

Czy załamania rynków kapitałowych są przewidywalne?

Mariola Zalewska

W artykule przedstawiam argumenty za traktowaniem największych załamania rynków jako przypadków szczególnych. Opieram się na pracach Johansena, Sornette'a i Ledoit oraz prezentuję własne opracowanie dotyczące załamania Warszawskiego Indeksu Giełdowego w 1994 roku.

1. Wprowadzenie

W ostatnich latach obserwuje się wzrost zainteresowania zarówno teoretyków, jak i praktyków problematyką przewidywalności rynków finansowych. Najwięcej uwagi poświęca się szacowaniu ryzyka inwestycyjnego, co jest umotywowane praktycznie: *bez oszacowania ryzyka niemożliwe jest racjonalne uczestniczenie w operacjach finansowych. Podstawowym elementem procesu zarządzania ryzykiem jest jego pomiar* (Jajuga 2001).

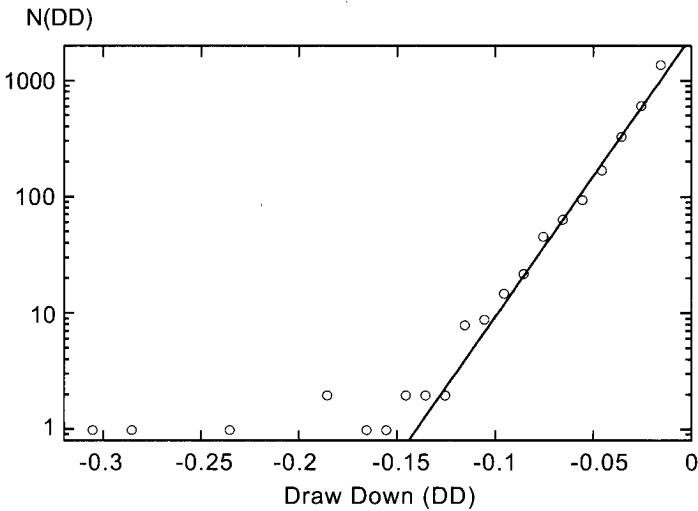
Powszechnie stosowanymi wskaźnikami sytuacji na rynkach kapitałowych są indeksy giełdowe. Najważniejszą ich charakterystyką jest poziom zmienności (*volatility*). Zmienność jest jedną z miar ryzyka¹. Kluczowym problemem, dotyczącym zmienności indeksów giełdowych, jest wybór modelu opisującego proces kształtowania się wartości tych indeksów. Zasadniczo istnieją tylko dwie możliwości. Albo jest to proces stacjonarny i wtedy do szacowania ryzyka wystarcza wyznaczenie parametrów tego procesu, albo jest to proces niestacjonarny, w którym parametry dynamicznie ewoluują w czasie.

Studia literaturowe pozwoliły mi na postawienie hipotezy: kształtowanie się cen na rynkach giełdowych nie daje się opisać za pomocą stacjonarnego procesu stochastycznego. Rynki przechodzą przez okresy o różnym poziomie zmienności. Okresy te zawierają w sobie największe załamania rynków giełdowych, krachy. Wszelkie metody, pozwalające na wczesne rozpoznawanie tego rodzaju fazy rynku, mają ogromne znaczenie praktyczne.

We wcześniejszym artykule (Zalewska 2001) przedstawiłam argumenty na rzecz użyteczności statystyki nieprzerwanych zmian do badania zmienności instrumentów finansowych. Używanie ich rozwiązuje problem widełek (ograniczenia wahań kursów występujących na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych) oraz problem wyboru optymalnej skali czasowej. Ponadto w pracy tej zostały zdefiniowane pojęcia nieprzerwanych zmian. Nieprzerwany spadek (odpowiednio - wzrost) jest z definicji sumaryczną wartością spadku (wzrostu) od lokalnego maksimum (minimum) danego notowania do następującego po nim lokalnego minimum (maksimum). Dla walorów (indeksów) notowanych w sposób ciągły bierze się zazwyczaj pod uwagę tylko kurs zamknięcia.

