

Alcumena Pismo Interdyscyplinarne Interdisciplinary Journal

# Nr 2(14)/2023



*DOI: 10.34813/psc.2.2023.2* www.alcumena.fundacjapsc.pl

# Pomiar prędkości dźwięku w cieczach metodą projekcji cienia fali stojącej w praktyce pokazowej w nauczaniu fizyki

Measuring the speed of sound in liquids via a laser projection of the shadow of a standing wave in demonstrations in physics education

# Ignacy Gawrysiak

e-mail: ignacy.gawrysiak@gmail.com Centrum Nauki Experyment w Gdyni Dział Wydarzeń i Programów Naukowych

Article puts under scrutiny a method of measuring the speed of sound in liquids via a laser projection of a standing wave. The range of application of the particular method was examined. A procedure of conducting the demonstration has been formulated based on the analysis of the impact of several parameters of the demonstration setup: particular vessel, depth of the liquid, position of the cone of light with regards to the stationary wave and particular sample used were all evaluated with regards to the quality of the demonstration as well as reliability of the measurement.

Applying the procedure in order to quantitatively determine the concentration of a solution has been attempted, as well as usefulness of the method in a demonstration context – examined. As a conclusion, the potential of applying the method for demonstration has been discussed and an instruction for such demonstration has been produced.

Key words: laser, projection, standing wave, demonstration, ultrasound, speed of sound, frequency, wavelength.

### Wstęp

#### Wprowadzenie

W niniejszej pracy zajęto się zagadnieniem pomiaru prędkości dźwięku w cieczach i zastosowaniu metody pomiaru w praktyce pokazowej. Ważnym aspektem jest zatem wizualizacja pomiaru, tak by przez widowiskowość, doświadczenie mogło zainteresować widownię.

Przyjrzano się dwóm metodom pomiaru, które spełniają taki warunek. Pierwsza metoda opiera się na wytworzeniu w cieczy fali stojącej o bardzo dużej częstotliwości, a następnie przepuszczeniu przez nią wiązki lasera. Fala stojąca działa jak siatka dyfrakcyjna a obraz prążków dyfrakcyjnych projektowany jest na ekranie [Lazeriniu Tyrimu Centras, b.d.]. Długość fali musi być bardzo mała – porównywalna z długością fali świetlnej lasera 632, 8nm. Oznacza to, że przy prędkościach dźwięku w cieczach rzędu 1500m/s, częstotliwość generowanej fali akustycznej musiałaby być rzędu 2GHz.

Druga metoda korzysta z bardzo podobnego układu. Również generowana jest fala stojąca, ale zamiast oświetlać ją spójną wiązką lasera, wiązka lasera zostaje początkowo przepuszczona przez soczewkę. Rozbieżna wiązka światła przepuszczana jest następnie przez falę stojącą, która tym razem działa jak częściowo przepuszczalna przeszkoda. Jest to więc zwykła projekcja obrazu, zatem dolna granica częstotliwości fali akustycznej znacząco się obniża. Wystarczy jedynie, by plamka lasera prześwietlała przynajmniej ponad jedną długość fali.

Ze względów praktycznych, zdecydowano się na metodę numer dwa. W pracowni znajdował się zestaw do pomiaru prędkości dźwięku na drodze projekcji cienia fali stojącej, zawierający generator ultradźwiękowy i wodoodporną głowicę służącą do generowania fali.

Celem pracy jest badanie i ewaluacja zakresu stosowalności doświadczenia opartego na zestawie edukacyjnym Phywe 1.5.10-00 – do pomiaru prędkości dźwięku w cieczach przez projekcję cienia fali stojącej (PHYWE series of publications, b.d.).

W badaniu znaleziono optymalną metodę przeprowadzenia doświadczenia. Sprawdzono, jak można rozszerzyć doświadczenie. Ostatecznie utworzono instrukcję, która może posłużyć użytkownikowi zestawu do przeprowadzenia pokazu towarzyszącemu wykładowi lub prelekcji z użyciem zestawu.

Prostokąty widoczne na większości zdjęć z analizy zaznaczają obszar, jaki analizowano, by otrzymać wykres jasności pikseli.

#### Podstawa teoretyczna

Zjawisko wykorzystane w pomiarach jest stosunkowo proste, po pierwsze: W cieczy przenoszone są drgania z głowicy w postaci fali. W słupie cieczy bezpośrednio pod głowicą fale padające odbijają się prostopadle od dna i w zależności od ustawionej częstotliwości mogą interferować z padającymi falami w odpowiedniej fazie (gdy częstotliwość dobrana jest tak, by pełna wielokrotność połówki fali mieściła się w odległości między generatorem drgań a dnem).

Fale nakładają się na siebie i interferują – to znaczy zmiany ciśnienia wynikające zarówno z padającej fali jak i odbitej – dodają się do siebie.

Gdy długość fali jest odpowiednia, fala odbita napotyka falę padającą w taki sposób, że w określonych punktach – strefy podwyższonego ciśnienia fali odbitej zawsze spotykać będą się ze strefami obniżonego ciśnienia fali padającej. W efekcie ciśnienie będzie tam bliższe ciśnieniu niewzburzonej cieczy. W miejscach, gdzie faza fali padającej jest dokładnie przeciwna fazie fali odbitej – to jest zmiany ciśnienia, wynikające z każdej z fal są równe, co do wartości, ale o przeciwnych znakach – powstaną węzły – obszary, w których ciśnienie pozostaje stałe. Poza tym możemy wyróżnić strefy, w których faza fali odbitej i biegnącej zgadza się, zmiana ciśnienia względem niewzburzonej cieczy staje się większa. Punkty te są stacjonarne. Fala stojąca jest więc po prostu stacjonarnym drganiem ośrodka powstałym z nałożenia się fal.

