Prosopon
Europejskie Studia Społeczno-Humanistyczne

Wydawca / Publisher:
Instytut Studiów
Międzynarodowych
i Edukacji HUMANUM
www.humanum.org.pl

11 (2) 2015
ISSN 1730–0266

Ramiro Délio Borges de Meneses
Professor Auxiliar do Instituto Universitário de Ciências da Saúde do
Norte, CESPU, Gandra, Paredes, Portugal
E-mail: borges272@gmail.com

Sentido e Limites da Matemática em Kant / *Meaning and Limits of Mathematics in Kant*

Abstract
A central problem for Kant's mathematical philosophy was why the knowledge so obtained can be applied to all experience a priori and with certainty. There is an important aspect of Kant's answer to that question that I hardly touched on, namely the argument in the Analytic for the claim that mathematics necessarily applies to the objects of empirical intuition.

Key words: **Kant, Mathematics, intuition, and philosophical foundations.**

INTRODUÇÃO

Poderá dizer-se que o primeiro grau de abstracção matemática aparece na Aritmética, que é uma palavra de origem grega, que significa "número". Mas, segundo Kant, o número é uma forma *a priori*, sendo este elaborado pela categoria do entendimento (*Verstand*). O intelecto é que constitui as sínteses de unidade e de generalizações. Como vamos analisar, segundo Kant, a síntese conceitual de número funda-se na intuição das imagens e tem a ver com a categoria da quantidade. Ao longo deste estudo, pretendemos determinar como Kant fundamenta o conceito de número, desde a Estética Transcendental até à Analítica Transcendental, integrando-o no âmbito do novo esquematismo gnoseológico. Assim, pelo pensamento de Kant, procuramos determinar o sentido e os limites da Matemática, segundo o sentido da crítica do juízo.

SENTIDO DA MATEMÁTICA SEGUNDO KANT

Consideraremos os pontos de vista de Kant segundo a lógica e suas relações com a Matemática. As questões talvez fossem mais simples e claras se a Matemática fosse substituída pela Geometria, e déssemos algumas considerações sobre as perspectivas da Geometria em Kant. Com efeito, para clarificar esta questão, consideremos o conceito em Kant de intuição. Segundo o filósofo da "Aufklärung", a intuição é uma espécie de representação (*Vorstellung*) ou na linguagem de Descartes e de Locke uma "ideia". Ter intuições é um dos caminhos fundamentais pelos quais a mente (*Verstand*) pode referir a consciência dos objectos. Segundo Kant, o conhecimento é intuição ou conceito (*intuitus vel conceptus*). As formas *a priori* referem-se nomeadamente ao objecto e é singular (*einzeln*), a última característica refere-se imediatamente pelos significados de uma insuficiência, que as coisas podem ter em comum. Esta definição de "intuição" tal como é conhecida, está em relação imediata com o objecto *in genere* e sem restrições. Logo, a intuição de um objecto é uma representação singular e imediata (*einzelne Vorstellung*). Sem a presença do objecto não existe uma intuição. Esta será a sua representação. A singularidade de uma intuição (*Intuition*), como representação, é usada naturalmente por Kant para mostrar que as formas da sensibilidade, espaço e tempo, são intuições e não conceitos. Assim, *de facto*, Kant determina o passo decisivo na natureza da sensação na sua diferença a partir da intelecção, onde a intuição aparece como representação imediata e singular do objecto (Moreau,1980, pp.287-290). As intuições são contrastadas pelos conceitos, que se referem a objectos somente imediatamente pelo caminho de algumas propriedades e pelo caminho de intuições a que se referenciam indiferentemente para todos os objectos que possuem tais propriedades. Poderemos pensar que o critério das relações imediatas pelos objectos para ser uma intuição é, naturalmente, uma formulação obscura da condição da singularidade. Isto significa, evidentemente, que o objecto de uma intuição (*Intuition*) é, em algum sentido, directamente presente ao "entendimento" (*Verstand*), como na percepção e que a "intuição" é, então, uma fonte, a única fonte de conhecimento imediato de objectos (Moreau, 1980, pp.291-293). Naturalmente que a Matemática, nomeadamente da Aritmética à Análise Matemática, é baseada numa "intuição" de objectos métricos (sólidos, planos, etc) e nas generalizações da teoria do número, que representa um "conhecimento imediato" e se traduz, segundo a Analítica Transcendental, como proposição sintética *a priori*, dado que não requer um argumento justificatório pelos princípios (Kant,1956, B 120). A ideia de uma representação singular formada de conceitos parece natural para nós. Uma representação será referida para um objecto singular se for para qualquer uma de todos. Para Kant, uma representação será um conceito que poderá ser sugerido como se se apresenta uma intuição. Entretanto, Kant nunca anotou, tal como conhecemos, implicações da possibilidade de representações singular não imediatas para o conceito de intuição. De outra forma, dá a impressão de ser a ausência de critérios imediatos na *lógica* e o facto de Kant determinar conceitos, que parecem excluir essencialmente os conceitos singulares e que implicará que todas as representações sejam "intuições". Segundo Kant, a Matemática dá um *shining example* de uma produção objectivamente, na qual a mera representação do objecto constitui ambos os conteúdos sobre a actualidade do objecto e mostra os seus conceitos. (Ferrarin,1995, pp.135-136).

