli założymy, że stopa postępu technologicznego we wszystkich województwach jest taka sama, ale jednocześnie dopuścimy zróżnicowanie elastyczności produkcji względem kapitału, to wpływ postępu technologicznego na tempo wzrostu gospodarczego może być zróżnicowany pomiędzy gospodarkami województw.

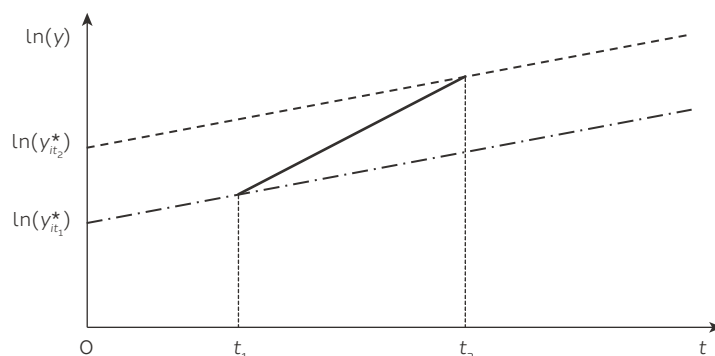
Czynniki determinujące wzrost gospodarczy na ścieżce zrównoważonego wzrostu

W modelu Solowa akumulacja kapitału rzeczowego wskutek inwestycji jest jednym z podstawowych czynników określających ścieżkę wzrostu gospodarczego. Jeżeli ograniczymy rozważania do ścieżki zrównoważonego wzrostu gospodarczego, to wówczas jego tempo jest zdeterminowane przez egzogeniczny postęp technologiczny według równania (20).

W dalszej części artykułu pokazano, jaki wpływ na tempo wzrostu gospodarki oraz poziom PKB może mieć dodatkowy strumień środków inwestycyjnych wydatkowanych w poszczególnych województwach w ramach realizowanej w nich polityki spójności. Równanie (6) opisuje wpływ środków pochodzących z funduszy UE na poziom stopy inwestycji.

Rysunek 1 prezentuje przejście gospodarki i -tego województwa znajdującej się na ścieżce zrównoważonego wzrostu w wyniku dodatkowego strumienia inwestycji na wyżej położoną ścieżkę produkcji w przeliczeniu na osobę pracującą.

Rysunek 1. Stopa wzrostu PKB na osobę pracującą na ścieżce zrównoważonego wzrostu a zmiany stopy inwestycji¹¹



Źródło: opracowanie własne na podstawie równania (19) oraz [Tokarski, 2009: 174].

Rysunek 1 w istocie stanowi graficzną prezentację równania (19), opisującego stopę wzrostu produkcji wytwarzanej w gospodarce¹². Jeśli założymy, że w pewnym przedziale czasu $(0; t_1)$ gospodarka i -tego województwa znajdowała się na ścieżce zrównoważonego wzrostu i rozwijała według stopy egzogenicznego postępu technologicznego opisanego równaniami (19) i (20), to skokowy wzrost stopy inwestycji w okresie t_1 w i -tym województwie w wyniku dodatkowego strumienia inwestycji pochodzących ze środków unijnych spowoduje, że inwestycje $s_k(A_i k_{t_1}^*)$ w gospodarce i -tego województwa będą przewyższać poziom inwestycji restytucyjnych $(n_i + \rho)k_i$ niezbędnych do utrzymania kapitału rzeczowego na osobę pracującą na stałym poziomie. Wtedy stopa wzrostu kapitału rzeczowego na osobę pracującą będzie dodatnia, a stopa wzrostu produkcji będzie przewyższać stopę postępu technologicznego g_i . W przedziale czasu $(t_1; t_2)$ gospodarka i -tego województwa będzie przechodziła na wyżej położoną ścieżkę wzrostu. W momencie t_2 , kiedy faktyczne inwestycje w gospodarce $s_k(A_i k_{t_2}^*)$ ponownie zrównają się z tym razem już wyższymi inwestycjami restytucyjnymi $(n_i + \rho)k_i$, niezbędnymi do utrzymania większego zasobu kapitału rzeczowego w przeliczeniu na osobę pracującą, gospodarka

¹¹ Ponieważ na rysunku 1 odłożono skalę logarytmiczną, nachylenie ścieżek czasowych względem czasu wyznacza stopę wzrostu zmiennej.

¹² Równanie (21) w formule zlogarytmowanej pozwala wyznaczyć stopy wzrostu badanych zmiennych w jednostce czasu:

$$\frac{d \ln(y(t))}{dt} = \frac{1}{y(t)} \cdot \frac{dy}{dt} = \frac{1}{y(t)} \cdot \dot{y}(t) = \frac{\dot{y}(t)}{y(t)}$$

ponownie znajdzie się na nowej ścieżce zrównoważonego wzrostu. Efektem skokowego wzrostu stopy inwestycji s_{k_i} w i -tym województwie będzie przejście PKB w przeliczeniu na osobę pracującą na wyżej położoną ścieżkę wzrostu, ale o tej samej stopie wzrostu (o tym samym nachyleniu). Zwiększenie stopy inwestycji nie zwiększa długookresowej stopy wzrostu gospodarki, lecz ma jedynie charakter okresowego wpływu na stopę wzrostu. Zmiany stopy inwestycji oddziałują na poziom PKB w długim okresie, ale nie na długookresową stopę wzrostu. W gospodarce opisanej za pomocą modelu wzrostu gospodarczego typu Solowa–Swana jedynie zmiany stopy postępu technologicznego wywołują trwałe, długookresowe efekty wzrostowe.