Fala wytworzona przez źródło może wielokrotnie odbijać się od dna i źródła – i wielokrotnie interferować, jak opisano powyżej. W efekcie zmiany ciśnienia w powstałej fali stojącej są znacząco większe niż od pojedynczej biegnącej fali. Podobnie jak pudło rezonansowe gitary czy fortepianu pomaga spotęgować intensywność powstającego dźwięku. Fala stojąca posiada stacjonarne obszary (w tym przypadku cienkie dyski), w których drgania wzmacniają się – strzałki, oraz obszary, w których fale wygaszają się wzajemnie – węzły. Fale biegnące na boki i odbijające się od ścianek możemy zignorować w większości przypadków. Wyjątkiem są regiony blisko głowicy i dna – patrz sekcja poniżej.



Rysunek 1. Diagram pokazujący powstawanie fali stojącej – w czterech momentach czasu – co 1/8 okresu T oraz węzły i strzałki. Sinusoidy przedstawiają fale: biegnącą
czerwona, odbitą - żółta, oraz ich złożenie – zielona przerywana – fala stojąca. Od-chylenie od czarnej linii położenia równowagi to wartość ciśnienia w fali.

W chwili czasu, gradient ciśnienia w węźle jest największy – rysunek 1., toteż światło tam ulega największemu załamaniu w kierunku strzałki o wyższym ciśnieniu (Weiss i in., 2012). Gradient w strzałce jest stosunkowo niewielki (w punkcie strzałki równy zeru) – patrz rysunek – bieg promieni świetlnych jest tam praktycznie niezaburzony. Wraz z ewolucją fali stojącej w czasie, wartość i znak gradientu w węźle zmieniają się, co powoduje załamanie światła to w jedną to w drugą stronę. W efekcie, uśredniając w jednym lub kilku okresach fali, węzły rozpraszają mocno światło – działają jak przeszkoda, podczas gdy strzałki przepuszczają światło bez zaburzeń. Robiąc zdjęcie z czasem otwarcia przesłony ok. 10 ms, uśredniamy jasność z ok. 8 tys. okresów.



**Rysunek 2.** Diagram pokazujący bieg promienia świetlnego przez wycinek fali stojącej w chwili czasu, gdy jedna ze strzałek jest w maksimum i chwili o pół okresu później.

Projekcja laserowa:

Równoległa wiązka światła lasera ma bardzo małą średnicę. Gdy pada na soczewkę, załamuje się, skupiając w ognisku. Dalszy bieg promieni jest rozbieżny. Ognisko może więc zostać potraktowane jak punktowe źródło światła. Dzięki wąskiemu spektrum i punktowemu źródłu możemy uzyskać bardzo ostry obraz cienia obiektu zasłaniającego światło – na ekranie. Rozbieżna wiązka lasera natrafia na przeszkodę w postaci fali stojącej i zostaje częściowo rozproszona, pozostawiając wzór prążków. Stosunek rozmiaru obrazu do faktycznego rozmiaru przeszkody jest, zgodnie z twierdzeniem Talesa, równy stosunkowi odległości obrazu od źródła do odległości przeszkody od źródła.



**Rysunek 3.** Diagram przedstawiający zależność między stosunkiem rozmiaru zasłony d do rozmiaru cienia D a stosunkiem ich odległości s<sub>1</sub> i s<sub>2</sub> od źródła światła.

Jasne prążki odpowiadają strzałkom, ciemne – węzłom. Odległość pomiędzy kolejnymi prążkami jest proporcjonalna do odległości pomiędzy kolejnymi strzałkami. Dwie sąsiadujące strzałki natomiast, oddalone są od siebie o pół długości fali.

$$d = \frac{s_1}{s_1 + s_2} \cdot D$$
$$\frac{1}{2\lambda} = \frac{s_1}{s_1 + s_2} \cdot \delta$$

gdzie:

 $\lambda - d$ ługość fali

 $\delta$  – odległość między prążkami

 $s_1, s_2$  – odległości między falą a źródłem i falą a ekranem.



**Rysunek 4.** Diagram przedstawiający powstawanie prążków. Czerwony prostokąt przedstawia bieg wiązki lasera, prostokąt z gradientem oznacza ciecz, w której oscyluje fala stojąca. Na diagramie przedstawiono rozbieżną wiązkę światła równolegle dla zwiększenia czytelności.

Węzły są jedynie półprzepuszczalną barierą, więc jasność prążków będzie mierzona od pewnego poziomu bazowego. Długość fali zależy od ustawionej częstotliwości w generatorze, oraz mierzonej prędkości fali akustycznej w cieczy.

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

gdzie:

 $\lambda$  – długość fali.

v – prędkość fali akustycznej w cieczy.

f-częstotliwość.

Zatem ostatecznie dochodzimy do wzoru:

$$v = 2f \cdot \frac{s_1}{s_1 + s_2} \cdot \delta \tag{1.1}$$

W którym: f- częstotliwość. v- prędkość fali akustycznej w cieczy.  $s_1, s_2$ - odległości między falą a źródłem i falą a ekranem.

 $\delta-$ odległość między prążkami.

## Układ doświadczalny

Laser He-Ne (1) ustawiono na krawędzi blatu i wycelowano w soczewkę dwuwypukłą o ogniskowej +20 mm (2). W pewnej odległości od ogniska umieszczono naczynie z cieczą (3) na podstawce o regulowanej wysokości (4). Na przeciwległej krawędzi blatu zamocowano ekran (5), tak, by rozbieżna wiązka światła, po przejściu przez naczynie z cieczą oświetlała go centralnie. Odległość między środkiem pojemnika a ekranem wyniosła 118,5 cm. Aby generować falę stojącą, na statywie w łapach umieszczono głowicę ultradźwiękową (6) podłączoną do generatora (7). Głowica została zamocowana nad naczyniem, tak, by rozkładając podstawkę, naczynie podnosiło się, zanurzając głowicę w cieczy.



