

Probabilistyczne aspekty zarządzania ryzykiem

Nadesłany: 15.05.15 | Zaakceptowany do druku: 18.08.15

Miroslaw Szreder*

W opracowaniu tym autor rozważa przesłanki stosowania określonej interpretacji prawdopodobieństwa w zmieniającej się rzeczywistości. Uzasadnia trudności z wykorzystaniem klasycznej i częstościowej (statystycznej) interpretacji w wielu praktycznych sytuacjach niepewności. Zarządzanie ryzykiem wymagać może często odwołania się do ocen ekspertów i stosowania personalistycznej lub – znanej pod inną nazwą – subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa, wywodzącej się z prac L. Savage'a i T. Bayesa. O kontrowersjach związanych z takim rozumieniem prawdopodobieństwa, a także o sposobach agregacji ocen ekspertów traktuje ostatni fragment opracowania.

Słowa kluczowe: prawdopodobieństwo, interpretacje prawdopodobieństwa, ryzyko.

Probabilistic aspects of risk management

Submitted: 15.05.15 | Accepted: 18.08.15

The author considers reasons for the applications of particular interpretations of probability in dynamic reality. He also justifies difficulties with the use of classical and frequency interpretations in many practical cases. Risk management may require appealing to experts' opinions and implementing the personal (subjective) interpretation of probability developed by T. Bayes and L. Savage. The last part of the paper discusses controversies raised by those interpretations, and presents ways of combining experts' evaluations of probability.

Keywords: probability, interpretation of probability, risk.

JEL: C10, C11

* **Miroslaw Szreder** – prof. dr hab., Uniwersytet Gdański.

Adres do korespondencji: Uniwersytet Gdański, ul. Jana Bażyńskiego 8, 80-952 Gdańsk; e-mail: mirosław.szreder@ug.edu.pl.

1. Wprowadzenie

Zarządzanie ryzykiem jest procesem, w którym oprócz ważnych aspektów finansowych, pojawiają się nie mniej ważne aspekty probabilistyczne, związane z niepewnością co do realizacji zdarzeń, mających wpływ na zaistnienie lub niezaistnienie określonego ryzyka. Efektywne zarządzanie ryzykiem – stwierdzają D. Hillson i D. Hulett (2004, s. 1) – wymaga oszacowania z natury swojej niepewnych zdarzeń i okoliczności, w odniesieniu do dwóch wymiarów: probabilistycznego – na ile prawdopodobne jest wystąpienie tych zdarzeń lub okoliczności, oraz wartościowego – jaki byłby efekt finansowy (lub inny), gdyby się one rzeczywiście zrealizowały. Właściwe oszacowanie prawdopodobieństw tych zdarzeń i okoliczności, traktowanych jako czynniki ryzyka, warunkuje poprawne przypisanie im odpowiednich priorytetów i działań na dalszych etapach procesu zarządzania ryzykiem. W praktycznych sytuacjach nie jest łatwo zaproponować uniwersalne sposoby szacowania tych prawdopodobieństw. Klasyczna teoria prawdopodobieństwa okazuje się w wielu przypadkach nieadekwatna, ze względu na założenia, które w dynamicznie zmieniającej się rzeczywistości są trudne do spełnienia.

Celem tego opracowania jest przedyskutowanie współczesnych wyzwań, jakie podejmują zarządzający ryzykiem w odniesieniu do metod i technik szacowania prawdopodobieństw, w tym do wykorzystania do tych celów coraz bogatszych zbiorów danych (Big Data) oraz ocen ekspertów.

W wielu codziennych sytuacjach, w których ocenić trzeba prawdopodobieństwa pewnych zdarzeń, oceny są oparte nie na prostych, modelowych schematach znanych z podręczników rachunku prawdopodobieństwa, lecz albo na obserwowanej częstości tych zdarzeń, albo też (częściej) na wiedzy i subiektywnym doświadczeniu badacza czy eksperta. Wydaje się, że wraz z rosnącymi możliwościami komputerowego gromadzenia i przetwarzania informacji oraz wydobywania z nich wiedzy wzrastać będzie rola częstościowej i personalistycznej interpretacji prawdopodobieństwa. Obie one wymagają krytycznego omówienia, zwłaszcza w konfrontacji z rzeczywistością, która coraz trudniej poddaje się modelowaniu znanemu nam sprzed epoki Big Data.

