PRZEGLĄD STATYSTYCZNY
R. LVIII – ZESZYT 1-2 – 2011

JOANNA OLBRYŚ

OBCIĄŻENIE ESTYMATORA WSPÓŁCZYNNIKA ALFA JENSENA A INTERPRETACJE PARAMETRÓW KLASYCZNYCH MODELI MARKET-TIMING[1]

1. WSTĘP

W 1972 roku E. Fama [10] zaproponował dychotomiczny podział umiejętności zarządzającego portfelem, czyli rozróżnienie umiejętności w zakresie prognozowania:

- w skali mikro (w literaturze określane mianem selektywności aktywów),
- w skali makro (w literaturze określane jako market-timing, czyli tzw. wyczucie rynku).

W swojej pracy Fama powołał się m.in. na artykuł Michaela C. Jensena *The performance of mutual funds in the period 1945 – 1964* [19], który ukazał się w 1968 r. w czasopiśmie „The Journal of Finance". W artykule tym Jensen wprowadził współczynnik α, zwany w literaturze przedmiotu alfą Jensena, jako miarę umiejętności zarządzającego portfelem inwestycyjnym w zakresie selektywności aktywów. Jensen przedstawił w skrócie przekształcenia, na podstawie których wywnioskował, że estymator współczynnika alfa jest obciążony dodatnio, co oczywiście ma istotny wpływ na interpretację wartości tego parametru. Wnioski Jensena odnośnie interpretacji można podsumować następującym stwierdzeniem: estymator $\hat{\alpha}$ może być dodatni z dwóch powodów: 1) dodatkowych zysków osiąganych przez menadżera wykorzystującego swoje umiejętności w zakresie doboru aktywów; 2) dodatniego obciążenia estymatora parametru α.

W roku 1977, również w „The Journal of Finance",ukazał się z kolei artykuł Dwighta Granta *Portfolio performance and the „cost" of timing decisions* [14], w którym autor podważa prawdziwość wzoru przedstawionego przez Jensena pisząc wprost o błędzie matematycznym w przekształceniach [14, str. 837]. Prezentuje własne wyprowadzenie wzoru na wartość oczekiwaną odpowiedniego estymatora i podaje nową interpretację, według której estymator współczynnika alfa jest obciążony ujemnie.

Wprowadza to sporo zamieszania w literaturze przedmiotu, ponieważ jedni autorzy powołują się w swoich pracach na interpretację Jensena (np. [5], [11], [13], [15], [17], [28]), natomiast inni na interpretację Granta (np. [6], [14]). Niektórzy autorzy komentują obie interpretacje (np. [31]). Niestety, w konsekwencji wnioski dotyczą-

[1] Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009 – 2011 jako projekt badawczy własny Nr N N113 173237 „Modele market-timing wspomagające ocenę efektywności zarządzania portfelami polskich funduszy inwestycyjnych"

ce wyników badań empirycznych na rynkach funduszy inwestycyjnych, w zakresie umiejętności stosowania przez zarządzających funduszami technik market-timing oraz selektywności aktywów, nie są jednoznaczne. Głównym punktem artykułu jest wyprowadzenie spornego wzoru, w celu wyciągnięcia ostatecznych wniosków dotyczących statystycznego oddziaływania obciążenia estymatora współczynnika alfa Jensena na pozostałe parametry modelu regresji. Dodatkowo przedstawione zostaną przykłady klasycznych modeli market-timing polskich funduszy inwestycyjnych akcji, jak również zostanie zbadana stabilność parametrów otrzymanych modeli ekonometrycznych w okresie styczeń 2003 – grudzień 2010, w celu potwierdzenia wyników estymacji oraz interpretacji.

2. WSPÓŁCZYNNIK ALFA – WZÓR JENSENA (1968)

Głównym celem jednej z najważniejszych prac Jensena [19] było wprowadzenie miary efektów zarządzania portfelem (*portfolio performance measure).*

Zgodnie z modelem CAPM, wartość oczekiwana stopy zwrotu z papieru wartościowego może być oszacowana na podstawie wzoru [19, str.390]:

$$E\left(R_j\right) = R_F + \beta_j \cdot [E(R_M) - R_F] \tag{1}$$

gdzie:

$E\left(R_j\right)$ – wartość oczekiwana stopy zwrotu z akcji j-tej,
$E(R_M)$ – wartość oczekiwana stopy zwrotu z portfela rynkowego M,
R_F – stopa zwrotu wolna od ryzyka,
$\beta_j = \dfrac{cov\left(R_j, R_M\right)}{\sigma^2(R_M)}$ – współczynnik beta Sharpe'a akcji j-tej.

Jensen pisze, powołując się na artykuł E. Famy z 1968r. [9], że wartość współczynnika β_j w równaniu (1) jest w przybliżeniu równa wartości współczynnika b_j w „modelu rynku" postaci [19, str. 391]:

$$R_{j,t} = E\left(R_{j,t}\right) + b_j \cdot \pi_t + e_{j,t} \tag{2}$$

gdzie π_t jest czynnikiem rynku (nieobserwowalnym).

Zakładamy, że zmienne losowe π_t oraz $e_{j,t}$ są niezależne, o rozkładzie normalnym, czyli spełnione są warunki: $E(\pi_t) = 0$; $E\left(e_{j,t}\right) = 0$;

$$cov\left(\pi_t, e_{j,t}\right) = 0;\ cov\left(e_{j,t}, e_{i,t}\right) = \begin{cases} 0, j \neq i \\ \sigma^2\left(e_j\right), j = i \end{cases}.$$

Współczynniki β_j oraz b_j we wzorach (1) i (2) nie posiadają indeksu t, czyli przyjmujemy ich niezmienność w czasie.

Aproksymacja stopy zwrotu z portfela rynkowego ma postać [19, str. 392]:

$$R_{M,t} \cong E\left(R_{M,t}\right) + \pi_t \tag{3}$$

zatem: $E\left(R_{M,t}\right) = R_{M,t} - \pi_t$.

Z (1) oraz (3) otrzymujemy:

$$E\left(R_{j,t}\right) + \beta_j \cdot \pi_t + e_{j,t} \cong R_{F,t} + \beta_j \cdot \left(R_{M,t} - \pi_t - R_{F,t}\right) + \beta_j \cdot \pi_t + e_{j,t} \tag{4}$$

Po podstawieniu (2) oraz redukcji uzyskamy:

$$R_{j,t} - R_{F,t} = \beta_j \cdot \left(R_{M,t} - R_{F,t}\right) + e_{j,t} \tag{5a}$$

$$r_{j,t} = \beta_j \cdot r_{M,t} + e_{j,t} \tag{5b}$$

gdzie:

$r_{j,t} = R_{j,t} - R_{F,t}$ – nadwyżka stopy zwrotu z akcji j-tej nad wolną od ryzyka stopą zwrotu w okresie t,

$r_{M,t} = R_{M,t} - R_{F,t}$– nadwyżka stopy zwrotu z portfela rynkowego M nad wolną od ryzyka stopą zwrotu w okresie t.