Rysunek 5. Schemat bazy układu doświadczalnego. Numery (1)-(7) oznaczają poszczególne elementy układu, kolejno: (1) laser, (2) soczewka, (3) naczynie z cieczą, (4) podstawka, (5) ekran, (6) głowica, (7) generator.

### Eksploracja

Po zbudowaniu bazy układu doświadczalnego przystąpiono do eksploracji metody przeprowadzania doświadczenia. Naczynie wypełniono wodą demineralizowaną. Po włączeniu lasera i generatora na ekranie uzyskano obraz prążków, który wyostrzał się przy pewnych częstotliwościach nastawionych na generatorze.

#### Pomiar

Pierwszym wyzwaniem było opracowanie metody pozwalającej na uzyskanie pomiaru. Początkowo podjęto próbę odrysowania ołówkiem prązków na kartkę papieru naklejoną na ekran, a następnie za pomocą suwmiarki, zmierzenie średniej odległości pomiędzy prążkami. Tą metodą uzyskano trzy pomiary do porównania. Zdecydowaną zaletą było posiadanie fizycznego wzorca do wykonania powtórnego pomiaru tj. kartki z kreskami. Niestety metoda ta wiązała się z kilkoma problemami. Przede wszystkim, prążki znajdowały się bardzo blisko siebie i odrysowywanie ich odręcznie było bardzo nieprecyzyjne. Co więcej, ekran odginał się nieco pod naciskiem ołówka, co mogło wpłynać na odczytane wartości. Ostatecznie metoda ta jest bardzo pracochłonna i szybko męczy oczy. Wpatrywanie się w wysoko kontrastowy obraz bardzo jasnych prążków w zaciemnionej sali nie nadaje się do długiego powtarzania celem zebrania statystycznie istotnej liczby pomiarów. Opracowano więc alternatywną metodę zbierania pomiarów, opartą na analizie zdjęć. W tym celu w łapach na statywie przyczepionym do stołu zamontowano telefon komórkowy z aparatem wycelowany w ekran pod niedużym kątem względem normalnej do ekranu. Na ekranie przyklejono linijkę. Po włączeniu układu wykonano osiem zdjęć dla różnych częstotliwości, w których obraz był najostrzejszy.

### Analiza zdjęć

Zdjęcia zgrywano na komputer i przy użyciu programu FIJI, analizowano. FIJI to open-source'owy program bazujący na programie do analizy obrazu ImageJ używanego w medycynie, z wbudowanym zestawem pluginów ułatwiającym powyższą analizę. W pracy korzystano z funkcjonalności zliczania intensywności jasności pikseli zaznaczonego obszaru obrazu, generowania wykresu sumującego jasność pikseli w pionie i rozłożonego w poziomie oraz podstawowych narzędzi do pomiaru odległości w pikselach i kątów.

### Ignacy Gawrysiak

Po pierwsze prostowano zdjęcie. W tym celu mierzono kąt najwyraźniejszego prążka względem poziomu pikseli i transformowano zdjęcie, by kąt ten wynosił 0. Następnym krokiem było zmierzenie średniej odległości pomiędzy prążkami. W tym celu mierzono odległość w pionie od drugiego od góry dobrze widocznego prążka do drugiego od dołu (1). W następnej kolejności mierzono odległość między prążkami o jeden w górę względem wymienionych (2) i o jeden prążek w dół (3). W końcu mierzono na tej samej wysokości co (1), ale najdalej z prawej strony plamki (4) i najdalej z lewej strony plamki (ograniczone przez linijkę) (5). W ten sposób uzyskano pięć pomiarów w pikselach z jednego zdjęcia do wspólnego opracowania.



Fotografia 1. Zdjęcie prążków – żółte strzałki (1)-(5) oznaczają orientacyjne miejsca obszarów, w których wykonywano pomiary odległości między prążkami.

Następnym krokiem było wyznaczenie skali zdjęcia. W tym celu w trzech rozpiętościach na linijce odkładano 20 mm. Zliczano średnią ze skali i na jej podstawie wyznaczano średnią liczbę pikseli na milimetr.

$$S = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{3 \cdot 20mm}$$

Uzyskaną skalę przyrównywano do pięciu pomiarów i dzielono na liczbę przerw między prążkami. W ten sposób na podstawie jednego zdjęcia, z różnych jego obszarów otrzymano pięć punktów pomiarowych, które dalej były wspólnie opracowywane.

### Wykres jasności pikseli zdjęcia

Aby uzyskać wykres jasności pikseli zdjęcia do analizy, używany w pracy przede wszystkim do oceny ostrości prążków na podstawie stosunku szerokości piku prążka na wykresie względem średniej odległości między szczytami pików.

W tym celu wyprostowano zdjęcie, a następnie możliwie blisko centrum plamki światła zaznaczono prostokąt o wymiarach 30 pikseli na około 240 pikseli, tak by obejmował z zapasem trzy sąsiadujące prążki. Z uwagi na specyfikę programu, zdjęcie było docinane do owego prostokąta i przekręcane o 90° w prawo. Z tak przygotowanego obszaru tworzono wykres sumujący jasności pikseli w paskach o podobnej jasności rozłożony na rozpiętości ok 240 pix. Dodatkowo pobierano listę jasności zestawionych z położeniem.



Fotografia 2. Zdjęcie prążków – żółty prostokąt zaznacza obszar wybrany do utworzenia wykresu jasności pikseli, w prawym dolnym rogu umieszczono poglądowy wykres.

### Zdjęcia

Metoda zwróciła zadowalające rezultaty w części zdjęć – zdjęcia były ostre i w obrębie jednego zdjęcia odległości pomiędzy prążkami były spójne. Większość zdjęć okazała się jednak bezużyteczna. Problemem było to, że telefon gubił ostrość w trudnych warunkach ogromnego kontrastu na ekranie. Co więcej, automatyczne dostosowanie długości naświetlania oraz czułości matrycy aparatu telefonu powodowały, że zdjęcia były trudne do porównania. Przy porównaniu wyniki prezentowały się niespójnie lub nie dało się wykonać rozsądnie pewnych pomiarów.