Jeśli celem polityki spójności w długim horyzoncie czasu będzie osiągnięcie większej spójności gospodarczej województw rozumianej jako wyrównywanie się poziomów PKB na osobę pracującą, stopa inwestycji może zostać wykorzystana jako narzędzie polityki gospodarczej. Naturalne zatem w kontekście badań nad efektami polityki spójności będzie przeprowadzenie analizy zależności, jaka występuje pomiędzy stopą inwestycji powiększoną o saldo środków UE a produkcją na osobę pracującą.

Standardowo w modelach wzrostu gospodarczego zakłada się stałość wszystkich parametrów modeli w długim horyzoncie czasu. Założenie takie praktycznie nie daje politykom gospodarczym możliwości oddziaływania na długookresowe procesy wzrostu gospodarczego. Dlatego w dalszej części pracy uchylono założenie o stałości parametru stopy inwestycji. Zgodnie z równaniem (18) rozmiary produkcji gospodarki znajdującej się na ścieżce zrównoważonej zależą od stopy inwestycji s_{k_i} , zasobu dostępnej wiedzy w gospodarce $A_i(t)$ oraz inwestycji restytucyjnych $(n_i + \rho)$. Równanie (18) jest trójczynnikiemową funkcją potęgową o postaci multiplikatywnej. Cechą charakterystyczną funkcji potęgowej jest stała elastyczność równa potędze odpowiedniej zmiennej objaśniającej¹³. Korzystając z równania (18), można zatem wyznaczyć współczynniki elastyczności produkcji y_i^* na ścieżce zrównoważonego wzrostu względem stopy inwestycji:

$$\varepsilon_{i(s_{k_i})}^{y_i^*} = \frac{\alpha_i}{1 - \alpha_i} > 0, \quad (21)$$

gdzie:

$\varepsilon_{i(s_{k_i})}^{y_i^*}$ – elastyczność produkcji względem stopy inwestycji w gospodarce i -tego województwa znajdującej się na ścieżce zrównoważonego wzrostu gospodarczego¹⁴.

Wzrost s_{k_i} spowodowany dodatkowym strumieniem środków finansowych pochodzących z UE powoduje wzrost y_i^* . Wrażliwość (elastyczność) produkcji względem zmian stopy inwestycji będzie zależeć od wartości współczynnika elastyczności (21) – potęgi przy zmiennej s_{k_i} w równaniu (18). Wartości współczynników elastyczności przedstawiono w tabeli 2.

Wartość współczynnika elastyczności dla województwa dolnośląskiego na poziomie 1,45 oznacza, że wzrost stopy inwestycji o 1% będzie skutkował wzrostem produkcji o 1,45%. Najwyższe wartości wskaźnika elastyczności otrzymano dla województw mazowieckiego oraz wielkopolskiego, a najniższe dla województwa świętokrzyskiego. W województwie tym wzrost stopy inwestycji o 1% spowoduje wzrost produkcji o 0,836%. Uzyskane w badaniu wartości współczynników elastyczności są podobne do wartości współczynników otrzymanych w pracy **Mankiwa, Romera i Weila [1992]** i zdają się sugerować znacznie większy wpływ inwestycji na wartość produkcji, niż wynika to z większości rozważań teoretycznych. Często bowiem w badaniach teoretycznych standardowo przyjmuje się udział kapitału rzeczowego w dochodzie na poziomie ok. $\alpha = 1/3$. Założenie takie najczęściej jest przyjmowane w odniesieniu do gospodarek zindustrializowanych [**Maddison, 1987**]. Wtedy elastyczność produkcji na ścieżce zrównoważonego wzrostu względem stopy inwestycji wyniosłaby 0,5.

¹³ W przypadku każdej funkcji elastyczność można policzyć według następującego wzoru: $E(Y/X) = f'(X) \cdot \frac{X}{f(X)}$. Dla funkcji potęgowej:

$$E(Y/X) = (A \cdot X^b)' \cdot \frac{X}{A \cdot X^b} = \frac{Ab \cdot X^{b-1} \cdot X}{A \cdot X^b} = b.$$

¹⁴ Analogicznie możliwe jest wyznaczenie współczynników elastyczności produkcji względem pozostałych zmiennych występujących w równaniu (19). Wyniki por. tabela 2.