Zostało pokazane, że rozkład nieprzerwanych zmian lepiej (niż rozkład stóp zwrotu) opisuje zmienność Warszawskiego Indeksów Giełdowego w początkowym okresie WGPW. Jednak informacje, uzyskane dla okresu od wprowadzenia notowań ciągłych, nie wydają się wyraźnie różne od możliwych do otrzymania z rozkładu stóp zwrotu. Zasadne wydaje się pytanie: czy statystyka nieprzerwanych zmian przestaje być użyteczna w miarę wzrostu kapitalizacji WGPW? Wydaje się, że Warszawska Giełda Papierów Wartościowych ma po prostu zbyt krótką historię na to, aby odstępstwa od standardowych modeli zmienności stały się widoczne w krótkim czasie.

Zasadne wydaje się zatem porównanie jak wygląda rozkład stóp zwrotu i rozkład nieprzerwanych zmian innych indeksów, giełd o długiej historii i danych historycznych. DJIA jest indeksem o najdłuższej historii.



Rysunek 1. Rozkład nieprzerwanych spadków indeksu Dow Jones w XX wieku. Funkcja opisująca dopasowanie: $N(DD) = N_0 \exp(-DD/0,02)$. Źródło: Johansen i Sornette 1998a.

Na rysunku 1. przedstawiam rozkład nieprzerwanych spadków indeksu DJIA w XX wieku. Rysunek pochodzi z opracowania A. Johansena i D. Sornette'a (1998a). Autorzy zmierzili rozkład liczby nieprzerwanych spadków $N(DD)$ w funkcji wartości spadków. (Na osi poziomej przedstawiono wartości spadków, a na osi pionowej odpowiadające im liczebności). Do tak przedstawionego zbioru punktów dopasowano prostą. Dopasowanie jest dobre dla nieprzerwanych spadków, mniejszych niż 15%, ale nie opisuje największych spadków. Największe nieprzerwane spadki, widoczne na rysunku 1., to w kolejności od największego:

- krach w październiku 1987 roku,²
- krach związany z wybuchem I Wojny Światowej w 1914 roku,
- krach w październiku 1929 roku.

Największe nieprzerwane spadki leżą, jak określają autorzy opracowania, „rażąco” poza dopasowaną linią prostą.

Ten sposób prezentacji danych pozwala na spostrzeżenie, że zdarzeń rzadkich, w tym największych załamania na rynkach kapitałowych, nie daje się opisać w sposób standardowy, w którym zakłada się, że rozkład stóp zwrotu jest stacjonarny, a przypadki ekstremalne mogą być ekstrapolowane jako leżące w dalekich ogonach, rozkładów o grubych ogonach.

Należy raczej przyjąć, że największe załamania na rynkach kapitałowych są ekstremalnymi przypadkami, które nie dają się wytłumaczyć przez ekstrapolację rozkładu, należą niezaprzeczalnie do innego rodzaju zdarzeń.

Aby udowodnić, że standardowe podejście nie jest w stanie dostarczyć opisu największych załamania indeksu DJIA, autorzy pracy (Johansen, Sornette 1998a) przeprowadzili statystyczną analizę fluktuacji rynku. Jak zostało pokazane (rys. 1.), rozkład zwrotu nieprzerwanych zmian indeksu DJIA (dziennie zamknięcia) jest dobrze opisywany przez eksponencjalną funkcję:

$$N(DD) = N_0 \exp(-DD/0,02) \quad (1)$$

Ta prosta jest dobrze dopasowana tylko dla nieprzerwanych spadków mniejszych niż 15%. Aby dostrzec, jak bardzo te trzy największe nieprzerwane spadki są oddalone od danej prostej, oszacowano zgodnie z równaniem (1) liczbę nieprzerwanych spadków o amplitudzie nie mniejszej niż 23,6% (jest to spadek równoważny krachowi z 1929 roku), występujących w jednym stuleciu.