Stąd też wprowadzono kolejną modyfikację – zastąpiono telefon aparatem cyfrowym – lustrzanką – w której można było ustawić określoną czułość matrycy (ISO) oraz stopień i czas otwarcia przesłony. Po ustawieniu układu doświadczalnego i weryfikacji, że powstający obraz jest dobrej jakości, wykonano serię zdjęć aparatem cyfrowym przy różnych ustawieniach czasu przesłony, aby dobrać najlepszą metodę pomiaru. Sprawdzone czasy przesłony:

$$t = \frac{1}{15} s$$
  $t = \frac{1}{25} s$   $t = \frac{1}{40} s$   $t = \frac{1}{60} s$   $t = \frac{1}{100} s$ 

Pozostałe parametry aparatu ustawiono następująco: ISO = 100, przesłona = 5.6.



Fotografia 3.A. Obraz prążków uzyskany z czasem przesłony równym 1/15. Biały prostokąt zaznacza obszar, z którego uzyskano wykres 1.



**Wykres 1.** Wykres jasności pikseli z fragmentu zdjęcia prążków uzyskanego z czasem przesłony równym 1/15.



Fotografia 4.B. Obraz prążków uzyskany z czasem przesłony równym 1/100. Biały prostokąt zaznacza obszar, z którego uzyskano wykres 2.



**Wykres 2.** Wykres jasności pikseli z fragmentu zdjęcia prążków uzyskanego z czasem przesłony równym 1/100.

Po przeanalizowaniu wykresów jasności pikseli zdecydowano się na najkrótszy czas przesłony, ponieważ nie powodowała ona prześwietlania pikseli widocznego na wykresie 1. jako wypłaszczenie piku wykresu pokazującego jasność pikseli.

## Odległość lasera od dna i głowicy

Następnie zbadano, w jakiej odległości od głowicy i dna otrzymuje się obraz najlepszej jakości. W tym celu przeprowadzono pomiary dla wody demineralizowanej w objętości wystarczającej do wypełnienia pojemnika na wysokość ok. 9 cm. Odległość plamki światła od głowicy zmieniano co 5 mm, począwszy od tuż przy głowicy do dna.

Poniżej zaprezentowano graniczne wyniki, przy których zniekształcenia obrazu zaczynały wpływać na czytelność obrazu oraz średni wynik znajdujący się w środ-kowej strefie naczynia.



**Fotografia 5.** Zdjęcie prążków, gdy wiązka światła przechodziła 10 mm od głowicy. Żółte linie dodano ręcznie – prezentują przebieg prążków na ekranie.



**Fotografia 6.** Zdjęcie prążków, gdy wiązka światła przechodziła 40 mm od głowicy i 47 mm od dna. Żółte linie dodano ręcznie – prezentują przebieg prążków na ekranie.



Fotografia 7. Zdjęcie prążków, gdy wiązka światła przechodziła 9 mm od dna. Żółte linie dodano ręcznie – prezentują przebieg prążków na ekranie.

Aby uwidocznić przebieg prążków i ich deformacje, dla czytelności dodano żółte linie na zdjęciach 5-7. Wyraźnie widać, że zaburzenia zbyt blisko dna i zbyt blisko głowicy sprawiają, że deformacja uniemożliwia uzyskanie dobrego pomiaru. Zakres odległości, który pozwala na uzyskanie dobrego obrazu, rozpina się od około 15 mm od głowicy do ok. 15 mm od dna. W regionie pomiędzy zaburzenia nadal występują, ale nie są tak krytyczne.

Następnie sprawdzono, że poziom wody wystarczający do uzyskania niezniekształconego obrazu to nieco ponad 4 cm, wymaga to jednak bardzo precyzyjnego ustawienia lasera i soczewki, dlatego w dalszej części przeprowadzano pomiary z nadmiarem cieczy.

# Pęcherzyki gazu

W czasie doświadczenia zaobserwowano również niepożądane zjawisko widoczne na fotografii 8.



**Fotografia 8.** Zdjęcie pęcherzyka gazu zniekształcającego obraz, po prawej to samo zdjęcie z dodanym żółtym obrysem wokół pęcherzyka.

Pęcherzyki gazu uwięzione w węzłach fali stojącej powodują dość duże aberracje, które również zakłócają obraz. Po mechanicznym usunięciu pęcherzyków spod głowicy pojawiają się z powrotem chwilę po ponownym włączeniu głowicy, co może sugerować, że pod wpływem drgań wydzielają się one z wody.

W kolejnym doświadczeniu zbadano, czy usunięcie rozpuszczonych w wodzie gazów poprzez wygotowanie jej w zlewce pozwoli na pozbycie się problemu pęcherzyków powietrza.

W tym celu gotowano trzy próbki 100 ml wody w czystej zlewce przez pół godziny i przeprowadzono z nimi doświadczenie zgodnie z procedurą. Doświadczenie nie przyniosło spodziewanych rezultatów. Pęcherzyki nadal były obecne. W kolejnych pomiarach zmodyfikowano procedurę tak, by przed pomiarem wyłączyć na chwilę generator i szklaną bagietką rozpędzić pęcherzyki, następnie dokonać pomiaru krótko po powtórnym włączeniu generatora.

