

PODATNOŚĆ WYBRANYCH METOD PODEJMOWANIA ZBIOROWYCH DECYZJI NA GŁOSOWANIE STRATEGICZNE

Piotr Pysiak*

Microsoft Polska

Streszczenie: Artykuł przedstawia analizę podatności wybranych metod podejmowania zbiorowych decyzji na głosowanie strategiczne, przeprowadzoną za pomocą symulacji komputerowej. Wybranymi metodami są: metoda większości pierwszeństwa, metoda Bordy i metoda aprobująca. Zastosowana procedura dopuszczała strategiczne zachowania dowolnej liczby wyborców, którym znane były rezultaty zastosowania danej metody w przypadku głosowania szczerego, tj. zgodnego z rzeczywistymi preferencjami wyborców. Dla 24 typów sytuacji, różniących się parametrami głosowania, zbadano po 1000 losowo wybranych profili preferencji wyborców. Otrzymane wyniki różnią się od przewidywanych.

Słowa kluczowe: metody wyboru społecznego, metoda większości pierwszeństwa, metoda Bordy, metoda aprobująca, głosowanie szczerze, głosowanie strategiczne, symulacja komputerowa.

VULNERABILITY OF SELECTED SOCIAL CHOICE METHODS TO STRATEGIC VOTING

Abstract: Analysis of vulnerability of selected social choice methods to strategic voting is presented in the article. Selected methods are: plurality voting, the Borda count and approval voting. Applied procedure allowed strategic voting of unlimited number of voters. With each method voters knew the outcome of the sincere voting, consistent with their real preferences. 24 variants differed on voting parameters; for each variant 1000 random profiles of preferences have been analyzed. Results are different from expected.

Keywords: social choice methods, plurality voting, the Borda count, approval voting, sincere voting, strategic voting, computer simulation.

* Piotr Pysiak, Microsoft, al. Jerozolimskie 195a, Warszawa, piotr.pysiak@gmail.com

1. Wprowadzenie

W demokratycznych społeczeństwach głosowanie jest powszechnie stosowaną metodą decydowania o ważnych sprawach społecznych. Musi ono być przeprowadzone według ściśle określonych reguł – metod wyboru społecznego, zwanych także funkcjami społecznego wyboru. Sam wybór metody często przesądza o tym, jaka decyzja społeczna zostanie podjęta. Również inne czynniki, charakteryzujące sytuację podejmowania zbiorowych decyzji, np. podział na okręgi wyborcze w wyborach parlamentarnych, mają wpływ na ostateczny wynik głosowania. Celem tzw. manipulacji zewnętrznych jest korzystne ustalenie tych czynników oraz wybór samej metody głosowania. Jednak również sami wyborcy, znając sposób podejmowania zbiorowej decyzji, mogą nieuczciwie przedstawiać własne preferencje, gdyż może to zapewnić im korzystniejszą decyzję społeczną. Takie nieuczciwe głosowanie nazywa się głosowaniem strategicznym. Może ono znacząco zmienić wynik wyborów. W pracach A. Gibbarda (1973) i M. Satterthwaite'a (1975), P. Gärdenforsa (1976), H. Nurmi (1984) i in. zostało udowodnione, że żadna z demokratycznych funkcji społecznego wyboru, oprócz metod probabilistycznych, nie jest odporna na manipulacje wyborców i głosowanie strategiczne.

Twierdzenia teoretyczne nie określają jednak, jak często występują takie sytuacje, w których nieuczciwe głosowanie jest korzystne. Być może występują one tak rzadko, że – choć są teoretycznie możliwe – w praktycznych zastosowaniach można nie brać ich pod uwagę. Z drugiej strony mogą występować tak często, że znaczna część decyzji społecznych jest wynikiem głosowania strategicznego.

W różnych metodach wyboru społecznego odmienny jest zakres, w jakim metody te dopuszczają głosowanie strategiczne. Podatność na głosowanie strategiczne jest jednym ze wskaźników jakości metody wyboru społecznego. Określa on, jak często zdarzają się sytuacje, w których metoda dopuszcza manipulacje wynikiem głosowania przez wyborców poprzez podawanie w głosowaniu innych niż szczerze preferencje. Sprawdzenie, jak często metody wyboru społecznego pozwalają na takie głosowanie i od czego zależy stopień ich podatności na głosowanie strategiczne było celem przeprowadzonego badania metodą symulacji komputerowej, którego wybrane wyniki zostaną przedstawione w tym artykule¹.

Praca ta różni się od większości dotychczasowych prac dotyczących głosowania strategicznego pod dwoma względami: przyjętym podejściem do głosowania strategicznego i metodą badawczą.