Na podstawie tego oszacowania otrzymano, że w ciągu jednego stulecia powinno zdarzyć się około 0,0056 nieprzerwanego spadku o wartości nie mniejszej niż 23,6%. W takim razie nieprzerwany spadek o zadanej amplitudzie powinien pojawić się raz na 16000 lat, a jak widać z rysunku 1., w XX wieku indeks Dow Jones „miał” aż trzy nieprzerwane zmiany o amplitudzie nie mniejszej niż zadana. Ten wynik poddaje w wątpliwość zasadność założenia o tym samym pochodzeniu krachów i „zwykłego” zachowania DJIA.

2. Krach jako punkt krytyczny

Analizy, przeprowadzone w poprzednim rozdziale przemawiają za przyjęciem poglądu, według którego największe załamania na rynkach kapitałowych nie są tylko większymi zmianami, lecz przypadkami osobliwymi. Ta hipoteza implikuje, że prawdopodobnie mechanizm pojawiania się największych załamania na rynkach kapitałowych jest inny niż małych nieprzerwanych spadków.

Jeżeli gwałtowne załamania na rynkach kapitałowych zdarzają się rzadko, tak rzadko, że w literaturze przedmiotu zostały określone właśnie jako zdarzenia rzadkie, a mimo to zdarzają się częściej niż wynika to z oszacowania, to wydaje się zasadne postawienie pytań odnośnie natury największych załamania na rynkach kapitałowych.

Pytania, które się nasuwają, są następujące:

- czy największe załamania na rynkach finansowych wykazują charakterystyczną dla nich dynamikę kształtowania się wartości odpowiedniego indeksu?
- czy można przewidzieć największe załamania?
- czy metody badawcze, które znajdują zastosowanie na rynkach rozwiniętych, okażą się również użyteczne w badaniu zmienności walorów

„młodej” Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych, ze szczególnym uwzględnieniem zmienności Warszawskiego Indeksu Giełdowego?

W serii prac (Feigenbaum 2001, Johansen, Sornette 1998a, Johansen, Sornette, Ledoit 1999) wielu autorów argumentuje, że krachy na rynkach kapitałowych mogą być rozpatrywane w sposób analogiczny do punktów krytycznych, analizowanych w naukach przyrodniczych. Pojęcie „punktu krytycznego” wywodzi się z analizy złożonych układów dynamicznych. Ogólnie można to ująć następująco. W punkcie krytycznym przestrzeni parametrów, opisujących dany model, pewne wielkości stają się nieskończone, co oznacza, że opis dynamiki układu musi ulec zmianie. Występowanie punktów krytycznych w nieliniowych systemach dynamicznych jest raczej regułą niż wyjątkiem.

W systemie ewoluującym w kierunku punktu krytycznego lokalne oddziaływania nabierają dalekozasięgowego charakteru i stan średni systemu staje się bardzo „czuły” na wszelkie małe zaburzenia. Różne części sytemu stają się silnie współzależne. Układ, dążący do punktu krytycznego, staje się samopodobny. W systemach społecznych odpowiada to lokalnemu naśladownictwu hierarchicznemu: od skal najmniejszych do największych. Taka globalna koordynacja nazywana jest w literaturze zachowaniem (instynktem) stadnym. Za przyczynę występowania krachów na rynkach kapitałowych uznaje się występowanie powoli budujących się długozasięgowych korelacji, prowadzących do załamania w jednej krytycznej chwili, w punkcie krytycznym.

Ważne jest, że matematyczny formalizm zjawisk krytycznych jest w dużym stopniu niezależny od specyfiki badanego modelu.

3. Opis modelu

Model tu prezentowany przyjmuje hipotezę efektywności rynku (por. Jajuga, 1999). Według tej hipotezy zakłada się, że ceny instrumentów finansowych w pełni odzwierciedlają dostępną na ich temat informację. Zatem krach może być powodowany tylko przez nowe dramatyczne informacje, docierające na rynek. W rzeczywistości nawet najbardziej gruntowne analizy *ex post* nie przynoszą jednoznacznych rozstrzygnięć, która z informacji była bezpośrednią przyczyną krachu. Nie znaleziono np. jednoznacznych, fundamentalnych przyczyn krachów, które nastąpiły w październiku 1987 roku na giełdzie w Nowym Jorku, w 1997 roku w Hongkongu, czy w 1994 roku w Warszawie. Czy w takim razie wszystkie nie mające bezpośredniej przyczyny fundamentalnej załamania koniunktury można przewidzieć? Wydaje się, że nie można o tym jednoznacznie rozstrzygnąć. W ostatnich latach nastąpił postęp w tej dziedzinie. W dalszej części rozdziału przedstawię heurystyczne podejście, oparte na publikacjach Johansena i Sornette’a (1998a i 1998b), Johansena, Sornette’a i Ledoit’a (1999).