# Wpływ naczynia

Następnie zbadano poglądowo wpływ użycia innego naczynia na jakość obrazu i uzyskiwane wyniki. Procedura pomiaru jak opisano powyżej. Pomiary wykonywano na wodzie demineralizowanej. Poziom wlanej do naczynia wody to około 80 mm słupa wody w oryginalnym naczyniu i 100 mm w naczyniu alternatywnym. Wiązkę lasera ustawiano tak, by przechodziła możliwie w środku dystansu między głowicą a dnem naczynia. Uzyskane wartości – średnie 5 pomiarów prędkości dźwięku dla obu naczyń przedstawiono w tabeli poniżej:

Γ	Prędkość dźwięku Prędkość dźwięku		Niepewność pomiaru	Niepewność pomiaru	
	oryginalne naczynie	alternatywne naczynie	oryginalne naczynie	alternatywne naczynie	
	Va	<u>Va</u>	<del>Alla</del>	<del>SKa</del>	
	$\left(\frac{m}{s}\right)$	$\left(\frac{m}{s}\right)$	$\left(\frac{m}{s}\right)$	$\left(\frac{m}{s}\right)$	
	1531	1519	25	12	

**Tabela 1.** Prezentacja wyników prędkości dźwięku w wodziew dwóch różnych naczyniach.

Wyniki potwierdzają, że można użyć różnych naczyń.

# Jakość obrazu

Kolejnym krokiem była próba oceny jakości obrazu poprzez wyznaczenie parametru szerokości prążka. Im węższy byłby prążek względem średniej odległości między prążkami, tym ostrzejszy jest obraz, a co za tym idzie pomiar zebrany z ostrzejszego obrazu, powinien być pewniejszy. Parametr szerokości prążka zdefiniowano jako stosunek szerokości połówkowej prążka w pikselach do średniej odległości między prążkami. Zatem im niższa wartość parametru, tym lepszy powinien być obraz. Do pomiaru wykorzystano zdjęcia uzyskane z trzech roztworów – czystej, wygazowanej, demineralizowanej wody, nasyconego roztworu cukru (sacharozy) z wodą oraz czystej gliceryny.

W tym celu postępowano zgodnie z procedurą opisaną w pełni w dalszej części tekstu. Wykonano serię zdjęć dla każdej próbki. Zdjęcia następnie rozdzielono na kanały RGB, aby w razie wysycenia czerwonych pikseli w centrum prążków, można było porównać szerokości połówkowe na innym kanale.

Za pomocą programu FIJI (ImageJ) wybrano na zdjęciu region obejmujący 3 prążki i szeroki na 30 pikseli. Sumując jasności w wierszach pikseli o podobnej jasności i prezentując sumy jasności względem położenia na wykresie, otrzymujemy: Woda:



**Fotografia 9.** Prążki uzyskane na ekranie z prześwietlenia próbki czystej, demineralizowanej wody, biały prostokąt oznacza wybrany obszar do sporządzenia wykresu 3.



**Wykres 3.** Wykres zależności jasności względem położenia na ekranie uzyskany na podstawie zdjęcia prążków z próbki czystej wody. Parametr szerokości prążka wyniósł 0,19.

# Stężony roztwór cukru:



**Fotografia 10.** Prążki uzyskane na ekranie z prześwietlenia próbki stężonego roztworu cukru, żółty prostokąt oznacza wybrany obszar do sporządzenia wykresu 4.



**Wykres 4.** Wykres zależności jasności względem położenia na ekranie uzyskany na podstawie zdjęcia prążków z próbki roztworu cukru. Parametr szerokości prążka wyniósł 0,22.

# Czysta gliceryna:



**Fotografia 11.** Prążki uzyskane na ekranie z prześwietlenia próbki czystej gliceryny, biały prostokąt oznacza wybrany obszar do sporządzenia wykresu 5.



**Wykres 5.** Wykres zależności jasności względem położenia na ekranie uzyskany na podstawie zdjęcia prążków z próbki gliceryny. Parametr szerokości prążka wyniósł 0,13.

Roztwór	Parametr szerokości prążka
Czysta woda	0,19
Roztwór cukru	0,22
Czysta gliceryna	0,13

Tabela 2. Wartości parametru szerokości prążka dla trzech różnych roztworów.

Jeśli uznamy szerokość połówkową jasności prążka za wyznacznik jakości obrazu, najlepszy obraz uzyskano w próbce gliceryny, najgorszy w nasyconym roztworze cukru. Nie było potrzeby używać kanałów innych niż sumaryczna jasność, bo przy ustawionych parametrach aparatu, kanał R nie został prześwietlony.

# Ostateczna procedura

Na drodze eksploracji, sformułowano ostateczną procedurę pomiaru, którą wykorzystywano w badaniu:

Po rozstawieniu układu zgodnie z przedstawionym wcześniej opisem, do wybranego naczynia nalewano taką ilość cieczy, by poziom cieczy wyniósł minimalnie 4 cm, najczęściej, dla pewności, zawyżone do 8 cm. Następnie włączany był laser a naczynie ostrożnie ustawiane na podeście. Upewniano się, że wiązka światła znajduje się w odpowiedniej odległości od głowicy.

Dla każdej próbki wykonywano serię zdjęć – jedno zdjęcie na jedną z częstotliwości, w których obraz był najostrzejszy. Przed wykonaniem zdjęcia wyłączano generator i za pomocą bagietki szklanej usuwano pęcherzyki gazu, następnie zdjęcie było robione tuż po włączeniu generatora z powrotem.

Zdjęcia następnie zgrywano na komputer i za pomocą programu FIJI wykonywano po pięć pomiarów na podstawie każdego ze zdjęć zgodnie z wytycznymi. W ten sposób dla każdej próbki cieczy otrzymywano liczbę punktów pomiarowych równą pięciokrotności liczby wykonanych zdjęć.

Znajomość średniej odległość między prążkami pozwala na wyznaczenie prędkości dźwięku. Poniżej wykorzystano przykładowy punkt pomiarowy z serii pomiarów. Niepewność pomiaru odległości między prążkami to dystans, jakiemu odpowiada jeden piksel zdjęcia.

