Filozofia Nauki
Rok II, 1994, Nr 1(5)

Barry Smith

Ontologia i logiczna analiza rzeczywistości[1]

1. Wstęp

Spróbuję pokazać, jak za pomocą mereologii wzbogaconej o pewne pojęcia topologiczne można stworzyć podstawę dla przyszłych badań w dziedzinie ontologii formalnej[2]. Będę starał się pokazać również, jak wprowadzony tu aparat pojęciowy mereologii pozwala w sposób bezpośredni i naturalny formułować tezy — np. dotyczące pojęcia *brzegu* — które w teorii mnogości można formułować jedynie pośrednio.

Już Whitehead używał pojęć mereologicznych i topologicznych jako podstawy ontologii formalnej, ale w jego wypadku ontologia ta ograniczała się jedynie do zdarzeń[3]. Celem przyświecającym niniejszym rozważaniom jest natomiast stworzenie podstawy dla ontologii formalnej zdroworozsądkowego obrazu świata; świata, w skład którego wchodzą między innymi następujące struktury i wymiary:

przestrzeń (bycie umiejscowionym w, bycie w, znajdowanie się w),
rzeczy (organy, ciała, instytucje),
czas (zachodzenie w, istnienie w),
zdarzenia, procesy, stany (przechodzenie przez, nadchodzenie od, zmienianie się, zaczynanie się, kończenie się),
jakości (czerwoność, gorąco),
gatunki na różnym poziomie ogólności (kot, atom, bieg, zdanie, pozdrowienie),
materia, tworzywo, mieszanina (złoto, woda, powietrze).

---

[1] Niniejszy artykuł został przygotowany w ramach projektu badawczego „Formalontologische Grundlagen der kunstlichen Intelligenzforschung", sponsorowanego przez Swiss National Foundation for Scientific Research. Jestem wdzięczny Robertowi Casatiemu, Caroli Eschenbach, Reinhardtowi Kleinkechtowi, Achillesowi Varziemu, Grahamowi White'owi i Wojciechowi Żełańcowi za cenne uwagi.

[2] Idziemy więc tropem m.in Menger [1940], Tarskiego [1956], Grzegorczyka [1977] i Tilesa [1981, rozdział 8]. Por. również materiały zebrane w [Smith, wyd., 1982], jak również prace [Simons, 1987], [Libardi, 1990], [Eschenbach i Heydrich, 1993] i [Fine, w druku].

[3] Por. [Whitehead, 1929], jak również [Clark, 1981, 1985].

Nasze rozważania można więc zaliczyć do problematyki związanej z konstrukcją ontologii formalnej, rozwijającej się ostatnio na gruncie badań nad sztuczną inteligencją (por. np. [Hayes, 1985])[4].

Zajmiemy się, podobnie jak matematycy, stworzeniem ścisłej teorii formalnej struktur pewnego rodzaju, przy czym najwięcej uwagi poświęcimy samym tym strukturom, a nie formalnej aparaturze, użytej do ich opisu. Dlatego aksjomaty tworzonej teorii będziemy dobierać ze względu na to, w jaki sposób odnoszą się one do interesującego nas problemu (a nie np. ze względu na ich wzajemną niezależność logiczną). Rozważania nasze będą się różnić od rozważań matematyków tym, że nie będziemy zajmować się strukturami abstrakcyjnymi dla nich samych, ale raczej (jeśli to będzie możliwe) pewnym rodzajem naturalnie pojawiających się struktur w rzeczywistym, czasoprzestrzennym świecie. Podobnie jak Frege, Russell i Leśniewski, nie będziemy interesować się problematyką «semantyczną» czy «teoriomodelową». Świat rzeczywisty będzie jedynym modelem, do którego będziemy się odwoływać i będziemy usiłowali patrzeć ten świat tak, jak jest on dany w codziennym doświadczeniu. Sformułujemy np. teorię, która pozwoli nam udowodnić, że każdy brzeg jest brzegiem czegoś, i że w szczególności żaden punkt nie istnieje w izolacji od otaczającej go większej całości, której jest brzegiem.

