

HENRYK GURGUL<sup>1</sup>, PAWEŁ ZAJĄC<sup>2</sup>ZASTOSOWANIE MODELU PRZYSPIESZONEJ PORAŻKI  
DO ANALIZY PRZEŻYCIA MAŁOPOLSKICH PRZEDSIĘBIORSTW

## 1. WSTĘP

Powstawanie i likwidacja przedsiębiorstw, jako nieodłączne elementy mechanizmu rynkowego, decydują o obrazie współczesnej gospodarki. W odpowiedzi na zmieniające się potrzeby rynku powstają nowe podmioty gospodarcze oraz upadają przedsiębiorstwa, które nie są w stanie sprostać konkurencji. Nowe jednostki gospodarcze, wprowadzając innowacje, stają się motorem rozwoju gospodarczego, a jednocześnie są przyczyną upadku podmiotów, które nie nadążają za postępem. Likwidacja przedsiębiorstw pełni rolę katalizatora, oczyszcza rynek z nieefektywnych jednostek i tworzy miejsce dla nowych. Selekcja wśród przedsiębiorstw w dużej mierze kształtuje rozwój gospodarki regionu i całego kraju.

Ze względu na decydujące znaczenie kondycji przedsiębiorstw dla szeroko pojętego rozwoju gospodarczego regionu (poziom zatrudnienia, wzrost gospodarczy, konkurencyjność gospodarki) ścisłe określenie czynników oddziałujących na nie zarówno w krótkim, jak i długim okresie jest istotnym problemem stojącym przed badaczami. W publikacjach teoretycznych i empirycznych stosuje się podział czynników wpływających na powstawanie, rozwój i przeżywalność przedsiębiorstw na czynniki endogeniczne i egzogeniczne. Wśród czynników endogenicznych wyróżnia się najczęściej bodźce finansowe, które związane są z odpowiednim finansowaniem aktywów i utrzymaniem płynności finansowej, a także czynniki menedżerskie, związane z podejmowaniem trafnych decyzji oraz przyjmowaniem właściwych postaw przez zarządzającego przedsiębiorstwem menedżera. Wśród czynników endogenicznych można wymienić ponadto wiek przedsiębiorstwa, jego wielkość, rodzaj prowadzonej działalności gospodarczej i region, w którym firma operuje. Czynniki egzogeniczne podzielić można na czynniki branżowe oraz na czynniki ogólnoeconomiczne (w szczególności makroekonomiczne), dotyczące całego kraju. Wyróżnić tutaj można poziom konkurencji, koszty pracy, kurs walutowy, kapitał ludzki, zamożność społeczeństwa, wysokość inflacji,

---

<sup>1</sup> AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania, Samodzielna Pracownia Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska, autor prowadzący korespondencję – e-mail: henryk.gurgul@gmail.com.

<sup>2</sup> AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania, Samodzielna Pracownia Zastosowań Matematyki w Ekonomii, Al. Mickiewicza 30, 30-059 Kraków, Polska.

dostępność kredytów, poziom biurokracji, stabilność przepisów, wysokość podatków, postęp technologiczny. Nie bez znaczenia pozostaje również pomoc finansowa ze środków Funduszy Europejskich oraz pomoc instytucji wspierania biznesu w regionie. W rzeczywistości często zdarza się, że czynniki zewnętrzne stymulują te wewnętrzne, w równej mierze dotyczy to zarówno rozwoju jak i upadłości przedsiębiorstw.

Tematyką demografii przedsiębiorstw w Polsce zajmowały się m.in. Ptak-Chmielewska (2010) i Markowicz (2012). W swoich badaniach korzystały one z narzędzi analizy czasu trwania, w tym z tablic trwania, estymatora Kaplana-Meiera, modelu Coxa oraz modeli logitowych. Z modelem logitowym pracował również Pocięcha (2012), przeanalizował on zalety i ograniczenia stosowalności modelu w badaniach bankructw w Polsce.

Nehrebecka, Dzik (2013) wykorzystując regresję logistyczną analizowały wpływ indywidualnych danych bilansowych oraz danych z raportu dochodów polskich spółek na prawdopodobieństwo bankructwa polskich przedsiębiorstw.

Przedmiotem niniejszego artykułu jest weryfikacja wpływu szeregu czynników mierzalnych na dynamikę populacji przedsiębiorstw w Małopolsce. Wykorzystanie metod analizy przeżycia, w tym w szczególności modelu przyspieszonej porażki, pozwoli sprecyzować, w jaki sposób czynniki związane z miejscem i rodzajem rozpoczęcia działalności gospodarczej wpływają na czas jej trwania.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

Powody skłaniające ludzi do rozpoczynania działalności gospodarczej mogą być bardzo różnicowane. Według van Praag (1996) decyzja o założeniu firmy jest pochodną chęci i możliwości. Opisując „chęci” wskazuje ona bardziej szczegółowo na indywidualne preferencje uzależnione od posiadanych cech charakteru przedsiębiorcy. Chęci zależą również w znacznej mierze od występowania opcji alternatywnych i ich atrakcyjności w oczach potencjalnego przedsiębiorcy. Mówiąc o „możliwościach”, badaczka wskazuje na czynniki mikroekonomiczne, np. dostępność kapitału początkowego, i makroekonomiczne, związane z ogólną koniunkturą gospodarczą.

W sposób naturalny koniunkturę gospodarczą w regionie można łączyć z rynkiem pracy. Już Knight (1921) twierdził, że człowiek ma trzy wyjścia, może być bezrobotny, może zostać pracownikiem najemnym, albo może się sam zatrudnić. W związku z tym decyzja o założeniu działalności gospodarczej wynika z prostej kalkulacji zysków i strat płynących z wyboru poszczególnych ścieżek. Można zatem na czynniki rozwoju przedsiębiorczości spojrzeć w ten sposób, że determinantą decyzji o uruchomieniu własnego przedsiębiorstwa jest zmniejszenie atrakcyjności alternatyw, czyli zredukowanie świadczeń przysługujących bezrobotnym lub spadek atrakcyjności pracy na stanowisku najemnym, wynikający np. ze wzrostu konkurencji spowodowanego wzrostem bezrobocia.

Decyzja o założeniu działalności gospodarczej jest silnie uzależniona od czynników geograficznych (Armington, Acs, 2002). Fritsch (1997) twierdzi, że powstanie

nawet połowy nowych przedsiębiorstw można wyjaśnić jedynie za pomocą wskaźników struktury przemysłu w regionie. W związku z tym konieczne jest w jego opinii uwzględnienie zarówno regionu, jak i branży wśród determinant wyjaśniających podjęcie decyzji o uruchomieniu i ewentualnie likwidacji przedsiębiorstwa.

Niezwykle ważna teoria, skupiająca się m.in. na opisie procesu powstawania przedsiębiorstw, została przedstawiona przez Jovanovica (1982). Według tej teorii proces ten jest w dużej mierze przypadkowy. Przypadkowość ta wynika z faktu, że – zakładając nową firmę – przedsiębiorca nie jest w stanie ocenić szans na jej przetrwanie, a nawet nie jest w stanie właściwie określić swoich kompetencji menedżerskich. Decyzja o pozostaniu na rynku lub o zakończeniu działalności wynika z konfrontacji niejasnych, mglistych oczekiwań przedsiębiorcy dotyczących działalności firmy z rzeczywistością.

Gerosky (1995) zwraca uwagę na to, że liczba nowych firm zależy od spodziewanych zysków w branży, ale zależność ta uwidacznia się dopiero od pewnego poziomu zysków. Do jego ciekawych spostrzeżeń należy zaliczyć to, że bariery rozpoczynania działalności gospodarczej są w praktyce barierami przetrwania na rynku i to właśnie nimi powinni zająć się badacze.