2. Ograniczenia klasycznej interpretacji prawdopodobieństwa

Pojęcie prawdopodobieństwa i jego rola w procesie poznania stanowiły przedmiot dyskusji filozoficznych zanim powstała jego pierwsza definicja. Gottfried W. Leibniz (1646–1716), filozof i matematyk, pisał na przełomie XVII i XVIII wieku: „Ale nie spierając się o słowa, znajduję, że zbadanie stopni prawdopodobieństwa byłoby rzeczą bardzo ważną, a nie mamy go jeszcze i to jest jeden z wielkich braków naszej logiki. Bo gdyby nie można rozstrzygnąć jakiegoś pytania w sposób bezwzględny, można by zawsze oznaczyć stopień prawdopodobieństwa *ex datis* (z danych), a w konsekwencji

w sposób rozsądny osądzić, która strona przeważa” (1955, s. 166). Do czasów współczesnych pozostało prawdopodobieństwo najlepszą miarą niepewności zdarzeń, i to miarą, której zastosowania – tak jak wyobrażał to sobie Leibniz – w dużej mierze oparte są na dostępnych danych (liczbowych). Włączenie rachunku prawdopodobieństwa do wielu zagadnień życia gospodarczego i społecznego było z jednej strony konsekwencją stopniowego poznawania stochastycznej natury rzeczywistości, w której pełne zdeteminowanie zjawisk okazało się nader rzadkim przypadkiem, z drugiej zaś – było skutkiem rozwoju samej teorii prawdopodobieństwa. Nie powinno więc dziwić, że swoją monografię pt. *Probability for Risk Management* jej autorzy M.J. Hassett i D.G. Stewart rozpoczynają zdaniem (2009, s. 1): „Teoria prawdopodobieństwa jest wykorzystywana w podejmowaniu decyzji i zarządzaniu ryzykiem przez cały okres rozwoju współczesnej cywilizacji”.

Klasyczna interpretacja prawdopodobieństwa, wywodząca się z prac B. Pascala (1623–1662), J. Bernoulliego (1654–1705) i P. Laplace’a (1749–1827), mimo że najstarsza, jest uważana często za najbardziej odpowiadającą potocznemu rozumieniu prawdopodobieństwa i najbliższą intuicji zwykłego człowieka. Interpretacja ta oparta jest na koncepcji jednakowo możliwych zdarzeń, przy czym pojęcie *jednakowo możliwe zdarzenia* rozpatruje się w terminach innych niż prawdopodobieństwo. Prawdopodobieństwo zdarzenia definiuje się jako stosunek liczby przypadków sprzyjających danemu zdarzeniu do liczby wszystkich, jednakowo możliwych przypadków. Ścisłej, definicja ta brzmi: jeżeli zdarzenie A można zdekomponować na m przypadków należących do grupy n wyłączających się, jednakowo możliwych, wyczerpujących wszystkie możliwości przypadków, to prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe:

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Mimo iż dla niektórych osób zajmujących się zarządzaniem ryzykiem może to być najlepiej zrozumiała interpretacja prawdopodobieństwa, to znaczenie jej w praktycznych sytuacjach decyzyjnych jest mocno ograniczone. Ograniczenia te wynikają z samej istoty interpretacji klasycznej, w której zakłada się, że dane zdarzenie można zdekomponować na przeliczalną liczbę **jednakowo możliwych** przypadków. W wielu praktycznych sytuacjach nie sposób założenia takiego przyjąć. Rzeczywistość, w której funkcjonujemy, jest na tyle zmienna i zróżnicowana, że spełnienie wspomnianego założenia czyni bardzo trudnym. Nie sposób na przykład zastosować tej interpretacji do obliczania prawdopodobieństw takich zdarzeń, jak: niewypłacalność klienta po roku od udzielenia mu kredytu, uzyskanie określonej przedziałowo kwoty przychodu przez przedsiębiorstwo po zakończeniu zadania inwestycyjnego, wzrost kursu szwajcarskiego franka względem złotego powyżej określonego poziomu itp. Zdarzeń takich jest szczególnie wiele w zarządzaniu ryzykiem