¹ Pełniejsze wyniki tego badania zawiera moja praca magisterska pt. *Podatność metod wyboru społecznego na głosowanie strategiczne* (2002), napisana pod kierunkiem prof. dr hab. Grzegorza Lissowskiego.

W większości prac dotyczących głosowania strategicznego analiza sytuacji głosowania była prowadzona z punktu widzenia jednego wyborcy rozważającego, czy głosować strategicznie. Zakładano natomiast szczere głosowanie ze strony wszystkich pozostałych wyborców. Jest to podejście znacznie ułatwiające analizę możliwości i konsekwencji głosowania strategicznego, kosztem jednak oddalenia od rzeczywistej sytuacji głosowania.

W rzeczywistej sytuacji każdy z wyborców w tym samym czasie rozważa możliwość głosowania strategicznego, a wynik głosowania jest rezultatem interakcji ich decyzji. Tego nie da się objąć analizami prowadzonymi w dotychczasowym modelu jednego wyborcy głosującego strategicznie. W badaniu przedstawionym w tym artykule konsekwentnie rozciąga się możliwość głosowania strategicznego na wszystkich wyborców biorących udział w głosowaniu.

Metodą dotychczas najczęściej używaną do badania własności metod wyboru społecznego była metoda formalna, oparta na analizie matematycznie pojmowanych własności metod wyboru. Jednak uwzględnienie w analizach formalnych wielu wyborców, jednocześnie decydujących o głosowaniu strategicznym, jest zadaniem bardzo trudnym ze względu na stopień skomplikowania sytuacji oraz występowanie interakcji między decyzjami wyborców. Dlatego zdecydowałem się na zastosowanie metody symulacji komputerowej, która umożliwia symulację zachowań wielu wyborców postępujących zgodnie z modelem racjonalnego wyborcy. Aby wyborca mógł postępować racjonalnie, powinien posiadać wiedzę o preferencjach pozostałych wyborców. Namiastką takiej wiedzy, dostarczanej wyborcom w badaniu symulacyjnym, były wyniki głosowania przy zastosowaniu określonej metody i głosowaniu wszystkich wyborców zgodnie z ich szczerymi, rzeczywistymi preferencjami, czyli w tzw. głosowaniu sondażowym. Założenie, że wyborca działa racjonalnie, a więc dąży do zwycięstwa w głosowaniu alternatywy najwyższej przez niego cenionej, pozwala na jednoznaczne wyznaczenie najlepszego sposobu głosowania przez każdego z wyborców, a więc i wyniku głosowania. Przykłady badań prowadzonych z użyciem symulacji komputerowej można znaleźć w pracach R.G. Niemi i A.Q. Franka (1985) (dotyczyła ona jedynie metody większości pierwszeństwa) oraz H. Nurmiego (1992) (poświęconej efektywności wyboru alternatywy będącej zwycięzcą Condorceta).

2. Głosowanie strategiczne: definicja i podstawowe twierdzenia

Skończony zbiór alternatyw, na przykład zbiór kandydatów w wyborach parlamentarnych, będzie oznaczany przez X , jego elementy przez x, y, z .

Zbiór wyborców będzie oznaczany przez V , jego liczebność – n , zaś określony wyborca – i .

Przez P_i oznacza się relację mocnej preferencji wyborcy i na zbiorze X , tj. taką, w której nie występują indyferencje, zaś przez R_i relację preferencji tego wyborcy, dopuszczającą indyferencję. Profilem preferencji indywidualnych nazywa się n -tkę indywidualnych preferencji $(R_1 \dots R_i \dots R_n)$.

Strategia głosowania wyborcy i będzie miała różną postać, w zależności od metody głosowania. Może to być podzbiór alternatyw wybranych przez wyborcę lub uporządkowanie zbioru alternatyw przez wyborcę.

Funkcja (lub metoda) społecznego wyboru oznaczana jest przez F . Każdemu profilowi indywidualnych preferencji (lub strategii zastosowanych przez wyborców) oraz zestawowi alternatyw dostępnych w danej sytuacji (Z) przyporządkowuje niepusty podzbiór alternatyw wybranych z tego zestawu $F(Z; R_1 \dots R_i \dots R_n)$. Podzbiór alternatyw wybranych będzie *wynikiem* funkcji (lub metody) wyboru społecznego w danej sytuacji.

W pracach z zakresu teorii wyboru społecznego poświęconych głosowaniu strategicznemu rozróżnia się dwie własności metod społecznego wyboru: podatność na głosowanie strategiczne oraz odporność na głosowanie strategiczne.