Jednym z głównych motywów zakupu instrumentów jest chęć ich odsprzedaży po wyższej cenie. Ocena sytuacji na rynku przez kupującego i sprzedającego różni się tym, że pozycja jest zajmowana ze względu na dalszy oczekiwany wzrost, a likwidowana z obawy przed spadkiem ceny. Jeżeli rynek nie ma zaburzonej płynności, to ryzyko racjonalnego inwestora pozostawiania na nim musi być kompensowane uzasadnioną nadzieją na umacnianie się danych walorów. Biorąc to pod uwagę nietrudno wytłumaczyć mechanizm spekulacyjnego wzrostu,

nieuchronnie prowadzącego do załamania rynku. W początkowym okresie inwestorzy kupują niedoszacowane papiery. Podejmują ryzyko, które w miarę wzrostu wartości papierów rośnie, a więc musi być kompensowane oczekiwaniem na jeszcze większe zyski. W końcu jednak dochodzą do przekonania, że papiery są przeszacowane, i decydują się je sprzedać. Dopóki panuje „nieporządek” i inwestorzy nie są zgodni co do przyszłego kierunku indeksu giełdowego, krach nie następuje, „bańka” nie pęka. W momencie, gdy wszyscy dochodzą do wniosku, że papiery są przeszacowane - „panuje porządek”, następuje kumulacja zleceń sprzedaży, co doprowadza do załamania spekulacyjnego wzrostu.

Dla każdego racjonalnego uczestnika rynku oczywiste jest, że wzrost spekulacyjny musi się skończyć. Mimo to można pozostawanie na rynku spekulacyjnym pogodzić z hipotezą racjonalności rynku, którą można sprowadzić do stwierdzenia, że nie ma zysku bez ryzyka. Hipotezę racjonalności rynku można przedstawić w następującej postaci:

$$E_t[p(t')] = p(t), \text{ dla każdego } t' > t, \quad (2)$$

gdzie:

$p(t)$ - cena waloru w chwili t ;

$E_t(\cdot)$ - wartość oczekiwana ceny, na podstawie informacji dostępnych do czasu t .

Pozostawanie w bańce wiąże się z ryzykiem $h(t)$, związanym z gęstością prawdopodobieństwa wystąpienia krachu na jednostkę czasu $q(t)$:

$$h(t) = \frac{q(t)}{1 - Q(t)} \quad (3)$$

$q(t)$ - gęstość prawdopodobieństwa wystąpienia krachu na jednostkę czasu;

$h(t)$ - funkcja ryzyka;

$Q(t)$ - dystrybuanta $q(t)$.

Ryzyko $h(t)$ jest warunkową gęstością prawdopodobieństwa wystąpienia krachu w następnej chwili czasu, pod warunkiem, że jeszcze nie nastąpił.

Bez względu na funkcję gęstości prawdopodobieństwa wystąpienia krachu na jednostkę czasu $q(t)$, ryzyko $h(t)$ wystąpienia krachu rośnie. Wraz z upływem czasu maleje wartość wyrażenia w mianowniku $[1 - Q(t)]$, dlatego wartość wyrażenia $h(t)$ rośnie wraz z upływem czasu.

Prawdopodobieństwo, że krach nastąpi, jeśli go jeszcze nie było, rośnie wraz z upływem czasu.