Tabela 2. Współczynniki elastyczności produkcji wytwarzanej w gospodarce znajdującej się na ścieżce zrównoważonego wzrostu gospodarczego

Parametry	DŚ	KP	LB	LS	ŁD	MP	MZ	OP
$\frac{1}{1-\alpha_i}$	1,450	1,171	0,710	1,162	1,079	1,160	1,608	1,084
$\frac{1}{1-\alpha_i}$	2,450	2,171	1,710	2,162	2,079	2,160	2,608	2,084
Parametry	PK	PL	ŚL	PM	ŚK	WM	WP	ZP
$\frac{1}{1-\alpha_i}$	1,017	0,897	1,130	1,376	0,836	1,041	1,605	1,232
$\frac{1}{1-\alpha_i}$	2,017	1,897	2,130	2,376	1,836	2,041	2,605	2,232

Źródło: opracowanie własne na podstawie równań (20) i (21).

Przeprowadzone badanie wskaźników elastyczności produkcji względem stopy inwestycji wpisuje się w dyskusję naukową na temat sposobów wykorzystania środków pochodzących z budżetu UE. W praktyce gospodarczej oraz w świetle wyników przedstawionych w tabeli 2 można dokonać wyboru na rzecz przyspieszenia rozwoju kraju kosztem pozostawienia istniejących różnic pomiędzy regionami lub nawet dopuszczenia do ich wzrostu. Jeśli politycy gospodarczy będą skłonni uzasadnić swoje decyzje odnośnie do alokacji inwestycji paradygmatem polaryzacyjno-dyfuzyjnym, właściwe będzie kierowanie większych strumieni inwestycji do województw o najwyższych wartościach współczynników elastyczności. W tych województwach efektywność wykorzystania środków będzie największa, w szczególności będą to województwa mazowieckie, wielkopolskie oraz dolnośląskie. W podejściu tym zakłada się, że efekty dyfuzyjne wywołają następnie wzrost gospodarczy także w pozostałych regionach.

Przedstawione w tabeli 2 wartości współczynników elastyczności pod względem zróżnicowania pozostają w korelacji z regionalnym zróżnicowaniem Polski w wymiarze zarówno gospodarczym, jak i społecznym. Źródłem tego zróżnicowania wielu badaczy doszukuje się w uwarunkowaniach historycznych o długotrwałym charakterze ich występowania [Gorzela, 2004], warunkujących efektywność inwestycji finansowanych ze środków unijnych. Badania nad efektami polityki spójności z uwzględnieniem cech charakterystycznych regionów zrealizowali Bachtrögl, Fratesi i Perucca [2019].

Specyfikę województw w Polsce można także uchwycić poprzez analizę struktury wytwarzania produktu oraz związanej z nią struktury zatrudnienia w układzie regionalnym. Gospodarki województw charakteryzujących się relatywnie niższym udziałem liczby pracujących w rolnictwie mają wyższą efektywność wykorzystania dostępnych zasobów [Kosmowski, 2012]. W odniesieniu do województw w Polsce istotne wydają się dwie zasadnicze przyczyny zróżnicowania regionalnego – wspomniany już, uwarunkowany historycznie i wynikający jeszcze z zaborów podział Polski na wschód i zachód. Jego konsekwencją jest mniejsza zdolność regionów wschodnich do sprostanania wymogom współczesnej konkurencyjnej gospodarki rynkowej. Przyczyn regionalnych nierówności można doszukiwać się również w lokalizacji i oddziaływaniu dużych metropolitalnych ośrodków, jak np. Warszawa, Poznań, Kraków, Wrocław, Trójmiasto. Są to ośrodki o nowoczesnych strukturach wytwarzania, charakteryzujących się wysokim udziałem sektora usług, o rozwiniętej sieci transportowej, bogato wyposażone w placówki badawczo-rozwojowe i nasycone kapitałem ludzkim. Występowanie w regionie wspomnianych czynników stwarza warunki skutecznego konkurowania w skali globalnej i jednocześnie implikuje większe zdolności regionów do efektywnej absorpcji środków europejskich.

Ocena efektów polityki spójności na podstawie zmiany rozkładów dochodów w województwach mierzonych PKB na osobę pracującą

W niniejszym artykule jako metodę badania efektów polityki spójności przyjęto analizę zmian w czasie empirycznych oraz prognozowanych na ścieżkach zrównoważonego wzrostu funkcji gęstości rozkładów PKB na osobę pracującą w województwach. W praktyce w tego typu badaniach analizowane są kierunek i skala zmian postaci funkcji gęstości.

Do oszacowania funkcji gęstości rozkładu wykorzystuje się metodę estymacji jądrowej [Quah, 1997; Kruszka, Puziak, 2012; Kosmalski, 2022]. Metoda ta nie wymaga arbitralnego wyboru określonego typu rozkładu, co jest szczególnie przydatne, gdy mamy do czynienia z nieznanym rozkładem. Sytuacja taka występuje w odniesieniu do rozkładów wielomodalnych.

