HUGO STEINHAUS: MATEMATYK, HUMANISTA I ... POPULARYZATOR SPRAWIEDLIWEGO PODZIAŁU TORTU

Rafał Weron*

Centrum im. H. Steinhausa, Politechnika Wrocławska

Jak wspomina Jan Trzynadlowski w przedmowie do *Słownika racjonalnego* Hugona Steinhausa z mianem „humanista" wiąże się zabawna historia. Pewnego razu, w trakcie spotkania z profesorem usłyszał pytanie:

– A Pan to humanista?

– Tak sądzę – odpowiedział Trzynadlowski – przynajmniej z wykształcenia i zawodu.

– Bo wie pan ... i mnie czasem nazywają humanistą. A u nas jest tak: gdy się chce pochwalić na przykład matematyka, to się o nim mówi, że to „prawdziwy humanista", a gdy się chce zganić humanistę wzrusza się ramionami: „e, humanista!" Ja myślę, że humanistą w głębszym znaczeniu jest każdy, kto umie myśleć nie tylko o sobie i o działce, którą uprawia w pocie czoła, choć bezowocnie ...

I właśnie w tym sensie Hugo Steinhaus był prawdziwym humanistą. Był nie tylko wybitnym matematykiem i nauczycielem wielu znakomitych matematyków[1], ale również filozofem o głęboko oryginalnych poglądach na wiele spraw. „Miał ostry umysł, cięty dowcip, niemałą dozę złośliwości, wielką przenikliwość widzenia" – pisał Kazi-

* Rafał Weron, Centrum im. H. Steinhausa, Instytut Matematyki i Informatyki, Politechnika Wrocławska, Wyb. Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław, rafal.weron@pwr.wroc.pl. Strona domowa Centrum im. H. Steinhausa: http://www.im.pwr.wroc.pl/~hugo

[1] „Matematyczne drzewo genealogiczne" Hugona Steinhausa można znaleźć na stronie *The Mathematics Genealogy Project*: http://genealogy.math.ndsu.nodak.edu/html/id.phtml?id=7383. Jednym z 1204 naukowych potomków profesora (stan na koniec roku 2006) jest również autor niniejszego artykułu.

mierz Dziewanowski w przedmowie do *Wspomnień i zapisków*. Sam Steinhaus o „dowcipie" tak się wyrażał: „Dowcip, który jest tylko dowcipem, nie jest dowcipem", „Dowcipem nie należy celować tylko trafiać".

Celność i zwięzłość cechuje liczne aforyzmy, kalambury i dowcipy Steinhausa. Jego *Słownik racjonalny*, to wynik szczególnego rodzaju gry słów i znaczeń: „Kula u nogi – Ziemia", „Geniusz – gen i już", „Mędrzec widzi w lustrze głupca, głupiec przeciwnie", „Kobiety lubią giełdę próżności; niekoniecznie chcą się sprzedać, ale chcą znać kurs", „Przed operacją zawsze lekarz umywa ręce", „Żeby zdobyć majątek, trzeba mieć szczęście. Żeby go utrzymać, wystarczy brak fantazji."

„Między duchem a materią pośredniczy matematyka"

To oryginalne słowa Hugona Steinhausa, które zgodnie z wolą żony zostały wykute na jego grobowcu we Wrocławiu. Przez całe życie dawał im świadectwo słowem i czynem. Wbrew opinii wielu swoich kolegów uważał, że zastosowania nie są wcale degradacją „matematyki czystej", lecz że właśnie praktyczna użyteczność królowej nauk jest najcenniejszym diamentem w jej królewskiej koronie.

Hugo Dionizy Steinhaus urodził się 14 stycznia 1887 r. w Jaśle. Po ukończeniu gimnazjum rozpoczął studia z filozofii i matematyki we Lwowie w 1905 r. Po roku przeniósł się do Getyngi, ówczesnej światowej stolicy matematyki, gdzie w 1911 roku uzyskał doktorat *summa cum laude*. Promotorem był najwybitniejszy bodaj matematyk tamtej epoki David Hilbert. Po studiach wrócił do rodzinnego Jasła. W czasie I wojny światowej służył w artylerii legionów i pracował w Dyrekcji Odbudowy Kraju w Krakowie i Lwowie. W 1916 roku, gdy mieszkał przejściowo w Krakowie, podczas wieczornego spaceru na Plantach poznał młodego adepta matematyki Stefana Banacha. Później często żartował, że jego największym odkryciem był właśnie Banach – przedwcześnie zmarły geniusz, współtwórca lwowskiej szkoły matematycznej.