w przedsiębiorstwie. Niepowtarzalność wielu okoliczności towarzyszących czynnikom ryzyka w funkcjonowaniu podmiotów gospodarczych i instytucji sprawia, że modelowanie zakładające jednakowo możliwe przypadki (sytuacje) staje się w dużym stopniu nieadekwatne. Współcześnie zastosowania interpretacji klasycznej prawdopodobieństwa ograniczają się praktycznie do wąskiego kręgu zagadnień modelowych (rzut kostką, losowanie kul z urny), procesów technicznych (niezawodność maszyn i urządzeń) i gier hazardowych. Trudność w jej stosowaniu tkwi nie tylko w niemożności dekompozycji danego zdarzenia na jednakowo możliwe przypadki, ale także w niejednoznaczności samego pojęcia jednakowo możliwych zdarzeń (por. na przykład znany w probabilistyce paradoks Bertranda).

Klasyczna interpretacja prawdopodobieństwa odegrała ważną rolę w rozwoju rachunku prawdopodobieństwa i jego zastosowań. Stała się źródłem wszystkich kolejnych interpretacji prawdopodobieństwa, które zmierzały do dostosowania teorii prawdopodobieństwa do wymogów zmieniającej się rzeczywistości. Była ponadto podstawą do sformułowania częstościowej interpretacji prawdopodobieństwa, użytecznej zarówno w zarządzaniu ryzykiem, jak i we wnioskowaniu statystycznym (szerzej por. Szreder, 1994).

3. Powtarzalność zdarzeń i częstościowa interpretacja prawdopodobieństwa

W przeciwieństwie do klasycznej interpretacji, odwołującej się do właściwości samego przedmiotu lub mechanizmu losującego, interpretacja częstościowa prawdopodobieństwa nawiązuje do obserwowanej powtarzalności zdarzeń. Jest ona z powodzeniem stosowana w różnych sytuacjach decyzyjnych, w których da się utrzymać założenie o niezmiennych okolicznościach tych zdarzeń. Autorem matematycznych podstaw interpretacji częstościowej, nazywanej też statystyczną, jest R. von Mises (por. von Mises, 1957). Rozpatrywał on nie pojedyncze zdarzenia, lecz ciągi identycznych zdarzeń, a możliwości stosowania prawdopodobieństwa ograniczył do pewnych szczególnych sytuacji, o których pisał: „Racjonalną koncepcję prawdopodobieństwa, która stanowi jedyną podstawę do obliczeń prawdopodobieństwa, stosuje się tylko do tych problemów, w których albo te same zdarzenia powtarzają się wiele razy, albo duża liczba identycznych zdarzeń jest rozpatrywana w tym samym czasie. (...) Aby móc stosować rachunek prawdopodobieństwa, musimy posiadać nieskończony ciąg jednostkowych obserwacji” (von Mises, 1957, s. 11 – tłum. aut.). Częstość względna ciągu zdarzeń wykazuje – jak wiadomo – zbieżność do pewnej stałej, gdy liczebność próby wzrasta do nieskończoności, a zdarzenia w ciągu pojawiają się w porządku losowym. W swojej interpretacji prawdopodobieństwa R. von Mises odnosił te własności do nieskończonego ciągu (w oryginale – kolektywu), w którym każde zdarzenie elementarne charakteryzuje się stałą asymptotyczną częstością względną i nie ma na nią wpływu miejsce zdarzenia w ciągu (prawdopodo-

bieństwo danego zdarzenia można obliczyć na podstawie wybranego według pewnej reguły podciągu). Prawdopodobieństwo danego zdarzenia – zgodnie z interpretacją częstościową – jest granicą częstości względnej wszystkich zdarzeń elementarnych sprzyjających temu zdarzeniu.