Funkcja społecznego wyboru jest *podatna na głosowanie strategiczne* przez wyborcę i w profilu $(R_1 \dots R_i \dots R_n)$ i przy zestawie Z wtedy i tylko wtedy, gdy istnieje indywidualna preferencja R_i' taka, że

$$F(Z; R_1 \dots R_i' \dots R_n) P_i F(Z; R_1 \dots R_i \dots R_n).$$

gdzie

R_i – oznacza szczerą preferencję i -tego wyborcy,

R_i' – inną, nieszczerą preferencję.

Funkcja społecznego wyboru jest *odporna na głosowanie strategiczne*, jeżeli dla żadnej osoby, dla żadnego profilu i dla żadnego zestawu alternatyw nie jest podatna na głosowanie strategiczne.

Świetnie komentuje podstawowe konsekwencje tej definicji Allan Gibbard (1973: 590):

Zauważmy, że nazwanie metody wyboru społecznego 'manipulowalną' nie oznacza, że ktoś w aktualnych warunkach ma możliwość dokonania manipulacji. Oznacza to zaledwie, że w jakiś możliwych warunkach ktoś mógłby takiej manipulacji dokonać. A zatem metoda wyboru społecznego jest 'manipulowalna', chyba że jej struktura gwarantuje że nikt nie będzie miał kiedykolwiek możliwości dokonania manipulacji.

W tym artykule przez manipulację i głosowanie strategiczne rozumiem podanie przez wyborcę w głosowaniu innych preferencji na zbiorze alternatyw (R_i') niż jego szczerza preferencja (R_i), a w konsekwencji – *inne głosowanie niż w głosowaniu szczerym*.

Dla decyzyjnych funkcji społecznego wyboru, tzn. takich, dla których podzbiór alternatyw wybranych jest zawsze jednoelementowy, powyższa definicja głosowania strategicznego wystarcza do określenia jednoznacznego rozwiązania sytuacji głosowania strategicznego.

Dla funkcji niedecyzyjnych, a takimi tutaj się zajmuję, sprawa jest trudniejsza. Wymaga bowiem określenia preferencji wyborcy na podzbiórach alternatyw stanowiących możliwy wynik głosowania. Trudność wynika z faktu, że posiadamy informację tylko o preferencjach wyborcy wobec alternatyw, a nie wobec podzbiorów tych alternatyw. Problem ten i częściową próbę jego rozwiązania przedstawia Gärdenfors (1979).

Już od dawna zastanawiano się nad odpornością metod wyboru społecznego na głosowanie strategiczne (por. Farquharson 1969). Począwszy od lat siedemdziesiątych XX wieku opublikowano szereg twierdzeń dotyczących tego zagadnienia. Precyzują one własności metod społecznego wyboru, które są związane z odpornością lub podatnością metod na głosowanie strategiczne. Poniżej prezentuję najbardziej istotne twierdzenie, które Allan Gibbard (1973) i Mark A. Satterthwaite (1975), udowodnili niezależnie od siebie, znane także jako twierdzenie Gibbarda-Satterthwaite'a. Jest to pierwsze z bardzo licznej grupy twierdzeń na temat strategicznej manipulacji metodami podejmowania zbiorowych decyzji.

Twierdzenie Gibbarda-Satterthwaite'a (o manipulowalności jednowartościowymi funkcjami społecznego wyboru).

Jeżeli funkcja społecznego wyboru jest określona na zbiorze więcej niż dwóch alternatyw, wyznacza jednoelementowe podzbiory alternatyw wybranych i spełnia warunek nieograniczonej dziedziny, to albo jest dyktatorska, albo też manipulowalna.

Warunek nieograniczonej dziedziny wymaga, aby metoda wyboru społecznego była określona na zbiorze wszystkich możliwych profili preferencji indywidualnych.

Dyktatorska funkcja wyboru społecznego to taka, która zawsze wyznacza zbiorową decyzję zgodną z preferencjami wyborcy będącego dyktatorem.

O podatności metod wyboru społecznego na głosowanie strategiczne mówią także pierwsze i drugie twierdzenie Gärdenforsa (1976). Z drugiego twierdzenia Gärdenforsa wynika, że istnieją metody społecznego wyboru spełniające podstawowe warunki demokratyczności, jednak tylko w sytuacji ograniczonej do liniowych, tj. mocnych preferencji indywidualnych. Jest to poważne ograniczenie dopuszczalnej dziedziny metod wyboru społecznego.