W 1917 r. Steinhaus habilitował się na Uniwersytecie Jana Kazimierza (UJK) we Lwowie, a w 1918 r. po zakończeniu wojny, podjął pracę w Jaśle jako ekspert matematyczny gazociągu jasielsko-krośnieńskiego firm Gartenbarg, Waterkeyn i Karpaty. Dopiero nominacja na profesora nadzwyczajnego UJK w 1920 r. stała się początkiem jego kariery akademickiej. To we Lwowie prowadził badania z szeregów trygonometrycznych, analizy funkcjonalnej i podstaw teorii prawdopodobieństwa. Oprócz badań matematycznych interesował się jej konkretnymi zastosowaniami m.in. w kartografii, medycynie, czy elektroenergetyce. Druga wojna światowa brutalnie przerwała dynamiczny rozwój lwowskiej szkoły matematycznej związanej nierozerwalnie z indywidualnością naukową Hugona Steinhausa oraz Stefana Banacha. Po zajęciu Lwowa przez Niemców, udało mu się ukryć aż do końca wojny w małym Berdychowie koło Stróż pod przybranym nazwiskiem Grzegorza Krochmalnego. W tym okresie zajmował się tajnym nauczaniem różnych przedmiotów, nie rezygnując z prób kontynuacji własnej twórczości naukowej. To właśnie dla swoich uczniów zbudował zegar słoneczny z podpisem: Grzegorz Krochmalny – zegarmistrz słoneczny. Zaczął też spisywać swoje *Wspomnienia i zapiski*, których drugie wydanie ukazało się z okazji Roku Steinhausa[2].

Po wojnie Hugo Steinhaus osiadł we Wrocławiu, gdzie stał się jednym z twórców środowiska naukowego. Był organizatorem oraz pierwszym dziekanem wspólnego wówczas Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu i Politechniki Wrocławskiej, kierował Działem Zastosowań Przyrodniczych, Gospodarczych i Technicznych Instytutu Matematyki Polskiej Akademii Nauk. We Wrocławiu założył dwa czasopisma matematyczne *Colloqium Mathematicum* (1947) oraz *Zastosowania Matematyki* (1953), obecnie wydawane pod tytułem *Applicationes Mathematicae*. Jego dorobek naukowy składa się z 255 publikacji (zob. *Selected papers*) dotyczących analizy matematycznej, analizy funkcjonalnej, teorii prawdopodobieństwa, teorii gier oraz zastosowań matematyki m.in. w ekonomii (problem sprawiedliwego podziału tortu; patrz poniżej), sądownictwie (słynna metoda dochodzenia ojcostwa), medycynie (dyspersja leukocytów we krwi, efektowność wykrywania nosicielstwa błonicy, lokalizacja obcych ciał przy pomocy promieni Roentgena za pomocą oryginalnego przyrządu – introwizora), technice (zagadnienie taryfy elektrycznej, statystyczna kontrola jakości), geografii (wskaźniki zagęszczenia i rozproszenia osiedli, efektywna metoda pomiaru długości brzegu morskiego) oraz antropologii (taksonomia wrocławska). Był niezrównanym i oryginalnym popularyzatorem matematyki. Jego książki *Kalejdoskop matematyczny* oraz *Sto zadań* doczekały się licznych wydań i przekładów na języki obce.