Znaczenie częstościowej interpretacji prawdopodobieństwa jest obecnie większe niż w przeszłości. Spowodowane jest to możliwością uzyskiwania wielu rzeczywistych lub symulowanych komputerowo długich ciągów zdarzeń losowych. W zagadnieniach ubezpieczeniowych, w tym w szczególności w ubezpieczeniach na życie oraz w ubezpieczeniach komunikacyjnych powszechnie stosowana jest właśnie częstościowa interpretacja prawdopodobieństwa. Konstrukcja tablic wymieralności i obliczenia prawdopodobieństw dożycia określonego wieku przez osobę o ustalonych charakterystykach odbywają się na podstawie dużej liczby danych demograficznych z przeszłości. Podobnie przy ocenie prawdopodobieństwa, że kolejny klient nabywający polisę ubezpieczenia komunikacyjnego spowoduje k wypadków w ciągu najbliższego roku, bierze się pod uwagę długie ciągi danych o ubezpieczonych w przeszłości. Tablice *bonus-malus*, będące podstawą określenia wielkości składki w ubezpieczeniach samochodowych, są również tworzone w oparciu o dane o częstości względnej określonych zdarzeń w minionych okresach. W innych zagadnieniach finansowych, zwłaszcza tam, gdzie mamy do czynienia z długimi szeregami czasowymi obserwacji (notowania giełdowe, kursy walut), do oszacowania prawdopodobieństw wyróżnionych zdarzeń najczęściej stosuje się również interpretację częstościową.

Zwiększające się szybko możliwości obliczeniowe komputerów sprawiają, że rośnie popularność symulacji stochastycznej jako jednej z technik badawczych w wielu dziedzinach nauki i życia gospodarczego. I mimo że wyniki symulacji stochastycznej nie mogą być tak jednoznaczne, jak rezultaty wykorzystania metod analitycznych, to ze względu na złożoność wielu badanych zjawisk i procesów, techniki te znajdują coraz częstsze zastosowanie w nauce i podejmowaniu decyzji. Zaobserwowane w wielu tysiącach eksperymentów prawidłowości są często przedstawiane w kategoriach prawdopodobieństwa, ocenianego na podstawie częstości względnej wyróżnionych zdarzeń w całym ciągu wykonanych eksperymentów. Jest to typowe wykorzystanie interpretacji częstościowej prawdopodobieństwa.

Interpretacja ta, mimo rosnącego jej znaczenia, nie jest pozbawiona ograniczeń i słabości. Jej krytycy zwracają przede wszystkim uwagę na to, że powtórzenie nawet jeden raz doświadczenia w identycznych warunkach jest zwykle niemożliwe. **Traktowanie ciągu rzeczywistych zdarzeń ekonomicznych (czynników ryzyka), jako zaistniałych w tych samych warunkach, może więc być założeniem zbyt odbiegającym od rzeczywistości.** Zwykle bowiem zrealizowanie się któregoś z czynników ryzyka prowadzi do podjęcia działań, mających na celu zapobieżenie jemu w przyszłości. Każda taka zmiana powoduje, że w jakimś stopniu nieaktualne stają się wszystkie wcześniej dokonane obserwacje, a także obliczone na ich podstawie częstości względne.

Sytuacja decydenta lub zarządzającego ryzykiem staje się jeszcze trudniejsza, gdy brakuje jakichkolwiek obserwacji z przeszłości, pozwalających na oszacowanie prawdopodobieństw określonych zdarzeń. Każdy kto uczestniczył w opracowywaniu szczegółowych elementów zarządzania ryzykiem wie, że przypisanie poszczególnym czynnikom ryzyka prawdopodobieństw ich realizacji stanowi niemałe wyzwanie. Brak lub niewystarczające dane z przeszłości sprawiają, że żadna z omówionych wyżej interpretacji prawdopodobieństwa nie znajduje wówczas zastosowania. W praktycznych sytuacjach prawdopodobieństwo musi przekroczyć sztywne ramy założeń interpretacji klasycznej i częstościowej. Nie jest to jednak sytuacja nowa, wcześniej nieznaną, albo z kategorii tych, „o których się filozofom nie śniło”.

Przeciwnie, potrzebę pomiaru niepewności co do zdarzeń, które w przeszłości występowały rzadko, albo nie występowały wcale, rozumiano już setki lat temu. Angielski logik i filozof John Stuart Mill (1806–1873) pisał: „Musimy pamiętać, że prawdopodobieństwo jakiegoś zdarzenia nie jest właściwością samego tego zdarzenia, lecz jedynie nazwą stopnia, w jakim mamy podstawę, by tego zdarzenia oczekiwać. Prawdopodobieństwo jakiegoś zdarzenia dla jednej osoby jest rzeczą różną od prawdopodobieństwa tego samego zdarzenia dla innej, albo dla tej samej osoby, gdy zdobędzie ona dodatkowe dane” (1962, s. 86).