	Jednostka	Niepewność	Wartość
Częstotliwość	kHz	±1	789
Średnia odległość między prążkami	mm	±0,05	3,86
Odległość ognisko-naczynie	cm	±0,5	39,0
Odległość naczynie-ekran	cm	±0,5	118,5
Temperatura	°C	±0,5	21,5

Tabela 3. Jeden z pomiarów odległości pomiędzy prążkamiw demineralizowanej wodzie.

Na podstawie zaprezentowanych w tabeli 3 danych można zgodnie ze wzorem (1.1) wyznaczyć prędkość dźwięku w wodzie demineralizowanej. Tak więc:

$$v = 2f \cdot \frac{s_1}{s_1 + s_2} \cdot \delta$$
$$v = 2 \cdot 789 \text{kHz} \cdot \frac{39,0 \text{cm}}{39,0 \text{cm} + 118,5 \text{cm}} \cdot 3,86 \text{mm} \approx 1510 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Niepewność prędkości dźwięku:

$$dv = 28 \frac{m}{s}$$

### Badanie

Po ustaleniu ostatecznej procedury wykonywania pomiarów przeprowadzono badania z użyciem omawianej metody. Przeprowadzono dwa doświadczenia. Pierwsze to proste badanie prędkości propagacji fali akustycznej w demineralizowanej wodzie, aby porównując z innymi źródłami móc ocenić jakość uzyskanych wyników. Celem drugiego doświadczenia było sformułowanie metody pozwalającej na wykorzystanie pomiaru prędkości dźwięku za pomocą projekcji fali stojącej do mierzenia stężeń roztworów substancji, w których prędkości dźwięku są znane.

#### Prędkość dźwięku w wodzie

Doświadczenie to przeprowadzono, wykorzystując standardową metodę opisaną wcześniej. Wykorzystano wodę demineralizowaną. W czasie doświadczenia wykonano 10 zdjęć dla różnych częstotliwości, w których uzyskano falę stojącą. Oznacza to 50 punktów pomiarowych.

Dane opracowano zgodnie z opisaną wcześniej procedurą. 50 pomiarów podzielono na zakresy co 5 metrów na sekundę. Zliczono, ile pomiarów znajduje się w każdym z zakresów. Poniżej tabela 4. przedstawiająca liczność pomiarów w zakresach wraz z wartością prędkości dźwięku w cieczy w środku danego zakresu.

Środek przedziału	Liczność pomiarów
1472,5	1
1477,5	1
1482,5	0
1487,5	1
1492,5	2
1497,5	3
1502,5	6
1507,5	6
1512,5	5
1517,5	7
1522,5	4
1527,5	3
1532,5	3
1537,5	3
1542,5	1
1547,5	1
1552,5	1
1557,5	0
1562,5	1

Tabela 4. Liczność pomiarów w zakresach oraz środków zakresów.

Na podstawie danych w tabeli 4. wygenerowano histogram, do którego dopasowano krzywą Gaussa.



**Wykres 6.** Histogram prezentujący liczności pomiarów prędkości dźwięku w wodzie demineralizowanej w zakresach o szerokości 5m/s, dopasowano krzywą Gaussa.

Średnia wartość pomiaru wyniosła  $\bar{v} = 1515 \text{m/s}$ . Odchylenie standardowe dla populacji uzyskanych pomiarów wyniosła  $\sigma = 18 \text{m/s}$ .

#### Prędkość dźwięku w roztworach

Jako ostatnie, zbadano, czy można użyć procedury tego doświadczenia do wyznaczania stężeń roztworów, z dwóch składników, których prędkości dźwięku są znane. Aby mogło tak działać, musiałoby być możliwe wyznaczenie jednoznacznej zależności między stężeniem roztworu a mierzoną prędkością dźwięku. Eksperyment przeprowadzono z dwoma roztworami:

Roztwór I – woda z gliceryną

Roztwór II – woda z cukrem

Przygotowano 5 próbek o różnych dokładnie przygotowanych stężeniach roztworu wody i gliceryny, i 5 próbek roztworu wody z cukrem. Następnie wykonano trzy zdjęcia do pomiarów każdej z próbek. Na podstawie każdego ze zdjęć wykonano po 5 pomiarów prędkości dźwięku – 15 pomiarów na 1 próbkę. W czasie pomiarów kontrolowano temperaturę roztworów, która wynosiła  $21,5 \pm 1,0$  °C. Z wyników wyciągnięto średnią, następnie umieszczono w tabeli poniżej. Jako niepewność brano większą z dwóch wielkości: niepewność wynikająca z propagacji niepewności pomiarów bezpośrednich bądź odchylenie standardowe.

# Rezultaty pomiarów

Stężenie roztworu	Niepewność	Prędkość dźwięku	Niepewność prędkości dźwięku
(%)	(%)	(m⁄s)	(m⁄s)
0,0	0,4	1509	18
5,5	0,4	1491	22
11,6	0,4	1522	16
16,7	0,4	1531	18
28,0	0,4	1580	26

Woda z cukrem:

Tabela 5. Tabela prezentująca wyniki pomiaru prędkości dźwięku dla próbek roztworuwody z cukrem o określonych stężeniach.

# Woda z gliceryną:

Stężenie roztworu	Niepewność	Prędkość dźwięku	Niepewność prędkości dźwięku
(%)	(%)	(m⁄s)	(m⁄s)
0,0	0,4	1509	18
33,9	0,4	1713	45
50,6	0,4	1791	53
66,6	0,4	1873	94
100,0	0,4	1957	61

Tabela 6. Tabela prezentująca wyniki pomiaru prędkości dźwięku dla próbek roztworuwody z gliceryną o określonych stężeniach.

Tak przygotowane dane zamieszczono na wykresie, dla zwiększonej czytelności pominięto oznaczenia niepewności stężenia roztworu.