Równania (5a)-(5b) nie odzwierciedlają sytuacji, w której zarządzający portfelem jest „doskonałym prognostą” (*superior forecaster*) i w celu uzyskania jak najwyższej stopy zwrotu będzie wybierał papiery wartościowe o $e_{j,t} > 0$. Aby uwzględnić w równaniach (5a)-(5b) taką możliwość można wprowadzić stałą α_j różną od zera:

$$R_{j,t} - R_{F,t} = \alpha_j + \beta_j \cdot \left(R_{M,t} - R_{F,t}\right) + u_{j,t} \tag{6a}$$

$$r_{j,t} = \alpha_j + \beta_j \cdot r_{M,t} + u_{j,t} \tag{6b}$$

gdzie: $u_{j,t}$ - składnik losowy o $E\left(u_{j,t}\right) = 0$.

Działania prowadzone przez zarządzającego portfelem wymagają wykorzystania umiejętności w zakresie:

1. przewidywania zmian cen pojedynczych aktywów, czyli selektywności papierów wartościowych,
2. przewidywania zmian na rynku, globalnie (czyli zmian czynnika rynkowego π_t w modelu rynku (2)).

Jeśli menadżer posiada umiejętności w zakresie selektywności aktywów, to $\alpha_j > 0$.

W celu uwzględnienia zmienności w czasie parametru beta, Jensen proponuje przedstawienie $\beta_{j,t}$ jako zmiennej losowej [19, str. 395]:

$$\beta_{j,t} = \beta_j + \varepsilon_{j,t} \tag{7}$$

gdzie:

β_j – docelowy średni poziom ryzyka (*target risk level*),

$\varepsilon_{j,t}$ – składnik losowy o$E\left(\varepsilon_{j,t}\right) = 0$.

Jeśli inwestor potrafi nawet w pewnym stopniu przewidzieć kierunek zmian na rynku, to fakt ten można zapisać formalnie w postaci zależności pomiędzy składnikiem losowym $\varepsilon_{j,t}$ z równania (7) oraz zmienną π_t (równanie (2)):

$$\varepsilon_{j,t} = a_j \cdot \pi_t + \omega_{j,t} \tag{8}$$

gdzie: $\omega_{j,t}$ – składnik losowy o rozkładzie normalnym oraz $E\left(\omega_{j,t}\right) = 0$.

Współczynnik a_j w równaniu (8) jest dodatni – jeśli menadżer ma zdolność przewidywania w skali makro; jest równy zero – jeśli menadżer nie ma takich zdolności (lub ich nie wykorzystuje). Przypadku $a_j < 0$ nie rozważamy.

Po podstawieniu zależności z równania (8) do równania (7) otrzymamy:

$$\beta_{j,t} = \beta_j + \varepsilon_{j,t} = \beta_j + a_j \cdot \pi_t + \omega_{j,t} \tag{9}$$

Równanie (9) przedstawia model regresji – zależność między zmienną $\beta_{j,t}$ a czynnikiem rynkowym π_t, z uwzględnieniem składnika losowego $\omega_{j,t}$.

Podstawiając z kolei zależność (7) do równań (6a)-(6b) uzyskamy:

$$R_{j,t} - R_{F,t} = \alpha_j + \beta_{j,t} \cdot (R_{M,t} - R_{F,t}) + u_{j,t} \tag{10a}$$

$$r_{j,t} = \alpha_j + \beta_{j,t} \cdot r_{M,t} + u_{j,t} \tag{10b}$$

Jeśli estymator parametru beta (estymator średniego poziomu ryzyka) jest nieobciążony, to nieobciążony jest również estymator parametru alfa (estymator miary umiejętności w zakresie selektywności aktywów). Jensen pisze, że można pokazać, iż przy założeniu, że składnik losowy $\omega_{j,t}$ nie jest skorelowany ze zmienną π_t, wartość oczekiwana estymatora MNK parametru beta wynosi [19, str. 396]:

$$E\left(\hat{\beta}_j\right) = \frac{cov\left[\left(R_{j,t} - R_{F,t}\right), \left(R_{M,t} - R_{F,t}\right)\right]}{\sigma^2\left(R_M\right)} = \beta_j - a_j \cdot E\left(R_M\right) \tag{11}$$

Na podstawie wzoru (11) Jensen wnioskuje, że:

1. jeśli inwestor nie ma umiejętności przewidywania w skali mikro, czyli $a_j = 0$, wtedy $E\left(\hat{\beta}_j\right) = \beta_j$ - estymator parametru beta jest nieobciążony,
2. jeśli inwestor ma umiejętności przewidywania w zakresie selektywności aktywów, czyli $a_j > 0$, wtedy $E\left(\hat{\beta}_j\right) \neq \beta_j$, czyli obserwujemy obciążenie estymatora parametru beta.

Zatem, jeśli estymator parametru beta jest obciążony ujemnie, to estymator parametru alfa jest obciążony dodatnio, aby spełniony był warunek, że prosta regresji (10b) przechodzi przez punkt o współrzędnych $(\overline{r_M}, \overline{r_j})$.

3. WYPROWADZENIE WZORU

Praca Jensena [19] nie zawiera dowodu zależności (11), jedynie wzmiankę, jak można ten wzór uzyskać. W celu uproszczenia zapisu (a co za tym idzie, również dowodu), wzór (11) można przedstawić w innej postaci, z wykorzystaniem oznaczeń dotyczących nadwyżek stóp zwrotu (*excess returns)* $r_{j,t} = R_{j,t} - R_{F,t}$ oraz $r_{M,t} = R_{M,t} - R_{F,t}$ odpowiednio, opuszczając jednocześnie indeks t:

$$E\left(\hat{\beta}_j\right) = \frac{cov\left[\left(R_j - R_F\right), \left(R_M - R_F\right)\right]}{\sigma^2\left(r_M\right)} = \frac{cov\left(r_j, r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} \tag{12}$$

Wprowadzając oznaczenia:

$r_j = \beta_j \cdot r_M$ – ze wzoru (5b),

$a_j = \dfrac{cov\left(\beta_j, r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)}$ – na podstawie równania (9), przyjmując za czynnik rynkowy nadwyżkę stopy zwrotu z portfela rynkowego M,

oraz korzystając z własności wartości oczekiwanej, kowariancji i wariancji zmiennych losowych (w szczególności o rozkładzie normalnym dwumianowym) otrzymujemy:

$$E\left(\hat{\beta}_j\right) = \frac{cov\left[\left(R_j - R_F\right), \left(R_M - R_F\right)\right]}{\sigma^2\left(r_M\right)} = \frac{cov\left(r_j, r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} = \frac{cov\left(\beta_j \cdot r_M, r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} =$$

$$= \frac{E\left(\beta_j \cdot r_M^2\right) - E\left(\beta_j \cdot r_M\right) \cdot E\left(r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} =$$

$$= \frac{cov\left(\beta_j, r_M^2\right) + E\left(\beta_j\right) \cdot E\left(r_M^2\right) - \left[cov\left(\beta_j, r_M\right) + E\left(\beta_j\right) \cdot E\left(r_M\right)\right] \cdot E\left(r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} =$$

$$= \frac{cov\left(\beta_j, r_M^2\right) + E\left(\beta_j\right) \cdot \left[\sigma^2\left(r_M\right) + E^2\left(r_M\right)\right] - cov\left(\beta_j, r_M\right) \cdot E\left(r_M\right) - E\left(\beta_j\right) \cdot E^2\left(r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} =$$

$$= \frac{cov\left(\beta_j, r_M^2\right) + E\left(\beta_j\right) \cdot \sigma^2\left(r_M\right) - cov\left(\beta_j, r_M\right) \cdot E\left(r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} =$$

$$= E\left(\beta_j\right) + \frac{cov\left(\beta_j, r_M^2\right) - cov\left(\beta_j, r_M\right) \cdot E\left(r_M\right)}{\sigma^2\left(r_M\right)} = E\left(\beta_j\right) - a_j \cdot E\left(r_M\right)$$

Uzyskana w wyniku przekształceń postać jest zgodna z odpowiednim wzorem z pracy Jensena [19, str. 396].