W tym krótkim cytacie kryje się cała istota tak zwanej personalistycznej lub subiektywnej interpretacji prawdopodobieństwa, której głównymi twórcami byli T. Bayes, L.J. Savage, i B. de Finetti (szerzej na ten temat, wraz z odpowiednimi odwołaniami bibliograficznymi por. Szreder, 1994). Prawdopodobieństwo subiektywne staje się szansą wszędzie tam, gdzie trudno jest stopień niepewności wyrazić za pomocą prawdopodobieństwa interpretowanego klasycznie lub częstościowo. Przełomowe jest w tej interpretacji dopuszczenie subiektywnej wiedzy badacza (eksperta), jego doświadczenia bądź intuicji jako pełnoprawnych źródeł informacji służących do oszacowania prawdopodobieństw zdarzeń.

Słuszna jest w tym kontekście konstatacja autora publikacji (Rzepiński, 2009, s. 363) stwierdzającego, iż: „zdaniem wielu autorów, personalistyczna interpretacja pojęcia prawdopodobieństwa jest podstawą dla teorii podejmowania decyzji. Interpretacja matematyczna nie daje takich podstaw, ponieważ dotyczy wyidealizowanych, fikcyjnych sytuacji i nie ujmuje złożonego charakteru podejmowania decyzji w warunkach niepewności”.

4. Kontrowersje wokół personalistycznej interpretacji prawdopodobieństwa

Przez personalistyczne lub subiektywne prawdopodobieństwo (*subjective probability*) tego, że jakiś sąd na temat zdarzenia A jest prawdziwy, rozumie się stopień pewności (*degree of belief*) lub przekonania danej osoby o prawdziwości tego sądu. Zgodnie z tą interpretacją prawdopodobieństwo

na temat zdarzenia A jest przypisane do danej osoby i może być różne dla różnych osób. W przeciwieństwie do interpretacji częstościowej, prawdopodobieństwo subiektywne jest traktowane personalistycznie i warunkowo ze względu na przeszłość i na całe otoczenie analizowanego zdarzenia. Jedynym ograniczeniem jest, aby zbiór prawdopodobieństw był dla danej osoby spójny i nie łamał postulatu logicznej zgodności. „Zgodne lub spójne oszacowania są dotąd dopuszczalne, dopóki dana osoba czuje, że odpowiadają one jej przekonaniom” (Winkler, 1967, s. 1105 – tłum. aut.). Tak więc, danemu zdarzeniu nie musi koniecznie odpowiadać jedna wartość prawdopodobieństwa. Może ona być różna nie tylko dla różnych osób, ale także dla tej samej osoby w różnych momentach czasu, wyrażając zmieniający się stan wiedzy tej osoby na temat danego zdarzenia i jego uwarunkowań¹.

Źródło kontrowersji w takim rozumieniu prawdopodobieństwa jest oczywiste. Jest nim subiektywizm poznania i doświadczenia poszczególnych osób, decydujące o ostatecznej wartości prawdopodobieństwa². Część krytyków tej koncepcji, rozumiejąc uwarunkowania przemawiające za poszukiwaniem innych od klasycznej i częstościowej interpretacji prawdopodobieństwa, byłaby w stanie subiektywizm ten zaakceptować, gdyby włączyć do niego mechanizm „obiektywizacji” ostatecznej oceny. Takie mechanizmy są znane statystykom i klasyfikowane są zwykle w dwie grupy:

- a) matematyczne techniki agregacji ocen i rozkładów;
- b) behawioralne techniki agregacji opinii.