Jeżeli przewiduje się, że cena waloru spadnie o stały czynnik $\kappa \in (0, 1)$, to dynamikę ceny przed załamaniem opisuje równanie oczekiwanego przyrostu ceny:

$$E_t[dp(t)] = \mu(t) \cdot p(t) dt - \kappa \cdot p(t) h(t) dt, \quad (4)$$

gdzie:

$\mu(t)$ jest oczekiwaną stopą zwrotu, gdy cena waloru jeszcze rośnie

κ - czynnik, o jaki spadnie cena waloru.

Zgodnie z równaniem (2) wartość oczekiwana przyrostu ceny jest równa zero, z tego otrzymujemy równanie (5):

$$\mu(t) = \kappa \cdot h(t) dt \quad (5)$$

Z równania (5), które otrzymaliśmy z założenia o racjonalności rynku (2), wynika, że inwestorzy, pozostający w „bańce”, równoważą wzrastające ryzyko wystąpienia krachu proporcjonalnie rosnącą stopą zwrotu. Inwestorzy mają świadomość, zbliżającego się załamania, ale rekompensują „pozostanie w bańce” wyższą stopą zwrotu.

Szczegółowe wyprowadzenie równania ceny przed krachem można znaleźć w przytoczonych publikacjach (Johansen, Sornette 1998a i 1998b, Zalewska 2002). W pierwszych krokach tego wyprowadzenia otrzymujemy, że funkcja opisująca równanie ceny przed krachem, jest funkcją potęgową. W prezentowanych na rysunkach 2 i 3 przebiegach widać jednak, że nie jest to „czysty” wzrost potęgowy, ale udekorowany oscylacją.

Założenie o racjonalności rynku nie tylko wystarcza do wyprowadzenia zależności potęgowej, ale również pozwala jakościowo zrozumieć istnienie dekorującej tę zależność oscylacji o narastającej częstości, podobnej do tych, które wcześniej zostały odkryte dla systemów naturalnych, takich jak: trzęsienia ziemi, lawiny i wybuchy wulkanów.

Ostatecznie ogólna postać funkcji, która została dopasowana do przebiegów indeksów giełdowych w okresach spekulacyjnych, jest następująca:

$$F(t) = A + B \cdot (t_c - t)^\beta + C \cdot (t_c - t)^\beta \cos(\omega \ln(t_c - t) + \varphi) \quad (6)$$

Parametry użyte we wzorze mają następującą interpretację:

A - maksymalna wartość indeksu w momencie załamania, krachu;

B - amplituda wzrostu potęgowego;

C - amplituda oscylacji logarytmicznej;

t_c - moment krachu;

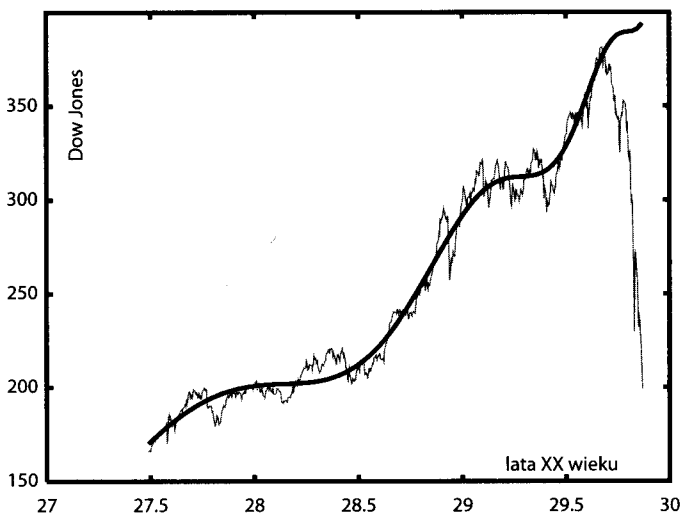
β - współczynnik krytyczny;

ω - częstość oscylacji;