W badaniu postać estymatora jądrowego funkcji gęstości wyznaczono w następujący sposób:

$$\hat{f}(y, h) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{y - y_i}{h}\right), \quad (22)$$

gdzie:

n – liczba obserwacji – liczba województw,

$\hat{f}(y)$ – estymator funkcji gęstości rozkładu,

y – wartość, dla której oblicza się funkcję gęstości,

h – tzw. współczynnik wygładzania (szerokość pasma lub okna)¹⁵,

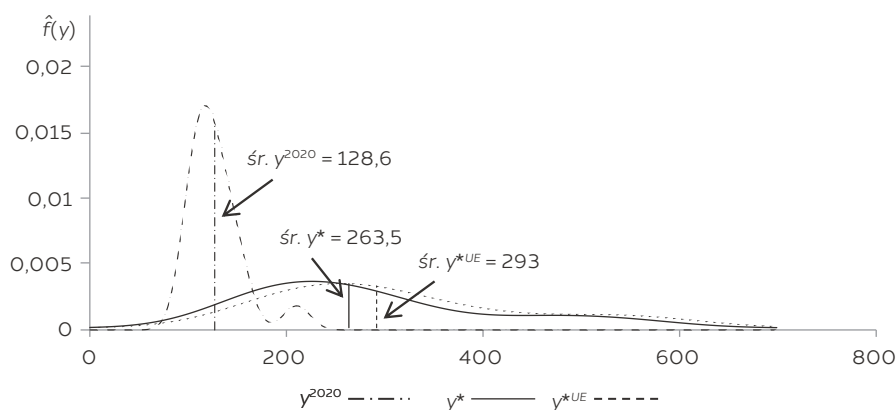
$K(y)$ – jądro estymacji, które zwykle ma postać funkcji gaussowskiej.

Wybór jądra w nieznacznym stopniu wpływa na wyniki oszacowania funkcji. Zasadnicze znaczenie ma współczynnik wygładzania h , ponieważ jego wysoka wartość powoduje nadmierne wygładzenie wykresu, z kolei zbyt mała wartość tego parametru zbyt eksponuje lokalne ekstrema. W związku z tym w praktyce szerokość okna jest często szacowana przy wykorzystywaniu tzw. metody Silvermana [1986].

Estymacja jądrowa polega na oszacowaniu funkcji gęstości zmiennej (tutaj zmiennej opisującej rozkład dochodów) na podstawie danej liczby jej obserwacji. Estymator jądrowy stanowi odpowiednik histogramu. W odróżnieniu od postaci histogramów dostarcza jednak wygładzonych funkcji gęstości.

Rysunek 3 przedstawia zmiany rozkładów PKB na osobę pracującą po 2020 r., a rozkładami prognozowanymi wartości PKB na osobę pracującą, jakie według wskazań zastosowanych w artykule modeli ukształtują się w długim horyzoncie czasu. Na osi pionowej odłożono gęstość funkcji będącą odpowiednikiem liczby województw, a na osi odciętych wartości produkcji.

Rysunek 3. Rozkłady PKB na osobę pracującą na ścieżkach zrównoważonego wzrostu



Oznaczenia:

$\hat{f}(y)$ – gęstość rozkładu stanowiąca odpowiednik liczby województw,

y^{2020} – rozkład wartości PKB na osobę pracującą w województwach w 2020 r.,

y^* – rozkład wartości PKB na osobę pracującą w województwach znajdujących się na ścieżkach zrównoważonego wzrostu gospodarczego,

y^{*UE} – rozkład wartości PKB na osobę pracującą w województwach znajdujących się na ścieżkach zrównoważonego wzrostu gospodarczego z uwzględnieniem środków finansowych wydatkowanych w województwach w ramach realizowanej w nich polityki spójności.

Źródło: opracowanie własne.

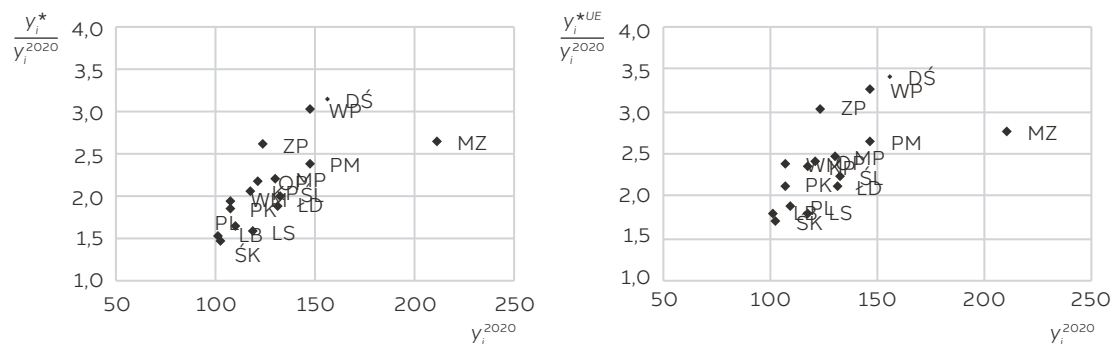
¹⁵ Wartość współczynnika h wyznaczono ze wzoru: $h = 0,9 \min\left(s, \frac{q_3 - q_1}{1,349}\right) n^{-1/5}$, gdzie: s – odchylenie standardowe, q_3, q_1 – zakres międzykwartylowy, n – liczebność próby.