2. Aparatura formalna

Będziemy posługiwać się klasyczną logiką pierwszego rzędu z identycznością i operatorami deskrypcji. Będzie nam także potrzebna logika wolna, taka jaką wprowadza Simons [1991], aby uwzględnić fakt, że operator terminotwórczy σ wprowadzony poniżej, nie zawsze jest definiowalny. Zmienne x, y, z, etc. będą przebiegały najogólniej zbiór bytów (partykulariów, indywiduów). Termin „byt" będzie tu rozumiany jako obejmujący *realia* wszystkich rodzajów. Kwantyfikatory nasze nie będą więc miały ograniczonego zasięgu i będą obejmowały m.in. lewą stopę Rodericka Chishoma oraz próżnię międzygwiezdną, mój obecny ból głowy i trójwymiarowy kolor tego oto zielonego sześcianu. Do ich zasięgu należy to, co jest ciągłe i co takie nie jest; to, co jest ograniczone i co nieograniczone; to, co jest powiązane między sobą i co nie powiązane; będą one obejmowały również fragmenty przestrzeni i interwały czasowe, a także trójwymiarowe przedmioty materialne, ich części i momenty.

[4] W sprawie literatury z dziedziny sztucznej inteligencji, dotyczącej problematyki mereologii/topologii, zob. [Randell i Cohn, 1989], [Randell, Cui i Cohn, 1992 i 1992a], [Randell i Cohn, 1992] oraz [Aurnague i Vieu]. Niestety zbyt duża części tej literatury zdominowana jest przez instrumentarium teoriomnogościowe, niezbyt nadające się do rozważań nad strukturami topologicznymi (por. np. [Davis, 1990, s. 248]). Autorzy prac w tej dziedzinie lekceważą w dodatku dorobek swoich poprzedników, do których należy co najmniej Whitehead i Leśniewski. Książkę Künga [1963] można uważać za pierwsze wyraźniejsze rozpoznanie sprawy.

3. Składniki

We wszystkim, co jest ciągłe, możemy wyróżnić dwa podstawowe rodzaje składników lub części: *brzegi* i *części wewnętrzne*. Spróbujemy wykorzystać proste pojęcia mereologiczne i topologiczne, aby dokonać precyzyjniejszego sformułowania tych intuicji.

Wprowadzimy w tym celu dwa terminy pozalogiczne: *bycie składnikiem czegoś* i *bycie częścią wewnętrzną czegoś*. Pierwszy z nich jest terminem mereologicznym w sensie zdefiniowanym przez Leśniewskiego. Drugi łączy ze sobą mereologię i topologię.

Powiemy, że x jest **składnikiem** y, i zapiszemy to jako '$x\ C\ y$', gdy x będzie dowolną (także niewłaściwą) częścią y ('$x\ C\ y$' dopuszcza więc wypadek, gdy x jest identyczny z y). Pozwala to natychmiast zdefiniować następujące trzy pojęcia mereologiczne:

DC1 x **zachodzi na** y: $x\ O\ y = \exists z\ (z\ C\ x \wedge z\ C\ y)$

DC2 x jest **oddzielone** od y: $x\ D\ y = \neg x\ O\ y$

DC3 x jest **punktem**: $Pt(x) = \forall y\ (y\ C\ x \Rightarrow y{=}x)$

Jako aksjomaty dotyczące terminu C przyjmiemy uniwersalne domknięcia następujących formuł:

AC1 $x\ C\ y \Leftrightarrow \forall z\ (z\ O\ x \Rightarrow z\ O\ y)$

AC2 $(x\ C\ y \wedge y\ C\ x) \Rightarrow x{=}y$

(W sformułowaniach aksjomatów i twierdzeń pomijamy wszędzie kwantyfikatory ogólne, które powinny wystąpić na początku formuły.) Z **AC1** i **AC2** oraz standardowych aksjomatów dla identyczności wynika, że nasza teoria mereologiczna jest ekstensjonalna, i że w szczególności $x{=}y \Leftrightarrow \forall z\ (z\ C\ x \Leftrightarrow z\ C\ y)$. Z **AC1** wynika również, że