3. Opis symulacji komputerowej

Metody wyboru społecznego

Dla każdego wygenerowanego losowo profilu indywidualnych preferencji zostały zastosowane kolejno, niezależnie od siebie, trzy metody wyboru społecznego. Możliwe jest więc porównywanie wyników zastosowania dla tego samego profilu wszystkich trzech metod.

- *Metoda większości pierwszeństwa.* Każdy z wyborców oddaje jeden głos na wybraną alternatywę. Wynikiem zastosowania tej metody jest podzbiór alternatyw, które otrzymały największą liczbę głosów.
- *Głosowanie aprobujące.* Każdy z wyborców głosuje na dowolną liczbę alternatyw, oddając po jednym głosem na każdą z tych, które akceptuje. Wynikiem zastosowania tej metody jest podzbiór alternatyw, które otrzymały największą liczbę głosów. Głosy te czasami nazywa się głosami aprobującymi. Strategia wyborcy polega zatem na wskazaniu podzbioru akceptowanych alternatyw. Metodę głosowania aprobującego opisali S.J. Brams i P.C. Fishburn (1978). W analizach dotyczących metody głosowania aprobującego posługują się oni pojęciem zbioru wysokiego dla określenia racjonalnej strategii wyborcy przy określonej preferencji indywidualnej. Oznacza on podzbiór takich alternatyw, że jeżeli należy do niego alternatywa x , to należą do niego również wszystkie alternatywy wyżej od niej cenione.
- *Metoda Bordy.* Każdy z wyborców przedstawia swoje uporządkowanie alternatyw. Każdej alternatywie przypisuje się następnie punkty (zwane punktami Bordy), zależne od pozycji, jaką zajmuje alternatywa w indywidualnym uporządkowaniu preferencyjnym danego wyborcy. Najmniej preferowana przez wyborcę alternatywa otrzymuje 0 punktów, każda następna o 1 punkt więcej, a najwyżej cenionej przypisuje się $m-1$ punktów. Alternatywom wobec których wyborca jest indyferentny nadaje się średnią liczbę punktów, które otrzymałyby, gdyby preferencja nie zawierała indyferencji. Wynikiem zastosowania metody jest podzbiór alternatyw, które od wszystkich wyborców otrzymały największą sumę punktów Bordy. Metoda Bordy i jej warianty zostały opisane przez P. Gärdenforsa (1973).

Parametry sytuacji głosowania

Analizowane sytuacje różniły się trzema podstawowymi parametrami: liczbą alternatyw, liczbą wyborców i typem zbioru preferencji indywidualnych.

Liczba alternatyw określa ilość alternatyw, na których określone są preferencje wyborców. Analizowane były profile preferencji składające się z preferencji indywidualnych określonych na trzech, czterech, pięciu i sześciu alternatywach. Profile o danej liczbie alternatyw losowanie były niezależnie.

Liczba wyborców określa ilość wyborców (czyli indywidualnych uporządkowań preferencyjnych) występujących w danym profilu. Analizowane były profile preferencji indywidualnych dla trzech, sześciu i dziewięciu wyborców. Profile o danej liczbie wyborców były losowane niezależnie.

Typ zbioru preferencji indywidualnych. Metody wyboru społecznego służą do podejmowania decyzji na podstawie preferencji wyborców, tworzących profil preferencji indywidualnych. Podatność na głosowanie strategiczne jest w oczywisty sposób zależna od profilu preferencji wyborców. Preferencje indywidualne w każdej sytuacji były losowane z jednego z dwóch zbiorów preferencji indywidualnych różniących się istotnie rozkładami preferencji.

- *Zbiór wszystkich możliwych preferencji indywidualnych*, określonych na zbiorze sześciu alternatyw. Dopuszczone były indyferencje w preferencjach pomiędzy alternatywami. Zbiór ten liczy 4683 różnych preferencji indywidualnych.
- *Zbiór w znacznym stopniu jednorodnych preferencji indywidualnych*, określonych również na zbiorze sześciu alternatyw. Dopuszczone były indyferencje w preferencjach pomiędzy alternatywami. Zbiór ten liczy 503 preferencji indywidualnych. Uporządkowania preferencyjne pochodzą z badania postaw Polaków wobec hierarchii płac wybranych zawodów, przeprowadzonych w Lublinie w 1985 roku (Lissowski, Pohoski, 1987).

Drugi zbiór odwzorowuje realne i w wysokim stopniu jednorodne preferencje. Różni się on istotnie od pierwszego. Zastosowanie dwóch zbiorów preferencji pozwala na porównanie działania metod w sytuacji równego rozłożenia preferencji i w sytuacji wysokiej jednomyslności wyborców.