W pierwszej z tych grup na czoło wysuwa się twierdzenie Bayesa, jako formuła pozwalająca na uśrednianie ocen uzyskanych od poszczególnych osób³, biorąca pod uwagę stopień ich przekonania (rozproszenie rozkładu) co do poszczególnych wartości ocen. Mimo że od ogłoszenia tego twierdzenia minęło już ponad 250 lat, to jest ono nadal szeroko stosowaną w analizach danych techniką łączenia różnych źródeł informacji, aktualizacji wiedzy na podstawie nowej informacji oraz tzw. bayesowskiego procesu uczenia się. Analitycznie i symulacyjnie można wykazać, że zastosowanie tzw. Bayesa dość szybko prowadzi do konsensusu wśród branych pod uwagę ocen (rozkładów), zwłaszcza gdy stosuje się je w sposób ciągły, czyli aktualizuje się ocenę (rozkład) a posteriori w miarę napływu nowej informacji.

W zarządzaniu ryzykiem łatwiejsze do wykorzystania mogą być behawioralne techniki agregacji ocen prawdopodobieństw. Są to techniki o charakterze jakościowym, których celem jest wypracowanie konsensusu (często w drodze dyskusji) wśród ekspertów wyrażających na wstępie różne subiektywne oceny prawdopodobieństw. Do tej grupy technik należy metoda delficka i wszelkie jej późniejsze odmiany.

Personalistyczna interpretacja prawdopodobieństwa staje się współcześnie jednym z najbardziej użytecznych podejść do szacowania prawdopodobieństw w zarządzaniu ryzykiem. Wynika to zarówno z powodów wcześniej omówionych (jednostkowe zdarzenia, niepowtarzalność okoliczności i zdarzeń), jak i z dużych możliwości szybkiego pomiaru indywidualnych ocen i ich agrega-

cji. W tym kontekście niektórzy dostrzegają szansę na wykorzystanie ocen i opinii nie pojedynczych ekspertów, i nawet nie próby jednostek, ale całych, niekiedy dużych populacji. Zwolennicy koncepcji Big Data, a przynajmniej część z nich, wróży wręcz schyłek badań niewyczerpujących (próbekowych). „Idea badania próbek traci sens, skoro możemy korzystać z dużej liczby danych” – piszą Viktor Mayer-Schönberger i Kenneth Cukier (2014, s. 44)⁴. Autorzy są co prawda świadomi, iż duże zbiory danych charakteryzuje często pewien bezład, zwłaszcza na tle starannie wyselekcjonowanych prób losowych, ale uważają, że rekompensowany jest on pełniejszą niż w próbie informacją: „jesteśmy gotowi do poświęcenia odrobiny dokładności w zamian za poznanie ogólnego trendu” (Mayer-Schönberger i Cukier, 2014, s. 55). Wydaje się, że autorzy popełniają w tym rozumowaniu błąd, polegający na oczekiwaniu, iż każde zwiększenie liczby opinii, a w szczególności objęcie obserwacją wszystkich jednostek populacji, prowadzi do lepszego poznania tej populacji. Źródłem tego nieprawdziwego przekonania, dość typowego dla osób mających małe doświadczenie w badaniach próbekowych, jest wiara w brak błędów i obciążeń, gdy obserwacji podda się wszystkie lub prawie wszystkie jednostki danej zbiorowości. Innymi słowy, oznacza to przyjęcie *implicite* założenia, iż największym błędem w badaniach próbekowych jest błąd wynikający z objęcia obserwacją próby, a nie całej populacji – błąd losowania. Tymczasem, jak wiadomo, błąd losowania stanowi zaledwie jedną z kilku kategorii błędów, jakimi może być obciążone badanie statystyczne (por. Szreder, 2015). Nie należy więc zbyt dużej wagi przykładać do liczby opinii na temat prawdopodobieństwa wystąpienia określonych zdarzeń, za cenę jakości tych opinii i odpowiednio dobranych sposobów ich agregacji.