Hugo Steinhaus zmarł we Wrocławiu 25 lutego 1972 r. Tam też został pochowany na cmentarzu parafialnym św. Rodziny na Sępolnie. Jak wspomina Józef Łukaszewicz w przedmowie książki *Między duchem a materią pośredniczy matematyka*, Steinhaus śmierci się nie lękał. Sam napisał o niej w *Słowniku racjonalnym*: „Ze śmiercią jest tak jak ze snem. Nigdy nie zasypiamy, bo albo nie śpimy i nie możemy wyobrazić sobie zasypiania, albo już śpimy, a więc znowu czuwamy w świecie snów."

[2] Rok Steinhausa (2002) był szczególnie uroczyście obchodzony we Wrocławiu. O obchodach można przeczytać m.in. w numerze 163 Pryzmatu, który jest dostępny na stronie http://pryzmat.pwr.wroc.pl/Pryzmat_163/

„Istnieje zwyczaj (...) podziału obiektu na dwie równe części ...”

„... w którym jeden partner przepoławia go a drugi wybiera swoją połówkę. Tradycja również głosi, że kroi starsza z dwóch osób.”[3] Tak zaczyna się jedna z najczęściej cytowanych poza matematyką prac Hugona Steinhausa. Problem sprawiedliwego podziału jest starszy niż biblijna opowieść o królu Salomonie, dziecku i dwóch kobietach podających się za jego matkę[4]. Natomiast jego sformułowanie zawdzięczamy właśnie Steinhausowi. *The problem of fair division* to 4-stronicowe doniesienie o rozwiązaniu problemu sprawiedliwego podziału między N partnerów podane przez współpracowników profesora: Stefana Banacha i Bronisława Knastera. Jak pisze Steinhaus, on sam znalazł rozwiązanie[5] tego zagadnienia dla trzech partnerów jeszcze podczas wojny. Znane jest ono w literaturze jako „Metoda jednego dzielącego” (*Lone divider method*) i przebiega następująco. Powiedzmy, że trzy osoby (A, B i C) chcą podzielić tort między siebie, ale tak żeby każda z nich otrzymała kawałek, który według jej subiektywnej miary (oceny) jest przynajmniej 1/3 całości. W pierwszym kroku algorytmu Steinhausa jedna z osób (powiedzmy: A) bierze nóż i kroi tort na 3 – według niej – sprawiedliwe (równe) części. Następnie wyboru dokonują pozostałe dwie osoby. Mogą wystąpić następujące sytuacje:

- Jedna z osób (powiedzmy: B) uważa, że więcej niż jeden kawałek jest sprawiedliwy. Wtedy C wybiera dowolny kawałek tortu, B jeden z dwóch pozostałych (z których przynajmniej jeden uważa za sprawiedliwy), a osobie A pozostaje trzeci kawałek.
- Obie osoby uznają dokładnie jeden kawałek za sprawiedliwy, ale jest to inny kawałek dla każdej z osób. Wtedy B i C wybierają swoje preferowane kawałki, a osobie A pozostaje trzeci kawałek.
- Obie osoby uznają dokładnie jeden i ten sam kawałek za sprawiedliwy. Wtedy A dostaje jeden z pozostałych kawałków. To co zostaje z tortu (zauważmy, że w ocenie B i C jest to więcej niż 2/3 całości) jest dzielone między B i C według znanego algorytmu dla dwóch osób (pierwsza dzieli, druga wybiera).

Metody Steinhausa nie można uogólnić dla większej liczby osób. Jednak algorytm zaproponowany przez Banacha i Knastera, nazywany często w literaturze „Metodą ostatniego pomniejszającego” (*Last diminisher method*), rozwiązuje ten problem. Przebiega on następująco. N osób jest losowo ustawianych w kolejce: A, B, ..., N. Pierwsza z nich (A) odcina z tortu dowolny kawałek. Następnie B ma prawo (ale nie obowiązek)

---

[3] *There is a custom, probably many centuries old, of dividing an object into two equal parts by letting one partner halve it and the other choose his half. The custom is also that the older one has to halve.*

[4] Zob. Stary Testament, 1 Ks. Królewska 3: 16-28.