Teoria cyklu życia przedsiębiorstwa w swojej naturze nawiązuje do nauk biologicznych. Występuje tutaj analogia pomiędzy przedsiębiorstwami i organizmami żywymi, jeśli chodzi o ich fazy życia – narodziny, etap wzrostu, następnie stabilizacji, po której ewentualnie następuje starzenie się i śmierć. W nurcie nawiązującym do teorii biologicznych, a także teorii twórczej destrukcji Schumpetera (1999) mieści się praca Gurgula i inni (2014), w której za pomocą równania różniczkowego cząstkowego typu *von Foerster*a opisana jest dynamika powstawania i upadłości przedsiębiorstw niemieckich. Za pomocą tego modelu autorzy podjęli próbę prognozy liczby zlikwidowanych przedsiębiorstw i liczby przedsiębiorstw, które zostaną utworzone.

Literatura przedmiotu dotycząca cyklu życia przedsiębiorstw jest bogata. Levie, Lichtenstein (2010) twierdzą, że opublikowano już ponad 100 różnych modeli fazowych rozwoju przedsiębiorstwa. Liczba faz w tego typu modelach bywa różna, według nich waha się od trzech (np. Smith i inni, 1985) do jedenastu (np. Bruce, 1976).

Prusak (2011) analizował cykl życia przedsiębiorstwa pod kątem jego upadłości. Zaproponował schemat opisujący typowy przebieg cyklu życia, uwzględniający zmianę wartości przedsiębiorstwa, który składa się z czterech faz (Prusak, 2011, s. 52):

- założenie przedsiębiorstwa, zgromadzenie odpowiednich zasobów i rozpoczęcie działalności w wyniku sprzedaży produktów czy świadczenia usług,
- wzrost przedsiębiorstwa,
- stabilizacja w działalności przedsiębiorstwa,
- kryzys prowadzący do upadku przedsiębiorstwa lub kryzys będący etapem pośrednim w dalszym wzroście firmy.

Wyjątkowy charakter w modelu Prusaka ma faza pierwsza, która jako jedyna pojawia się tylko raz – zaraz po rozpoczęciu działalności gospodarczej. Z kolei czwarta faza cyklu (kryzys) prowadzić może do likwidacji przedsiębiorstwa lub do powrotu

do fazy drugiej (wzrost). W szczególności oznacza to, że zaproponowany przez niego model nie ma charakteru skończonego.

W modelu Greinera (1972) przyszłość przedsiębiorstwa jest zdeterminowana głównie jego historią, a nie czynnikami zewnętrznymi. W jego modelu rozwój firmy ma miejsce wskutek następujących naprzemiennie procesów ewolucji i rewolucji. Fazy ewolucji charakteryzuje stopniowy i zrównoważony wzrost, natomiast fazy rewolucji cechują się występowaniem wstrząsów i ogólnego zamieszania. Fazy rozwoju są mocno od siebie uzależnione i determinują się nawzajem. Podczas kryzysów w przedsiębiorstwie muszą zajść zmiany o charakterze organizacyjnym, które w myśl powiedzenia „co cię nie zabije, to cię wzmocni” przyczyniają się do jego rozwoju. Z drugiej strony brak odpowiedniego dostosowania się i wprowadzenia zmian w odpowiedzi na pojawiające się kryzysy skutkować może stagnacją i ewentualnie upadłością.

Według Greinera, Schein (1988) sprawność przedsiębiorstwa w początkowej fazie jego istnienia, wynika ze zdolności i kreatywności menedżera/właściciela. Dalsze ulepszenia wynikają już z problemów, na jakie organizacja napotyka w następnych etapach swojego istnienia i sposobów ich przezwyciężenia, co jest warunkiem jej przetrwania. Jeśli zarząd nie zauważy w porę tych problemów, to wcześniej czy później dochodzi do upadku tego przedsiębiorstwa. W warunkach niepewności, w których podejmuje się działania, w niezwykle szybko zmieniającym się otoczeniu, przy pojawiających się ciągle nowych problemach i zadaniach, cykl życia przedsiębiorstw w niezmięnionej formie ulega w obecnej rzeczywistości gospodarczej znacznemu skróceniu. Oznacza to, że ma miejsce szybka eliminacja podmiotów, które trwają przy starych, niekonkurencyjnych już rozwiązaniach. Brak zmian wewnątrz przedsiębiorstwa prowadzi z upływem czasu do jego całkowitego upadku. Te zagadnienia są także przedmiotem rozważań Handy'ego (1996), który jest autorem tzw. „esowatej krzywej”. Sednem jego tezy jest stwierdzenie, że przedsiębiorcy jeszcze w okresie prosperity powinni przygotowywać firmę na czas kryzysu, wywołując sztucznie objawy kryzysu i podejmując środki zaradcze. Choć firma na krótką metę wskutek tych sztucznych bodźców osłabia się, to jednak zmiany w odpowiedzi na wywołany kryzys na dłuższą metę wzmocniają i uodparniają tę firmę. Jest to efekt podobny do efektu szczepień ochronnych.

### 3. MODEL PRZYSPIESZONEJ PORAŻKI

Model przyspieszonej porażki (skrót AFT od ang. *accelerated failure time*) należy do grupy tzw. modeli parametrycznych. Istotą tych modeli jest założenie o znajomości postaci analitycznej funkcji gęstości prawdopodobieństwa rozkładu zmiennej losowej opisującej długość czasu trwania. Współczesne badania (Zajac, 2013; Agarwal i inni, 2002; Cefis, Marsili, 2005) wskazują, że funkcja gęstości prawdopodobieństwa likwidacji przedsiębiorstw oraz związana z nią funkcja hazardu<sup>3</sup> nie są monotoniczne,

<sup>3</sup> Funkcja hazardu opisuje warunkową gęstość rozkładu długości czasu trwania przedsiębiorstwa w chwili  $t$ . Warunkiem jest założenie, że przedsiębiorstwo nadal istnieje w chwili  $t$ .

a ich kształt przypomina odwróconą literę „U”. Ryzyko likwidacji firmy na początku wzrasta, by po osiągnięciu maksymalnego poziomu po kilku latach zmniejszyć się. W szczególności obserwuje się, że „tradycyjne” przedsiębiorstwa są najmniej narażone na ryzyko likwidacji<sup>4</sup>. Jovanovic (1982) argumentuje to faktem, że firmy potrzebują czasu, by nauczyć się w jaki sposób wykorzystywać szanse dające możliwość przetrwania i potencjalnego rozwoju. W związku z tym w prowadzonych badaniach empirycznych uwaga została zwrócona w kierunku U-kształtnych funkcji hazardu.

Głównym pomysłem, na którym oparte są modele przyspieszonej porażki, jest założenie, że zmienne egzogeniczne wpływają na długość czasu trwania. Oznacza to, że w wyniku oddziaływania zmiennych objaśniających funkcja przeżycia jest rozciągana (skracana) horyzontalnie. Własność rozciągania można zapisać jako zależność pomiędzy funkcjami przeżycia<sup>5</sup> dla dwóch różnych populacji  $S_1(t)$  i  $S_2(t)$ . Model AFT zakłada bowiem, że istnieje stała  $\psi$  taka, że dla każdego  $t$ <sup>6</sup>:

$$S_1(t) = S_2(\psi t). \quad (1)$$

Klasycznym przykładem, pozwalającym zrozumieć opisaną tutaj zależność, jest przykład długości życia człowieka i psa. Przyjmuje się, że rok życia psa przekłada się na siedem lat życia człowieka, w związku z tym w tym przykładzie  $\psi = 7$ . Można zatem powiedzieć, że szansa na to by pies dożył 10 lat, jest taka jak szansa, by człowiek dożył 70 lat. Podobnie średnia długość życia psa jest siedem razy krótsza niż człowieka itp.