5. Podsumowanie

Za jeden z najważniejszych elementów systemu zarządzania ryzykiem należy uznać zdolność projektanta takiego systemu do trafnej oceny prawdopodobieństw kluczowych zdarzeń. Zadanie to nie jest łatwe i wymaga nie tylko znajomości samej materii, której ryzyko dotyczy, ale także metod i technik szacowania prawdopodobieństw. W opracowaniu tym wskazano na niewielką przydatność w tym względzie najstarszej koncepcji pomiaru prawdopodobieństwa, tzw. interpretacji klasycznej. Uzasadniono także trudności ze spełnieniem założeń interpretacji częstościowej w wielu sytuacjach niemających swojej wcześniejszej historii. Rośnie w tych warunkach znaczenie interpretacji personalistycznej, która jednakowoż wymaga od zarządzającego ryzykiem dużej ostrożności. Zagrożenie stanowi bowiem subiektywizm ocen poszczególnych osób (ekspertów), jak i pokusa, aby w duchu Big Data zwiększać liczbę osób szacujących prawdopodobieństwo danych zdarzeń bez stosowania odpowiednich narzędzi analitycznych ich selekcji oraz agregacji ich opinii.

Przypisy

- ¹ Interpretacja personalistyczna narażona jest w ten sposób na krytykę dotyczącą nie-spójności sądów wielu osób, a także na zarzut utraty wartości poznawczej przez prawdopodobieństwo. Dyskusję na ten temat przytaczają m.in. Machina i Schmeidler (1992) i Szreder (1994; 2002).
- ² O kontrowersjach związanych z wykorzystaniem subiektywnych ocen ekspertów w zagadnieniach ubezpieczeniowych piszą z perspektywy filozoficznej zob. Feduzi, Runde i Zappia (2011).
- ³ Por. dobrze znane w statystyce pojęcie *Bayesian averaging*, np. Lenkoski, Eicher i Raftery (2014) lub Białowolski, Kuszewski i Witkowski (2014).
- ⁴ Dalej autorzy dodają sugestywnie: „Sięganie po próbę losową w epoce *big data* przypomina chwytnie bata w erze samochodów” (Mayer-Schönberger i Cukier, 2014, s. 50).

Bibliografia

- Białowolski, P., Kuszewski, T. i Witkowski, B. (2014). Bayesian Averaging of Classical Estimates in Forecasting Macroeconomic Indicators with Application of Business Survey Data, *Empirica. Journal of European Economics*, 41(1), 53–68.
- Feduzi, A., Runde, J. i Zappia, C. (2011). De Finetti on the Insurance of Risks and Uncertainties. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 63(2), 329–356.
- De Finetti, B. (1974). *Theory of Probability. A Critical Introductory Treatment*. London: J. Wiley.
- Hassett, M.J. i Stewart D.G. (2009). *Probability for Risk Management*. Winsted: ACTEX Publications Inc.
- Hillson, D. i Hulett, D. (2004). *Assessing Risk Probability: Alternative Approaches*. Proceedings of the PMI Global Congress Europe 2004, Prague, Czech Republic, April.
- Leibniz, W.G. (1955). *Nowe rozważania dotyczące rozumu ludzkiego*, t. 2. Warszawa: PWN.
- Lenkoski, A., Eicher, T.S. i Raftery, A.E. (2014). Two-Stage Bayesian Model Averaging in Endogenous Variable Models. *Econometric Reviews*, 33, 122–151.
- Machina, M.J. i Schmeidler, D. (1992). A more robust definition of subjective probability. *Econometrica*, 60(4), 745–780.
- Mayer-Schönberger, V., Cukier, K. (2013). *BIG DATA. Rewolucja, która zmieni nasze myślenie, pracę i życie*. Warszawa: Wydawnictwo MT Biznes.
- Mill, J.S. (1962). *System logiki dedukcyjnej i indukcyjnej*. Warszawa: PWN.
- Rzepiński, T. (2009). Interpretacje pojęcia prawdopodobieństwa w sporze o randomizację. *Nowiny Lekarskie*, 78(5–6), 360–365.
- Szreder, M. (1994). *Informacje a priori w klasycznej i bayesowskiej estymacji modeli regresji*. Gdańsk: Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego.
- Szreder, M. (2002). Prior Probabilities – the Pleasure of Bayesian Inference. *Przegląd Statystyczny*, 49(4), 7–17.
- Szreder, M. (2015). Zmiany w strukturze całkowitego błędu badania próbkowego. *Wiadomości Statystyczne*, 1, 4–12.
- von Mises, R. (1957). *Probability, Statistics and Truth*. London: G. Allen and Unwin.
- Winkler, R. (1967). The quantification of judgment: Some methodological suggestions. *Journal of the American Statistical Association*, 62(320), 1105–1120.