Przebieg symulacji

Wymienione wyżej parametry sytuacji głosowania wyznaczały 24 sytuacje głosowania: 4 (liczebności alternatyw) x 3 (liczebności wyborców) x 2 (typy zbiorów). Dla każdej sytuacji określonej przez te parametry losowanie indywidualnych uporządkowań do każdego profilu było niezależne i zwrotne – w jednym profilu indywidualne preferencje mogą się powtarzać, a wcześniej wylosowane nie mają wpływu na wyniki następnego losowania. Dla każdej sytuacji wylosowano 1000 profili preferencji indywidualnych. Łączna liczba wylosowanych preferencji indywidualnych wynosiła 144 000.

Dla każdego profilu preferencji indywidualnych program obliczał kolejno wyniki przy zastosowaniu każdej z trzech metod wyboru społecznego. Obliczenia dla każdej metody były podzielone na dwa etapy:

- etap głosowania szczerego (sondażowego) i
- etap głosowania dopuszczającego głosowanie strategiczne.

W przypadku preferencji indywidualnych dopuszczających indyferencje sposób głosowania szczerego wyborcy nie zawsze jest jednoznacznie określony przez jego uporządkowanie preferencyjne. Wyjątkiem jest metoda Bordy, która dla każdego uporządkowania indywidualnych preferencji jednoznacznie określa sposób przypisania punktów Bordy poszczególnym alternatywom.

W głosowaniu metodą większości pierwszeństwa, gdy wyborca jest indyferentny wobec alternatyw stanowiących jego pierwszą preferencję, do rozstrzygnięcia, której z równorzędnych alternatyw należy przypisać głos wyborcy w etapie głosowania sondażowego stosowane było losowanie. Jeśli następnie w etapie dopuszczającym głosowanie strategiczne wyborca będzie głosował na inną z najwyżej cennionych alternatyw niż głosował w etapie sondażowym, traktowano to jako głosowanie wyrafinowane. Takie głosowanie nie należy bowiem ani do głosowania szczerego (ponieważ wykorzystuje inną strategię niż głosowanie w etapie sondażowym), ani też nie spełnia warunków głosowania strategicznego (ponieważ taka strategia jest strategią szczerą).

W samej istocie metody głosowania aprobującego zawarty jest element, który nie jest definiowany przez indywidualne uporządkowanie preferencji. Nie jest określone, ile alternatyw wyborca zdecyduje się zaaprobować – czyli ile głosów aprobujących odda. Do rozstrzygnięcia tego program losował liczbę alternatyw, którym zostaną przypisane głosy wyborcy. Liczba ta jest losowana z zakresu od 1 do liczby o jeden mniejszej od liczby dostępnych alternatyw. Następnie program przypisuje głosy aprobujące wyborcy alternatywom, poczynając od najwyżej usytuowanych alternatyw w uporządkowaniu wyborcy. Ze względu na tę specyfikę procedury wyznaczania szczerzej strategii wyborcy, w głosowaniu dopuszczającym głosowanie strategiczne nie pojawia się możliwość głosowania wyrafinowanego w takim znaczeniu jak przy rozważaniu metody głosowania większości pierwszeństwa.

Jako głosowanie strategiczne w głosowaniu aprobującym traktowane były dwie sytuacje:

- głosowanie na alternatywę o niższej ocenie niż alternatywy na które wyborca głosował w etapie głosowania sondażowego,

- powstrzymanie się od głosowania na alternatywę na którą wyborca głosował w etapie głosowania sondażowego, aby zwiększyć wartość oczekiwaną użyteczności zbioru alternatyw wybranych w ocenie danego wyborcy.

Jest to określenie głosowania strategicznego odmienne od określenia przyjętego przez Bramsa i Fishburna (1978). Określają oni głosowanie strategiczne jako głosowanie wykorzystujące strategię nie należącą do zbioru wysokiego. Poważnie rozszerza to zbiór dostępnych wyborcy strategii szczerych. Przy tej definicji zdecydowana większość przypadków głosowania rozumianego przeze mnie jako głosowanie strategiczne będzie uznana za głosowanie szczerze.

4. Ważniejsze wyniki

Zależność od parametrów sytuacji głosowania

Z analizy częstości występowania głosowania strategicznego wynika, że jest ono zdecydowanie częściej spotykane wśród profili losowanych ze zbioru wszystkich możliwych preferencji indywidualnych, niż wśród profili losowanych ze zbioru preferencji jednorodnych. To twierdzenie jest prawdziwe dla każdej z omawianych metod.

