

Matematyczność świata i matematyczność mózgu

Bartosz Brożek, Mateusz Hohol,
Umysł matematyczny, Copernicus
Center Press, Kraków 2014, s. 280.

Problem skuteczności matematyki w badaniu świata interesuje mnie od dawna. Nie trzeba wielkiego wysiłku myślowego, by stwierdzić, że w problem ten zaangażowane są trzy strony: matematyka, świat i ludzki umysł. Z powodu moich zainteresowań naukowych zajmowałem się głównie pierwszymi dwiema stronami, ograniczając się do niewielu uwag na temat ludzkiego umysłu jako swoistego pośrednika między matematyką a światem. Książka, którą mamy przed sobą, stawia problem umysłu jako swój główny temat. Czyni to w sposób tym bardziej ważny, że

nie ogranicza się tylko do filozoficznych spekulacji, lecz stara się odczytać tajniki tworzenia matematyki przez nasz mózg w świetle najnowszych osiągnięć nauk neurokognitywnych. Istnieje cały szereg publikacji z neurokognitywistyki na ten temat, ale książka Brożka i Hohola tym różni się od innych, że nie unika analiz filozoficznych, a ponadto przeprowadza je w sposób kompetentny, co przy temacie tak grząskim okazuje się doniosłym atutem.

Chociaż nasza wiedza o budowie i funkcjonowaniu mózgu poczyniła ostatnio ogromne postępy, liczba „twardych” danych dotyczących tego, jak „mózg tworzy matematykę”, jest stosunkowo niewielka. Nie będę ich tu przytaczać. Zainteresowanych odsyłam do omawianej książki lub innych publikacji z tej dziedziny. Pragnę tylko podkreślić, że baza empiryczna w takich zagadnieniach ma kluczowe znaczenie.

O nią rozbijają się najbardziej inteligentne domysły. Na obecnym stadium rozwoju neurokognitywistyki dociekanie matematycznych zdolności naszego mózgu polega głównie na rekonstrukcji procesów, jakie się w nim odbywają podczas czynności poznawczych, oraz na uzupełnianiu luk w materiale doświadczalnym mniej lub bardziej przekonującymi hipotezami. Brożek i Hohol nie mają wyjścia, muszą podążać tym samym tropem. Z krytycznej analizy istniejących rekonstrukcji wyłania się ich własny, trzeba przyznać intelektualnie atrakcyjny, scenariusz. Oto jego główne etapy (wedle ich własnego podsumowania w zakończeniu).

Po pierwsze, matematyka, jak i cała kultura, jest produktem ewolucji, „...po prostu nie może być inaczej” (s. 238). Ale oczywiście na tym sloganie nie wolno poprzestać. Cała książka jest próbą wypełnienia go solidną treścią.

Po drugie, jak stwierdza doświadczenie, istnieją pewne wrodzone, biologicznie uwarunkowane zdolności, takie jak na przykład spontaniczne oszacowania liczby widzianych podmiotów (nieprzekraczającej czterech). Zdolność tę wykazują także niektóre zwierzęta (szympansy, bonobo). Ale autorzy uważają, że mówienie o wrodzonym „zmyśle liczby” (jak chce Stanislas Dehaene) jest zbyt silnym sformułowaniem.

Po trzecie, umysłu ludzkiego nie można rozważać *in abstracto*, trzeba brać pod uwagę fakt, że jest on ucieleśniony. „Koncepcja ucieleśnionego umysłu głosi zatem, że system poznawczy człowieka jest kształtowany przez to, czego ludzkie ciało doświadcza w kontakcie ze środowiskiem” (s. 71). W tym punkcie Brożek i Hohol podziеляją pogląd George’a Lakoffa i Rafaela Núñeza. W „paradygmacie ucieleśnienia” kluczem do zrozumienia, jak powstają poję-

cia abstrakcyjne, jest „mechanizm metaforyzacji”. Lakoff i Núñez rozumieją ten mechanizm jako „odwzorowanie pomiędzy dwiema dziedzinami, które zachowują relacje inferencyjne – mechanizm neuronalny, dopuszczający wykorzystanie struktury wnioskowania jednej dziedziny pojęciowej (powiedzmy: geometrii) w innej dziedzinie (np. arytmetyce)” (s. 94).