Analizując kształt rozkładu dla 2020 r., można zauważyć jego charakterystyczną, wyraźną dwumodalność, będącą efektem znacznie wyższych wartości PKB na osobę pracującą w województwie mazowieckim względem pozostałych województw. Poza przeciętnie wyższą wydajnością pracy w tym województwie może to być spowodowane przynajmniej w części tzw. efektem województwa z miastem stołecznym. W regionie stołecznym skupiają się liczne usługi publiczne, a także centrale wielu firm i instytucji działających w skali całego kraju. W rezultacie niekiedy w statystykach zbyt duża część wartości dodanej wytwarzanej w innych regionach zostaje przypisana stolicy [Orłowski, 2019].

Na wykresie wzrost wartości PKB na osobę pracującą jest równoznaczny z przesunięciem rozkładu na prawo w kierunku wyższych wartości tej zmiennej. Uwzględnienie w modelu środków europejskich skutkuje wzrostem wartości PKB na osobę pracującą w stosunku do wartości PKB na osobę pracującą w warunkach braku tych środków. Zauważmy przy tym, że rozkłady te mają podobne kształty – spłaszczenie rozkładów jest zbliżone. Można zatem wnioskować o umiarkowanym wpływie polityki spójności na zmniejszanie zróżnicowania PKB na osobę pracującą pomiędzy województwami w długim horyzoncie czasu w przyszłości.

Analiza siły i kierunku zależności między stopą wzrostu PKB na osobę pracującą po 2020 r., a wartościami PKB na osobę pracującą na ścieżkach zrównoważonego wzrostu z uwzględnieniem efektów polityki spójności umożliwi dokonanie uzupełniającej oceny skali oddziaływania polityki spójności na stopy wzrostu badanych gospodarek.

Rysunek 4. Rozkłady PKB na osobę pracującą na ścieżkach zrównoważonego wzrostu



Oznaczenia:

$\hat{f}(y)$ – gęstość rozkładu stanowiąca odpowiednik liczby województw,

y_i^{2020} – rozkład wartości PKB na osobę pracującą w województwach w 2020 r.,

y_i^* – rozkład wartości PKB na osobę pracującą w województwach znajdujących się na ścieżkach zrównoważonego wzrostu gospodarczego,

y_i^{*UE} – rozkład wartości PKB na osobę pracującą w województwach znajdujących się na ścieżkach zrównoważonego wzrostu gospodarczego z uwzględnieniem środków finansowych wydatkowanych w województwach w ramach realizowanej w nich polityki spójności.

Źródło: opracowanie własne.

Dotatnia zależność między stopą wzrostu PKB na osobę pracującą wyznaczoną dla horyzontu czasu obejmującego okres od 2020 r. do chwili przejścia gospodarek na ścieżki zrównoważonego wzrostu a wartościami PKB na osobę pracującą w 2020 r. należy odczytać jako prognozę występowania znacznego zróżnicowania PKB na osobę pracującą. Uwzględnienie efektów polityki spójności nie powoduje zmiany kierunku tej zależności. Stąd można wnioskować, że także w warunkach realizowanej polityki spójności gospodarki o wyższych wartościach PKB na osobę pracującą już w roku bazowym (tutaj 2020) będą rozwijać się w przyszłości relatywnie szybciej, co według wskazań modeli przełoży się na dalsze pogłębianie się nierówności regionalnych.

Podsumowanie i wnioski

Podstawowym celem badania opisanego w artykule było określenie wpływu inwestycji powiększonych strumieniem środków UE wydatkowanych w poszczególnych województwach na zmiany tempa i poziomów wytwarzanego w województwach PKB na osobę pracującą. W ramach rozwiązania, które przyjęto w badaniu,

wpływ ten odbywa się poprzez zwiększenie strumienia inwestycji w każdym województwie za pomocą środków UE. Przedmiotem zainteresowania było znalezienie odpowiedzi na pytanie, czy polityka ta przyczyni się do większej spójności gospodarczej, rozumianej jako wyrównywanie się pomiędzy województwami poziomów PKB na osobę pracującą. Aby zrealizować ten cel, wykorzystano neoklasyczny model wzrostu gospodarczego. W pracy wskazano także na modele neoklasyczne jako narzędzia wspomagające podejmowanie decyzji przez polityków gospodarczych w zakresie osiągania zakładanych celów polityki oraz oceny efektywności decyzji inwestycyjnych z uwzględnieniem paradygmatu zarówno polaryzacyjno-dyfuzyjnego, jak i wyrównawczego.