W sposób naturalny przyjmuje się, że wartość stałej  $\psi$  jest uzależniona od wartości zmiennych egzogenicznych. Zapisanie wzoru (1) z wykorzystaniem bazowej funkcji przeżycia daje zależność:

$$S(t|\mathbf{X}) = S_0(t \psi). \quad (2)$$

W praktyce do szacowania właściwych parametrów modelu AFT wykorzystuje się zależność opisaną równaniem:

$$\ln(t) = \mathbf{X}^T \boldsymbol{\beta} + \mu, \mu = c\varepsilon, \quad (3)$$

gdzie  $t$  oznacza czas,  $\mathbf{X}^T$  jest macierzą zmiennych egzogenicznych,  $\boldsymbol{\beta}$  to wektor parametrów modelu, natomiast  $\mu$  jest składnikiem losowym. Składnik losowy ma formę zmiennej losowej  $\varepsilon$  pomnożonej przez skalującą ją stałą  $c$ . Rozkład zmiennej losowej  $\varepsilon$  jest powiązany z wybraną postacią funkcji gęstości prawdopodobieństwa likwidacji.

<sup>4</sup> Niektórzy wyciągają z tego wniosek, że podmioty powstałe w okresie rozkwitu gospodarczego mają największe szanse na przetrwanie na rynku (Gerosky i inni, 2010).

<sup>5</sup> Funkcja przeżycia (inaczej nazywana funkcją dożycia lub funkcją trwania) opisuje prawdopodobieństwo, że przedsiębiorstwo nie zostanie zlikwidowane do chwili  $t$ .

<sup>6</sup> Wzory (1)–(11) zostały zaczerpnięte z Landmesser (2013).

Umieszczenie obu stron równania (3) jako wykładników funkcji eksponentialnej, a następnie podzielenie równania stronami prowadzi do zależności:

$$t e^{-x^T \beta} = e^{\mu}. \quad (4)$$

Przyjmując oznaczenie  $\psi = e^{-x^T \beta}$ , wzór (4) przybiera postać:

$$t \psi = e^{\mu}. \quad (5)$$

Przy takich oznaczeniach współczynnik  $\psi$  standardowo nazywany jest parametrem przyspieszającym (ang. *acceleration parameter*). Parametr ten jest stałą, o ile tylko zmienne egzogeniczne nie zmieniają się w czasie. Można powiedzieć, że „czas biegnie szybciej” dla obserwacji, dla których odpowiadające im  $\psi$  jest większe od jedności (i analogicznie – wolniej, gdy  $\psi < 1$ ).

Równanie (5) pozwala zrozumieć sposób parametryzacji przyjmowany przez praktyków. Niech  $\tau$  oznacza czas trwania dla całej populacji, którego szybkość upływu jest traktowana jako norma i niech  $\tau = t\psi$ . Wtedy założenie, że  $\varepsilon$  jest zmienną losową prowadzi do wniosku, że podobnie jest z  $\tau$ . Co więcej, jeżeli przykładowo  $\varepsilon$  ma rozkład normalny, to  $\tau$  ma rozkład logarytmiczno-normalny<sup>7</sup>.

Możliwe jest również zapisanie modelu AFT z wykorzystaniem funkcji hazardu. Wzór na warunkową funkcję hazardu w zależności od bazowej funkcji hazardu (czyli funkcji hazardu dla całej populacji), który będzie zgodny ze wzorem na funkcję przeżycia (2), przyjmuje wtedy postać:

$$h(t|\mathbf{X}) = \psi h_o(t\psi). \quad (6)$$

W celu dokonania właściwej interpretacji parametrów modelu, można chwilowo przyjąć, że dwie obserwacje o odpowiadających im wektorach  $X_i$  i  $X_j$  różnią się o jednostkę wartością zmiennych objaśniających na pojedynczej współrzędnej o indeksie  $p$ . Wówczas relację czasów trwania (ang. *time ratio*) dla tych obserwacji wyrazić można jako:

$$TR(t_i, t_j) = \frac{t_i}{t_j} = \frac{e^{x_i^T \beta} e^{\varepsilon_i}}{e^{x_j^T \beta} e^{\varepsilon_j}} \cong e^{(x_i - x_j)^T \beta} = e^{\beta_p}. \quad (7)$$

Z powyższego wzoru wynika, że obliczona wartość  $e^{\beta_p}$  oznacza (przy założeniu *ceteris paribus*), ile razy zwiększyłyby się średni czas trwania (długość życia) obserwowanego podmiotu, gdyby opisująca go zmienna objaśniająca  $x_p$  wzrosła o jednostkę.

<sup>7</sup> Równanie (3) jest zapisane w postaci liniowej, jednak ze względu na występowanie obserwacji cenzurowanych, nie jest możliwe szacowanie parametrów modelu klasyczną metodą najmniejszych kwadratów.

W badaniach empirycznych przeprowadzonych na potrzeby niniejszej pracy wykorzystane zostały trzy warianty modelu przyspieszonej porażki. W szczególności są to: model logarytmiczno-normalny, model log-logistyczny i uogólniony model gamma.

Zanim przejdziemy do opisu danych i estymacji omówionych modeli zwrócimy uwagę na zjawisko heterogeniczności podmiotów gospodarczych i jego uwzględnienie w modelach hazardu.

#### 4. MODELE HAZARDU UWZGLĘDNIAJĄCE HETEROGENICZNOŚĆ

Tworząc probabilistyczny model hazardu, warto zwrócić uwagę na fakt, że poszczególne podmioty często nie spełniają założenia o homogeniczności, a funkcja hazardu dla populacji jest kombinacją hazardów indywidualnych jednostek (por. Gutierrez, 2002; Landmesser, 2013). Modele takie nazywa się modelami hazardu z heterogenicznością lub modelami z efektem *frailty*<sup>8</sup>. Różnice w wartościach funkcji hazardu dla poszczególnych obserwacji mogą mieć różnorake źródła. Po pierwsze, mogą one wynikać z indywidualnych cech jednostek składających się na badaną zbiorowość. Różnice tego rodzaju w przypadku badania długości istnienia podmiotów gospodarki narodowej na rynku mogą być spowodowane jakością zarządzania firmą lub – w przypadku niewielkich firm – cechami charakteru właściciela. Drugą przyczyną występowania efektu *frailty* może być brak uwzględnienia wszystkich istotnych zmiennych egzogenicznych, które wpływają na funkcję hazardu. Trzecim powodem może być zbyt szybka likwidacja podmiotów znajdujących się w grupie wysokiego ryzyka lub istnienie podmiotów, o których można powiedzieć, że będą zawsze istnieć<sup>9</sup>.

Brak próby uwzględnienia wpływu indywidualnych cech badanych podmiotów jest uważany za poważne niedociągnięcie, które może prowadzić do pozornych wniosków (Hougaard, 1984). Powszechnie przyjętym sposobem uwzględnienia efektu *frailty* w analizie przeżycia jest koncepcja modelu statystycznego, zawierającego dodatkowy efekt losowy przypisany każdej z obserwowanych jednostek, wpływający multiplikatywnie na długość okresu jej trwania (ang. *time-to-event*). Efekt ten można zatem traktować jako pewne uogólnienie dla parametrycznych modeli hazardu. Zmienność czasu trwania jest podzielona na część wyjaśnioną przez dostępne zmienne egzogeniczne i na pozostałą część. To właśnie ta druga część jest modelowana z wykorzystaniem losowego efektu *frailty*. Przewagą takiego podejścia przy znanym rozkładzie zmiennej losowej *frailty* jest otrzymanie warunkowej niezależności długości czasu trwania podmiotów.

Niech  $\alpha_i$  oznacza efekt *frailty* związany z obserwacją o numerze  $i$ . Ponadto niech efekt ten oddziałuje multiplikatywnie na funkcję hazardu dla  $i$ -tej obserwacji:

<sup>8</sup> Ang. *frailty* – słabość, wrażliwość, niedociągnięcie, niedoskonałość, słabostka. W literaturze przedmiotu pojęcie nie jest zwykle tłumaczone na język polski, pojęcie po raz pierwszy wprowadzone w Vaupel i inni (1979).