Se a Matemática considera o conceito *in concreto* e não empiricamente, mas *a priori*, pelo sentido da existência em matemática difere da existência empírica *a posteriori* e é tornada igual à constructibilidade. A Matemática é uma construção formal ou "abstracta", que se fundamenta, segundo a teoria do juízo em Kant, através da intuição. O matemático determina uma intuição (*Intuition*) objectivamente e está apto para ligar puramente *a priori* a abertura entre a razão discursiva e a exibição de uma intuição que mostra o conceito *in concreto*, onde todas as outras bandas do conhecimento é necessária para suportar o conhecimento *a priori* usando a via da verificação empírica. Para Kant, o matemático constrói ou exibe o seu objecto numa intuição *a priori*, onde pensar e conhecer não estão separados na Matemática (A. Ferrarin,1995, pp.136-137). Quer a Estética, quer a Analítica Transcendentais chamam pela suficiência da "intuição" para definirem os fundamentos da Matemática, uma vez que os princípios da matemática derivam da "intuição", mas não dos conceitos. A intuição, que desempenha um papel fundamental na Matemática e que não é o resultado directo da afecção da nossa mente pelos objectos, expressa um elemento intuitivo, que temos dentro das nossas formas de "intuição" e que, neste sentido, será uma intuição da sensibilidade externa para o espaço numérico, bem como para o espaço métrico. Pela via da Matemática, na sua fundamentação pela Estética Transcendental, será uma intuição sensível no sentido de ser uma intuição de sentido interior. (Parsons,1992, pp.46-47). Mas, o sentido de uma intuição formal e a centralidade do sentido interior estabeleceram-se na segunda edição da *Kritik der reinen Vernunft*. São os elementos decisivos para a redefinição dramática do papel da imaginação. Esta é não mais uma terceira faculdade sob o entendimento e a sensibilidade. Kant teve muita dificuldade em interpretar a fundamentação da Matemática, visto que esta está condicionada pela forma de interpretar a intuição pura *a priori* da sensibilidade externa e como esta se traduz na forma externa. Claro está que o conceito de *a priori* puro tem em Kant maior amplitude do que o conceito de "intuição pura". Ao não admitir a intuição intelectual pura e reduzir toda a intuição ao plano da sensibilidade será evidente que Kant só poderá falar de "intuição pura" no plano sensível (espaço) externo, a partir das intuições sensíveis empíricas ou das impressões, como se realiza a partir do número concreto. O *a priori* puro, definido como o conhecimento que é totalmente independente de toda a experiência, é aplicável também ao plano intelectual, aos conceitos puros do conhecimento ou "categorias". Kant redescobre, de alguma maneira, a necessidade de um conhecimento, que se denomina *a priori*, com o distintivo de ser necessário e universal que coincide com a abstracção formal ou qualitativa dos escolásticos. Para Kant, as formas inatas e prévias (*a priori*) de todo o conhecimento autêntico são configuradoras da multiplicidade amorfa das intuições empíricas sendo assim garantes do conhecimento científico, universal e necessário, tal como se processa na Matemática. Os juízos sintéticos *a priori*, que fundamentam em definitivo a ciência matemática, segundo Kant, são, antes de mais, juízos *a priori*, necessários e universais, e somente são sintéticos enquanto devem fundamentar também o carácter progressivo do conhecimento físico e do matemático. Em ambos os casos, tratam-se de "formas", isto é, algo actuante e determinante dos materiais do conhecimento. Para se obter a noção de número segundo Kant, necessário será perceber que tais formas são impostas exclusivamente a partir das estruturas transcendentais do sujeito como criação da hipótese em que o objecto gira em torno do sujeito (Vicente Burgos,2002, pp.88-89). Os fundamentos da Matemática referem que a experiência formada inclui para o mesmo Kant a forma imposta pelo sujeito e é o que fala no plano da sensibilidade, na qual a intuição pura (espaço) configura ou "co-forma" os dados das impressões sensíveis e, assim, permitir a noção do "número" e determinar os seus fundamentos gnoseológicos. Porém, o esquematismo dos conceitos na Matemática, implicando a concepção de grandeza métrica é diferente da geometria. Segundo Kant, a construção geométrica procede do conhecimento prévio em ordem a produzir uma visão final das propriedades da figura. O mesmo não se passará com o "número" quer para a Geometria, quer para toda a Matemática. O esquematismo será a chave que determinará os juízos sintéticos *a priori*, mostrando, assim, o significado sensível das nossas categorias e seus usos sob a condição do espaço e do tempo (Kant,1956, B 15-16).