Jednym z zasadniczych wniosków płynących z modeli neoklasycznych jest zbieżność gospodarek przez nie opisywanych w długim okresie ze stanami stacjonarnymi zwanymi ścieżkami zrównoważonego wzrostu. Są to ścieżki, na których zmienne takie jak PKB w przeliczeniu na mieszkańca lub na osobę pracującą przyjmują określone wartości, a gospodarki rozwijają się w tempie wyznaczonym przez egzogeniczny postęp technologiczny. W modelach tych może wystąpić zbieżność gospodarek z jednym wspólnym poziomem PKB lub indywidualnie określonymi ze względów strukturalnych poziomami tej zmiennej. Trajektorja dochodzenia gospodarek do ścieżki zrównoważonego wzrostu jest determinowana przez procesy akumulacji kapitału rzeczowego, których tempo wyznaczane jest przez parametry modeli. Na tej podstawie można sformułować dwa wnioski. Jeżeli tempo postępu technologicznego i parametry modeli będą różne w różnych województwach, to wyrównywanie się poziomów PKB prawdopodobnie nigdy nie będzie miało miejsca. W takiej sytuacji w długim horyzoncie czasu gospodarka każdego z województw będzie dążyć do swojego odmiennego stanu równowagi długookresowej, a wszelkie nierówności rozwojowe pomiędzy województwami ulegną dalszemu utrwaleniu.

Na gruncie teorii neoklasycznej w gospodarkach otwartych dyfuzja technologii oraz mobilność kapitału powinny doprowadzić do wyrównania się stóp wzrostu wszystkich gospodarek, a procesy wyrównywania się poziomów dochodów i dochodzenie do jednakowych ścieżek zrównoważonego wzrostu powinny zachodzić automatycznie. Procesy te powinny postępować w miarę, jak niższe koszty wytwarzania będą przyciągać do regionów biedniejszych inwestycje z regionów lepiej rozwiniętych. Dowodów na występowanie takich długookresowych trendów dostarczają m.in. badania obejmujące procesy wzrostu w japońskich prefekturach i amerykańskich stanach [Barro, Sala-i-Martin, 1992]. Niektóre analizy empiryczne potwierdzają zachodzenie procesu wyrównywania się dochodów w homogenicznych grupach krajów lub regionów, ale jednocześnie zaprzeczają istnieniu tego zjawiska w jednostkach heterogenicznych. Występowanie tego zjawiska w gospodarkach bliskich strukturalnie potwierdzono empirycznie w niektórych pracach [De Siano, D'Uva, 2005; Ben-David, 1994].

Opisane w artykule badania nie potwierdziły występowania procesu wyrównywania się poziomów produkcji pomiędzy województwami w Polsce. Zaproponowana alokacja środków europejskich w perspektywie finansowej 2014–2020 także nie przyczyni się do wyrównywania się dochodów między województwami w przyszłości. Przemieszczanie się kapitałów oraz wiedzy w praktyce może napotykać liczne ograniczenia wyznaczające tempo procesów wyrównywania się dochodów. W tym sensie zróżnicowanie rozwoju pomiędzy województwami można postrzegać jako swoistą miarę ograniczeń procesów dyfuzji technologii i mobilności kapitału. Ukazane w artykule wyniki mogą świadczyć o tym, że generowane przez rynek automatyczne procesy wyrównywania charakterystyczne dla teoretycznych modeli neoklasycznych nie są wcale gwarantowane. Może to być spowodowane trudnymi do zrealizowania w rzeczywistości gospodarczej założeniami o sprawnym funkcjonowaniu rynku. Przyczyn regionalnego zróżnicowania rozwoju badacze próbują doszukiwać się w szeroko rozumianej infrastrukturze czy niewystarczających zasobach kapitału ludzkiego, które ograniczają procesy przepływu kapitałów i technologii do regionów uboższych. Współczesne teorie rozwoju coraz większe znaczenie przypisują wysoko wykwalifikowanej kadrze specjalistów oraz środowisku sprzyjającemu innowacyjnej działalności, ograniczając przy tym znaczenie czynników tylko kosztowych. Odpowiednie warunki sprzyjają lokowaniu inwestycji na obszarach zurbanizowanych, co daje szansę na korzystanie z sąsiedztwa innych inwestycji oraz ze zgromadzonego w regionie kapitału wiedzy, a to zwykle gwarantuje wyższą efektywność realizowanych przedsięwzięć.

W świetle uzyskanych wyników dylemat równości czy efektywności w polityce regionalnej pozostaje aktualny. Problematykę tę można ująć dwojako, przeciwstawiając sobie dwie polityki: ukierunkowaną na rozwój polaryzacyjno-dyfuzyjną i wyrównującą. Promowanie rozwoju ośrodków najsilniejszych jako dających najwyższą efektywność ekonomiczną w odniesieniu do Polski oznacza promowanie kilku województw, w których funkcjonują metropolie. Na podstawie wskazań modeli wzrostu gospodarczego będą to województwa o najwyższych wartościach współczynników elastyczności produkcji względem stopy inwestycji. W praktyce polityka taka będzie oznaczać konieczność lokowania inwestycji w obrębie kilku metropolii. To właśnie w dużych ośrodkach miejskich powstaje najwięcej innowacji o wysokiej efektywności ekonomicznej.