<sup>9</sup> W tym sensie, że nie będzie możliwe zaobserwowanie ich likwidacji w rozsądnym/obserwowalnym przedziale czasowym.

$$h(t_i|\mathbf{X}_i, \alpha_i) = \alpha_i h(t_i|\mathbf{X}_i). \quad (8)$$

Przyjmuje się, że  $\alpha_i$  jest realizacją zmiennej losowej  $\alpha$ , która spełnia kilka założeń technicznych. Zmienna losowa jest niezależna zarówno od czasu  $t$ , jak i od wybranych zmiennych egzogenicznych. Dodatkowo jej realizacje są zawsze dodatnie i średnio nie wpływają na długość życia populacji ( $E(\alpha) = 1$ ). Zakłada się ponadto, że jej wariancja jest skończona i oznaczona jako  $\theta$  ( $\sigma^2(\alpha) = \theta < \infty$ ). Można zatem zapisać, że:

$$h(t|\mathbf{X}, \alpha) = \alpha h(t|\mathbf{X}). \quad (9)$$

Warunkową funkcję przeżycia można teraz obliczyć, korzystając z (9) i (6):

$$S(t|\mathbf{X}, \alpha) = e^{-\int_0^t h(s|\mathbf{X}, \alpha) ds} = e^{-\alpha \int_0^t h(s|\mathbf{X}) ds} = e^{-\alpha H(t|\mathbf{X})} = e^{\alpha \ln(S(t|\mathbf{X}))} = [S(t|\mathbf{X})]^\alpha. \quad (10)$$

Ponieważ efekt *frailty* nie jest w praktyce obserwowalny, to funkcję przeżycia uzależnia się od parametrów rozkładu  $\alpha$ , w szczególności od wariancji  $\theta$ . Funkcję przeżycia, która zależy już nie od  $\alpha$ , ale od wariancji  $\alpha$ , otrzymuje się jako wartość oczekiwaną warunkowej funkcji przeżycia względem  $\alpha$ , czyli wykorzystując (10) otrzymujemy:

$$S_\theta(t|\mathbf{X}) = \int_0^\infty S(t|\mathbf{X}, \alpha) g(\alpha) d\alpha = \int_0^\infty [S(t|\mathbf{X})]^\alpha g(\alpha) d\alpha, \quad (11)$$

gdzie przez  $g(\alpha)$  rozumie się gęstość rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej  $\alpha$ . W badaniach przeprowadzonych na potrzeby niniejszego artykułu przeanalizowane zostały warianty, w których efekt *frailty* był opisany rozkładem gamma i odwróconym rozkładem normalnym (skrót NIG od ang. *normal inverse Gaussian*)<sup>10</sup>.

Estymację parametrów modelu przeprowadza się z wykorzystaniem metody największej wiarygodności. Aby sprawdzić, czy w modelu występuje efekt heterogeniczności, należy wyestymować parametry modelu uwzględniającego heterogeniczność, a następnie sprawdzić testem ilorazu wiarygodności Lagrange'a (lub testem Walda), czy estymator wariancji efektu *frailty*  $\bar{\theta}$  jest statystycznie istotnie różny od zera. Zanim przejdziemy do estymacji przedstawimy wykorzystane w pracy dane.

## 5. DANE STATYSTYCZNE

Analiza empiryczna przeprowadzona w artykule bazuje na danych otrzymanych z Wojewódzkiego Urzędu Statystycznego w Krakowie. W szczególności na zbiór danych składają się informacje na temat wszystkich podmiotów gospodarki narodowej rejestrujących się w bazie REGON oraz podmioty wyrejestrowane z niej między 1 stycznia 2006 a 31 sierpnia 2014 w województwie małopolskim. W badanym okresie zarejestrowano łącznie 267 755 podmiotów gospodarki narodowej.

<sup>10</sup> Postać rozkładów przyjęta za Gutierrez (2002).



Specyfika posiadanego zbioru danych wymusza wykorzystanie tzw. obserwacji cenzurowanych prawostronnie. Przez obserwacje tego typu rozumie się w tym przypadku te dotyczące podmiotów gospodarki narodowej, które zostały zlikwidowane po 31 sierpnia 2014 lub nadal prowadzą działalność gospodarczą. Brak informacji na temat podmiotów gospodarki narodowej, które powstały przed analizowanym okresem i jednocześnie nie zakończyły działalności w czasie jego trwania, wymusił konkretny sposób uporządkowania zbioru danych. Dane posortowano w taki sposób, by wszystkie obserwowane podmioty rozpoczęły działalność w jednym, ustalonym momencie. Są one następnie obserwowane do momentu likwidacji lub do ostatniego dnia badania. W szczególności warto zauważyć, że prowadzi to do sytuacji, gdzie data cenzurowania jest najczęściej różna dla poszczególnych przedsiębiorstw.

Dla każdego z podmiotów możliwe jest wskazanie deklarowanej początkowej liczby pracowników (należy do jednej z pięciu grup: 0–9, 10–49, 50–249, 250–999, 1000 i więcej pracowników), sekcja PKD do której podmiot należy (PKD2004 i/lub PKD2007<sup>11</sup>) oraz miejsce prowadzenia działalności (powiat i rozróżnienie czy podmiot zarejestrowany jest w mieście czy na wsi).

Wykorzystanie tego typu danych na potrzeby modelu AFT wymaga wprowadzenia szeregu zmiennych dychotomicznych. W szczególności należy jednak pamiętać by poszczególne grupy otrzymane w ramach klastrów nie były zbyt małe. W związku z tym autorzy postanowili usunąć z badania przedsiębiorstwa deklarujące zatrudnienie ponad 250 pracowników (było ich zaledwie 16) oraz te należące do sekcji T<sup>12</sup> (jedyne 2) i U<sup>13</sup> (łącznie 6). Szczegółową listę pozostałych zmiennych zero-jedynkowych zamieszczono w tabeli 1<sup>14</sup>.

Tabela 1.

Zmienne objaśniające wykorzystane w analizie parametrycznej

Nazwa zmiennej	Opis zmiennej, w nawiasie procent obserwacji, których dana wartość dotyczy	Nazwa zmiennej	Opis zmiennej, w nawiasie procent obserwacji, których dana wartość dotyczy
<i>Mikro</i>	Dla deklarowanego zatrudnienia 0–9 pracowników (98,7%)	$p_1$	powiat bocheński (2,5%)
<i>Małe</i>	Dla deklarowanego zatrudnienia 10–49 pracowników (1,2%)	$p_2$	powiat brzeski (2,0%)
<i>Średnie</i>	Dla deklarowanego zatrudnienia 50–249 pracowników (0,1%)	$p_3$	powiat chrzanowski (3,0%)

<sup>11</sup> W celu poprawy czytelności wyników autorzy zdecydowali się (tam gdzie to było konieczne) przekonwertować symbol PKD2004 do jego odpowiednika w PKD2007. W tym celu wykorzystano klucz powiązań publikowany przez GUS.

<sup>12</sup> Sekcja T oznacza „gospodarstwa domowe zatrudniające pracowników; gospodarstwa domowe produkujące wyroby i świadczące usługi na własne potrzeby”.

<sup>13</sup> Sekcja U oznacza „organizacje i zespoły eksterytorialne”.

<sup>14</sup> W odczuciu autorów wykorzystanie tak dużej liczby zmiennych dychotomicznych jest uzasadnione wielkością posiadanego zbioru danych.

Tabela 1. (cd.)