Já no século XX, B. Russell fez uma crítica à reflexão sobre o número segundo o pensamento kantiano. Segundo o pensador de Cambridge, o número é um conjunto de conjuntos semelhantes. Daqui que esta noção supõe a abstracção do número concreto. Desta sorte, o número de um par, segundo B. Russell, será a classe de todos os pares. E de acordo com a nossa definição, a classe de todos os pares será o número 2. Esta definição, diferente do esquematismo de Kant, proporciona algo de determinado e indubitável (Martin, 1933, pp. 10-23). O que é o número? A resposta foi apresentada, em 1884, por Frege nos *Grundlagen der Aritmetik* (Schultz, 1956, p.221). Mas muitos filósofos, quando pretendem definir o número, procuram e chegam antes à "pluralidade", o que é algo de diferente na Matemática e na sua filosofia, como o fez Kant na *Kritik der reinen Vernunft*. Com efeito, B. Russell diz que uma pluralidade não é um exemplo de número, mas antes refere-se a um número particular. Um número particular não é idêntico a um conjunto de elementos que tenha esse número. Assim, um número é algo que caracteriza determinados conjuntos àqueles que possuem esse número (Kant, 1956, A 163-164). Apesar de tudo, a Matemática possui um valor gnoseológico que está baseado na intuição pura externa do espaço concreto e numerável. Aqui temos a base pela qual Kant elabora a síntese numérica. Tal como para a Geometria, assim Kant procura a correlação do fundamento da Matemática através das intuições, muito embora quer Frege quer Russell critiquem esta posição do idealismo transcendental (Russell,1945, pp.75-76). A Matemática, segundo Kant, expressa-se como o exemplo mais esplendoroso das sucessivas extensões da razão pura sem a ajuda da experiência. A *reine Vernunft* espera tornar-se como uma capacidade que estende os seus domínios seguramente ao seu desenvolvimento matemático, onde o mesmo método tem sido de grande utilidade em Matemática. Tal como na teoria do número, o conceito de quantidade, que segue do ser construído pela *Verstand* e pela *Vernunft* em Kant, mostra-se *a priori* na intuição, muito embora as qualidades não poderão ser apresentadas em qualquer intuição que não seja "empírica" (Parsons,1992, p.53). Em Kant, a Geometria é uma ciência que determina as propriedades do espaço, sinteticamente dado, e em sentido *a priori*. Mas, a intuição geométrica terá de ser *a priori*, ou seja, será fundamentada, em nós *a priori*, para qualquer percepção de um objecto e surge como pura e não como empírica. Para as proposições geométricas, a geometria surge como forma apodítica da "razão teórica", estando ligadas com a consciência das suas necessidades, por exemplo, de que o espaço se apresenta com três dimensões (Aquila, 1977, pp. 278-279). Kant argumentou que o conhecimento matemático é sintético *a priori*. Logo baseia-se na *Vernunft*, não nos factos empíricos, mas não partindo da lei da contradição. O ponto de vista padrão da epistemologia considera que a matemática parece analítica e que o aspecto analítico se identificaria com o *a priori* e que o sintético com o *a posteriori*. De acordo com este ponto de vista, os teoremas matemáticos parece nada acrescentarem ao conhecimento que não está implicado logicamente nas premissas. Assim, a Matemática enquadra-se no âmbito analítico, trazendo consigo o elemento *a priori*. (Ferrarin,1995,p.145). Segundo a Matemática, a verdade do número é sintética *a priori*, no pensamento kantiano, e tem a sua forma originária na intuição básica do espaço contínuo e extenso. Pelo facto de Kant oferecer uma segunda definição de analiticidade, os juízos analíticos são tautologias, não adicionando qualquer elemento ao conhecimento. Daqui poderemos proceder a uma fundamentação adequada para a Matemática segundo o pensamento kantiano. O problema de Arquimedes conduz, em qualquer acontecimento, à equação de Pell, que tem a seguinte forma:

$$x^2 - Dy^2 = 1,$$

em que D Î N e a solução para o problema de Arquimedes é da ordem de 10^{103275}. O coevo de Kant, Lessing encontra um texto, em grego, que apresenta o problema que Arquimedes envia aos matemáticos de Alexandria e P. de Fermat (1601-1665) já tinha colocado e tentado uma solução. Aqui temos uma equação fundamental que serve para ilustrar o sentido sintético das proposições da "teoria do número"(Russell,1945, pp.35-36). Toda a Matemática é uma construção dedutiva do "número" entre funções e propriedades que poderá, quanto ao seu valor gnoseológico, ser apresentada e lida segundo variadas perspectivas, desde o logicismo e formalismo até ao intuicionismo.

Contudo, devido às suas características, poderemos dizer que a Aritmética obedece ao "construtivismo formal", desde o seu método até aos seus resultados. Na verdade, a fundamentação pelo idealismo transcendental kantiano ainda prevalece e foi uma leitura possível, em função daquilo que foi a Filosofia da Matemática de Kant com leitura gnoseológica.

LIMITES GNOSEOLÓGICOS DA MATEMÁTICA

Sempre que se fala da Filosofia da Matemática, em Kant, existe uma dificuldade perante as proposições aritméticas *a priori*. E não será menos fácil ver porque é que Kant a apresenta como "sintética", sendo baseada, no mesmo aspecto, nas formas da intuição, em particular na forma da intuição interna, como é o tempo e limitada nas suas aplicações às aparências. Com efeito, isto será mais claro porque Kant refere as proposições matemáticas como "sintéticas" se nós observarmos que o conceito de sentença analítica, em Kant, possui uma limitada extensão além do conceito correspondente na mais recente filosofia, isto é, em Frege e no positivismo lógico.

Kant parece não ter formulado este conceito com a devida precisão, muito embora não nos encontremos seguros disso. Quando Kant fala do conceito de predicado de um juízo analítico, como contido no do sujeito, a situação é análoga àquela em que o conceito do sujeito se define pela conjunção do conceito de predicado e naturalmente com outros. Um dos limites fundamentais da Matemática encontra-se dado nesta questão sobre os "juízos analíticos". Nestes, o predicado enuncia explicitamente o que já está contido no sujeito. Uma análise ao sujeito basta para chegar ao predicado. Por isso, estes juízos não nos levam a um novo conhecimento, apenas explicitam o conhecimento anterior. O sentido analítico do juízo, para o pensador de Koenigsberg, não possui valor científico (Russell,1956, pp.457-459). Assim, parece que em Kant a Matemática aparece no âmbito dos juízos analíticos, ao ponto de se referir como o primeiro grau de intuição externa pura.Uma versão idealizada de um juízo analítico seria da forma seguinte: Todos AB são A", ou todos os C são A", logo: C define-se como A e B. Isto é idealizado, dado que segundo Kant fora dos conceitos da Matemática, não existem em geral definições no sentido adequado. Não parece haver razão particular para 7 + 5 = 12 ser analítico, isso terá de seguir do conceito da soma 7 + 5 pela lei da contradição. Isto será incluído no elemento tradicional e limitado pela orientação de Kant. Logo, isto é uma realidade para dizer uma não razão para esclarecer esta e outra para entender a razão específica de Kant onde uma coisa seja falsa. Kant indica que o caminho que encontramos para que 7 + 7 = 14 é dado pelo processo de cálculo, num processo que vai de 7 até 14 pela sucessiva adição da "unidade", no qual a unidade pode operar com uma instância particular de um grupo de objectos, que pode somente ser dada na "intuição"(Ewald,1999, p.140). Parece não ser claro porque é que este processo não pode ser colocado na forma de um argumento puramente lógico ou ser algo diferente daquilo que pode ser. Existiu um esforço para fazer este raciocínio, de forma correcta, dado que Kant estava na posição familiar, pelo *Nouveaux Essais* de Leibniz. Logo, Leibniz trabalhou com 2 + 2 = 4, mas o tipo de argumento é suficiente para qualquer adição, que Kant com toda probabilidade o viu como "analítica". Leibniz considerou como definição:

$$2 = 1 + 1$$

$$3 = 2 + 1$$

$$4 = 3 + 1$$

que é aproximadamente referido numa formalização moderna. Então a prova será dada pela Aritmética da forma seguinte:

$$2 + 2 = 2 + 1 + 1 = 3 + 1 = 4.$$

Mas a objecção moderna padrão para este argumento é que Leibniz inseriu alguns suportes:

$$2 + 2 = 2 + (1 + 1) = (2 + 1) + 1 = 3 + 1 = 4,$$

o que assume, entretanto, um elemento de "associatividade". Nós não podemos excluir a possibilidade que isto fez conhecer em Kant, quando ele escrevia a *Kritik der reinen Vernunft*. G. Martin colocou a hipótese de Kant elaborar uma fundamentação axiomática da Matemática semelhante à clássica axiomatização da Geometria (George; Velleman,2002, p.15). Kant observa que a Matemática, gnoseologicamente pensada, é sintética, ficando, segundo a perspectiva lógica, com as proposições:

$$7 + 5 = 12$$

$$a + b = b + c \rightarrow a = c$$

que não podem ser provadas pela lógica simbólica a partir da definição tal como tinha afirmado Leibniz. Mas, uma fundamentação axiomática da espécie da que Martin procurava, fora apresentada por Schultz, aluno de Kant, no *Prüfung*. Sem mencionar directamente Leibniz, Mas, Schultz apresentou dois axiomas: o da comutatividade e o da associatividade da adição. Kant nem afirmou nem negou a independência das leis correspondentes da multiplicação e da lei distributiva. Assim, Schultz apresentou os seguintes axiomas: para quantidades homogéneas dadas, surge o conceito de um *quantum* pela sua sucessiva conexão, isto é, para transformar esta dentro de um todo. Para aumentar e para diminuir qualquer quantidade dada, pelo menos ou pelo mais, será o infinito (Ewald,1999, p.140).

O segundo postulado segundo Schultz, é não especificamente um pensamento da Aritmética, mas é oriundo da Análise Matemática por meio da propriedade da continuidade. Em qualquer caso, o primeiro postulado é a base para a suposição de que as funções da adição são definidas, isto é, dando os números m, n, que actualmente existe como: m + n. Se seguirmos a concepção de Kant, então ficará a questão sobre o papel da "intuição" no âmbito destes axiomas e postulados. Assim, ao transferir a concepção para Kant, nós somos imediatamente induzidos pela dificuldade que explicitamente diz que a Matemática não tem axiomas. Kant considera duas possibilidades: as regras da igualdade, que ele assevera como sendo analíticas (um axioma é um juízo sintético) e as identidades elementares da Matemática, tais como: 7 + 7 = 14 ou qualquer outra (a + b = c), que são como ele entendeu para serem referidas para o fim da nossa questão, que são sintéticas e indemonstráveis, mas que ele decidiu chamar de axiomas, porque elas são "singulares". Com efeito, esta posição é reafirmada numa carta, de Kant a Schultz, datada de 25 de Novembro de 1788 na qual o filósofo faz uma recensão ao manuscrito do 1º volume do *Prüfung*. O grande limite gnoseológico kantiano sobre a Matemática encontra-se na impossibilidade de elaborar uma axiomática, ficando-se criticamente a teoria do número como uma analítica e não se inscrevendo no *Begriff der synthetischen Urteile* como um *a priori* (Ernest, 1998, pp.2-3). Kant terá pensado que o primeiro grau da quantidade abstracta (matemática), dado que se refere como "quantidade numérica", além de não ser axiomatizável, aparece incluído nos juízos analíticos *a priori*, dado que o número existe devido à informação da *intuição externa* (espaço) nas categorias da quantidade pela actividade da "*Verstand*". O limite fundamental estaria na impossibilidade da Matemática ser incluída na teoria dos juízos sintéticos *a priori*, dado que só trabalham com as operações directas e indirectas através das suas propriedades.