**Wykres 7.** Wykres prezentujący zmierzoną prędkość dźwięku w próbkach roztworu wody z cukrem. Na wykresie zamieszczono dopasowanie liniowe do danych.



**Wykres 8.** Wykres prezentujący zmierzoną prędkość dźwięku w próbkach roztworu wody z gliceryną. Na wykresie zamieszczono dopasowanie liniowe do danych.

# Wyniki

Porównanie uzyskanych wartości prędkości dźwięku w cieczach z wartościami tablicowymi:

Ciecz	Prędkość dźwięku	Niepewność
-	m⁄s	m⁄s
Gliceryna [1]	1900	20
Gliceryna [3]	1904	25
Gliceryna pomiar	1957	61
Woda [1]	1480	14
Woda [3]	1497	25
Woda pomiar	1515	18

**Tabela 7.** Tabela wartości prędkości dźwięku w cieczach [1] (PHYWE series of publications, b.d.) uzyskane przez producenta [3] (The Chemical Rubber Company 2017) z tablic.

Uzyskane w pomiarach wartości są zgodne z tablicowymi, choć w obu przypadkach wartość jest nieco zawyżona. W przypadku cukru widoczny jest ogólny trend zwiększania się prędkości dźwięku wraz ze wzrostem stężenia roztworu. Niestety dopasowanie liniowe nie jest najlepsze. Możliwe, że wykonanie dużo większej liczby pomiarów pozwoliłoby na bardziej precyzyjne wyniki. Na podstawie wyznaczonego dopasowania zależność między stężeniem roztworu a prędkością to:

$$v_{cukier} = -A \cdot C_p + v_0$$

gdzie:

 $v_{cukier}$  – prędkość dźwięku w mieszaninie.

 $C_n$  – stężenie procentowe roztworu.

A – współczynnik kierunkowy równy 2,873

 $v_0$  – prędkość dźwięku w czystej wodzie (z dopasowania  $v_0$  = 1491).

Z dopasowania liniowego, zależność między stężeniem roztworu a prędkością prezentuje się następująco:

$$v_{gliceryna} = -A \cdot C_p + v_0$$

gdzie:

v<sub>elicervna</sub> – prędkość dźwięku w mieszaninie.

 $C_{p}$  – stężenie procentowe roztworu.

A – współczynnik kierunkowy równy 4,519

 $v_{o}$  – prędkość dźwięku w czystej wodzie (z dopasowania  $v_{o}$  1542).

Dla gliceryny otrzymujemy zadowalające dopasowanie liniowe, choć próba wyznaczenia stężenia roztworu o nieznanym stężeniu na podstawie pomiaru jego prędkości dźwięku tą metodą, byłaby obarczona bardzo dużą niepewnością.

### Ewaluacja

#### Zakres stosowalności

Metoda pomiaru prędkości dźwięku w cieczach na zasadzie projekcji cienia fali stojącej jest dosyć widowiskowa. Dzięki projekcji obraz cienia jest duży i może być zaprezentowany całej grupie odbiorców. Fakt, że rezultat jakościowo otrzymuje się jako obraz ciemnych i jasnych prążków, a na obrazie widać na żywo wszystkie niedoskonałości – pęcherzyki gazu, zacieki – sprawia, że jest bardzo atrakcyjne pokazowo.

Dodatkowym atutem jest fakt, że układ podstawowy jest prosty do przygotowania i rozstawienia. Co więcej, można przygotować sobie ciecze w kilku naczyniach, dzięki czemu zmiana próbki będzie szybka i sprawna nawet w trakcie pokazu.

Przechodząc do wykorzystania w pomiarach, doświadczenie wymaga nieco modyfikacji. Przede wszystkim metoda uzyskania samego pomiaru jest nieoczywista. Należy zamontować na ekranie skalę służącą za wzorzec, a także aparat fotograficzny. Opracowanie uzyskanych w ten sposób zdjęć jest pracochłonne i uzyskanie dużej liczby pomiarów wymaga sporo czasu. Pojawiające się pęcherzyki gazu oznaczają potrzebę wyłączania i włączania generatora co chwilę i usuwanie ich, by pomiar nie został zafałszowany, co przedłuża czas potrzebny na zebranie danych. Rozkręcana podstawka pod naczynie zdecydowanie usprawnia proces, ale i tak wykonanie serii zdjęć potrafi zająć dużo czasu. Wyniki uzyskiwane tą metodą są dość precyzyjne, choć niepokoi fakt, że wszystkie uzyskane rezultaty są nieco zawyżone względem wartości tablicowych – może sugerować to jakiś niewykryty błąd systematyczny.

# Instrukcja

Doświadczenie nadaje się znakomicie, aby prezentować jakościowo różnice w prędkościach dźwięku między płynami i pokazywać falę stojącą. Jest łatwe do rozstawienia i nie wymaga pełnego zaciemnienia. Dodatkowym atutem doświadczenia jest jego namacalność. Nie otrzymujemy rezultatu jako odczytu z elektronicznego miernika, tylko jako obraz na ekranie. Na obrazie dokładnie widać wszystkie niedoskonałości i pęcherzyki powietrza co potęguje autentyczność odbioru.

Spodziewam się, że byłoby dobrze odbierane w pokazie przez młodsze grupy. Zarówno projekcja jak i sama fala stojąca oraz załamanie światła to zjawiska w podstawie programowej, zrozumiałe również dla młodzieży [3B SCIENTIFIC® PHYSICS, b.d; Ministerstwo Edukacji Narodowej, 2018].

Doświadczenie w dużej skali prezentuje się rozsądnie spektakularnie, uczestnicy mogą organoleptycznie zweryfikować, że nie ma tu żadnego oszustwa.