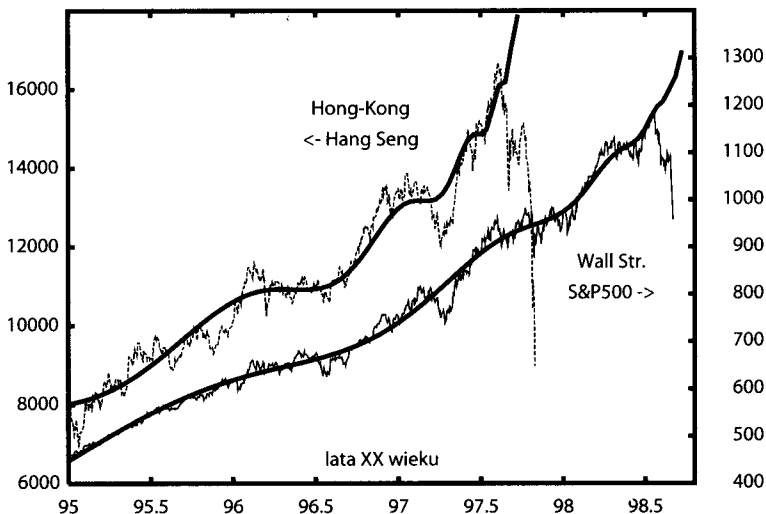
φ - faza oscylacji.

Równanie (6) opisuje przebieg indeksu giełdowego w okresie spekulacyjnym, ale jak pokazano wcześniej, może być użyty do opisu zjawisk krytycznych dla innych walerów, występujących na rynkach finansowych.

W przytoczonym tutaj heurystycznym wyprowadzeniu wielkość F jest związana z logarytmem ceny (lub logarytmem wartości indeksu). Johansen, Sornette i Ledoit (2000) pokazali, że przy niewiele zmienionych założeniach wielkość F może być związana z ceną, a nie z jej logarytmem.



Rysunek 2. Index DJIA przed załamaniem na Wall Street w październiku 1929 roku. Do przebiegu indeksu DJIA dopasowano zależność (6) z następującymi parametrami: $A \approx 571$, $B \approx -267$, $C \approx 14,3$, $\beta \approx 0,45$, $t_c \approx 30,22$, $\varphi \approx 1,0$, $\omega \approx 7,9$.
źródło: Johansen, Sornette, Lledoit 2000.



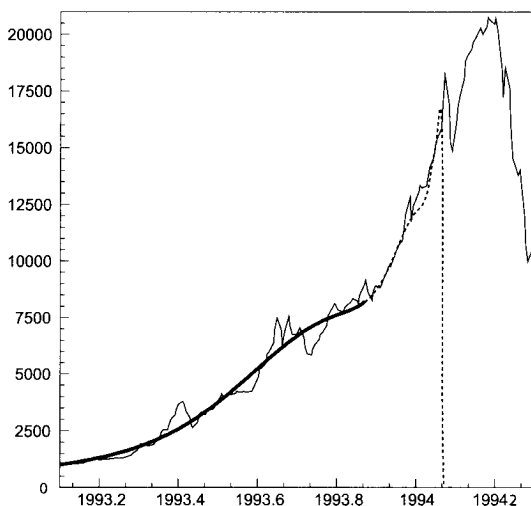
Rysunek 3. Index Hang Seng przed załamaniem giełdy w Hongkongu w październiku 1997 roku oraz indeks S&P 500 przed załamaniem na Wall Street w sierpniu 1998 roku. Do przebiegu indeksu Hang Seng dopasowano zależność (6) z następującymi parametrami: $A \approx 20077$, $B \approx -8241$, $C \approx -397$, $\beta \approx 0,34$, $t_c \approx 97,74$, $\varphi \approx 0,78$, $\omega \approx 7,5$.
Do przebiegu indeksu DJIA dopasowano zależność (6) z następującymi parametrami: $A \approx 1321$, $B \approx -402$, $C \approx -19,7$, $\beta \approx 0,60$, $t_c \approx 98,72$, $\varphi \approx 0,75$, $\omega \approx 6,4$.
Źródło: Johansen, Sornette, Lledoit 2000.

4. Załamania WGPW jako punkty krytyczne

Pozostaje pytanie o przydatność prezentowanego formalizmu na Warszawskiej Giełdzie Papierów Wartościowych.