Po czwarte, samo jednak ucieleśnienie nie wystarczy, potrzebne jest także „uspołecznienie”. Podobnie jak inne wytwory kultury, matematyka jest tworzona i przekazywana przez interakcje społeczne. Na poparcie tej tezy Brożek i Hohol obficie cytują Michaela Tomasello.

Nie chciałbym, by to krótkie podsumowanie pierwszych trzech rozdziałów książki sprawiało wrażenie, iż zawierają one tylko dość ogólnikowe przypuszczenia, „jak mózg mógłby działać, żeby stworzyć matematykę”.

Z oczywistych względów w tym streszczeniu musiałem pominąć liczne odniesienia do „bazy neuronalnej”, jakie znajdują się w omawianej książce. Jeżeli nie są one tam dość liczne, to nie z winy autorów, lecz dlatego, że badania znajdują się ciągle na wstępnym poziomie. Nie można jednak zapominać, że pozostawanie tylko na poziomie słownych analiz na dłuższą metę nie wystarczy. Mózg jest, podobnie jak cały wszechświat, matematyczny i dopóki nie mamy (bodaj przybliżonych) matematycznych modeli jego funkcjonowania, pozostajemy w sferze dość mglistych domysłów. Pewną próbę stworzenia takiego modelu (ale nadal czysto pojęciowego) jest definicja metafory i jej zastosowanie do procesu tworzenia pojęć abstrakcyjnych przez Lakoffa i Núñeza (por. s. 96–97). Wydaje mi się, że niewiele potrzeba, by definicję tę uściślić za pomocą standar-

dowych pojęć matematycznych. Ich rozumienie metafory bardzo przypomina definicję kategorii. Niewykluczone, że wykorzystanie matematycznej teorii kategorii do modelowania niektórych aspektów pracy mózgu mogłoby otworzyć nowe pole badawcze.

Warto wspomnieć, że w niektórych dziedzinach matematyczne badanie mózgu jest już znacznie zaawansowane. Wiemy dziś na przykład, jakim matematycznym transformacjom podlega światło na swojej drodze od oka poprzez nerwy wzrokowe aż do kory mózgowej. Nie tylko wiemy, lecz również wykorzystujemy tę wiedzę do różnych technik rozpoznawania obrazów (por. np. Jean Petitot, *Neurogéométrie de la vision. Modèles mathématique et physiques des architectures fonctionnelles*, Les Éditions de l'École Polytechnique, Paris 2008). Mózg jest matematyczny i zarówno liczy przedmioty, jak

i tworzy zaawansowane teorie matematyczne za pomocą z kodowanej w nim matematyki. „Po prostu nie może być inaczej”. Jeżeli tak się ma rzecz z widzeniem, to należy (bardziej niż) domniemywać, że podobnie jest z innymi funkcjami mózgu.

Mózg jest matematyczny i także matematykę tworzy matematycznie. Dotykamy tu problematyki, której jest poświęcony piąty (ostatni) rozdział omawianej książki. Istotne jest w nim rozróżnienie matematyki, jaką mózg tworzy (matematyka przez małe „m”), i Matematyki, jakiej mózg podlega, będąc częścią matematycznego świata (matematyka przez duże „M”). Do tego rozdziału niewiele miałbym do dodania. Jest przejrzysty i klarowny. Z niejaką satysfakcją odnajduję w nim wiele swoich myśli (stare rannie udokumentowanych odnośnikami do moich prac) i z jeszcze większą satysfakcją stwierdzam,

iz w wielu punktach myśli te są rozwinięte oraz precyzyjniej i bardziej współcześnie wyrażone.

Ostatnie zdanie tego rozdziału (i równocześnie całej książki) brzmi: „I w tym sensie umysł jest matematyczny – nie dlatego, że został stworzony specjalnie po to, by praktykować matematykę, ale dlatego, że jest częścią Matematycznego Wszechświata” (s. 252). Zdanie to kończy tę książkę, ale otwiera nowy temat: jak to się stało, że wszechświat „wycisnął” na naszym mózgu swoją matematyczność? Lub może lepiej: w jaki sposób nasz mózg, przystosowując się do wszechświata, przejął jego matematyczność? Byłby to interesujący temat dla ewolucyjnego neurokognitywisty. I niewątpliwie motyw ucieleśnionego umysłu odgrywałby w nim istotną rolę.