[5] Choć nie podaje go w tym artykule.

do obkrojenia (pomniejszenia) tego kawałka. Cokolwiek zrobi B, osoba C ma prawo (ale nie obowiązek) do obkrojenia kawałka pozostawionego przez B. I tak dalej aż do osoby N. Ostatnia osoba, która obkroiła (pomniejszyła) kawałek oryginalnie ukrojony przez A, dostaje ten kawałek (jeżeli żadna z osób go nie dotknęła to A dostaje kawałek, który sama ukroiła). W ten sposób liczba osób chętnych do podziału tortu zmniejsza się o jedną; sam tort też jest trochę mniejszy – ale o mniej niż 1/N – przynajmniej w mniemaniu osób pozostających w grze. Cały schemat jest powtarzany do momentu aż pozostaną tylko dwie osoby. Wtedy stosuje się znany algorytm dla dwóch osób.

Steinhaus zdefiniował „sprawiedliwy podział" jako taki, w którym każda z N osób otrzymuje kawałek będący – według jej subiektywnej oceny – przynajmniej 1/N całości. Taki podział nazywamy obecnie „proporcjonalnym" (*proportional*). Z kolei mówimy o podziale, że jest „bez zazdrości" (*envy-free*), jeśli każda osoba otrzymuje kawałek, którego nie zamieniłaby z żadną z pozostałych osób. Można pokazać, że podział bez zazdrości implikuje podział proporcjonalny, ale nie odwrotnie jeśli $N > 2$. Algorytmy Steinhausa i Banacha-Knastera są proporcjonalne ale nie są bez zazdrości. Metodę podziału bez zazdrości dla $n = 3$ podali John Selfridge i John Conway w 1960 r. Natomiast problem doczekał się pełnego rozwiązania dopiero w pracy Stevena Bramsa i Alana Taylora opublikowanej w 1995 r.[6] Ich słynna książka *Fair Division: From cake-cutting to dispute resolution* stała się bestsellerem w naukach społecznych. Bo choć problem podziału tortu początkowo może wydawać się błahy, to tak naprawdę jest on alegorią wielu poważnych zagadnień decyzyjnych z jakimi mamy do czynienia w życiu codziennym: od podziału majątku w sprawach rozwodowych i spadkowych poczynając, poprzez negocjacje umów handlowych, po podział dóbr niechcianych (jak podatki, czy obowiązki domowe). Bez zbytniej przesady można powiedzieć, że zainteresowanie naukowców tym zagadnieniem przez ostatnie pół wieku zawdzięczamy właśnie Hugonowi Steinhausowi – matematykowi, humaniście i ... popularyzatorowi sprawiedliwego podziału tortu.

Bibliografia[7]

Steven Brams, Allan Taylor. 1996. *Fair Division: From cake-cutting to dispute resolution*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Hugo Steinhaus. 1938. *Kalejdoskop matematyczny*. Lwów: Książnica Atlas. 4-te wydanie: 1989. Warszawa: WSiP.

[6] Zaskakującą drogę dojścia to tego rozwiązania bardzo ciekawie opisał Will Hively w artykule *Dividing the Spoils* (Discover 16(3), March 1995; artykuł dostępny jest na stronie http://www.discover.com/issues/mar-95/features/).

[7] Ze względu na fakt, iż Hugo Steinhaus zawzięcie zwalczał konwencję podawania nazwiska przed imieniem byłem zmuszony do odstąpienia od formatu bibliografii stosowanego w *Decyzjach*.

Hugo Steinhaus. 1948. *The problem of fair division*. „Econometrica” 16: 101-104.

Hugo Steinhaus. 1958. *Sto zadań*. Warszawa: PWN. 2-gie wydanie: 1993. Warszawa: PHU „DIP”.

Hugo Steinhaus. 1980. *Słownik racjonalny*. Wrocław: Ossolineum. 2-gie wydanie: 1993. Wrocław: Ossolineum.

Hugo Steinhaus. 1985. *Selected papers*. Warszawa: PWN.

Hugo Steinhaus. 1992. *Wspomnienia i zapiski*. Londyn: Aneks. 2-gie wydanie: 2002. Wrocław: Centrum im. H. Steinhausa/ATUT.

Hugo Steinhaus. 2000. *Między duchem a materią pośredniczy matematyka*. Warszawa: PWN.