Uzyskane w pracy rozkłady PKB na osobę pracującą na ścieżkach zrównoważonego wzrostu świadczą o tym, że procesy produkcyjne w wymiarze przestrzennym przebiegające bez właściwej interwencji mogą skutkować większym zróżnicowaniem warunków życia. Brak odpowiedniej polityki wyrównywania rozwoju często prowadzi do wzrostu polaryzacji, której skutki potęgują kumulację dobrobytu na ograniczonej przestrzeni, przy jednoczesnej erozji gospodarczej stopniowo postępującej na obszarach oddalonych od ośrodków wiodących. Nawet jeśli w ramach prowadzonej polityki regionalnej odwołamy się do paradygmatu polaryzacyjno-dyfuzyjnego, to trudno doszukać się empirycznych dowodów na skuteczne działanie procesów dyfuzji w akceptowalnym ze względów politycznych i społecznych okresie.

Przyjęcie koncepcji polityki regionalnej ukierunkowanej na wyrównywanie poziomów produkcji pomiędzy województwami w praktyce oznacza kierowanie większego strumienia inwestycji do regionów najsłabiej rozwiniętych, przy niższej ich efektywności mierzonej w badaniu wartościami współczynników elastyczności. Polityka ta będzie kosztowna ze względu na koszty alternatywne. Środki finansowe przeznaczone na politykę wyrównywania mogłyby zostać wykorzystane w polityce polaryzacyjno-dyfuzyjnej prowadzonej w województwach wiodących gospodarczo, zapewniając przy tym wyższą efektywność ich wykorzystania. Poza tym może ona okazać się mało skuteczna, zwłaszcza w krótszym okresie, ponieważ wymaga procesu inwestowania w infrastrukturę zarówno techniczną, jak i społeczną. Dla osiągnięcia wysokiej i trwałej dynamiki wzrostu potrzebne są zasoby ludzkie i technologiczne, których gromadzenie szczególnie na obszarach peryferyjnych odbywa się na przestrzeni wielu lat.

Wykorzystane w badaniu matematyczne modele wzrostu pozwalają odtworzyć hipotetyczny przebieg ścieżek wzrostu gospodarczego w regionach w długim okresie. Przebieg tych ścieżek jest zdeterminowany formalnymi własnościami równań, wartościami zmiennych w momencie początkowym oraz wartościami parametrów wyznaczonych dla określonego przedziału czasu, w którym przypadku zakłada się, że nie zmieniają się w długim okresie. W tego typu badaniach naturalne jest, że uzyskane wyniki są rezultatem przyjętych założeń dotyczących postaci funkcji produkcji, zestawu zmiennych wykorzystanych w badaniu czy sposobu kalibracji parametrów modeli. Zaletą przyjętych w pracy metod kalibracji parametrów jest ich wyznaczanie oddzielnie dla każdego z województw na podstawie empirycznych danych liczbowych. Uwzględniają one zatem specyfikę każdego z województw. Słabą stroną może być charakterystyczne dla modeli neoklasycznych założenie o stałości parametrów w długim horyzoncie czasu oraz zestaw zmiennych wykorzystanych w modelu. Możliwe są dalsze kierunki i rozszerzenia tego typu badań, związane chociażby z podjęciem próby wyjaśnienia determinantów postępu technologicznego lub uwzględnienia w modelach innego zestawu czynników, np. związanych z kapitałem ludzkim, otoczeniem instytucjonalnym.

Bibliografia

- Arrow K. [1962], The Economic Implications of Learning by Doing, *Review of Economic Studies*, 29(3): 155–173.
- Bachtrögler J., Fratesi U., Perucca G. [2019], The influence of the local context on the implementation and impact of EU Cohesion Policy, *Regional Studies*, 54(1): 21–34.
- Barro R.J., Sala-i-Martin X. [1992], Convergence, *Journal of Political Economy*, 100(2): 223–251.
- Ben-David D. [1994], *Convergence Clubs and Diverging Economies*, CEPR Discussion Paper No. 922.