W splecionym z sobą trio: mózg – wszechświat – Matematyka pozostała jeszcze do sko-

mentowania Matematyka. W przypadku omawianej książki sprowadza się to do problemu matematycznego platonizmu. Zagadnieniu temu poświęcony jest rozdział czwarty. Niemal wszyscy badacze mózgu piszący na ten temat wyrażają przekonanie, że postęp w naukach neurokognitywnych zadał ostatecznie cios platonizmowi w filozofii matematyki. Brożek i Hohol wykazują (bardzo skutecznie), że pogląd taki wynika z niezrozumienia istoty matematycznego platonizmu. Rozstrzygającym argumentem jest rozróżnienie w doktrynie platonizmu składowej epistemologicznej i ontologicznej. Składowa epistemologiczna redukuje się do twierdzenia zwolenników platonizmu (Gödel, Penrose), iż mamy dostęp do platońskiego świata matematyki dzięki specjalnej intuicji, w jaką jesteśmy wyposażeni. Składowa ontologiczna natomiast dotyczy poglądów na naturę obiektów lub

struktur matematycznych. Brożek i Hohol przyznają, że istotnie postęp nauk neurokognitywnych wykazał zbędność jakiejś specjalnej intuicji matematycznej gwarantującej dostęp do platońskiego świata. Wystarczy do tego celu znajomość mechanizmów funkcjonowania „ucieleśnionego umysłu”. Ontologicznej strony platonizmu mechanizmy neurokognitywne w ogóle nie dotyczą. Pozostaje ona poza zasięgiem nauk neurokognitywnych, a przedstawiciele tych nauk zajmujący się „matematycznością” pomijają milczeniem argumenty na rzecz platonizmu, które odnoszą się do jego ontologicznej strony.

Nie można odmówić racji naszym autorom, gdy twierdzą, że postępy nauk o mózgu czynią zbędnym przyjmowanie intuicji jako „swoistej zdolności widzenia świata abstrakcyjnych struktur”. Mam tylko wątpliwość,

czy matematyczni platonicy (np. Penrose) zawsze rozumieją intuicję w ten sposób, że dałoby się ją całkowicie zastąpić przez „mechanizmy neuronalne”. Oczywiście neurony zawsze działają i na ich działaniu opiera się całe funkcjonowanie mózgu, ale w niczym nie zmienia to faktu, że jeżeli jakiś matematyczny platonik rozumie pewną strukturę matematyczną i skutecznie nią manipuluje, to ma prawo powiedzieć, iż wszedł w swego rodzaju bezpośredni kontakt z platońskim światem matematyki. Pozostaje kwestią otwartą (nie miejsce tu, by ją rozpatrywać), czy coś z epistemologicznej składowej platonizmu da się ocalić przed krytyką neurokognitywizmu.

I jeszcze jedna, raczej marginalna w tym kontekście, uwaga: w związku z matematycznym platonizmem mówi się o obiektywnym istnieniu obiektów lub struktur matematycz-

nych. Jest wszakże jeszcze trzeci element, związany z matematyką, który również kandyduje do obiektywności, a mianowicie wynikanie. Być może nawet związki wynikania odgrywają w ontologicznej i epistemologicznej naturze matematyki jeszcze ważniejszą (w każdym razie nie mniej ważną) rolę niż to, między czym wynikanie zachodzi.

Książka Brożka i Hohola jest adresowana do szerokiego grona czytelników. Niektórzy bę-

dą ją czytać, żeby dowiedzieć się czegoś ciekawego, u innych może wzbudzać chęć polemiki, ale ma ona także pewną misję do spełnienia w stosunku do zawodowych filozofów: winna im uzmysłwić, jak bardzo tradycyjne zagadnienia filozoficzne są dziś uwikłane w postępy nauk, szczególnie zaś nauk neurokognitywnych.

Michał Heller

listopad/grudzień 2013