TC1 $x\ C\ x$ (C jest zwrotna)

i

TC2 $(x\ C\ y \wedge y\ C\ z) \Rightarrow x{=}y$ (C jest przechodnia)

Powiemy, że warunek 'ϕ' z jedną zmienną wolną 'x' jest **spełniony** zawsze i tylko, gdy zdanie 'ϕx' jest prawdziwe przynajmniej dla jednej wartości 'x'. Innymi słowy przyjmujemy, że każdy spełniony warunek 'ϕ' wyznacza jednoznacznie pewien określony byt, **agregat** (fuzję lub połączenie) wszystkich tych bytów w świecie, które są ϕ; byt, który będziemy oznaczać przez '$\sigma x(\phi x)$'. Agregat ϕ-ów jest czymś innym niż zakres terminu ϕ: nie wszystko, co należy do agregatu ϕ-ów samo spełnia warunek ϕ (moje ramię należy do agregatu Brytyjczyków, ale samo nie jest Brytyjczykiem).

Agregat ϕ-ów może być utożsamiony z bytem y, który ma tę własność, że dla dowolnego bytu w, w zachodzi na y zawsze i tylko, gdy w zachodzi na coś, co jest ϕ-em. Znaczy to, że

DC4 $\sigma x(\phi x) = \iota y\ (\forall\ w\ (w\ O\ y \Leftrightarrow \exists v\ (\phi v \wedge w\ O\ v)))$

Możemy dowieść teraz, że

TC3 $y = \sigma x(\phi x) \Rightarrow \forall x\ (\phi x \Rightarrow x\ C\ y)$

Puste agregaty nie istnieją (nie są częścią rzeczywistości). Tak więc, jeśli ϕ jest warunkiem niespełnialnym, to '$\sigma x(\phi x)$' pozostaje niezdefiniowane. Jedyność tych agregatów, jeśli są one zdefiniowane, jest zapewniona przez **AC1**.

Założymy następnie, że

AC3 $\exists x\ \phi x \Rightarrow \exists y\ \forall w\ (w\ O\ y \Leftrightarrow \exists v\ (\phi v \wedge w\ O\ v))$,

co gwarantuje nam istnienie agregatów dla warunków spełnionych. **AC1–3** definiują teorię równoważną klasycznej mereologii ekstensjonalnej, tak jak ją zdefiniował Simons [1987].

Ze standardowych aksjomatów dla identyczności wynika, że $\exists x\ (x=x)$, i na tej podstawie możemy udowodnić twierdzenie mówiące o tym, że istnieje wszechświat:

TC4 $\exists x\ \forall y\ (y\ C\ x)$

Następnie zaś można także dowieść twierdzenia:

TC5 $y\ C\ \sigma x(\phi x) \Leftrightarrow \forall w\ (w\ C\ y \Rightarrow \exists v\ (\phi v \wedge w\ O\ v))$

mówiącego, że y jest składową częścią agregatu ϕ-ów zawsze i tylko, gdy wszystkie składowe części y przecinają pewne ϕ-y.

Jak już zaznaczyliśmy, nie wszystkie składniki całego $\sigma x(\phi x)$ muszą być ϕ-ami. Jeśli $y\ C\ \sigma x(\phi x)$ zawsze i tylko, gdy ϕy, to powiemy, że ϕ jest warunkiem **dystrybucyjnym**, i możemy wtedy udowodnić, że $\phi(\sigma x(\phi x))$. Przykładami warunków dystrybucyjnych są (dla pewnego określonego bytu t) następujące warunki: *bycie składnikiem t*, *bycie brzegiem t* i *bycie częścią wewnętrzną t*.[5]

Udowodnimy teraz twierdzenie, na mocy którego możemy tworzyć dowolne skończone sumy w następującym sensie:

TC6 $\exists z\ \forall w\ (z\ O\ w \Leftrightarrow (z\ O\ x \vee z\ O\ y))$

W tym celu zdefiniujemy następujące pojęcia:

$1 = \sigma x(x=x)$	uniwersum,
$(x \cup y) = \sigma z(z\ C\ x \vee z\ C\ y)$	suma,
$(x \cap y) = \sigma z(z\ C\ x \wedge z\ C\ y)$	przecięcie,
$\cap\phi = \sigma x(\forall y\ (\phi y \Rightarrow x\ C\ y))$	przecięcie ϕ-ów,
$x' = \sigma z(z\ D\ x)$	dopełnienie,
$(x - y) = \sigma z(z\ C\ x \wedge z\ D\ y)$	różnica.

Zauważmy, że wszystkie teoriomnogościowe skojarzenia związane ze zdefiniowanymi terminami są zupełnie niewłaściwe. Zauważmy również, że przecięcia, sumy i różnice nie zawsze są zdefiniowne. Można udowodnć, że spełniona jest zasada:

TC7 $(x\ C\ y \wedge x \neq y) \Rightarrow \exists z\ (z = y - x)$ (zasada reszty).

Istnieją powody, by odrzucić tę zasadę, podobnie jak zasadę **TC6**, jeśli w pewien sposób ograniczymy zakres zmienności naszych zmiennych, chociaż w tym celu będziemy musieli osłabić aksjomaty **AC1** i **AC2**, na których opierają się dowody tych twierdzeń. (Aby zdać sobie sprawę, dlaczego można odrzucić zasadę reszty, załóżmy, że zakres zmienności naszych zmiennych jest ograniczony do rzeczy materialnych, i załóżmy również, że ciało ludzkie i serce ludzkie są rzeczami materialnymi; nie jest wtedy takie oczywiste, że byt, który powstanie przez odłączenie serca od ciała mereologicznie, jest również rzeczą materialną.)

[5] Por. definicję Bunta zanikających własności jednorodnych [1979, s. 269].

4. Części wewnętrzne

Pojęcie *części wewnętrznej* można wyjaśnić w następujący sposób. O pewnych bytach możemy powiedzieć, że są styczne do innych. Są to takie byty, które dotykają brzegów innych bytów, bądź krzyżują się z tymi brzegami. Pewne byty są same brzegami innych bytów, chociaż, jak zauważyliśmy, brzeg bytu może być poza tym bytem (jak to ma miejsce w wypadku odcinków otwartych na prostej rzeczywistej). Jeżeli x jest składnikiem y i jest *poza* brzegiem y — tzn. x nie ma części wspólnych z y — a więc nie jest ani styczny, ani sam nie jest brzegiem, to powiemy, że x jest **częścią wewnętrzną** y i oznaczymy to jako '$x\ P\ y$'. Nałożymy na ten operator następujące warunki:

AP1 $x\ P\ y \Rightarrow x\ C\ y$ to, że P jest szczególnym rodzajem C,

AP2a $(x\ P\ y \wedge y\ C\ z) \Rightarrow x\ P\ y$ monotoniczność lewostronna,

AP2b $(x\ C\ y \wedge y\ P\ z) \Rightarrow x\ P\ z$ monotoniczność prawostronna,

AP3 $(x\ P\ y \wedge x\ P\ z) \Rightarrow x\ P\ (y \cap z)$ warunek skończonych przecięć,

AP4 $\forall x(\phi x \Rightarrow x\ P\ y) \Rightarrow \sigma x(\phi x)\ P\ y$ warunek dowolnych sum,

AP5 $\exists y(x\ P\ y)$,

AP6 $x\ P\ y \Rightarrow x\ P\ \sigma t(t\ P\ y)$,

które wynikają ze zwykłych aksjomatów dla przestrzeni topologicznej.

AP5 jest bardzo silnym aksjomatem i pozwala nam udowodnić pewne pozornie nieintuicyjne twierdzenie, mówiące, że uniwersum jest wewnętrzną częścią samego siebie:

TP1 $1\ P\ 1$.