4. WSPÓŁCZYNNIK ALFA – WNIOSKI GRANTA (1977)

D. Grant w pracy [14] podważył wnioski Jensena dotyczące interpretacji parametru alfa twierdząc, że w przypadku portfeli inwestycyjnych zarządzanych z wykorzystaniem technik market-timing i selektywności aktywów, wartość oczekiwana estymatora parametru beta jest zawyżona, a nie zaniżona (jak sugerował Jensen), a co za tym idzie, estymator parametru alfa jest obciążony ujemnie (a nie dodatnio, jak u Jensena). Grant stwierdził wprost, że w oryginalnej pracy Jensena jest błąd matematyczny [14, str. 837].

Grant wprowadził następujące pomocnicze oznaczenia, które wykorzystał w działaniach:

$$\Delta r_M = r_M - E(r_M); \quad \Delta\beta = \beta - E(\beta); \quad r = \beta \cdot r_M; \quad a = \frac{cov(\beta, r_M)}{\sigma^2(r_M)}.$$

W wyniku przekształceń Grant otrzymał [14, str. 843]:

$$E\left(\hat{\beta}\right) = \frac{cov(r, r_M)}{\sigma^2(r_M)} = E(\beta) + \frac{cov(\beta, r_M) \cdot E(r_M)}{\sigma^2(r_M)} = E(\beta) + a \cdot E(r_M) \tag{13}$$

Wzory uzyskane przez Jensena oraz Granta różnią się znakiem wyrażenia $a \cdot E(r_M)$:

- $E\left(\hat{\beta}\right) = E(\beta) - a \cdot E(r_M)$ – wzór Jensena (11);
- $E\left(\hat{\beta}\right) = E(\beta) + a \cdot E(r_M)$ – wzór Granta (13).

Jak zostało udowodnione w rozdziale 3, wzór Jensena jest prawidłowy, natomiast wzór Granta – błędny.

5. WSPÓŁCZYNNIK ALFA JENSENA W KLASYCZNYCH MODELACH MARKET-TIMING – ZASTOSOWANIE I INTERPRETACJA

W ostatnich latach w literaturze przedmiotu pojawiło się wiele różnorodnych modeli tzw. wyczucia rynku, czyli market-timing.

Modele te w większości wywodzą się od modeli podstawowych, będąc ich modyfikacjami (np. [2], [6], [11], [12], [13], [28], [31]).

Jeden z pierwszych i najprostszych modeli parametrycznych do badania umiejętności w zakresie stosowania technik market-timing oraz selektywności aktywów przez zarządzających portfelami inwestycyjnymi opracowali Treynor i Mazuy w 1966r. [38]. Zdefiniowali oni umiejętność wyczucia rynku jako właściwą reakcję na zmiany stopy zwrotu z portfela rynkowego. Pożądane jest, aby ryzyko portfela było wyższe w okresie występowania dodatniej rynkowej stopy zwrotu w porównaniu z okresami spadkowymi. W celu testowania umiejętności zarządzającego portfelem w zakresie wyczucia rynku można zastosować MNK do estymacji parametrów strukturalnych następującego modelu regresji [38] (oznaczanego dalej jako model T-M):

$$R_{P,t} = \alpha_P + \beta_P \cdot R_{M,t} + \gamma_P \cdot R_{M,t}^2 + \varepsilon_{P,t} \tag{14}$$

gdzie:

$R_{P,t}$ – stopa zwrotu z portfela P w okresie t,

$R_{M,t}$ – stopa zwrotu z portfela rynkowego M w okresie t,

α_P – miara umiejętności zarządzającego portfelem P w zakresie selektywności aktywów (czyli alfa Jensena),

β_P – miara ryzyka systematycznego portfela P,

γ_P – miara umiejętności stosowania techniki market-timing przez zarządzającego portfelem.

Model T-M można szacować również z wykorzystaniem nadwyżek stóp zwrotu portfela P oraz portfela rynkowego M, w stosunku do stopy zwrotu wolnej od ryzyka. Przyjmie wtedy postać:

$$r_{P,t} = \alpha_P + \beta_P \cdot r_{M,t} + \gamma_P \cdot r_{M,t}^2 + \varepsilon_{P,t} \tag{15}$$

$r_{P,t} = R_{P,t} - R_{F,t}$ – nadwyżka stopy zwrotu z portfela P nad wolną od ryzyka stopą zwrotu w okresie t,

$r_{M,t} = R_{M,t} - R_{F,t}$ – nadwyżka stopy zwrotu z portfela rynkowego M nad wolną od ryzyka stopą zwrotu w okresie t,

Pozostałe oznaczenia jak we wzorze (14).

Interpretacja wartości oszacowania współczynnika α_P w równaniu (15) jest następująca: jeśli menadżer ma zdolność przewidywania w zakresie selektywności aktywów, to współczynnik α_P jest dodatni oraz istotny statystycznie. Zgodnie z interpretacją Jensena, dodatnia, ale nieistotna statystycznie wartość estymatora tego parametru może być efektem dodatniego obciążenia estymatora i niekoniecznie musi świadczyć o umiejętnościach zarządzającego portfelem.

Jeśli menadżer zarządzający portfelem np. funduszu inwestycyjnego zwiększa (zmniejsza) ekspozycję portfela na ryzyko rynkowe w przypadku wzrostów (spadków) stopy zwrotu z portfela rynkowego, wtedy stopa zwrotu z portfela jest wypukłą funkcją rynkowej stopy zwrotu i parametr γ_P jest dodatni. Wielkość tego parametru świadczy o stopniu umiejętności stosowania techniki market-timing.

Przykład 1

Badanie umiejętności zarządzających portfelami funduszy inwestycyjnych w zakresie selektywności aktywów oraz tzw. wyczucia rynku przeprowadzono z wykorzystaniem próby statystycznej zawierającej dzienne obserwacje stopy zwrotu 15 wybranych otwartych funduszy inwestycyjnych akcji z okresu od stycznia 2003 do grudnia 2010 (po 2013 pomiarów dla każdego z funduszy). Analogicznie, dzienne dane głównego indeksu giełdy warszawskiej WIG wykorzystano jako stopy zwrotu z portfela rynkowego. Z kolei średnia dzienna stopa rentowności bonów skarbowych 52 – tygodniowych została użyta jako wolna od ryzyka stopa zwrotu. Wyniki estymacji modeli T-M (15) wybranych funduszy, z wykorzystaniem estymatorów odpornych Neweya-Westa (*HAC*), przedstawia tabela 1. W przypadku 7 z 15 funduszy uzyskano dodatnie i istotne statystycznie oszacowania parametru α_P Jensena. Zgodnie z interpretacją Jensena, może to świadczyć o posiadaniu przez zarządzających portfelami funduszy umiejętności w zakresie selektywności aktywów, natomiast może być również efektem dodatniego obciążenia estymatora tego parametru.

Dodatkowo można zinterpretować uzyskane wartości oszacowań pozostałych parametrów modeli. Wartość estymatora parametru β_P, reprezentującego w modelach T-M ryzyko systematyczne portfeli funduszy, wahała się w przedziale [0,41; 0,81] i była we wszystkich przypadkach statystycznie istotna. Średnia wartość tego parametru wyniosła 0,64. Z kolei wartość estymatora parametru γ_P, będącego miarą umiejętności stosowania techniki market-timing przez zarządzającego portfelem, była istotnie mniejsza od zera w przypadku 12 z 15 funduszy, co w literaturze przedmiotu jest interpretowane jako niepokojąca informacja o braku takich umiejętności lub nie wykorzystywaniu ich przez zarządzających portfelami funduszy (np. [2], [6], [12], [17], [20], [31]). Średnia wartość estymatora parametru γ_P w całej grupie funduszy była równa w badanym okresie – 1,39.

Tabela 1

Model T-M (15), dane dzienne z okresu styczeń 2003 – grudzień 2010

	Fundusz akcji	$\hat{\alpha}_P$	$\hat{\beta}_P$	$\hat{\gamma}_P$	$\overline{R^2}$
1	Arka BZ WBK FIO Subfundusz Arka Akcji	0,0006***	0,72***	-2,10***	0,63
2	Aviva Investors FIO Subfundusz Aviva Polskich Akcji	0,0005***	0,76***	-1,67***	0,70
3	BPH FIO Parasolowy Subfundusz BPH Akcji	0,0001	0,73***	-0,79	0,73
4	DWS Polska FIO Top 25 Małych Spółek	0,0005*	0,41***	-2,34***	0,26
5	DWS Polska FIO Akcji Dużych Spółek	0,0002	0,66***	-1,15	0,41
6	DWS Polska FIO Akcji Plus	0,0003	0,56***	-1,44*	0,38
7	ING Parasol FIO Subfundusz Akcji	0,0001	0,76***	-0,74*	0,72
8	Legg Mason Akcji FIO	0,0003***	0,70***	-0,92*	0,72
9	Millennium FIO Subfundusz Akcji	0,0001	0,69***	-1,03*	0,69
10	Novo FIO Subfundusz Novo Akcji	0,0004**	0,51***	-1,95*	0,32
11	Pioneer FIO Subfundusz Pioneer Akcji Polskich	0,0001	0,81***	-1,33*	0,71
12	PKO Akcji - FIO	0,0003	0,57***	-2,11*	0,45
13	PZU FIO Akcji KRAKOWIAK	0,0002	0,71***	-1,24**	0,71
14	Skarbiec FIO Subfundusz Akcji Skarbiec - Akcja	0,0003*	0,48***	-0,61	0,31
15	UniFundusze FIO Subfundusz UniKorona Akcje	0,0005**	0,52***	-1,36*	0,31
	średnia	**0,0003**	**0,64**	**-1,39**	**0,54**

Źródło: opracowanie własne (z wykorzystaniem pakietu *Gretl 1.8.5*)

Parametry istotnie różniące się od zera:
* istotność na poziomie 0,1; ** istotność na poziomie 0,05; *** istotność na poziomie 0,01.

Kolejny model tzw. wyczucia rynku, czyli test parametryczny Henrikssona-Mertona z 1984r. ([16], [17]) umożliwia identyfikację i ocenę umiejętności zarządzającego portfelem inwestycyjnym w zakresie stosowania techniki market-timing, jak również selekcji aktywów. Model H-M ma postać [16, str. 527]:

$$r_{P,t} = \alpha_P + \beta_{1P} \cdot x_t + \beta_{2P} \cdot y_t + \varepsilon_{P,t} \tag{16}$$

gdzie:
$x_t = r_{M,t}$ – nadwyżka stopy zwrotu z portfela rynkowego nad stopą zwrotu wolną od ryzyka,
$y_t = \max\{0, -x_t\}$,
α_P – miara umiejętności zarządzającego portfelem P w zakresie selektywności aktywów (czyli alfa Jensena),
β_{1P} – miara ryzyka systematycznego portfela P,
β_{2P} – miara umiejętności stosowania techniki market-timing przez zarządzającego portfelem,
$\varepsilon_{P,t}$ – składnik losowy, spełniający założenia modelu CAPM: $E(\varepsilon_{P,t}) = 0$, $E(\varepsilon_{P,t} | x_t) = 0$, $E\left(\varepsilon_{P,t} \middle| \varepsilon_{P,t-i}\right) = 0; i = 1, 2, 3, ...$

Równanie (16) wynika z modelu Mertona [22]. Merton uzasadnił, że doskonałe wyczucie rynku można teoretycznie uzyskać budując strategię opcyjną typu „*protective put*”, inwestując część gotówki w portfel rynkowy, za pozostałą zaś część nabywając „darmowe” opcje sprzedaży (z ceną realizacji $R_{F,t}$) każdej złotówki znajdującej się w portfelu rynkowym. Strategia ta replikuje strukturę stóp zwrotu uzyskaną w wyniku perfekcyjnego stosowania strategii market-timing. Zgodnie z modelem Mertona, estymator $\hat{\alpha}_P$ jest miarą wpływu umiejętności menadżera w zakresie doboru papierów wartościowych na wyniki inwestycyjne. Testowana hipoteza zerowa ma postać:

$$H_0 : \alpha_P = 0 \tag{17}$$

tzn. przypuszczamy, że zarządzający portfelem nie posiada umiejętności w zakresie selektywności aktywów, czyli przewidywania w skali mikro.

Estymator $\hat{\beta}_{1P}$ reprezentuje część środków zainwestowaną w portfel rynkowy zgodnie ze strategią opcyjną Mertona, zaś estymator $\hat{\beta}_{2P}$ – liczbę “darmowych” opcji sprzedaży. W tym kontekście, badanie umiejętności w zakresie wyczucia rynku jest równoznaczne z testowaniem hipotezy zerowej:

$$H_0 : \beta_{2P} = 0 \tag{18}$$

czyli zarządzający portfelem nie posiada umiejętności w zakresie wyczucia rynku lub ich nie wykorzystuje. Ujemna wartość estymatora $\hat{\beta}_{2P}$ oznacza negatywny wpływ techniki market-timing na wartość portfela.

Przykład 2

Analogicznie, jak w przykładzie 1, badanie umiejętności zarządzających portfelami funduszy inwestycyjnych w zakresie selektywności aktywów oraz wyczucia rynku przeprowadzono z wykorzystaniem próby statystycznej zawierającej dzienne obserwacje stopy zwrotu 15 wybranych otwartych funduszy inwestycyjnych akcji z okresu od stycznia 2003 do grudnia 2010. Wyniki estymacji modeli H-M (16) wybranych funduszy, z wykorzystaniem estymatorów odpornych Neweya-Westa (*HAC*) prezentuje tabela 2. W przypadku 12 funduszy odrzucono wprawdzie hipotezę zerową (17), dotyczącą parametru α_P Jensena, ale istotnie różne od zera wartości tego parametru były i tak bardzo małe. Wnioski mogą być zatem analogiczne, jak w przykładzie 1. Zgodnie z interpretacją Jensena, dodatnia wartość estymatora parametru α_P może świadczyć o posiadaniu przez zarządzających portfelami funduszy umiejętności w zakresie selektywności aktywów, ale może też wynikać z dodatniego obciążenia tego estymatora.

Tabela 2

Model H-M (16), dane dzienne z okresu styczeń 2003 – grudzień 2010

	Fundusz akcji	$\hat{\alpha}_P$	$\hat{\beta}_P$	$\hat{\gamma}_P$	$\overline{R^2}$
1	Arka BZ WBK FIO Subfundusz Arka Akcji	0,001***	0,64***	-0,17***	0,63
2	Aviva Investors FIO Subfundusz Aviva Polskich Akcji	0,0009***	0,69***	-0,14***	0,70
3	BPH FIO Parasolowy Subfundusz BPH Akcji	0,0004*	0,69***	-0,08*	0,73
4	DWS Polska FIO Top 25 Małych Spółek	0,001***	0,31***	-0,20***	0,26
5	DWS Polska FIO Akcji Dużych Spółek	0,0004	0,61***	-0,09	0,41
6	DWS Polska FIO Akcji Plus	0,0006*	0,50***	-0,13*	0,38
7	ING Parasol FIO Subfundusz Akcji	0,0003	0,73***	-0,08*	0,72
8	Legg Mason Akcji FIO	0,0006***	0,66***	-0,09**	0,72
9	Millennium FIO Subfundusz Akcji	0,0004**	0,64***	-0,11**	0,69
10	Novo FIO Subfundusz Novo Akcji	0,0009**	0,43***	-0,16**	0,32
11	Pioneer FIO Subfundusz Pioneer Akcji Polskich	0,0004	0,76***	-0,12**	0,71
12	PKO Akcji – FIO	0,0008**	0,48***	-0,18**	0,45
13	PZU FIO Akcji KRAKOWIAK	0,0005**	0,66***	-0,11***	0,71
14	Skarbiec FIO Subfundusz Akcji Skarbiec – Akcja	0,0006*	0,44***	-0,07	0,31
15	UniFundusze FIO Subfundusz UniKorona Akcje	0,0009**	0,45***	-0,13*	0,31
	średnia	**0,001**	**0,58**	**-0,12**	**0,54**

Źródło: opracowanie własne (z wykorzystaniem pakietu *Gretl 1.8.5*)

Parametry istotnie różniące się od zera:
* istotność na poziomie 0,1; ** istotność na poziomie 0,05; *** istotność na poziomie 0,01.

Interpretacje wartości oszacowań pozostałych parametrów otrzymanych modeli są następujące. Wartość estymatora parametru β_{1P}, reprezentującego w modelach H-M ryzyko systematyczne portfeli funduszy, należała do przedziału [0,31; 0,76] i była we wszystkich przypadkach istotna statystycznie. Przeciętna wartość tego parametru wyniosła 0,58 i była nieznacznie niższa w porównaniu z wynikiem w tabeli 1. Z kolei wartość estymatora parametru β_{2P}, będącego miarą umiejętności stosowania techniki market-timing przez zarządzającego portfelem, była istotnie mniejsza od zera w przypadku 13 spośród 15 funduszy. Odrzucenie hipotezy zerowej (18) i ujemne wartości tego estymatora mogą świadczyć o braku umiejętności w zakresie stosowania techniki market-timing lub nie wykorzystywaniu ich przez zarządzających portfelami funduszy. Wartość średnia estymatora parametru β_{2P} wyniosła w badanym okresie -0,12.

6. TESTOWANIE STABILNOŚCI PARAMETRÓW MODELI MARKET-TIMING

Jednym z testów stabilności parametrów modelu ekonometrycznego, zbudowanego w oparciu o szereg czasowy, jest test *CUSUM (CUmulated SUM of Residuals),* oparty o tzw. reszty rekursywne [21]. Autorami testu są Brown, Durbin i Evans [3]. Test ten można stosować nawet wtedy, gdy nie znamy momentu zmiany strukturalnej (czyli tzw. punktu zwrotnego) procesu i nie zakładamy, że ona wystąpi. Zatem jest on bardziej uniwersalny, niż np. predykcyjny test Chowa. Załóżmy, że estymowany model regresji ma postać [3, str. 150-151]:

$$y_t = x_t^T \cdot \beta_t + \varepsilon_t, \ \ t = 1, \ldots, T \tag{19}$$

gdzie:

y_t jest obserwacją zmiennej zależnej w okresie t,

x_t jest kolumnowym wektorem obserwacji k zmiennych niezależnych w okresie t; pierwsza zmienna niezależna x_{1t} jest równa 1 dla każdego t, jeśli model zawiera wyraz wolny,

β_t jest kolumnowym wektorem parametrów w okresie t,

ε_t jest składnikiem losowym w okresie t;

przyjmujemy, że składniki losowe mają rozkład normalny ze średnią zero i wariancją σ_t^2, t=*1,...,T.*

Testowana hipoteza zerowa ma postać [3, str. 151]:

$$\begin{aligned} H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_T = \beta \\ \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \cdots \sigma_T^2 = \sigma^2 \end{aligned} \tag{20}$$

Reszta rekursywna o numerze t jest błędem predykcji wartości zmiennej zależnej y_t, gdy estymacja modelu odbywa się z wykorzystaniem $(t-1)$ obserwacji:

$$e_t = y_t - x_t^T \cdot b_{t-1} \tag{21}$$

gdzie:

b_{t-1} jest wektorem współczynników (regresja na podstawie $(t-1)$ obserwacji).

Wariancja reszty rekursywnej jest równa:

$$\sigma_{pt}^2 = \sigma^2 \cdot [1 + x_t^T \cdot (X_{t-1}^T \cdot X_{t-1})^{-1} \cdot x_t] \tag{22}$$

gdzie:

$X_{t-1}^T = [x_1, x_2, \ldots, x_{t-1}]$, $t{=}k{+}1,\ldots,T$.