Poszczególne profile różnią się stopniem zgodności pomiędzy preferencjami indywidualnymi wyborców. Zgodność preferencji ma wpływ na możliwość głosowania strategicznego. Gdy wszyscy wyborcy mają jednakowe preferencje, nie ma potrzeby strategicznych manipulacji, bowiem każdy z nich jest zadowolony z wyniku. Z kolei w przypadku znacznych różnic w preferencjach indywidualnych, wielu wyborców może ocenić wynik jako niesatysfakcjonujący i szukać sposobu na uzyskanie wyniku bardziej zgodnego z ich preferencją indywidualną.

Miarą zgodności preferencji indywidualnych wewnątrz profilu był współczynnik zgodności W Kendalla. Jest to współczynnik znormalizowany i przyjmuje wartości od 0 (całkowity brak zgodności) do 1 (całkowita zgodność pomiędzy preferencjami wyborców). Średnia wartość tego współczynnika dla profili losowanych ze zbioru wszystkich możliwych preferencji indywidualnych wynosi 0,22. Jest to wartość stosunkowo niska, świadcząca o znacznej rozbieżności preferencji indywidualnych wewnątrz wylosowanych profili. Dla profili losowanych ze zbioru jednorodnych preferencji indywidualnych średnia wartość współczynnika W wynosi 0,73. Jest to wartość wskazująca na znaczną zgodność preferencji indywidualnych wewnątrz profilu.

Średnia wartość współczynnika zgodności jest najwyższa dla profili składających się z trzech wyborców (0,33 i 0,78 odpowiednio dla profili losowanych ze zbioru wszystkich preferencji i ze zbioru jednorodnego), i maleje dla profili złożonych z sze-

ściu i dziewięciu wyborców (odpowiednio: 0,17 i 0,16 oraz 0,72 i 0,67). Trend ten jest ilustracją faktu, że przy większej ilości wyborców trudniej o utrzymanie równie wysokiego poziomu zgodności pomiędzy ich uporządkowaniami preferencyjnymi jak przy małej ilości wyborców. Natomiast wśród profili różniących się liczebnością zbioru alternatyw średnie wartości współczynnika są do siebie zbliżone i wynoszą odpowiednio ok. 0,21-0,22 oraz 0,69-0,78. Uwzględniając łącznie zarówno liczbę wyborców, jak i liczebność alternatyw wartości współczynnika zgodności zmieniały się odpowiednio od 0,33 i 0,82 dla trzech alternatyw i trzech wyborców do 0,16 i 0,63 dla sześciu alternatyw i dziewięciu wyborców.

Podatność metod na głosowanie strategiczne

Podatność trzech badanych metod na głosowanie strategiczne, mierzona częstością jego występowania, jest wyraźnie różna. Ilustruje to tabela 1.

Tabela 1. Częstość występowania głosowania strategicznego. Udział wyborców głosujących strategicznie

Metoda	Zbiór wszystkich profili	Zbiór jednorodnych profili
Większość pierwszeństwa	0,0211	0,0006
Metoda Bordy	0,0401	0,0001
Metoda aprobująca	0,0814	0,0527

Metoda aprobująca. Metodą najbardziej podatną na głosowanie strategiczne okazała się metoda głosowania aprobującego. Jest to fakt zaskakujący, bowiem jest ona opisywana jako metoda względnie odporna na głosowanie strategiczne (Brams i Fishburn 1978, Fishburn 1978). Rozbieżność tę wyjaśnia częściowo zastosowanie w symulacji innej niż używana w analizach Fishburna operacjonalizacji głosowania strategicznego. Co ciekawe, metoda głosowania aprobującego jest podatna na głosowanie strategiczne nawet w profilach losowanych ze zbioru jednorodnych preferencji indywidualnych. W przypadku pozostałych metod, gdy preferencje indywidualne pochodzą z tego zbioru, symulowani wyborcy podejmując decyzję niemal wcale nie głosują strategicznie.

Metoda Bordy. Drugie miejsce pod względem podatności na głosowanie strategiczne zajmuje metoda Bordy. Dla profili losowanych ze zbioru jednorodnych preferencji indywidualnych głosowanie strategiczne właściwie nie występuje. Jednak dla zbioru wszystkich możliwych preferencji indywidualnych występuje ono dwa razy częściej niż przy zastosowaniu metody większości pierwszeństwa.

Metoda większości pierwszeństwa. Co zaskakujące, metoda większości pierwszeństwa okazuje się być najmniej podatna na głosowanie strategiczne. Wśród profili

o jednorodnych preferencjach indywidualnych głosowanie strategiczne praktycznie nie występuje, natomiast wśród profili losowanych ze zbioru wszystkich preferencji indywidualnych występuje najrzadziej spośród trzech omawianych metod.