Nazwa zmiennej	Opis zmiennej, w nawiasie procent obserwacji, których dana wartość dotyczy	Nazwa zmiennej	Opis zmiennej, w nawiasie procent obserwacji, których dana wartość dotyczy
<i>A</i>	Rolnictwo, leśnictwo, łowiectwo i rybactwo (0,7%)	<i>p</i> <sub>4</sub>	powiat dąbrowski (1,0%)
<i>B</i>	Górnictwo i wydobywanie (0,1%)	<i>p</i> <sub>5</sub>	powiat gorlicki (2,8%)
<i>C</i>	Przetwórstwo przemysłowe (7,8%)	<i>p</i> <sub>6</sub>	powiat krakowski (7,5%)
<i>D</i>	Wytwarzanie i zaopatrywanie w energię elektryczną, gaz, parę wodną, gorącą wodę i powietrze do układów klimatyzacyjnych (0,2%)	<i>p</i> <sub>7</sub>	powiat limanowski (3,4%)
<i>E</i>	Dostawa wody; gospodarowanie ściekami i odpadami oraz działalność związana z rekultywacją (0,3%)	<i>p</i> <sub>8</sub>	powiat miechowski (1,0%)
<i>F</i>	Budownictwo (17,8%)	<i>p</i> <sub>9</sub>	powiat myślenicki (3,3%)
<i>G</i>	Handel hurtowy i detaliczny; naprawa pojazdów samochodowych, włączając motocykle (24,5%)	<i>p</i> <sub>10</sub>	powiat nowosądecki (5,5%)
<i>H</i>	Transport i gospodarka magazynowa (5,4%)	<i>p</i> <sub>11</sub>	powiat nowotarski (5,1%)
<i>I</i>	Działalność związana z zakwaterowaniem i usługami gastronomicznymi (4,5%)	<i>p</i> <sub>12</sub>	powiat olkuski (2,8%)
<i>J</i>	Informacja i komunikacja (3,8%)	<i>p</i> <sub>13</sub>	powiat oświęcimski (3,6%)
<i>K</i>	Działalność finansowa i ubezpieczeniowa (3,8%)	<i>p</i> <sub>14</sub>	powiat proszowicki (0,8%)
<i>L</i>	Działalność związana z obsługą rynku nieruchomości (2,2%)	<i>p</i> <sub>15</sub>	powiat suski (1,9%)
<i>M</i>	Działalność profesjonalna, naukowa i techniczna (9,0%)	<i>p</i> <sub>16</sub>	powiat tarnowski (3,9%)
<i>N</i>	Działalność w zakresie usług administrowania i działalność wspierająca (4,2%)	<i>p</i> <sub>17</sub>	powiat tatrzański (2,7%)
<i>O</i>	Administracja publiczna i obrona narodowa; obowiązkowe zabezpieczenia społeczne (0,04%)	<i>p</i> <sub>18</sub>	powiat wadowicki (3,9%)
<i>P</i>	Edukacja (3,5%)	<i>p</i> <sub>19</sub>	powiat wielicki (3,6%)
<i>Q</i>	Opieka zdrowotna i pomoc społeczna (4,4%)	<i>p</i> <sub>61</sub>	miasto Kraków (33,1%)
<i>R</i>	Działalność związana z kulturą, rozrywką i rekreacją (1,8%)	<i>p</i> <sub>62</sub>	miasto Nowy Sącz (3,1%)
<i>S</i>	Pozostała działalność usługowa (6,1%)	<i>p</i> <sub>63</sub>	miasto Tarnów (3,4%)
<i>Miasto</i>	Dla podmiotów zarejestrowanych w miastach (61,0%)		

Źródło: opracowanie własne, na podstawie danych uzyskanych z Urzędu Statystycznego w Krakowie.

Przed przystąpieniem do właściwej analizy parametrycznej należy uświadomić sobie występowanie ścisłej współliniowości wśród zdefiniowanych w tabeli 1 zmiennych. Współliniowość ta bierze się z faktu, że każda z obserwacji musi przynależeć do jednej z klas wielkości, mieć przypisany kod odpowiadającej jej sekcji PKD oraz należeć do jednego z powiatów województwa. Zapisanie tego spostrzeżenia za pomocą aparatu matematycznego prowadzi do zależności:

$$\begin{cases} Mikro + Małe + Średnie = 1, \\ A + \dots + S = 1, \\ p_1 + \dots + p_{63} = 1. \end{cases} \quad (12)$$

Sytuacja ta wymusza wskazanie jednego z klastrów jako punktu odniesienia dla pozostałych. Jako kryterium wybrano do tego celu wielkość poszczególnych podgrup. Punktem odniesienia są więc mikroprzedsiębiorstwa, których główna działalność gospodarcza wskazuje na ich przynależność do sekcji F, zarejestrowane w Krakowie. Korzystając z zaprezentowanych danych wykonano estymację omówionych wcześniej modeli. Jej wyniki są zamieszczone w następnym rozdziale.

## 6. WYNIKI ESTYMACJI MODELI PRZYSPIESZONEJ PORAŻKI AFT

W niniejszym artykule rozważane są trzy zasadnicze typy modeli AFT – model logarytmiczno-normalny, model log-logistyczny i uogólniony model gamma. Aby wybrać wersję modelu, która będzie najlepiej pasować do danych, wykorzystano kryterium informacyjne Akaike (AIC) i kryterium bayesowskie Schwarza (BIC).

Rezultaty estymacji zostały zamieszczone w tabeli 2. Można zauważyć, że zarówno kryterium AIC jak i kryterium BIC wskazują na model log-logistyczny jako na ten, który jest najlepiej odpowiada danym empirycznym. W związku z tym dla modelu log-logistycznego uwzględnione zostało występowanie efektu *frailty*. Efekt ten został przebadany w dwóch wersjach. W pierwszej efekt *frailty* ma rozkład gamma, a w drugiej odwrócony rozkład normalny NIG. Wartości kryteriów informacyjnych w obu przypadkach są do siebie mocno zbliżone, ale oba wskazują na rozkład gamma jako lepiej pasujący do danych.

Analizując wyniki, warto zwrócić uwagę na podobne wartości parametrów otrzymane dla poszczególnych zmiennych we wszystkich wyestymowanych wersjach modelu AFT. Nie licząc dwóch wyjątków, parametry są statystycznie istotnie różne od zera, brak istotności dotyczy zmiennych  $p_{17}$  (powiat tatrzański) i  $p_{19}$  (powiat wielicki). Dla tych dwóch powiatów można przyjąć, że średni czas przeżycia podmiotów gospodarki narodowej jest niemal taki sam jak w Krakowie.

Tabela 2.

## Wyniki estymacji modeli przyspieszonej porażki AFT

Zmienna	Model logistyczno-normalny	Uogólniony model gamma	Model Log-logistyczny		
			Bez efektu <i>frailty</i>	NIG	Gamma
<i>Male</i>	-0,929 ***	-0,963 ***	-0,963 ***	-0,961 ***	-0,960 ***
<i>Średnie</i>	-1,848 ***	-1,804 ***	-1,768 ***	-1,761 ***	-1,760 ***
<i>A</i>	-0,311 ***	-0,414 ***	-0,396 ***	-0,385 ***	-0,383 ***
<i>B</i>	-0,931 ***	-0,937 ***	-0,918 ***	-0,912 ***	-0,911 ***
<i>C</i>	-0,217 ***	-0,199 ***	-0,192 ***	-0,191 ***	-0,190 ***
<i>D</i>	-0,433 ***	-0,484 ***	-0,452 ***	-0,439 ***	-0,437 ***
<i>E</i>	-0,283 ***	-0,356 ***	-0,335 ***	-0,325 ***	-0,326 ***
<i>G</i>	-0,177 ***	-0,130 ***	-0,151 ***	-0,157 ***	-0,158 ***
<i>H</i>	-0,112 ***	-0,048 ***	-0,076 ***	-0,086 ***	-0,088 ***
<i>I</i>	-0,224 ***	-0,119 ***	-0,154 ***	-0,168 ***	-0,170 ***
<i>J</i>	-0,475 ***	-0,434 ***	-0,420 ***	-0,418 ***	-0,417 ***
<i>K</i>	-0,464 ***	-0,361 ***	-0,401 ***	-0,413 ***	-0,414 ***
<i>L</i>	-0,478 ***	-0,491 ***	-0,472 ***	-0,466 ***	-0,465 ***
<i>M</i>	-0,646 ***	-0,619 ***	-0,605 ***	-0,602 ***	-0,601 ***
<i>N</i>	-0,284 ***	-0,301 ***	-0,272 ***	-0,262 ***	-0,261 ***
<i>O</i>	-0,957 ***	-1,063 ***	-1,043 ***	-1,032 ***	-1,031 ***
<i>P</i>	-0,485 ***	-0,498 ***	-0,481 ***	-0,475 ***	-0,474 ***
<i>Q</i>	-0,749 ***	-0,793 ***	-0,778 ***	-0,772 ***	-0,771 ***
<i>R</i>	-0,346 ***	-0,362 ***	-0,338 ***	-0,330 ***	-0,329 ***
<i>S</i>	-0,143 ***	-0,212 ***	-0,178 ***	-0,165 ***	-0,163 ***
<i>p</i> <sub>1</sub>	-0,046 ***	-0,056 ***	-0,057 ***	-0,057 ***	-0,057 ***
<i>p</i> <sub>2</sub>	-0,165 ***	-0,161 ***	-0,168 ***	-0,169 ***	-0,169 ***
<i>p</i> <sub>3</sub>	-0,150 ***	-0,157 ***	-0,162 ***	-0,162 ***	-0,162 ***
<i>p</i> <sub>4</sub>	-0,287 ***	-0,295 ***	-0,312 ***	-0,314 ***	-0,314 ***
<i>p</i> <sub>5</sub>	-0,237 ***	-0,240 ***	-0,242 ***	-0,242 ***	-0,241 ***
<i>p</i> <sub>6</sub>	-0,054 ***	-0,042 ***	-0,046 ***	-0,047 ***	-0,047 ***
<i>p</i> <sub>7</sub>	-0,296 ***	-0,303 ***	-0,310 ***	-0,310 ***	-0,310 ***