Oto dowód tego twierdzenia. Zgodnie z **AP5** istnieje y takie, że $1 P\ y$; zgodnie z **AP1** z tego, że $1\ P\ y$ wynika, że $1 C\ y$; stąd $y = 1$, zgodnie z definicją 1.

Uniwersum jest również, jak moglibyśmy powiedzieć, «nieograniczone». (Co mogłoby bowiem być brzegiem uniwersum, jeśli „brzeg" będziemy rozumieć w potoczny sposób jako to, co oddziela np. jabłko od tego, co go otacza?) Możemy istotnie dowieść, że:

TP2 $\forall x\ (x\ P\ 1)$.

Każdy byt jest wewnętrzną częścią uniwersum.

Dowód. Podstawiając $y = 1$ w **AP2b** otrzymujemy, dla dowolnego x, $x\ C\ 1 \wedge 1\ P\ 1$, co na mocy **TP1** implikuje $x\ P\ 1$.

Z **AP4** wynika, że P wyznacza warunek dystrybucyjny, tzn., że

TP3 $t\ C\ \sigma x(x\ P\ y) \Leftrightarrow t\ P\ y$.

Stąd otrzymujemy również

$$t\ C\ \sigma x(x\ P\ y) \Leftrightarrow t\ P\ \sigma x(x\ P\ y)$$

i

TP4 $\sigma x(x\ P\ y)\ P\ y$.

5. Brzegi

Aby zdefiniować, co to znaczy, że x jest brzegiem y, zdefiniujemy najpierw '$x\ X\ y$' ('x **krzyżuje się z** y') w następujący sposób:

DC5 $(x\ X\ y) = (\neg x\ C\ y \wedge \neg x\ D\ y)$

albo, równoważnie, dla $y \neq 1$

$$(x\ X\ y) = [x\ O\ y \wedge x\ O\ (1 - y)],$$

tzn., x zachodzi zarówno na y, jak i na jego dopełnienie. Wynika stąd w oczywisty sposób, że żaden byt nie krzyżuje się sam ze sobą, i że uniwersum krzyżuje się ze wszystkimi bytami, które nie są z nim identyczne. Zdefiniujemy teraz '$x\ St\ y$' ('x nakrywa y') w następujący sposób

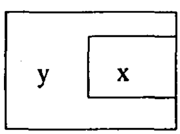
DP1 $(x\ St\ y) = \forall z\ (x\ P\ z \Rightarrow z\ X\ y)$.

Obiekt x nakrywa byt y, jeżeli x jest takie, że cokolwiek jest jego częścią wewnętrzną, krzyżuje się z y. Z definicji tej wynika natychmiast, że $x\ St\ y \Rightarrow \neg x\ P\ y$, na mocy czego możemy dowieść, że

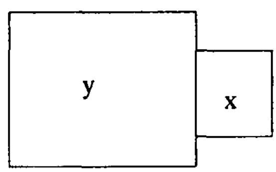
TP5 $x\ C\ y \Rightarrow (x\ P\ y \vee x\ St\ y)$

Każdy składnik y jest albo jego częścią wewnętrzną, albo go nakrywa. Wynika to z **AP1**, **AP2** i przyjętych definicji. Możemy również dowieść, że $\neg x\ P\ x \Rightarrow x\ St\ x$.

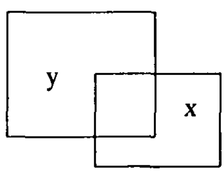
Byty nakrywające dany byt można podzielić na dwie klasy. Do jednej z nich będą należały takie, że do ich składników należą brzegi nakrywanych bytów. Do drugiej klasy będą należały takie — zwykle nie połączone — byty, które nie zawierają tych brzegów. Pierwszą grupę nazwiemy **stycznymi**, i będziemy rozróżniać pięć różnych rodzajów styczności (między x i y):



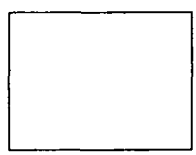
I. włączenie Whiteheada



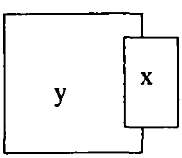
II. dołączenie



III. zachodzenie właściwe



IV. identyczność (x=y)



V. brzeg

Wszystkie diagramy należy odczytywać w ten sposób, że x i y mają wspólne punkty. (W diagramie V trzeba sobie wyobrazić, że x jest nieskończenie cienki.)