Dla wszystkich trzech metod częstości występowania głosowania strategicznego maleją przy zwiększaniu liczby wyborców i rosną przy zwiększaniu liczby alternatyw.

Porównanie wyników głosowania szczerego i głosowania strategicznego

Warto zadać pytanie: Jakie są relacje między zbiorami alternatyw wybranych w etapie głosowania sondażowego i w etapie dopuszczającym głosowanie strategiczne? Ogólną odpowiedź na to pytanie zawiera tabela 2.

Tabela 2. Głosowanie szczerze i głosowanie strategiczne – spójność wyników

Związki między zbiorami wybranych alternatyw	Zbiór wszystkich profili			Zbiór jednorodnych profili		
	Większość pierwszeństwa	Metoda Bordy	Metoda aprobująca	Większość pierwszeństwa	Metoda Bordy	Metoda aprobująca
Rozłączne zbiory alternatyw wybranych	15,6	2,1	14,2	0,3	0,1	10,1
Wyniki głosowania szczerego to podzbiór właściwy wyników głosowania strategicznego	4,5	1,0	12,3	0,3	0,0	1,4
Wyniki głosowania strategicznego to podzbiór właściwy wyników głosowania szczerego	74,2	94,0	55,3	99,3	99,9	84,6
Zbiory alternatyw wybranych mają podzbiór elementów wspólnych	1,2	0	9,4	-	-	3,2
Zbiory alternatyw wybranych są identyczne	4,4	2,9	8,8	0,1	-	0,7

Metoda Bordy. Najwyższą spójnością między zbiorami alternatyw wybranych w etapie głosowania sondażowego i dopuszczającego głosowanie strategiczne cechuje się metoda Bordy. W około 94% w przypadku zbioru wszystkich preferencji i w ok. 99,9% w przypadku zbioru jednorodnych profili, wyniki w obu etapach głosowania były identyczne. Zarówno wśród profili składających się z preferencji indywidualnych określonych na różnych ilościach alternatyw, jak o różnej liczebności, udział profili o identycznych wynikach był wysoki. W profilach składających się z większej liczby wyborców spójność wyników między etapami głosowania była jednak większa niż w profilach o mniejszej liczebności. W profilach o preferencjach określonych na większej liczbie alternatyw spójność wyników była niższa.

Metoda większości pierwszeństwa. Wysoki udział profili o takich samych wynikach w obu etapach głosowania ma również metoda większości pierwszeństwa – 74,2% w przypadku zbioru wszystkich preferencji i 99,3% w przypadku profili jednorodnych preferencji. Wśród profili wylosowanych z tego pierwszego zbioru spójność wyników obu etapów głosowania jest najmniejsza wśród profili sześćoosobowych. Ponadto, spada ona wraz ze wzrostem liczby głosujących – odmiennie zarówno do tendencji zaobserwowanej dla wyników metody Bordy jak i metody głosowania aprobującego. Dla profili wylosowanych ze zbioru jednorodnych preferencji udział profili o takich samych zbiorach alternatyw wybranych w obu etapach głosowania jest zbliżony wśród profili zarówno o różnej liczebności, jak też o różnej ilości alternatyw dostępnych.

Metoda głosowania aprobującego. Wyniki uzyskane przy zastosowaniu głosowania aprobującego cechują się stosunkowo mniejszą spójnością między etapami głosowania. Tylko 55% profili wylosowanych ze zbioru wszystkich preferencji uzyskało takie same wyniki w obu etapach głosowania. Znaczący (14%) jest udział profili, dla których zbiór alternatyw wybranych w głosowaniu dopuszczającym głosowanie strategiczne był podzbiorem właściwym zbioru alternatyw wybranych w głosowaniu sondażowym. Odwrotna relacja zachodzi dla 12% profili. Natomiast wśród profili wylosowanych ze zbioru jednorodnych preferencji więcej, bo aż 85% profili ma takie same wyniki w obu etapach głosowania. Dalsze 10% profili ma wyniki w etapie głosowania dopuszczającego głosowanie strategiczne będące podzbiorem właściwym zbioru alternatyw wybranych w etapie głosowania szczerego. Wśród profili o preferencjach określonych na większej liczbie alternatyw spójność wyników wyraźnie spada.

5. Zakończenie

W artykule przedstawione zostały wybrane wyniki symulacji komputerowej, której celem była ocena podatności trzech metod wyboru społecznego na głosowanie strategiczne. Otrzymane wyniki są pozornie zaskakujące, niezgodne z przewidywaniami teoretycznymi zawartymi w pracach opisujących własności rozważanych metod. Powodem takiej rozbieżności między wcześniejszymi wynikami teoretycznymi a obecnymi wynikami symulacji może być modyfikacja definicji badanego zjawiska, głosowania strategicznego. Zastosowana operacjonalizacja pojęcia głosowania strategicznego jest odmienna od stosowanej dotychczas w pracach z zakresu teorii wyboru społecznego.