Zmienna	Model logistyczno-normalny	Uogólniony model gamma	Model Log-logistyczny		
			Bez efektu <i>frailty</i>	NIG	Gamma
$p_8$	-0,144 ***	-0,147 ***	-0,156 ***	-0,157 ***	-0,157 ***
$p_9$	-0,054 ***	-0,074 ***	-0,078 ***	-0,078 ***	-0,078 ***
$p_{10}$	-0,247 ***	-0,239 ***	-0,245 ***	-0,246 ***	-0,246 ***
$p_{11}$	-0,471 ***	-0,412 ***	-0,449 ***	-0,460 ***	-0,461 ***
$p_{12}$	-0,131 ***	-0,152 ***	-0,151 ***	-0,150 ***	-0,149 ***
$p_{13}$	-0,074 ***	-0,080 ***	-0,079 ***	-0,078 ***	-0,078 ***
$p_{14}$	-0,085 ***	-0,085 ***	-0,087 ***	-0,088 ***	-0,088 ***
$p_{15}$	-0,130 ***	-0,127 ***	-0,133 ***	-0,135 ***	-0,135 ***
$p_{16}$	-0,170 ***	-0,170 ***	-0,176 ***	-0,178 ***	-0,178 ***
$p_{17}$	-0,007 ***	-0,008 ***	-0,001 ***	-0,003 ***	-0,003 ***
$p_{18}$	-0,157 ***	-0,146 ***	-0,159 ***	-0,163 ***	-0,163 ***
$p_{19}$	-0,031 ***	-0,019 ***	-0,022 ***	-0,023 ***	-0,023 ***
$p_{62}$	-0,291 ***	-0,286 ***	-0,287 ***	-0,286 ***	-0,286 ***
$p_{63}$	-0,282 ***	-0,270 ***	-0,276 ***	-0,278 ***	-0,278 ***
<i>Miasto</i>	-0,081 ***	-0,079 ***	-0,085 ***	-0,086 ***	-0,087 ***
<i>const</i>	-7,861 ***	-8,006 ***	-7,744 ***	-7,707 ***	-7,703 ***
	$\sigma = 1,617$	$\sigma = 1,172$ $\kappa = 0,675$	$\gamma = 0,844$	$\gamma = 0,826$ $\theta = 0,124$	$\gamma = 0,824$ $\theta = 0,133$
<i>Loglik</i>	-244686,1	-242277,2	-242008,8	-241989,7	-241987,0
<i>AIC</i>	-489460,2	-484889,0	-484105,7	-484069,4	-484064,3
<i>BIC</i>	-489921,3	-485360,6	-484566,8	-484541,1	-484535,9
				$LR = 38,26$ ***	$LR = 43,40$ ***

Oznaczenia: \*\*\* poziom istotności 1%; \*\* poziom istotności 5%; \* poziom istotności 10%.

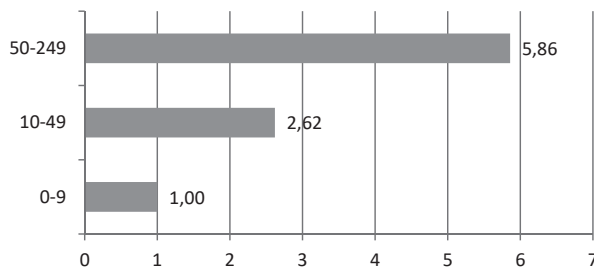
Źródło: opracowanie własne.

Jako przykład właściwej interpretacji otrzymanej wartości parametrów posłuży zmienna *Małe*, która przyjmuje wartość 1 dla podmiotów deklarujących zatrudnienie od 10 do 49 pracowników i 0 w przeciwnym przypadku. Parametr otrzymany dla tej zmiennej jest dodatni, co oznacza, że czas trwania dla przedsiębiorstw należących do tej grupy jest średnio dłuższy niż dla mikroprzedsiębiorstw (0–9 pracowników) traktowanych w tym przypadku jako punkt odniesienia. Wartość przyjmowana przez parametr wynosi 0,963, w związku z tym firmy małe istnieją średnio 2,6 ( $e^{0,963} = 2,620$ )

razy dłużej niż mikroprzedsiębiorstwa. Ujemne wartości wyestymowanego parametru interpretuje się w ten sposób, że czas trwania dla podmiotów należących do danej podgrupy jest krótszy niż dla tych będących punktem odniesienia. Jeżeli wartość parametru jest równa zero, to czas trwania jest równy temu bazowemu.

Punktem odniesienia w analizie są podmioty mające między 0 a 9 pracowników, zarejestrowane w Krakowie w sekcji F. Oczekiwany czas trwania w rejestrze REGON dla podmiotów spełniających te warunki wynosi  $e^{7,744 + 0,085} = 2512,416$  dni (w potęgze znajduje się stała i premia związana z faktem zarejestrowania w mieście).

Ogólne wyniki zobrazowane zostaną graficznie. Jako pierwszy przeanalizowany zostanie podział ze względu na wielkość mierzoną deklarowaną liczbą pracowników (rysunek 1).

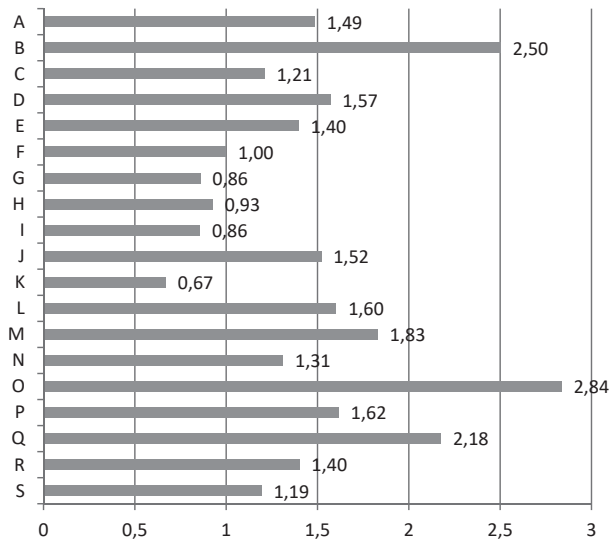


Rysunek 1. Czas trwania względem wielkości bazowej dla podmiotów zarejestrowanych w bazie REGON – podział ze względu na liczbę pracowników

Źródło: opracowanie własne.