A Matemática teve de esperar para poder ser axiomatizável, tal como a elaborou Peano (Ernest,1998, pp.20-21), ultrapassando os limites gnoseológicos de Kant. Além destes limites à Matemática surgem os limites ontológicos e, também, os de ordem lógica. Os fundamentos lógico-simbólicos da Matemática foram sistematizados por B Russell e A. Whitehead nos *Principia Mathematica*. Segundo Kant, parece dizer-se que a Matemática tem "postulados", bem como certos juízos práticos. O tom geral desta discussão sugere que ele poderá ver a directiva geral para realizar a sua adição, na suposição de que esta pode ser dada como um postulado, isto é, que se poderá aceitar o primeiro postulado de Schultz. Kant sentiu que não teria outra alternativa senão optar por tais proposições, como as leis da associativa e da comutativa da adição e das demais propriedades métricas e formais da Matemática.

CONCLUSÃO

A concepção kantiana da Matemática é, em certa medida, intuicionística no sentido da matemática moderna. Mas, não será intuicionística necessariamente no sentido epistemológico tradicional. A intuição na Matemática será muito mais uma "intuição empírica", do que uma intuição teórica, que justifique a própria verdade, uma vez que a intuição evidenciaria uma espécie de entendimento infalível. Segundo a concepção kantiana, o conceito de Matemática Pura ultrapassa o conhecimento empírico e fixa-se numa forma de conhecimento *a priori*. A Matemática, partindo da Aritmética até à Análise Matemática, é necessária à experiência objectiva.

Daqui se aufere que o Eu puro seja um "eu matemático" e pelo menos acompanha todas as representações da sensibilidade externa (espaço). Concluímos, também, segundo Kant, que o "número" é uma forma pura *a priori* fundado na intuição da sensibilidade externa. Surge, pois, uma "forma pura", que sendo necessária não está sujeita à cadeia dos fenómenos empíricos. O limite da Matemática, em Kant, está no facto de o "número" ser de carácter sintético. As proposições abstractas são intuições puras *a priori* da *Verstand*, dadas pelo esquematismo da categoria da quantidade (Kant, 1981, p.476). A Matemática tem limites, que são ultrapassados pela Análise Matemática, criadas por Leibniz e por Newton, que Kant estudou, sob a orientação do Prof. Knuszen, na Universidade de Koenigsberg. Finalmente, referimos que, em Kant, as regras da Matemática se apoiam não no dado empírico, mas antes no jogo que vai das intuições às abstracções. Apesar de Kant não entender a Matemática como enquadrada numa axiomática, naturalmente poderá implicar a integração nos "juízos sintéticos" (Borges de Meneses, 2002, pp.218-219).

REFERÈNCIAS

1. AGUILA, R.E., (1977). "The Relationship between Pure and Empirical Intuition in Kant", in: *Kant-Studien*, 68, pp.273-294.
2. BORGES DE MENESES,R.D. (2002). "Teoria do Juízo segundo Kant", in: *Humanística e Teologia,* 23,pp.218-234.

3. ERNEST,P., (1998). *Social Construction as a Philosophy of Mathematics*, New York:State University.
4. EWALD, W., (1999). *From Kant to Hilbert: a source book in the foundations of Mathematics,* Oxford:Clarendon Press.
5. FERRARIN,A., (1995). "Construction and Mathematical Schematism Kant on the Exhibition of a Concept in Intuition", in: *Kant-Studien,* 86, pp.142-156.
6. GEORGE,A.; D. J. VELLEMAN,D.J., (2002). *Philosophies of Mathematics,* Oxford:-Blackwell Publishers.
7. KANT,I., (1956). *Kritik der reinen Vernunft,* in: *Kant Gesammelte Schriften*, IX,Berlin: Prussian Academy of Sciences.
8. ------------., (1981). *Nova Dilucidatio,* in: *Kant Werke,* Band 1, Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.
9. MARTIN,G., (1933). *Metaphysics and Theory of Science,* Manchester: University Press.
10. MOREAU,J., (1980). "Intuition and Apprehension", in: *Kant-Studien,*75,pp.284-293
11. PARSONS,Ch., (1992). "Kant's Philosophy of Arithmetic", in: C. J. POSY (ed.), *Kant's Philosophy of Mathematics, modern essays,* Dordrecht: Kluver Academic Publishers.
12. RUSSELL,B., (1945). *Introduccion a la Filosofia Matematica,* (trad. do inglês), Buenos Aires:Editorial Losada.
13. ------------------, (1956). *The Principles of Mathematics,* London:George Allen.
14. SCHULTZ, A., (1956). *Prüfung,* I, Berlin, W. de Gruyter.
15. VICENTE BURGOS,L., (2002). "Intuición pura o abstracción formal (de Kant a Tomas de Aquino", in: *Pensamiento,* 58, 85-98.