Wszystkie te wypadki można zdefiniować również w wersji jednowymiarowej.

Niech $y = [0,1]$, $0<r<1$. Wtedy wypadkowi I odpowiada $x = [r,1]$, wypadkowi II — $x = [1, 1 + r]$, wypadkowi III — $x = [r, 1 + r]$, wypadkowi IV — $x = [0,1]$, a wypadkowi V — $x = \{1\}$.

Jako przykład niestycznego bytu nakrywającego y, rozważmy agregat dwóch punktów, z których każdy leży poza brzegiem trójwymiarowej bryły y — jeden w jej wnętrzu, a drugi na zewnątrz. Kiedy zastanowimy się nad wypadkiem V, w którym x nie tyle nakrywa y, ile w istocie leży na brzegu y, to zauważymy, że dla tego wypadku charakterystyczne jest to, że nie tylko x, ale wszystkie składniki x–a są nakryciami brzegowymi[6]. Zgodnie z tym zdefiniujemy **brzeg** w następujący sposób:

DP2 $(x\ B\ y) = \forall z\ (z\ C\ x \Rightarrow z\ St\ y)$[7].

Możemy teraz powiedzieć, co to znaczy, że x jest **styczny** do y:

DP3 $(x\ T\ y) = \exists z\ (z\ C\ x \wedge z\ B\ y)$

tzn. styczny do y jest każdy byt, którego częścią jest brzeg y–a. Na mocy tej definicji możemy udowodnić, że byty styczne są bytami nakrywającymi, jak również to, że każdy brzeg y–a jest jego styczną i, co stąd wynika, nie jest jego częścią wewnętrzną. Możemy następnie udowodnić, korzystając z wprowadzonych definicji, że

TB1 $x\ B\ y \Leftrightarrow \forall z\ (z\ C\ x \Rightarrow z\ T\ y)$,

a więc, jak tego pragnęliśmy, że wszystkie składniki brzegu y–a nie nakrywają go, ale są do niego styczne.

6. Domknięcie

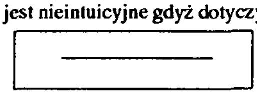
Możemy udowodnić dalej, że

TB2 $(x\ B\ y \wedge y\ B\ z) \Rightarrow x\ B\ z$ (przechodniość).

Dowód. Załóżmy poprzednik implikacji. Niech x_o będzie dowolnym składnikiem x–a, a u_o będzie takie, że x_oPu_o. Skoro xBy, więc u_o krzyżuje się z y. Jeśli istnieje składnik y–a, który jest również częścią wewnętrzną u_o, to ponieważ x_o i u_o zostały wybrane dowolnie, xBz. Załóżmy teraz, że żaden ze składników y–a nie jest częścią wewnętrzną u_o–a. Rozważmy twierdzenie głoszące, że $u_o' = \sigma t(tPo_o)$. Z **AP6** wynika, że x_oPu_o'. Skoro jednak u_o' nie krzyżuje się z y (z założenia), to xBy nie może być prawdziwe, co sprzeczne jest z założeniem.

[6] Por. [Chisholm, 1989, rozdział 8, „*B*oundaries"].

[7] To pojęcie „brzegu" jest nieintuicyjne gdyż dotyczy również *cięcia*:



gdzie $\neg x\ C\ y$. Jednakże wydaje się, że ważną cechą przed-analitycznego pojęcia „brzegu" jest to, iż brzeg y–a powinien oddzielać y od czegoś innego. Idąc tym tropem możemy sformułować następującą definicję: $(x\ B\ y) = \forall z\ \{z\ C\ x \Rightarrow (z\ St\ y \wedge z\ St\ [1 - (y \cup x)])\}$.