Na rysunku przedstawiam krach Warszawskiego Indeksu Giełdowego z roku 1994. Wartość indeksu WIG w funkcji czasu jest przedstawiona linią ciągłą. Dopasowanie funkcji potęgowej z modulacją logperiodyczną do przebiegu czasowego indeksu WIG w przedziale od lutego do listopada 1993 roku jest narysowane grubą ciągłą linią, natomiast krzywa kreskowana odpowiada ekstrapolacji dopasowanej funkcji.

Należy podkreślić, że krach nie jest jedynym możliwym zakończeniem spekulacyjnego wzrostu. Indeks, walor może zmienić sposób wzrostu, bańka może również „pęknąć” wcześniej. Jak widać na przykładzie WIG, krach nastąpił prawie dokładnie w przewidywanym momencie. Kolejny wzrost WIG był irracjonalny - został spowodowany przez indywidualnych hazardzistów. Wydaje się, że było to możliwe ze względu na małą kapitalizację giełdy warszawskiej.



Rysunek 4. Załamanie indeksu WIG w 1994 roku. Do przebiegu indeksu w okresie od lutego do listopada 1993 roku dopasowano zależność (6) z następującymi parametrami:

$A \approx 18200$, $B \approx -17800$, $C \approx 415$, $\beta \approx 0,39$, $t_c \approx 1994,07$, $\varphi \approx -1,36$, $\omega \approx 5,1$
 Zależność ta jest narysowana grubą ciągłą krzywą. Krzywa przerywana jest ekstrapolacją dopasowanej zależności. Spadek tej krzywej do zera nie jest przewidywaniem, a jedynie graficznym przedstawieniem punktu, przed którym powinno nastąpić załamanie, przewidywane na podstawie informacji, uzyskanych do listopada 1993 roku. Źródło: opracowanie własne.

5. Podsumowanie.

Przedstawione w pracy przykłady, pochodzące z prac Johansena, Sornette'a i Ledoit, jak również przykład, dotyczący indeksu WIG, przemawiają za występowaniem zależności potęgowej z modulacją logarytmiczno-periodyczną w przebiegach czasowych indeksów finansowych. Pozwala to wnioskować, że rynki finansowe w okresach spekulacyjnych są opisywane przez modele zjawisk krytycznych.

Informacja o autorce

Dr Mariola Zalewska jest adiunktem w Zakładzie Metod Matematycznych i Statystycznych Zarządzania WZ UW. E-mail: zalewska@mail.wz.uw.edu.pl

Przypisy

¹ Inne miary to miary zagrożenia i wrażliwości (Jajuga 2001)

² Krach jest definiowany jako duża zmiana, nagle załamanie wartości indeksu giełdowego. Zmiana ta może powstać przez jeden do najczęściej kilku dni.

Bibliografia

- Feingbaum J.A. 2001. A statistical analysis of log-periodic precursors to financial crashes. *Quantitative Finance*. S. 346-360.
- Jajuga K. i T. Jajuga. 1999. *Inwestycje, instrumenty finansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*. Warszawa: PWN.
- Johansen A. i D. Sornette. 1998a. Stock market crashes are outliers. *European Physical Journal B*. s. 141- 143.
- Johansen A. i D. Sornette. 1998b. A hierarchical model of financial crashes. *Physica A*. s. 518 – 598.
- Johansen A., Sornette D. i O. Ledoit. 1999. Predicting Financial Crashes using discrete scale invariance. *Journal of Risk*. Numer 1, zeszyt 4, 5-32.
- Johansen A., Sornette D. i O. Ledoit. 2000. Crashes and critical points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. Numer 3, zeszyt 2, s. 219-255.
- Zalewska M. 2001. *Nieprzerwane zmiany jako miara zmienności. Symulacja systemów gospodarczych*, Antałówka 2001. Warszawa: Wydawnictwo WSPiZ, Politechnika Wroclawska - Instytut Organizacji i Zarządzania.
- Zalewska M. 2002. *Wykorzystanie modelu załamania koniunktury do oceny polskiego rynku finansowego. Rozprawa doktorska*. Wydział Zarządzania Uniwersytetu Warszawskiego.