Proponowana procedura wykonania doświadczenia w pokazie naukowym: Potrzebne materiały:

- Generator ultradźwięków wraz z głowicą,
- Laser,
- Trzy szklane prostopadłościenne naczynia,
- Dwa zaciski przykręcane do blatu,
- Pręt pasujący do zacisku,
- Dwa łączniki prostopadłe do statywów,
- Podstawka pod naczynie (wygodniej o regulowanej wysokości),
- Łapy z korkiem lub gumą,
- Bagietka szklana,
- Ręcznik papierowy,
- Flipchart lub papier naklejony na ścianę,
- 300 ml wody demineralizowanej,
- 300 ml alkoholu etylowego,
- 300 ml gliceryny,
- Marker.

Sala, w której przeprowadzane jest doświadczenie powinna mieć możliwość częściowego zaciemnienia – zasłonięcia okien i wyłączenia światła – oraz mieć przynajmniej 2 gniazdka elektryczne w pobliżu miejsca przeprowadzania doświadczenia. Procedura:

- A) Przygotowanie:
  - 1) Nalej każdą z cieczy do oddzielnego naczynia.
  - 2) Zmontuj układ zgodnie z rysunkiem 6.
  - 3) Włącz laser, by mógł się nagrzać (ok. 15 min).
- B) Przebieg:
  - 1) Ustaw naczynie z alkoholem etylowym na podstawie na naczynie.
  - 2) Opuść głowicę tak, by zanurzyła się na 2-3 mm.
  - 3) Włącz generator.
  - 4) Ustaw częstotliwość generatora na 800 kHz.
  - 5) Powoli zwiększaj częstotliwość drgań do uzyskania na kartce wyraźnego obrazu.
  - Za pomocą bagietki usuń nadmiar pęcherzyków gazu uwięzionych w fali stojącej.
  - 7) Używając markera, zaznacz na kartce położenie prążków.
  - 8) Wyłącz generator i usuń naczynie spod głowicy.
  - 9) Osusz głowicę za pomocą ręcznika papierowego.
  - 10) Powtórz kroki (A1)-(A10) dla pozostałych dwóch cieczy.
- C) Podsumowanie:

Efektem doświadczenia powinien być obraz na kartce przypominający rysunek 7. W podsumowaniu można opowiedzieć o różnicy długości fali w każdej z cieczy oraz każdym ze zjawisk wchodzącym w skład doświadczenia z osobna.



**Rysunek 6.** Schemat układu do pokazu numerami (1)-(9) oznaczono następujące elementy układu: (1) generator fali, (2) głowica, (3) laser, (4) soczewka, (5) naczynie z cieczą, (6) flipchart, (7) kartka papieru, (8) stabilny blat, (9) podstawka.

ETANOL	WODA	GLICER YN A

Rysunek 7. Przykład uzyskanego na kartce porównania długości fali w cieczach.

## Podsumowanie

W pracy sprawdzono zakres stosowalności doświadczenia polegającego na projekcji laserowej cienia fali stojącej w cieczy. Sformułowano dokładną procedurę wykonywania pomiarów. Znaleziono metodę mierzenia średniej odległości między prążkami za pomocą analizy zdjęć. Zweryfikowano brak wpływu rodzaju i orientacji naczynia użytego w doświadczeniu. Podczas pracy określono zakres głębokości, na jakiej laser powinien przecinać falę i określono minimalny poziom cieczy. Sprawdzono precyzję uzyskiwanych wyników poprzez zmierzenie prędkości dźwięku w wodzie i konfrontację rezultatu z danymi tablicowymi. Podjęto również próbę modyfikacji doświadczenia do wyznaczenia zależności między stężeniem roztworu a prędkością dźwięku.

Konkluzją pracy jest określenie zakresu stosowalności w praktyce pokazowej w edukacji oraz proponowany sposób przygotowania i przeprowadzenia doświadczenia w ramach pokazu lub prelekcji z wykorzystaniem opisywanej metody.

## **Bibliografia**

3B SCIENTIFIC® PHYSICS. (b.d.) Gampt ultrasonic solutions, PHY12 Projection of standing waves. Pobrane z: http://www.gampt.de/content/cms/front content. php?idcat=85&idart=136&lang=2 [dostęp: 24.04.2019].

Fiji image processing software. (b.d.). Pobrane z: https://fiji.sc/ [dostęp: 05.2019].

Gluck, P., King, J. (2015). Physics Project Lab. Oksford: Oxford University Press.

- Lazeriniu Tyrimu Centras. (b.d.). 4.16.B. Measurement of ultrasound velocity in liquids. Pobrane z: http://www.lasercenter.vu.lt/images/KEK ir LTC/03 Studijos/Mokom Lab/Fizikos Bendroji Mokomoji/literatura [dostęp: 15.06.2019].
- Ministerstwo Edukacji Narodowej, Ośrodek Rozwoju Edukacji. (2017). *Podstawa programowa kształcenia ogólnego z komentarzem Szkoła podstawowa Fizyka*.
  Pobrane z: https://www.ore.edu.pl/wp-content/uploads/2017/05/fizyka.-pp-zko-mentarzem.-szkola-podstawowa.pdf [dostęp: 10.07.2019].
- Ministerstwo Edukacji Narodowej. (2018). Podstawa programowa kształcenia ogólnego dla czteroletniego liceum ogólnokształcącego i pięcioletniego technikum. Pobrane z: https://archiwum.men.gov.pl/wp-content/uploads/2018/01/zalacznik--nr-1.pdf [dostęp: 10.07.2019].
- PHYWE series of publications. (b.d.). *Laboratory Experiments, Physics*. Pobrane z: https://www.nikhef.nl/h73/kn1c/praktikum/phywe/LEP/Experim/1\_5\_10.pdf [do-stęp: 21.04.2019].
- The Chemical Rubber Company. (2017). *Handbook of Chemistry and Physics*. Chizine Pubn.
- Weiss, L., Tazibt, A., Ailerrie, M., Tidu, A. (2012). Optical properties of water under high pressure. *EOS Annual Meeting 2012*.