Mamy również twierdzenie:

TB3 $(x\ C\ y \wedge y\ B\ z) \Rightarrow x\ B\ z$

Wynika ono z przechodniości *C*.

TB4 $x\ T\ (y \cup z) \Rightarrow (x\ T\ y \vee x\ T\ z)$ (rozdzielenie).

Dowód. Udowodnimy najpierw twierdzenie słabsze, zgodnie z którym na podstawie tego, że $x\ B\ (y \cup z)$ możemy wywnioskować, iż albo

(i) $\exists x'(x'\ C\ x \wedge x'\ B\ y)$

albo

(ii) $\exists x'(x'\ C\ x \wedge x'\ B\ z)$.

Dowód twierdzenia mocniejszego pozostawiamy czytelnikowi jako ćwiczenie. Wiemy na mocy definicji, że dla każdego *w*, takiego że $w\ C\ x$ i dla każdego *v*, takiego że wPv, *v* krzyżuje się z $y \cup z$. Nie istnieje takie *w*, że pewne *v* krzyżują się z *y* ale nie krzyżują się z *z*, podczas gdy inne krzyżują się z *z* ale nie z *y*. Załóżmy bowiem, że v_1 krzyżuje się jedynie z *y*, a v_2 krzyżuje się jedynie z *z*; wówczas $v_1 \cap v_2$ zawiera *w* jako część wewnętrzną, zatem powinno krzyżować się z $y \cup z$, co jest niemożliwe ponieważ $v_1 \cap v_2$ nie ma składników ani z *y*, ani z *z*. Znaczy to, że są co najwyżej trzy klasy składników *x*: (1) takie, które nakrywają zarówno *y* jak i *z*, (2) takie, które nakrywają jedynie *y* i (3) takie, które nakrywają jedynie *z*. Do której z tych klas należy samo *x*? Załóżmy, że $x\ St\ y$ (klasa 1 albo 2). Jeżeli każdy składnik *x*–a również nakrywa *y*, to możemy podstawić w (i) „*x*" za „*x*'" i otrzymamy także zdanie prawdziwe. Jednak nie każdy składnik *x*–a musi nakrywać *y*; niech *w* będzie takie, że $\neg w\ St\ y$. Wtedy $w\ St\ z$. Niech *w*' będzie dowolnym składnikiem *w*–a. Jeśli *w*' nie nakrywa *z*, to powinno istnieć jakieś *v*', takie że $w'\ P\ v'$ i $\neg v'\ X\ z$. Ale ponieważ *w*' jest składową *x*–a, *x* musi nakrywać $y \cup z$, a ponieważ nie nakrywa ono *z*, musi nakrywać *y*. Tak więc ma ono tę własność, że dla każdego *v*, takiego że $w'\ P\ v$, $v\ X\ y$. Wróćmy teraz do *w*. Nie nakrywa ono *y*, tzn. istnieje takie *v*'' że $w\ P\ v''$ i *v*'' nie krzyżuje się z *y*. Jeśli teraz $w'\ C\ w$ i $w\ P\ v''$, to na mocy **AP2b** otrzymujemy $w'\ P\ v''$, i dlatego, na mocy **AP3**, $w'P\ v'' \cap v'$; tak więc $v' \cap v''$ musiałoby krzyżować się z $y \cup z$, co jest niemożliwe, gdyż *v*'' nie krzyżuje się z *y* i *v*' nie krzyżuje się z *z*. Stąd: $w\ B\ z$. Teraz, dla każdego *v*, takiego że $x\ P\ v$, otrzymamy: $w\ P\ v$ (na mocy **AP2b**); ponieważ $w\ St\ z$, *v* będzie krzyżować się z *z*, co dowodzi, że $x\ St\ z$. Stosując tę samą argumentację do klasy 3, otrzymamy oczekiwany wynik.