Różnicę tę można przedstawić (nieściśle, lecz obrazowo) w następujący sposób. Klasyczna definicja mówi o głosowaniu strategicznym, gdy wyborca stosuje - w celu poprawienia wyniku głosowania – strategię nie należącą do zbioru strategii szczerych. W mojej modyfikacji tego pojęcia zakładam, że wyborca posiada jedną jednoznacznie

określoną strategię szczerą, ujawnioną w trakcie głosowania sondażowego. Jeśli stosuje inną strategię w celu poprawienia wyniku głosowania, to nazywam takie działanie głosowaniem strategicznym. Oznacza to zaliczenie do głosowania strategicznego także zastosowanie strategii należących do zbioru strategii szczyrych, jednak odmiennych od pierwotnie przyjętej dla wyborcy strategii. Istotną przyczyną tej modyfikacji były wymagania symulacji komputerowej, odmienne od sytuacji rozważań formalnych. Symulacja wymagała łatwych w zastosowaniu, jednoznacznych kryteriów określających sytuację głosowania strategicznego. Zastosowana modyfikacja pojęcia głosowania strategicznego spełniła ten cel.

Celem przeprowadzonej analizy była chęć sprawdzenia słuszności przewidywań teoretycznych w zmienionych warunkach. Warunki te są bliższe realnym zachowaniom wyborczym, niż warunki wynikające bezpośrednio z modelu racjonalnego wyborcy.

Na podstawie wyników symulacji można powiedzieć, że zmiana założeń, co do głosowania strategicznego, spowodowała całkowite odwrócenie relacji między rozważanymi metodami wyboru społecznego pod względem podatności na głosowanie strategiczne. Z tego względu rodzi się następane pytanie badawcze: która z powyżej naszkicowanych definicji głosowania strategicznego lepiej opisuje rzeczywiste zachowania wyborcze. Odpowiedź na to pytanie byłaby krokiem w stronę odpowiedzi na pytanie znacznie bardziej ogólne, o rolę modelu racjonalnego wyborcy. Pytanie to dotyczy rozstrzygnięcia, czy model racjonalnego wyborcy jest bardziej konstruktem teoretycznym, czy raczej modelem rzeczywistych zachowań ludzi. Odpowiedź na to pytanie wymaga jednak badań o innym charakterze niż tutaj zaprezentowane.

Bibliografia

- Brams, Steven J., Fishburn, Peter C. 1978. *Approval voting*. „American Political Science Review” 22: 831-847. Przekład na j. polski w: G. Lissowski (red), *Elementy teorii wyboru społecznego*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Scholar 2001.
- Farquharson Robin. 1969, *Theory of Voting*, New Heaven, CT: Yale University Press.
- Fishburn Peter C. 1978. *A strategic analysis of nonranked voting systems*. „SIAM Journal of Applied Mathematics” 35: 488-495.
- Gärdenfors, Peter. 1973. *Positionalist voting functions*. „Theory and Decision” 4, 1-24.
- Gärdenfors, Peter. 1976, *Manipulation of social choice functions*. „Journal of Economic Theory” 13: 217-228.
- Gärdenfors Peter. 1979, On definition of manipulation of social choice functions. W: J-J. Laffont. (red). *Aggregation and Revelation of Preferences*. Amsterdam: North-Holland, s. 29-36.

- Gibbard, Allan. 1973, *Manipulation of voting schemes: a general result*. „Econometrica” 41: 587-601.
- Lissowski Grzegorz, Pohoski Michał. 1987, *Oceny dochodów, słuszną płacą i prestiż zawodów*. „Kultura i Społeczeństwo” 31: 177-197.
- Niemi, Richard G., Frank, Arthur Q. 1985, *Sophisticated voting under the plurality procedure: a test of a new definition*. „Theory and Decision” 19: 151-162.
- Nurmi Hannu. 1984, *On the strategic properties of some modern methods of group decision making*. „Behavioral Science” 29: 248-257.
- Nurmi Hannu. 1992, *An assessment of voting system simulations*. „Public Choice” 73: 459-487.
- Satterthwaite, Mark A. 1975. *Strategy-proofness and Arrow's conditions: existence and correspondence theorems for voting procedure and social welfare functions*. „Journal of Economic Theory” 10: 187-217.