- Bourdin S. [2019], Does the cohesion policy have the same influence on growth everywhere? A geographically weighted regression approach in Central and Eastern Europe, *Economic Geography*, 95 (3): 256–287.
- Burda M., Wyplosz Ch. [2000], *Makroekonomia. Podręcznik europejski*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Cerqua A., Pellegrini G. [2018], Are we spending too much to grow? The case of structural funds, *Journal of Regional Science*, 58(3): 535–563.
- Churski P. [2014], Model polaryzacyjno-dyfuzyjny w przemianach polityki spójności – konsekwencje dla ukierunkowania polityki rozwoju, *Rozwój Regionalny i Polityka Regionalna*, 25: 13–27.
- Churski P., Perdał R., Herodowicz T. [2016], Rola środków polityki spójności pozyskiwanych przez samorząd terytorialny w rozwoju społeczno-gospodarczym ośrodków regionalnych w Polsce, *Samorząd Terytorialny*, 7–8.
- De Siano R., D'Uva M. [2005], *Club Convergence in European Regions*, Istituto di Studi Economici, Università Delgi Studi di Napoli, Working Paper No. 3.
- Diamond P. [1965], National Debt in a Neoclassical Growth Model, *American Economic Review*, 55 (5): 1126–1150.
- Di Cataldo M. [2017], The impact of EU Objective 1 funds on regional development: Evidence from the UK and the prospect of Brexit, *Journal of Regional Science*, 57 (5): 814–839.
- Domar E. D. [1946], Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment, *Econometric*, 14 (2): 137–147.
- Fiaschi D., Lavezzi A. M., Parenti A. [2018], Does EU cohesion policy work? Theory and evidence, *Journal of Regional Science*, 58(2): 386–423.
- Fratesi U., Wislade F. G. [2017], The impact of European Cohesion Policy in different contexts, *Regional Studies*, 51 (6): 817–821.
- Gorzela G. [2004], Polska polityka regionalna wobec zróżnicowań polskiej przestrzeni, *Studia Regionalne i Lokalne*, 4.
- Gorzela G. [2014], Wykorzystanie środków Unii Europejskiej dla rozwoju kraju – wstępne analizy, *Studia Regionalne i Lokalne*, 3.
- Harrod R. F. [1939], An Essay in Dynamic Theory, *Economic Journal*, 49(193): 14–33.
- Harrod R. F. [1948], *Towards a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and their Application to Policy*, Macmillan, London.
- Hicks J. R. [1963], *The Theory of Wages*, Macmillan, London.
- Kaldor N., Mirrlees J. A. [1962], A New Model of Economic Growth, *Review of Economic Studies*, 29.
- Klimowicz M. [2014], Ewolucja celów polityki regionalnej Unii Europejskiej w procesie integracji gospodarczej, w: Paczeński A., Klimowicz M. (red.), *Procesy integracyjne i dezintegracyjne w Europie* (203–236), OTO, Wrocław.
- Koopmans T. C. [1965], On the Concept of Optimal Economic Growth, *The Econometric Approach to Development Planning*, North Holland, Amsterdam.
- Kosmański R. [2012], Przyczyny nierówności technologicznych w polskich województwach w latach 1998–2008, *Studia Regionalne i Lokalne*, 1.
- Kosmański R. [2022], Wykorzystanie zagregowanej funkcji produkcji do określenia źródeł konwergencji gospodarczej, *Wiadomości Statystyczne*, 67 (7): 20–34.
- Kruszka M., Puziak M. [2012], Konwergencja i rozkłady dochodu w regionach Unii Europejskiej, w: Kokocińska M. (red.), *Etapy konwergencji w rozwiniętych krajach Unii Europejskiej* (40–67), Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Poznań.
- Maddison A. [1987], Growth and Slowdown in Advanced Capitalist Economies: Techniques of Quantitative Assessment, *Journal of Economic Literature*, 25: 649–698.
- Mankiw N. G., Romer D., Weil D. N. [1992], A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 107: 407–437.
- Maynou L., Saez M., Kyriacou A., Bacaria J. [2016], The impact of structural and cohesion funds on Eurozone convergence, 1990–2010, *Regional Studies*, 50 (7): 1127–1139.
- Ministerstwo Finansów, *Transfery finansowe Polska – budżet UE*, www.gov.pl.
- Ministerstwo Funduszy i Polityki Regionalnej, *Stan wdrażania Funduszy Europejskich w Polsce w latach 2014–2020: Umowy według miejsc realizacji*, power.gov.pl.
- Mohl P., Hagen T. [2010], Do EU structural funds promote regional growth? New evidence from various panel data approaches, *Regional Science and Urban Economics*, 40 (5).
- Olechnicka A., Herbst M. (red.) [2019], *Równość czy efektywność rozwoju. Eseje inspirowane dorobkiem naukowym Grzegorza Gorzelaka*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.
- Orłowski W. [2019], Efektywność i równość: kilka trudnych dylematów, w: Herbst M., Olechnicka A. (red.), *Równość czy efektywność rozwoju. Eseje inspirowane dorobkiem naukowym Grzegorza Gorzelaka*, Wydawnictwo Naukowe Scholar, Warszawa.

- Quah D. T. [1997], Empirics of Growth and Distribution: Stratification, Polarization, and Convergence Clubs. *Journal of Economic Growth*, 2(1): 27–59.
- Rodriguez-Pose A., Fratesi U. [2004], Between development and social policies: The Impact of European Structural Funds in Objective 1 Regions, *Regional Studies*, 38(1): 97–113.
- Silverman B. W. [1986], *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*, Chapman and Hall.
- Solow R. M. [1956], A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70(1): 65–94.
- Solow R. M. [1962], Technical Progress, Capital Formation and Economic Growth, *American Economic Review*, 52.
- Swan T. W. [1956], Economic Growth and Capital Accumulation, *Economic Record*, 32(2): 334–361.
- Tokarski T. [2009], *Matematyczne modele wzrostu gospodarczego. Ujęcie neoklasyczne*. Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Tokarski T. [2011], *Ekonomia matematyczna. Matematyczne modele wzrostu gospodarczego*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Uzawa H. [1965], Optimal technical change in an aggregative model of economic growth, *International Economic Review*, 6.
- Wajda M. [2022], Alokacja środków na programy regionalne – analiza i ocena propozycji zawartych w projekcie Umowy Partnerstwa dla realizacji polityki spójności 2021–2027 w Polsce, *Studia Regionalne i Lokalne*, 1.