Możemy udowodnić również następującą zasadę składania dla brzegów:

TB5 $\forall x\ (\phi x \Rightarrow x\ B\ y) \Rightarrow \sigma x(\phi x)\ B\ y$

Dowód. Niech ϕ będzie warunkiem, takim że dla każdego *x*, jeśli ϕx, to xBy, i załóżmy, że $\neg \sigma x(\phi x)By$. Wtedy dla pewnego *w* $wC\sigma x(\phi x)$ i dla pewnego *v*, takiego że wPv, $\neg vXy$. Ale ponieważ $wC\sigma x(\phi x)$, to na mocy **TC5** istnieje *z*, takie że ϕz i wOz. Rozważmy teraz $w \cap z$. Ponieważ $w \cap zCw$ i wPv, więc również (na mocy **AP2b**) mamy: $w \cap zPv$. Zachodzi również $w \cap zCz$; skoro zaś ϕz implikuje zBy, to dla każdego *v*, takiego że $w \cap zPv$, vXy, co prowadzi do sprzeczności.

7. Topologia

Powyższe twierdzenia pozwalają nam wykazać, że tak ustalona teoria definiuje przestrzeń topologiczną w standardowym sensie, definiuje bowiem domknięcie $cl(x)$ dla $x \neq \mathbf{1}$ jako sumę x i wszystkich jego brzegów:

DP4 $(cl(x)) = x \cup \sigma x(yBx)$

Tak zdefiniowane domknięcie spełnia klasyczne aksjomaty Kuratowskiego:

I. $x\ C\ cl(x)$

II. $cl(cl(x)) = cl(x)$

III. $cl(x \cup y) = cl(x) \cup cl(y)$

Dowody. I wynika wprost z definicji. Aby dowieść **II**, podstawmy $u = \sigma y(yBx)$, $v = \sigma y(yBu)$; na mocy **TB5** otrzymujemy zarówno uBx, jak i vBu; stąd na mocy **TB2**, vBx, a więc vCu. Aby udowodnić **III** załóżmy, że $zCcl(x \cup y)$, a wtedy albo $zC(x \cup y)$ i to, co chcemy otrzymać wynika stąd w sposób oczywisty albo jest takie u, że uCz, $uD(x \cup y)$ i $uC\sigma t(tB(x \cup y))$; stąd mamy $uB(x \cup y)$ na mocy dystrybutywności, a dalej $uTx \vee uTy$ na mocy **TB5**. Podstawmy $r = \sigma v(vCu \wedge \neg vBx \wedge \neg vBy)$, a wtedy $rB(x \cup y)$. Teraz stosując definicję T dojdziemy do sprzeczności. Aby pokazać implikację w drugą stronę należy zastosować twierdzenie $(xBy \wedge yCz) \Rightarrow xCz \vee (x-z)Bz$, które wynika z definicji.

Byt będziemy nazywać **domkniętym** zawsze i tylko, gdy jest on identyczny z własnym domknięciem. Można pokazać, że $cl(x)$ zdefiniowane wyżej jest tożsame ze standardową definicją topologiczną domknięcia, zdefiniowanego jako suma x i jego punków akumulacyjnych (patrz niżej) albo jako przecięcie wszystkich bytów domkniętych zawierających x. Byt **gęsty** zwykle definiuje się jako byt x, dla którego $cl(x) = \mathbf{1}$.

Brzeg maksymalny x zdefiniowany jako

DP5 $[bdy(x)] = \sigma y(y\ B\ x)$,

odpowiada teraz standardowemu brzegowi topologicznemu, definiowanemu jako przecięcie domknięcia każdego bytu z domknięciem jego dopełnienia. Z kolei nasze **wnętrze** zdefiniowane jako

DP6 $[int(x)] = \sigma y(y\ P\ x)$,

odpowiada standardowemu topologicznemu wnętrzu, zdefiniowanemu jako różnica między bytem i jego brzegiem.

Obiekt nazywam **otwartym** zawsze i tylko, gdy jest on identyczny ze swoim wnętrzem. