

RECENZJE

JANUSZ L. WYWIAŁ

WPROWADZENIE DO METODY REPREZENTACYJNEJ,

WYDAWNICTWO AKADEMII EKONOMICZNEJ W KATOWICACH, KATOWICE 2010, S. 132.

Metoda reprezentacyjna znajduje szerokie zastosowania w wielu badaniach statystycznych prowadzonych przez urzędy statystyczne różnych krajów, w badaniach opinii publicznej, w badaniach ekonomicznych i społecznych oraz różnych badaniach naukowych. Metoda ta wykładana jest na niektórych wyższych uczelniach, a także prowadzone są szkolenia personelu statystycznego urzędów statystycznych z podstaw tej metody. Kontynuowane są prace naukowo-badawcze nad rozwojem teorii metody reprezentacyjnej i jej zastosowań w praktyce.

W Polsce metoda reprezentacyjna stosowana jest od wielu lat w badaniach statystycznych Głównego Urzędu Statystycznego, a także w wielu badaniach społeczno-ekonomicznych realizowanych przez inne instytucje i ośrodki naukowe. Właśnie w Polsce fundamentalny wkład w rozwój teorii metody reprezentacyjnej wniósł polski statystyk, **prof. Jerzy Neyman**, który przedstawił najpierw swoje propozycje w języku polskim w 1933 r. w pracy pt. „Zarys teorii i praktyki badania struktury ludności metodą reprezentacyjną”, a w języku angielskim w słynnym artykule z 1934 r.¹ który zmienił teoretyczne podstawy wnioskowania na podstawie badań częściowych, wprowadzając błędy losowe oparte na randomizacji rozkładu¹. Wprowadził *optymalną lokalizację próby* w losowaniu warstwowym, a także *przedziały ufności*² Użył on terminu „reprezentatywny” w nowym znaczeniu. Neyman zalecał podejście probabilistyczne

¹ J. Neyman (1934): On the Two Different Aspects of the Representative Method: The Method of Stratified Sampling and the Method of Purposive Selection. *Journal of the Royal Statistical Society*, s.558-606.

² J. Neyman (1935): On the Problem of Confidence Intervals, *The Annals of Mathematical Statistics*,
J. Neyman (1938), Contribution to the Theory of Sampling Human Population, *Journal of American Statistical Association*, nr 33, s.101-116.

(randomizacyjne) przy wyborze próby, a krytycznie odnosił się do jej celowego wyboru. Podejście J. Neymana zwyciężyło i jest powszechnie stosowane w praktyce badań niewyczerpujących.

Metoda reprezentacyjna jest od dawna w Polsce wykładana w wielu szkołach wyższych, twórczo rozwijana i stosowana w praktyce. W 1962 r. został opublikowany pierwszy podręcznik z metody reprezentacyjnej przygotowany przez R. Zasępę³, a w następnych latach zostały opublikowane dalsze książki poświęcone tej metodzie badawczej⁴.

W Polsce organizowane są systematycznie międzynarodowe konferencje poświęcone pracom badawczym nad zastosowaniem metody reprezentacyjnej w badaniach ekonomicznych i społecznych, których organizatorem jest prof. dr hab. Janusz L. Wywiół z Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach. Prof. J. L. Wywiół od wielu lat prowadzi intensywne badania naukowe nad teorią metody reprezentacyjnej, a ostatnio wydał podręcznik pt. „*Wprowadzenie do metody reprezentacyjnej*”.

Uważam, że publikacja ta wypełnia lukę na naszym rynku wydawniczym w zakresie wprowadzenia do ogólnej teorii metody reprezentacyjnej i na pewno przyczyni się do głębszego zrozumienia podstaw teorii metody reprezentacyjnej.

Publikacja ta składa się ze wstępu, trzech rozdziałów, indeksu oraz bibliografii. Autor we wstępie zaznacza, że, praca ta ma dać czytelnikowi możliwie prosty obraz zagadnień, jakimi zajmuje się metoda reprezentacyjna. Dlatego też dużo miejsca poświęca na proste, lecz dość szczegółowe przedstawienie podstaw mechanizmów uogólnienia wyników przetwarzania danych obserwowanych w próbie na własności całej populacji. Obok znanego randomizacyjnego podejścia w metodzie reprezentacyjnej, wzięto również pod uwagę problem wnioskowania modelowego (predykcyjnego), jako że jest to w wielu sytuacjach praktycznych racjonalne podejście, pozwalające pominąć – zdaniem Autora – klasyczny etap losowania próby, który jest zastępowany celowym wyborem próby na podstawie racjonalnych przesłanek wynikających z już dostępnej informacji o populacji. W tym przypadku – jak twierdzi Autor – umiejętne korzystanie z dodatkowych, dostępnych informacji o populacji prowadzi do wartościowych prób umożliwiających wnioskowanie statystyczne o parametrach populacji. W szczególności dotyczy to wnioskowania na podstawie danych pochodzących z rejestrów administracyjnych. Mam jednak poważne wątpliwości, czy korzystanie „z dodatkowych, dostępnych informacji o populacji prowadzi do wartościowych prób umożliwiających dokładne wnioskowanie statystyczne o parametrach populacji”. Nie mamy przecież informacji o dokładności danych dodatkowych, a wiadomo, że rejestry administracyjne obarczo-

³ Zasępa R. (1962): *Badania statystyczne metodą reprezentacyjną*, PWN, Warszawa.

⁴ Zasępa, R. (1972), *Metoda reprezentacyjna*, PWE, Warszawa.

Pawłowski Z. (1972). *Wstęp do statystycznej metody reprezentacyjnej*, PWN, Warszawa,

Steczowski J. (1988). *Zastosowanie metody reprezentacyjnej w badaniach społeczno-ekonomicznych*, PWN, Warszawa,

Bracha Cz. (1996), *Teoretyczne podstawy metody reprezentacyjnej*, PWN, Warszawa,

Szreder M. (2010): *Metody i techniki sondażowych badań opinii*. PWE, Warszawa.

ne są różnego rodzaju błędami. Dodatkowe informacje na pewno mogą zwiększyć precyzję ocen, uzyskanych z badań reprezentacyjnych, ale nie zapewniają dokładnego wnioskowania o parametrach populacji. Odniosłem wrażenie, że Autor akceptuje „celowy wybór próby na podstawie racjonalnych przesłanek wynikających z już dostępnej informacji o populacji”. Przecież wnioskowanie modelowe (predykcyjne) opiera się na szeregu założeniach, które nie zawsze są spełnione w rzeczywistości, a ponadto błędy w danych dodatkowych uniemożliwiają uzyskanie dokładnych ocen. Szkoda, że Autor nie wprowadził w swojej pracy pojęcia precyzji ocen, aby wyjaśnić czytelnikowi, iż oceny z badań reprezentacyjnych mogą być jednocześnie precyzyjne, a zarazem niedokładne. To zagadnienie warto wyjaśnić do końca, aby zrozumieć istotę badań reprezentacyjnych.

Pracę tak skonstruowano, aby przedstawić możliwości oceny podstawowych parametrów w różnych sytuacjach za pomocą narzędzi dostarczanych zarówno przez podejście randomizacyjne, jak i modelowe wnioskowania statystycznego.

W rozdziale 1, pt. *Próba losowa i statystyki*, przedstawiono populację i parametry jej cech. Przede wszystkim zdefiniowano i omówiono podstawowe pojęcia. Podano definicję próby oraz jej planu i schematu losowania, a także szerzej omówiono wybrane plany losowania prób nieprostych. Znajduje się tu wprowadzenie w podstawy konstrukcji planów i schematów losowania próby, przedstawiono też własności wybranych planów i schematów. Dalej zdefiniowano *dane i statystyki*, ilustrując je szeroko przykładami. Rozdział ten zawiera wiadomości, które są wykorzystane w dalszej treści pracy.

Rozdział 2 dotyczy *estymacji*. Omówiono w nim podejście randomizacyjne oraz zdefiniowano estymator badanego parametru, a następnie wyjaśniono podstawowe własności estymatorów wybranych parametrów, podając proste przykłady wyprowadzania ich rozkładów prawdopodobieństwa. Tak jak w podręczniku Lohr (1999)⁵, wyjaśniono podstawy wnioskowania randomizacyjnego, jak i modelowego, przechodząc stopniowo od prostych zagadnień do bardziej złożonych problemów, w których brane są pod uwagę m.in. estymatory lub predykatory ilorazowe i regresyjne. I tak, zdefiniowano:

- estymator t_S parametru θ ,
- błąd estymacji: $u(t_S) = t_S - \theta$,
- obciążenie estymatora: $b(t_S) = E[u(t_S)] - \theta$,
- względny wskaźnik obciążenia: $wb(t_S) = \frac{E(t_S) - \theta}{|\theta|} 100\%$,
- błąd średniokwadratowy estymacji: $MSE(t_S) = D^2(t_S) + b^2(t_S)$.

W metodzie reprezentacyjnej przyjmuje się, że błąd średniokwadratowy estymacji, a szczególnie jego pierwiastek kwadratowy, jest miarą dokładności oceny (s. 36-37). Niestety, w wielu badaniach reprezentacyjnych, a szczególnie w badaniach społecznych, w których zwykle uzyskuje się oceny obciążone, na skutek różnych przyczyn

⁵ Lohr S.L. (1999): *Sampling: Design and Analysis*. Duxbury Press, International Thompson Publishing Company.

(np. odmowy udziału w badaniach, błędy odpowiedzi i pomiaru), nie powinno stosować się oceny pierwiastka błędu średniokwadratowego, gdy nie podjęto dodatkowo oceny obciążenia. W statystyce matematycznej zwykle za $b(t_S)$ przyjmuje się obciążenie estymatora t_S , ale w metodzie reprezentacyjnej $MSE(t_S)$ jest średnią miarą dokładności oceny. Jeśli nie podjęto próby oceny obciążenia, wtedy należy ograniczyć się tylko do podania oceny precyzji, tj. $D(t_S)$ lub względnej precyzji, tj. $CV(t_S) = \frac{D(t_S)}{\hat{\theta}}$. Często w badaniach reprezentacyjnych uzyskuje się oceny bardzo precyzyjne a zarazem niedokładne. Dotyczy to wielu ocen uzyskanych metodą wywiadu, np. z zakresu dochodów, w których obciążenie nieraz przewyższa 10%, a precyzja kształtuje się poniżej 2%. W takich przypadkach nie ma sensu budowania przedziałów ufności, gdyż wprowadza się użytkownika w błąd, twierdząc, że „podany przedział ufności pokrywa prawdziwą wartość szacowanego parametru przy danym poziomie ufności” (s. 39). Warto o tym pamiętać, przy planowaniu badania reprezentacyjnego, a następnie przy analizie uzyskanych wyników. Z tych powodów prof. J. Neyman nie zalecał nam stosowania metody reprezentacyjnej w badaniach budżetów rodzinnych, w 1958 r. podczas 6-tygoniowej konsultacji dla Komisji Matematycznej GUS⁶. A przecież we wszystkich badaniach reprezentacyjnych prowadzonych przez urzędy statystyczne na wielką skalę pewna frakcja badanych jednostek nie podejmuje badań, występują błędy odpowiedzi lub pomiaru oraz innego rodzaju błędy nielosowe. W takich przypadkach nie możemy twierdzić, iż podany przedział ufności pokrywa prawdziwą wartość parametru na określonym poziomie ufności. Jesteśmy w stanie tylko określić wielkość precyzji.

Powszechnie stosowane w praktyce procedury wnioskowania przedstawiono możliwie szczegółowo. Dotyczy to estymacji lub predykcji wartości globalnej bądź jej średniej na podstawie prób warstwowych, grupowych, dwustopniowych. Zasygnalizowano również problem optymalnego ustalania liczebności prób, które mają być losowane np., z warstw, na jakie wcześniej podzielono populację.

Problem racjonalności ustalania liczebności losowanych prób jest jednym z podstawowych problemów planowania badania reprezentacyjnego i bezpośrednio rzutuje na koszty prowadzenia takiego badania. Możliwości wykorzystania prezentowanych metod wnioskowania ilustrowano licznymi przykładami.

Szeroko potraktowano strategię estymacji zależne od cechy dodatkowej. Przedstawiono estymatory i predykatory ilorazowe oraz regresyjne, a także weryfikacje regresyjnego modelu nadpopulacji. Rozdział ten kończy syntetyczne przedstawienie wybranych metod oceny wariancji estymatorów złożonych: *linearyzację Taylora*, *technikę jackknife'a* oraz *metodę bootstrapa*. Metody te były i dalej są stosowane w złożonych badaniach reprezentacyjnych w Polsce i są szeroko opisane w innych publikacjach⁷.

⁶ Zasepa, R. (1958), Problematyka badań reprezentacyjnych GUS w świetle konsultacji z prof. J. Neymanem, *Wiadomości Statystyczne*, nr 6, s. 7-12.

⁷ J. Kordos, A. Zięba-Pietrzak (2010), Development of standard error estimation methods in complex household sample surveys in Poland, *Statistics in Transition – new series*, Vol. 11, No. 2.

W rozdziale 3 przedstawiono *popularne strategie estymacji*. Rozpoczęto od średniej z próby systematycznej, rozważając prostą próbę systematyczną, próbę z prawdopodobieństwem inkluzji proporcjonalnej do wartości zmiennej dodatkowej oraz wnioskowanie przy modelu populacji uporządkowanej. Dalej przedstawiona jest średnia z próby warstwowej, która jest najczęściej stosowana w praktyce. Tutaj Autor stwierdza, że „wariancja $D_S^2(\bar{y}_{S_{hWS}}, P_w)$ służy do oceny precyzji estymacji wartości globalnej cechy w h -tej warstwie”. Wydaje się, że warto tu wyjaśnić różnicę między pojęciami precyzji i dokładności. Na s. 36 podano dekompozycję błędu średniokwadratowego estymacji:

$$MSE(t_S) = D^2(t_S) + b^2(t_S)$$

gdzie $D^2(t_S)$ jest wariancją estymatora. Pierwiastek z błędu średniokwadratowego $MSE(t_S)$ jest nazywany błędem średnim szacunku parametru θ , który określa przeciętny błąd oceny parametru θ za pomocą estymatora t_S . Pierwiastek z wariancji estymatora jest odchyleniem standardowym $D(t_S)$ estymatora, określającym przeciętne odchylenie wartości estymatora od jego obserwowanej wartości oczekiwanej. Właśnie *parametr $D(t_S)$ reprezentuje precyzję estymatora*, tj. przeciętny błąd losowy, którego źródłem jest losowy wybór próby. Z kolei obciążenie estymatora reprezentuje systematyczny błąd estymacji. Gdy zwiększamy liczebność próby, wtedy zmniejszeniu ulega właśnie $D(t_S)$, co oznacza, że zwiększa się precyzja oceny, ale obciążenie na ogół nie ulega zmianie. Wynika stąd, że oceny parametrów mogą być bardzo precyzyjne, a zarazem niedokładne. Szerzej problematyka oceny precyzji i dokładności w badaniach reprezentacyjnych potraktowana jest w mojej książce⁸ na s. 31-36. Fakt ten należy wziąć pod uwagę już w czasie planowania badania reprezentacyjnego, a także analizy uzyskanych wyników.

Na s. 39 rozważany jest przedział ufności jako alternatywny sposób oceny precyzji parametru populacji. Autor słusznie pomija wywody prowadzące do budowy przedziału ufności i bezpośrednio stwierdza, że wyznaczenie przedziału polega na określeniu takich dwóch statystyk t_{1S} i t_{2S} , że spełnione jest wyrażenie: $P(t_{1S} < \theta < t_{2S}) \geq \gamma$, gdzie przez γ oznaczono poziom ufności, czyli prawdopodobieństwo, z jakim przedział ufności $[t_{1S}, t_{2S}]$ obejmuje wartość szacowanego parametru θ . Autor następnie przyjmuje pewne założenia odnośnie estymatorów oraz liczebności próby, aby dojść do określenia przedziału ufności. W praktyce jednak obliczany jest średni błąd standardowy, tj. $s(\bar{x})$, a następnie mnożony jest przez odpowiedni kwantyl rozkładu normalnego, gdy liczebność próby jest dostatecznie liczna, aby utworzyć przedział ufności. Stwierdza się następnie, że taki przedział pokrywa prawdziwą wartość szacowanego parametru θ . Stwierdzenie to nie jest prawdziwe, gdy występują błędy nielosowe, takie jak błędy odpowiedzi, pomiaru lub braki odpowiedzi. Mamy wtedy do czynienia z precyzją, a przedział ufności pokrywa nie prawdziwą, ale obserwowaną wartość szacowanego parametru. Zilustrowano tę zależność na poniższym rysunku.

⁸ J. Kordos (1988), Dokładność danych statystycznych, PWE, Warszawa.



Dalej w rozdziale 3 rozważana jest lokalizacja proporcjonalna prób w warstwach, warunkowa minimalizacja wariancji, warunkowa minimalizacja kosztów obserwacji zmiennej oraz warstwowanie populacji po jej wylosowaniu. Obszernie potraktowana została estymacja na podstawie próby grupowej, gdzie rozważano jednostopniową prostą próbę grupową, próbę dwustopniową oraz predykcję na podstawie grupowego modelu nadpopulacji.

Na końcach rozdziałów zamieszczono pytania i zadania, które mogą ułatwić czytelnikowi sprawdzenie przyswajanych wiadomości.

Warto zaznaczyć, że metoda reprezentacyjna korzysta nie tylko z *dorobku rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej*, ale w poważnym stopniu wykorzystuje elementy *prakseologii i ogólnej metodologii badań*.

Wybór odpowiedniego rozwiązania w konkretnych warunkach opiera się zarówno na *przesłankach teoretycznych*, których dostarcza odpowiednio zbudowany dla rozwiązania danego zagadnienia model matematyczny, jak również *musi uwzględnić istniejące realnie warunki*. Jednostronne potraktowanie danego problemu badawczego nie może prowadzić do zadawalających wyników.

Ogólnie wiadomo, że próbka powinna dostarczyć *ocen parametrów z dostateczną precyzją*. Należy więc ustalić jakie parametry będziemy szacowali oraz jaki powinien być stopień ich precyzji (inaczej mówiąc dopuszczalne wielkości błędów losowych).

Teoretycznie badanie reprezentacyjne powinno być tak zaprojektowane, *aby dostarczyć ocen o minimalnych błędach (tj. maksymalnej precyzji), gdy ustalony jest ogólny koszt badania; lub dla ustalonej precyzji zminimalizować ogólny koszt badania*. Liczebność próbki spełniająca te warunki nazywa się *optymalną liczebnością próbki*.

W praktyce powinny być również wzięte pod uwagę inne okoliczności, takie jak *istnienie błędów nielosowych i innych obciążeń danych*. Błędy nielosowe zwykle wzrastają, od pewnego momentu, wraz ze wzrostem liczebności próbki. Powinno się więc w praktyce poszukiwać kompromisu, uwzględniającego zarówno wielkości błędów losowych jak i błędów nielosowych. Uzyskanie tego kompromisu nie jest łatwe i wymaga głębokich prac badawczych.

Każde badanie statystyczne wymaga pewnego nakładu profesjonalnej pracy potrzebnej do jego przygotowania, realizacji w terenie i opracowania wyników. Już na etapie planowania i przygotowania badania reprezentacyjnego niezbędny jest udział specjalisty z metody reprezentacyjnej, posiadającego doświadczenia w przygotowaniu i prowadzeniu badań reprezentacyjnych. Nie wystarczy jednak sama znajomość teorii

metody reprezentacyjnej, ale niezbędna jest praktyka w projektowaniu i realizacji badań reprezentacyjnych oraz stała współpraca ze specjalistami z innych dziedzin.

Specjalista z metody reprezentacyjnej (MR) jest odpowiedzialny głównie za problemy związane z projektowaniem próbek, które obejmują lokalizacje wielkości próbki na różnych stopniach losowania oraz wybór metod i procedur losowania, jednostek losowania, identyfikacją, warstwowaniem i lokalizacją w warstwach.

Klasa zagadnień, którą nazwano "wspólnym planem" dotyczy również losowania, lecz decyzje te muszą być podjęte wspólnie ze specjalistami z danej dziedziny badań (ekonomistami, socjologami, agronomami, biologami itd. - w skrócie DD). Za określenie elementów populacji i zakresu badania powinien być odpowiedzialny specjalista DD, lecz wiedza i doradztwo MR powinna być tu wykorzystana, aby uzyskać dobry schemat losowania .

Proces estymacji jest często łączony z wyborem próbki, jako wspólne aspekty planu próbki (a nieobciążone estymatory, na przykład, mogą być tylko określone przez łączne rozważania prawdopodobieństw wyboru z wagami użytymi w estymatorze).

Błędy losowe zależą również w istotny sposób od schematu wyboru próby i teoria losowania jest tu niezbędna (wkład MR) lecz wkład DD - odpowiedzialnych za prezentację i analizę wyników - jest tu również niezbędny dla właściwej prezentacji błędów losowych. Dostępne środki finansowe i żądana precyzja wyników z próbki zależą od DD, lecz MR może również mieć na nie wpływ, ponieważ konflikty zwykle rozwijają się między żądanymi celami i ograniczonymi środkami.

Metoda reprezentacyjna, w sensie losowego wyboru próby umożliwiającej uogólnienie uzyskanych wyników z próby na całą badaną populację ze znacznymi oporami zdobywała sobie uznanie⁹. Rozwijała się nie tylko teoria badań reprezentacyjnych, ale także sztuka ich projektowania i realizacji w różnych dziedzinach badań w rozmaitych warunkach. Wydaje się, że we wprowadzeniu do metody reprezentacyjnej należałoby uwzględnić nie tylko teorię metody reprezentacyjnej, ale także rzeczywiste zastosowania tej metody w praktyce. Problemy te omawia szeroko S. Lohr w czasie rozważania zakresu szkolenia z metody reprezentacyjnej zarówno studentów jak i specjalistów z tego zakresu¹⁰. Warto w większym stopniu uwzględnić cytowany już podręcznik S. Lohr, a szczególnie jego drugie wydanie¹¹ z 2010 r., który uważam za najlepiej uwzględniający zarówno rozwój teorii, jak i praktyki metody reprezentacyjnej, od czasu opublikowania w 1953 r. podręcznika Hansena, Hurwitza i Madowa¹². Metoda reprezentacyjna mogłaby znaleźć szerokie zastosowanie właśnie w przygotowywanym w Polsce spisie ludności w 2011 r., w którym będą stosowane różne metody zbierania

⁹ Kish, L. (1995), The Hundred Years' Wars of Survey Sampling, *Statistics in Transition*, vol. 2, No 5, s. 813-830.

¹⁰ Lohr, S. L. (2010), The 2009 Morris Hansen Lecture: The Care, Feeding, and Training of Survey Statisticians, *Journal of Official Statistics*, Vol. 26, No. 3, s. 395-409.

¹¹ Lohr, S.L. (2010), *Sampling: Design and Analysis*, Brooks/Cole, Cengage Learning.

¹² Hansen, M.H., Hurwitz, W.N., and Madow, W.G. (1953), *Sample Survey Methods and Theory*, Vol. 1 and 2, New York:Wiley.

danych z wykorzystaniem rejestrów oraz badań częściowych. Przeprowadzone właściwie pokontrolne badania spisowe, zgodnie z zasadami zalecanymi przez UN Statistics Division¹³, w którym w szerokim zakresie proponuje się wykorzystanie metody reprezentacyjnej, może zapewnić odpowiednią jakość uzyskanych wyników.

Ogólnie oceniam recenzowaną pracę dość wysoko, a moje uwagi dotyczą niektórych aspektów, które warto rozważyć, gdyby praca została ponownie wydana. Uważam, że już we wprowadzeniu do metody reprezentacyjnej należy uwzględnić nie tylko teorię związaną z wyborem próby i estymacją uzyskanych wyników, ale także inne aspekty metody reprezentacyjnej, takie jak planowanie badania, badanie jakości danych, niepodjęcie badań, imputacje, kalibrację i metody badania małych obszarów, z którymi mamy do czynienia w praktyce badań reprezentacyjnych.

Jan Kordos

Szkoła Główna Handlowa w Warszawie

¹³ United Nations, Statistics Division (2010), *Post Enumeration Surveys*, Operational guidelines, Technical Report, New York, April 2010