Przeskalowaną resztę rekursywną, czyli stosunek reszty rekursywnej e_t do obciążenia prognozy w okresie t oznaczamy przez w_t i obliczamy ze wzoru:

$$w_t = \frac{e_t}{\sqrt{1 + x_t^T \cdot (X_{t-1}^T \cdot X_{t-1})^{-1} \cdot x_t}} \tag{23}$$

Test *CUSUM* tworzony jest na podstawie prób od $(k+1)$ do T. Test ten oparty jest na wykresie skumulowanych sum przeskalowanych reszt rekursywnych postaci:

$$W_t = \frac{1}{s} \cdot \sum_{j=k+1}^{j=t} w_j \tag{24}$$

gdzie:

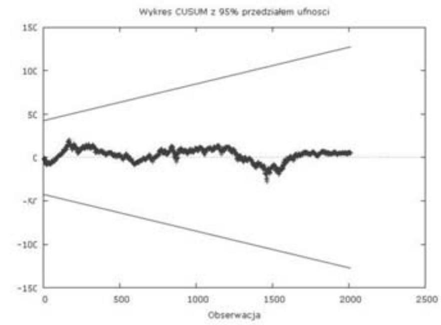
$s^2 = \dfrac{1}{T-k-1} \cdot \sum_{j=k+1}^{T} (w_j - \overline{w})^2$ jest wariancją przeskalowanych reszt rekursywnych,

$s = \sqrt{s^2}$;

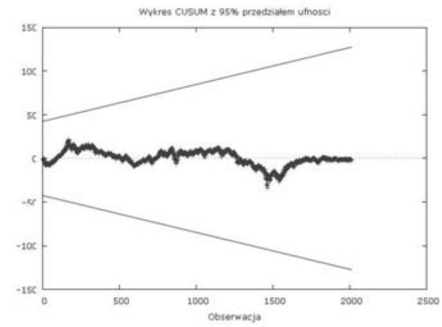
$\overline{w} = \dfrac{1}{T-k} \cdot \sum_{j=k+1}^{T} w_j$ jest średnią arytmetyczną przeskalowanych reszt rekursywnych, obliczonych ze wzoru (23).

Idea testu polega na wyznaczeniu pary prostych leżących symetrycznie poniżej i ponad prostą $E(W_t) = 0$ tak, aby prawdopodobieństwo przekroczenia jednej lub obu linii wynosiło α, gdzie α jest wymaganym poziomem istotności. Jeśli suma reszt rekursywnych, określona wzorem (24), przekracza na wykresie górną lub dolną linię krytyczną, to można wnioskować o wystąpieniu punktu zwrotnego (inaczej: zmiany strukturalnej) w danym momencie. Oznacza to odrzucenie hipotezy zerowej (20), czyli model nie jest stabilny w badanym okresie. Linie krytyczne są to dwie proste łączące punkty o współrzędnych: $(k;\ \pm a \cdot \sqrt{T-k})$ i $(T;\ \pm 3a \cdot \sqrt{T-k})$, odpowiednio, gdzie a jest parametrem, którego wartość uzależniona jest od ustalonego poziomu istotności α. Najczęściej używane w praktyce pary wartości a oraz α to [3, str. 153-154]: (α=0,01 a=1,143), (α=0,05, a=0,948) oraz (α=0,10, a=0,850).

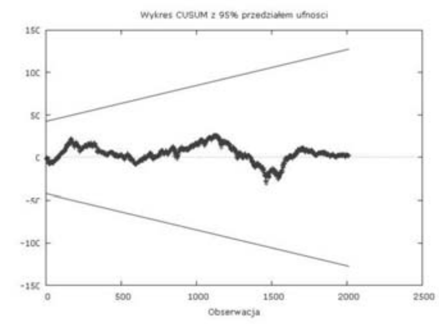
W celu potwierdzenia wyników estymacji, weryfikacji oraz interpretacji dokonano testowania stabilności parametrów otrzymanych klasycznych modeli T-M (15) oraz H-M (16) w okresie 2.01.2003r.–31.12.2010r., z wykorzystaniem uniwersalnego testu *CUSUM,* z 95% przedziałem ufności (α=0,05, a=0,948). Wykresy testu wybranych 6 spośród 15 modeli market-timing badanych funduszy akcji polskich przedstawia Rysunek 1. Zaprezentowano trzy „najlepsze” (fundusze: DWS, Novo, Unikorona) oraz trzy „najgorsze” (fundusze: DWS25, ING, Pioneer) wykresy. Ze względu na ograniczoną objętość niniejszej pracy, wykresy testu *CUSUM* pozostałych modeli są dostępne na życzenie. W przypadku żadnego z funduszy nie odrzucono hipotezy zerowej (20), co potwierdza stałość w czasie parametrów strukturalnych wszystkich modeli poddanych analizie.



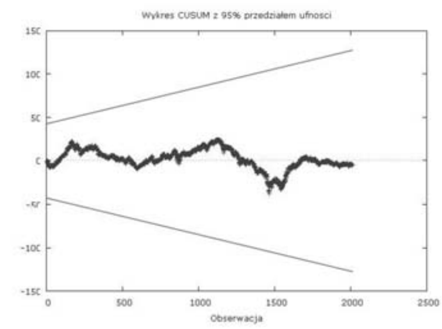
Fundusz DWS model T-M (15)



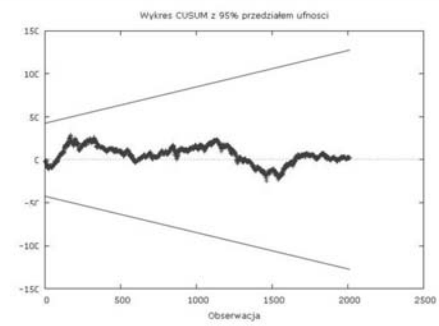
Fundusz DWS model H-M (16)



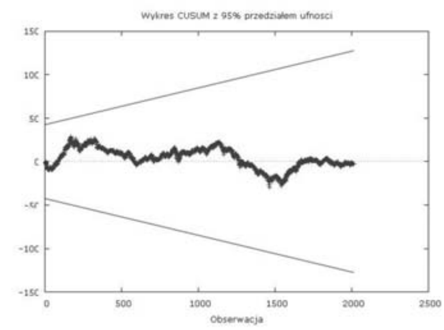
Fundusz Novo model T-M (15)