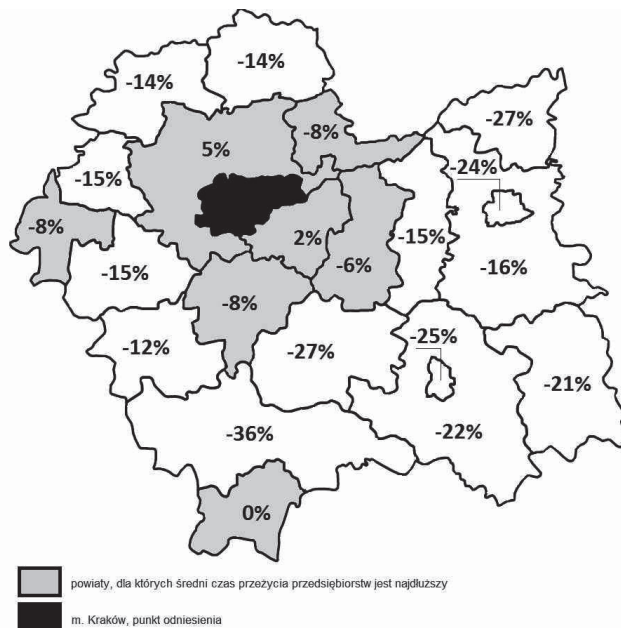
Wyraźnie zauważalne jest wydłużanie się czasu przeżycia, które następuje wraz ze wzrostem liczby pracowników. Czas trwania firm małych jest ponad dwukrotnie dłuższy niż mikroprzedsiębiorstw, a z kolei czas trwania firm średnich jest ponad dwukrotnie większy niż firm małych.

Podział ze względu na sekcję PKD jest również wyraźny (rysunek 2). Najkrótszy czas trwania przypada podmiotom gospodarki narodowej zarejestrowanym w sekcji K (działalność finansowa i ubezpieczeniowa). Czas trwania dla tej grupy jest o jedną trzecią krótszy od czasu trwania w największej sekcji F. Następnymi w kolejności są sekcje I, G oraz H. Najdłuższy czas trwania przypada (zgodnie z przewidywaniami) sekcji O (administracja), zaraz za nią znajduje się sekcja B (górnictwo). Czas trwania dla podmiotu zarejestrowanego w sekcji B jest 2,5 razy dłuższy niż dla firm z sekcji F. Czas trwania podmiotów gospodarki narodowej zarejestrowanych w sekcjach A, D, E, J, L, P i R jest porównywalny i o połowę dłuższy od czasu trwania podmiotów z sekcji F.



Rysunek 2. Czas trwania względem wielkości bazowej dla podmiotów zarejestrowanych w bazie REGON – podział ze względu na sekcję PKD2007

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3. Czas trwania względem wielkości bazowej dla podmiotów zarejestrowanych w bazie REGON – podział ze względu powiat, w którym podmiot został zarejestrowany

Źródło: opracowanie własne.

Interpretując parametry zmiennych związanych z podziałem ze względu na powiat, w którym podmiot został zarejestrowany, zauważyć można wyraźne zróżnicowanie związane z odległością od Krakowa (rysunek 3). Powiaty sąsiadujące z miastem wojewódzkim cechują się najdłuższą przeżywalnością, nawet o kilka procent większą niż w samym Krakowie. Wraz ze wzrostem odległości od Krakowa czas funkcjonowania podmiotów skraca się. Wyjątkiem jest powiat tatrzański, w którym długość trwania podmiotów pomimo względnie dużej odległości od Krakowa jest taka sama jak w stolicy Małopolski. Północno-zachodnia część województwa wyróżnia się dłuższym czasem trwania podmiotów gospodarczych niż południowo-wschodnia. Najkrócej istnieją podmioty zarejestrowane w powiecie nowotarskim, gdzie czas trwania jest o jedną trzecią krótszy niż w Krakowie.

Długość okresu istnienia podmiotów miejskich i wiejskich okazuje się również istotnie różnić między sobą. Oczekiwany okres istnienia podmiotów zarejestrowanych w miastach jest o niemal 9% dłuższy od czasu istnienia ich odpowiedników zarejestrowanych na wsi. Należy o tym wpływie pamiętać interpretując długość trwania podmiotów zakładanych w powiatach miejskich (krakowskim, tarnowskim i nowosądeckim).

Można przyjąć, że wybrany model log-logistyczny cechuje się nieobserwowalną heterogenicznością (tabela 2). Celem uchwycenia nieobserwowalnej heterogeniczności zastosowano modele uwzględniające efekt *frailty*, czyli efekt oddziałujący multiplikatywnie na czas trwania, przypisany indywidualnie każdej z badanych jednostek. Wykorzystanie w tym celu rozkładu NIG oraz rozkładu gamma dało istotne statystycznie rezultaty. W obu przypadkach test ilorazu wiarygodności odrzuca hipotezę zerową o braku istnienia efektu *frailty*. Modelem wskazywanym jako lepszy zarówno przez kryterium AIC jak i kryterium BIC jest model, w którym efekt *frailty* pochodzi z rozkładu gamma. W szczególności estymator wariancji  $Var(\hat{\theta}) = 0,133$ , czyli estymator odchylenia standardowego wynosi 0,365. Oznacza to, że indywidualne cechy przedsiębiorstwa, które odzwierciedlają jakość zarządzania firmą, wpływają na wydłużenie lub skrócenie czasu funkcjonowania na rynku średnio o 36%.

Występowanie nieobserwowalnej heterogeniczności ma również wpływ na interpretację oszacowanych parametrów modelu. Interpretując parametry modelu, należy pamiętać, że wydłużenie/skrócenie czasu trwania, dotyczy podmiotów o tej samej wartości efektu *frailty*.

## 7. WNIOSKI

Wykonana analiza pozwala zobaczyć, w jaki sposób wielkość przedsiębiorstwa mierzona liczbą pracowników, rodzaj prowadzonej działalności gospodarczej oraz miejsce zarejestrowania wpływa na długość trwania firmy. Badanie wykonano na grupie 267 tys. podmiotów gospodarki narodowej zakładanych w województwie małopolskim w latach 2006–2014. Zgodnie z najlepszą wiedzą autorów badania tego typu prowadzone z wykorzystaniem modeli przyspieszonej porażki zostały wykonane po raz pierwszy właśnie w tej pracy.



Średnia długość istnienia przedsiębiorstw jest w sposób statystycznie istotny uzależniona od liczby zatrudnianych pracowników. Przedsiębiorstwa średnie istnieją statystycznie ponad dwukrotnie dłużej od małych, natomiast małe znowu ponad dwukrotnie dłużej od mikro.

Rodzaj prowadzonej działalności gospodarczej również ma znaczący wpływ na średnią oczekiwaną długość czasu trwania na rynku. Najkrócej działają firmy zakwalifikowane do sekcji K, czyli firmy zajmujące się działalnością finansową i ubezpieczeniową, najdłużej zaś te, których dominująca działalność gospodarcza kwalifikuje do sekcji B, czyli górnictwo i wydobywanie, oraz O, czyli administracja publiczna i obrona narodowa; obowiązkowe zabezpieczenia społeczne. Podmioty zakwalifikowane do sekcji B i O istnieją średnio czterokrotnie dłużej od tych z sekcji K.

Analizując wpływ lokalizacji działalności gospodarczej na długość trwania na rynku zauważalna jest wyraźnie zależność, że im większa odległość od Krakowa tym krótszy okres działania firmy. Najkrócej istnieją firmy zakładane w powiecie nowotarskim, a najdłużej w powiecie krakowskim. Zalety turystyczne powiatu tatrzańskiego przekładają się istotnie na wydłużenie średniej długości istnienia firm tam zakładanych. Firmy zakładane w miastach istnieją średnio o 9% dłużej niż te zakładane na wsi.