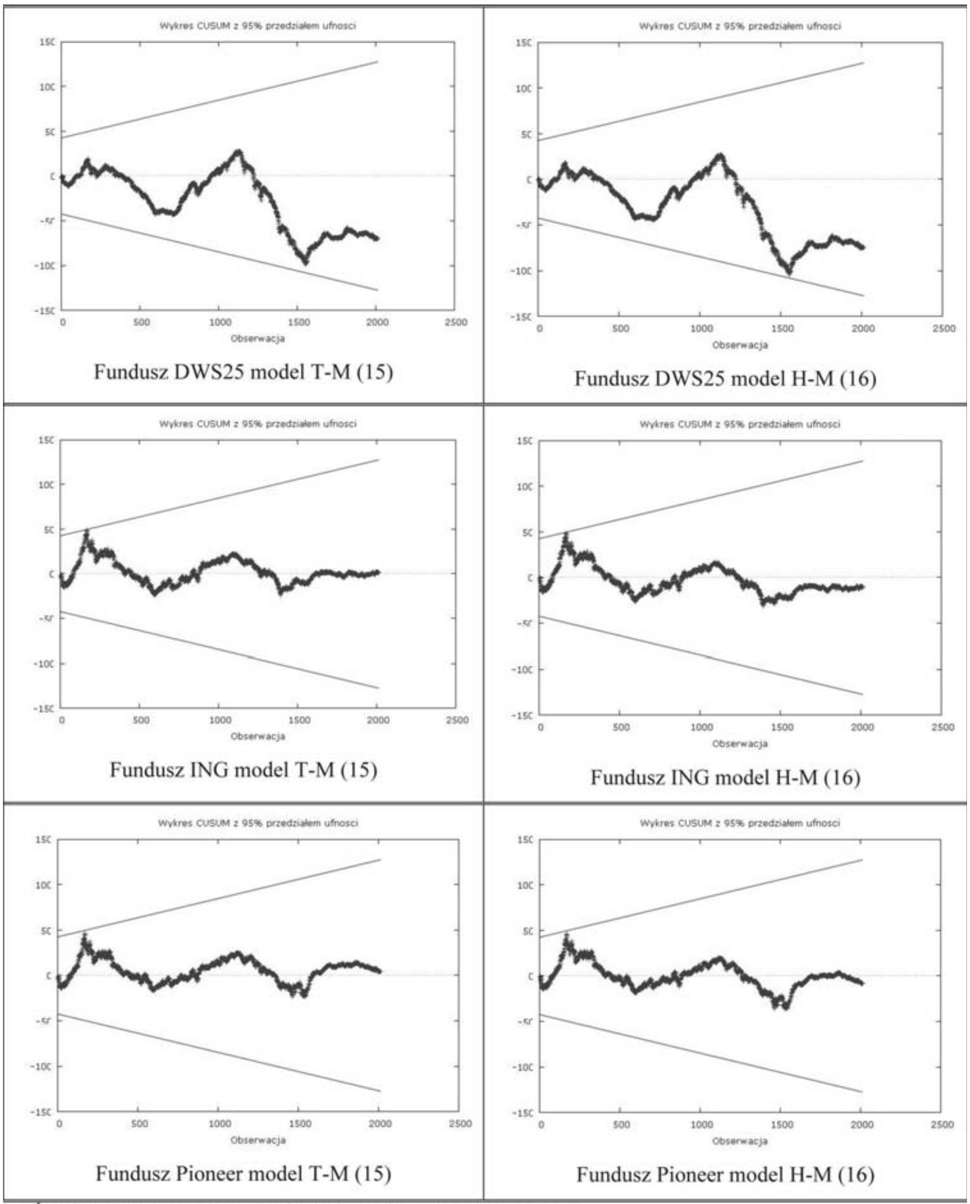
Fundusz Novo model H-M (16)



Fundusz UniKorona model T-M (15)



Fundusz UniKorona model H-M (16)



Źródło: opracowanie własne (z wykorzystaniem pakietu *Gretl 1.8.5*)

Rysunek 1. Wykresy testu *CUSUM* stabilności parametrów modeli market-timing wybranych funduszy akcji polskich w okresie 2.01.2003r.-31.12.2010r.

Źródło: opracowanie własne (z wykorzystaniem pakietu Gretl 1.8.5)

7. PODSUMOWANIE

Dychotomiczny podział umiejętności zarządzającego portfelem, zaproponowany przez Famę [10], nie jest możliwy w praktyce, ponieważ selektywność papierów wartościowych opiera się nie tylko na analizie fundamentalnej sytuacji emitentów, ale również na porównaniu wyników tej analizy z bieżącą ceną rynkową. Klasyczny współczynnik alfa Jensena w modelach market-timing, jako miara umiejętności w zakresie selektywności aktywów, nie powinien być rozpatrywany w oderwaniu od interpretacji pozostałych parametrów modelu. Jeśli wartość $\hat{\alpha}_P$ jest dodatnia, można stwierdzić, że zarządzający najprawdopodobniej posiada lepszą umiejętność selekcji aktywów niż ogół inwestorów, nie można natomiast powiedzieć, iż jest to zasługa wyłącznie tej umiejętności, ponieważ za część ponadprzeciętnej stopy zwrotu może odpowiadać zmienność w czasie współczynnika β_P [8]. Zgodnie z interpretacją Jensena [19], dodatnia wartość estymatora parametru α_P może też wynikać z dodatniego obciążenia tego estymatora.

Politechnika Białostocka

LITERATURA

[1] Admati A., Bhattacharya S., Pfleiderer P., Ross S., [1986], *On timing and selectivity*, „The Journal of Finance", 41 (July), str. 715-73.

[2] Bollen N. P. B., Busse J. A., [2001], *On the timing ability of mutual fund managers*, „The Journal of Finance", Vol. LVI, No. 3, str. 1075-1094.

[3] Brown R.L., Durbin J., Evans J.M. [1975], *Techniques for testing the constancy of regression relationships over time*, „Journal of Royal Statistical Society", 37, No. 2, str. 149-192.

[4] Chang E., Lewellen W., [1984], *Market timing and mutual fund investment performance,* ..Journal of Business" 57, str. 57-72.

[5] Chen C.R., Stockum S., [1986], *Selectivity, market timing and random beta behavior of mutual funds: a generalized model*, „The Journal of Financial Research" 9, No. 1, str. 87-96.

[6] Cheng-few Lee, Rahman S., [1990], *Market timing, selectivity, and mutual fund performance: an empirical investigation*, „Journal of Business" 63, No. 2, str. 261-276.

[7] Connor G., Korajczyk R.A., [1991], *The attributes, behaviour and performance of US mutual funds,* „Review of Quantitative Finance and Accounting", Vol. 1, str.5-26.

[8] Czekaj J., Woś M., Żarnowski J, [2001], *Efektywność giełdowego rynku akcji w Polsce. Z perspektywy dziesięciolecia*, PWN, Warszawa.

[9] Fama E., [1968], *Risk, return and equilibrium: some clarifying comments,* „The Journal of Finance" 23, str. 29-40.

[10] Fama E., [1972], *Components of investment performance*, „The Journal of Finance" 27, No. 3, str. 551-567.

[11] Ferson W.E., Schadt R.W., [1996], *Measuring fund strategy and performance in changing economic conditions,* „The Journal of Finance" 51, No. 2, June, str. 425-461.

[12] Fletcher J., [1995], *An examination of the selectivity and market timing performance of UK unit trusts,* „Journal of Business Finance & Accounting" 22, str. 143-156.

[13] Goetzmann W.N., Ingersoll J. Jr., Ivković Z., [2000], *Monthly measurement of daily timers,* „Journal of Financial and Quantitative Analysis", Vol. 35, No. 3, September, str. 257-290.

[14] Grant D., [1977], *Portfolio performance and the „cost" of timing decisions,* „The Journal of Finance" 32, str. 837-846.
[15] Grinblatt M., Titman S., [1994], *A study of monthly mutual fund returns and performance evaluation techniques*, „Journal of Financial and Quantitative Analysis", 29, str. 419-444.
[16] Henriksson R., Merton R., [1981], *On market timing and investment performance. II. Statistical procedures for evaluating forecasting skills*, „Journal of Business" 54, No. 4, str.513-533.
[17] Henriksson R., [1984], *Market timing and mutual fund performance: an empirical investigation*, „Journal of Business" 57, str. 73-96.
[18] Jensen M.C., [1972], *Optimal utilization of market forecasts and the evaluation of investment performance,* [in:] Szego G.P., Shell K. (eds.) „Mathematical Methods in Investment and Finance". Amsterdam.
[19] Jensen M.C., [1968], *The performance of mutual funds in the period 1945-1964*, „The Journal of Finance" 23, str. 389-416.
[20] Kao G., Cheng L., Chan K., [1998], *International mutual fund selectivity and market timing during up and down market conditions,* „The Financial Review", 33, str. 127-144.
[21] Kufel T., [2007], *Ekonometria. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem programu Gretl*, PWN, Warszawa.
[22] Merton R., [1981], *On market timing and investment performance. I. An equilibrium theory of value for market forecasts,* „Journal of Business" 54, No. 3, str. 363-406.
[23] Olbryś J. [2009], *Conditional market-timing models for mutual fund performance evaluation,* „Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego"4/2, str. 519-532.
[24] Olbryś J., [2008], *Parametric tests for timing and selectivity in Polish mutual fund performance*, „Optimum. Studia Ekonomiczne", Wydawnictwo Uniwersytetu w Białymstoku, 3(39)/2008, str.107-118.
[25] Olbryś J., [2008], *Parametryczne testy umiejętności wyczucia rynku – porównanie wybranych metod na przykładzie OFI akcji,* [w:] Z. Binderman (red.) „Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych IX", Wydawnictwo SGGW w Warszawie, str. 81-88
[26] Olbryś J., [2008], *Ocena umiejętności stosowania strategii market-timing przez zarządzających portfelami funduszy inwestycyjnych a częstotliwość danych,* „Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania" Nr 10, Uniwersytet Szczeciński, Szczecin, str. 96-105.
[27] Olbryś J., Karpio A., [2009], *Market-timing and selectivity abilities of Polish open-end mutual funds managers*, [w:] P.Chrzan, T.Czernik (red.) „Metody matematyczne, ekonometryczne i komputerowe w finansach i ubezpieczeniach 2007, Wydawnictwo AE im. K. Adamieckiego w Katowicach, str. 437-443.
[28] Prather L.J., Middleton K.L., [2006], *Timing and selectivity of mutual fund managers: An empirical test of the behavioral decision-making theory*, „Journal of Empirical Finance", 13, str. 249-273.
[29] Rao S., [2000], *Market timing and mutual fund performance,* „American Business Review", 18, str. 75-79.
[30] Rao S., [2001], *Mutual fund performance during up and down market conditions,* „Review of Business", 22, str. 62-65.
[31] Romacho J. C., Cortez M. C., [2006], *Timing and selectivity in Portuguese mutual fund performance*, „Research in International Business and Finance" 20, str. 348-368.
[32] Sharpe W.F., Alexander G.J., Bailey J.V., [1999], *Investments,* Prentice Hall, New Jersey.
[33] Sharpe W.F., [1966], *Mutual fund performance*, „Journal of Business" 39, str. 119-138.
[34] Sharpe W.F., [1992], *Asset allocation: Management style and performance measurement*, „The Journal of Portfolio Management" Winter, str. 7-19.
[35] Stein C.M., [1981], *Estimation of the mean of a multivariate normal distribution,* „The Annals of Statistics" 9, No. 6, str. 1135-1151.
[36] Stevens G.V.G., [1971], *Two problems in portfolio analysis: conditional and multiplicative random variables,* „Journal of Financial and Quantitative Analysis" 6 (December), str. 1235-1250.

[37] Treynor J., [1965], *How to rate management of investment funds*, „Harvard Business Review" 43, str. 63-75.
[38] Treynor J., Mazuy K., [1966], *Can mutual funds outguess the market?,* „Harvard Business Review", 44, str. 131-136.

OBCIĄŻENIE ESTYMATORA WSPÓŁCZYNNIKA ALFA JENSENA A INTERPRETACJE PARAMETRÓW KLASYCZNYCH MODELI MARKET-TIMING

S t r e s z c z e n i e

W 1968 roku ukazał się w „The Journal of Finance" artykuł M.C. Jensena *The performance of mutual funds in the period 1945 – 1964*, w którym m.in. wprowadzony został współczynnik α, zwany w literaturze przedmiotu alfą Jensena, jako miara umiejętności zarządzającego portfelem inwestycyjnym w zakresie selektywności aktywów. Wnioski Jensena odnośnie interpretacji można podsumować następującym stwierdzeniem: estymator $\hat{\alpha}$ może być dodatni z dwóch powodów: 1) dodatkowych zysków osiąganych przez menadżera wykorzystującego swoje umiejętności w zakresie doboru aktywów; 2) dodatniego obciążenia estymatora parametru α. W roku 1977, również w „The Journal of Finance", ukazał się z kolei artykuł D. Granta *Portfolio performance and the „cost" of timing decisions*, w którym Autor podważa prawdziwość wzoru przedstawionego przez Jensena pisząc wprost o błędzie matematycznym w przekształceniach. Prezentuje własne wyprowadzenie wzoru i podaje nową interpretację, według której estymator współczynnika alfa jest obciążony ujemnie. Wprowadza to sporo zamieszania w literaturze przedmiotu, ponieważ część autorów powołuje się w swoich pracach na interpretację Jensena, natomiast część na interpretację Granta. W konsekwencji wnioski dotyczące wyników badań empirycznych na rynkach funduszy inwestycyjnych, w zakresie umiejętności stosowania przez zarządzających funduszami technik market-timing oraz selektywności aktywów, nie są jednoznaczne.

Głównym punktem artykułu jest wyprowadzenie spornego wzoru, w celu wyciągnięcia ostatecznych wniosków dotyczących statystycznego oddziaływania obciążenia estymatora współczynnika alfa Jensena na pozostałe parametry modelu regresji. Dodatkowo przedstawione zostaną przykłady klasycznych modeli market-timing polskich funduszy inwestycyjnych akcji, jak również zostanie zbadana stabilność parametrów otrzymanych modeli ekonometrycznych w okresie styczeń 2003 – grudzień 2010.

Słowa kluczowe: alfa Jensena, selektywność, modele market-timing

THE INFLUENCE OF THE BIAS OF THE JENSEN'S ALPHA COEFFICIENT ESTIMATOR ON INTERPRETING THE PARAMETERS OF THE CLASSICAL MARKET-TIMING MODELS

S u m m a r y

Jensen's alpha coefficient was introduced in 1968 as a measure of the manager's ability to forecast future security prices (M.C. Jensen, *The performance of mutual funds in the period 1945 – 1964*, „The Journal of Finance"). The paper concluded that the performance measure α may be positive for two reasons: 1) extra returns earned on the portfolio due to the manager's ability and/or 2) a positive $\hat{\alpha}$ estimator bias.

In 1977, D.Grant (*Portfolio performance and the „cost" of timing decisions*, „The Journal of Finance") stated that Jensen's original work contained a mathematical error and a conceptual problem. He propounded a new equation which differed from that of Jensen in both direction and magnitude of the $\hat{\alpha}$ estimator bias. Grant's new approach caused serious confusion about the subject as some authors now quote after Jensen and some after Grant. Consequently, the conclusions concerning managed mutual funds' portfolios performance are often ambiguous. The aim of this paper is to resolve this ambiguity and to determine which alpha coefficient interpretation is correct. The paper contains a proof of Jensen's equation. We also present the examples of the classical T-M and H-M market-timing models in the case of Polish equity open-end mutual funds and test their stability in the period Jan 2003-Dec 2010.

Keywords: Jensen's alpha coefficient, selectivity, classical market-timing models