Badania empiryczne oparte na modelach przyspieszonej porażki jednoznacznie wskazują na występowanie zjawiska heterogeniczności funkcji hazardu, a więc potwierdzają istotność indywidualnych cech przedsiębiorstwa (wynikających np. z jakości zarządzania firmą), które (według badań) odpowiadają za wydłużenie/skrócenie spodziewanego czasu trwania na rynku średnio o ok. 36%.

#### LITERATURA

- Agarwal R., Sarkar M. B., Echambadi R., (2002), The Conditioning Effect of Time on Firm Survival: An Industry Life Cycle Approach, *Academy of Management Journal*, 45 (5), 971–994.
- Allison P. D., (1995), *Survival Analysis Using Sas: A Practical Guide*, Sas Institute Inc., Cary.
- Armington C., Acs Z., (2002), The Determinants of Regional Variation in New Firm Formation, *Regional Studies*, 36 (1), 33–45.
- Bruce R., (1976), *The Entrepreneurs: Strategies, Motivations, Successes, and Failures*, U.K. Libertarian Books, Bedford.
- Cefis E., Marsili O., (2005), A Matter of Life and Death: Innovation and Firm Survival, *Industrial and Corporate Change*, 14 (6), 1–26.
- Fritsch M., (1997), New Firms and Regional Employment Change, *Small Business Economics*, 2, 437–448.
- Gerosky P. A., (1995), What do we Know About Entry, *International Journal of Industrial Organization*, 13 (4), 413–614.
- Gerosky P. A., Mata J., Portugal P., (2010), Founding Conditions and the Survival of New Firms, *Strategic Management Journal*, 31 (5), 510–529.
- Greiner L. E., (1972), Evolution and Revolution as Organizations Grow, *Harvard Business Review*, 50 (4), 37–46.
- Greiner L. E., Schein V. E., (1988), *Power and Organization Development: Mobilizing Power to Implement Change*, Addison-Wesley Publishing Company, New York.
- Gurgul H., Zajac P., Matschke X., Matschke M. J., (2014), A Dynamic Model of Birth and Death of Enterprises in Germany, *Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis*, 66 (1), 86–103.

- Gutierrez R. G., (2002), Parametric Frailty and Shared Frailty Survival Models, *The Stata Journal*, 2 (1), 22–44.
- Handy C., (1996), *Wiek paradoksu*, Dom Wydawniczy ABC, Warszawa.
- Hougaard P., (1984), Life Table Methods for Heterogeneous Populations: Distributions Describing the Heterogeneity, *Biometrika*, 71 (1), 75–83.
- Jovanovic B., (1982), Selection and Evolution of Industry, *Econometrica*, 50 (3), 649–670.
- Knight F. H., (1921), Risk, Uncertainty, and Profit, *Hart, Schaffner, and Marx Prize Essays*, nr. 31, Boston i New York: Houghton Mifflin.
- Landmesser J., (2013), *Wykorzystanie metod analizy czasu trwania do badania aktywności ekonomicznej ludności w Polsce*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Levie J., Lichtenstein B. B., (2010), A Terminal Assessment of Stages Theory: Introducing a Dynamic States Approach to Entrepreneurship, *Entrepreneurship Theory and Practice*, 34 (2), 317–350.
- Markowicz I., (2012), *Statystyczna analiza żywotności firm*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Nehrebecka N., Dzik A. M. (2013), Business Demography in Poland: Microeconomic and Macroeconomic Determinants of Firm Survival, *Working Papers 2013-08*, Faculty of Economic Sciences, University of Warsaw.
- Pociecha J., (2012), Model logitowy jako narzędzie prognozowania bankructwa. Jego zalety i ograniczenia, w: *Spotkania z królową nauk*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Kraków.
- Prusak B., (2011), *Ekonomiczna analiza upadłości przedsiębiorstw – ujęcie międzynarodowe*, CeDeWu, Warszawa.
- Ptak-Chmielewska A., (2010), Analiza przeżycia przedsiębiorstw w Polsce na przykładzie wybranego województwa, w: Dittmann P., (red.), *Prognozowanie w zarządzaniu firmą*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław.
- Schumpeter J. A., (1999), *Teoria rozwoju gospodarczego*, PWE, Warszawa.
- Smith K., Mitchell T., Summer C., (1985), Top Level Management Priorities in Different Stages of the Organization Life Cycle, *Academy of Management Journal*, 28 (4), 799–820.
- van Praag C. M., (1996), *Determinants of Successful Entrepreneurship*, Thesis Publisher, Amsterdam.
- Vaupel J. W., Manton K. G., Stallard E., (1979), The Impact of Heterogeneity in Individual Frailty on the Dynamics of Mortality, *Demography*, 16 (3), 439–454.
- Zając P., (2013), The New Approach to Estimation of the Hazard Function in Business Demography on Example of Data from New Zealand, *Managerial Economics*, 13, 99–110.

## ZASTOSOWANIE MODELU PRZYSPIESZONEJ PORAŻKI DO ANALIZY PRZEŻYCIA MAŁOPOLSKICH PRZEDSIĘBIORSTW

### Streszczenie

Celem artykułu było przeprowadzenie analizy przeżycia przedsiębiorstw rejestrowanych na terenie województwa małopolskiego w latach 2006–2014. Wykorzystany w tym celu zbiór danych zawierał informacje na temat ponad 267 tys. podmiotów gospodarki narodowej i posłużył zbadaniu wpływu wybranych czynników na długość czasu funkcjonowania na rynku. Zgodnie z wiedzą autorów są to jedne z pierwszych badań tego typu na obszarze Europy Środkowo-Wschodniej w których wykorzystano modele przyspieszonej porażki. Istotnymi czynnikami mającymi wpływ na długość okresu istnienia firmy jest jego wielkość, rodzaj działalności gospodarczej oraz miejsce zarejestrowania. Przedsiębiorstwa średnie istnieją statystycznie ponad dwukrotnie dłużej od małych, natomiast małe ponad dwukrotnie dłużej od mikro. Najkrócej działają firmy zajmujące się działalnością finansową i ubezpieczeniową, zaś najdłużej (czterokrotnie dłużej) firmy z obszarów górnictwo i wydobywanie surowców oraz administracja publiczna

i obrona narodowa, a także obowiązkowe zabezpieczenia społeczne. Badania wykazały, że im większa odległość od Krakowa tym krótszy okres działania firmy. Firmy zakładane w miastach działają średnio o 9% dłużej niż te zakładane na wsi. Badania za pomocą modeli przyspieszonej porażki jednoznacznie wskazują na występowanie zjawiska heterogeniczności funkcji hazardu.

**Słowa kluczowe:** przedsiębiorstwa, Małopolska, model przyspieszonej porażki, funkcja hazardu, analiza przeżycia

THE APPLICATION OF AN ACCELERATED FAILURE TIME MODEL  
TO THE SURVIVAL ANALYSIS OF ENTERPRISES FOUNDED  
IN LESSER POLAND VOIVODSHIP

Abstract

The goal of this research was the survival analysis of enterprises founded in Lesser Poland Voivodship between years 2006–2014. The sample comprising 267 thousands firms was used to examine whether certain factors such as the size of the company, area of its activity and registration place had statistically significant impact on their duration time. All of those proved to be substantial in the course of our study. In general companies belonging to the sector of finance and insurance survived the shortest, whereas the longest duration (even four times longer than in finance and insurance) was among companies from mining sector, public administration, national defense and social insurance. Moreover, the research has proved that while moving further from Cracow, the survival of companies was likely to shorten. The only exception was Tatra Country, where duration was relatively long despite the distance factor. Additionally companies in urban areas were active approximately 9% longer than firms founded in rural ones. To the best of our knowledge this is the first application of an AFT (*accelerated failure time*) model to survival analysis of companies based on the data from Central European country. In this case its application proves existence of the heterogeneity of the hazard function.

**Keywords:** enterprises, Lesser Poland Voivodeship, accelerated failure time model, hazard function, survival analysis

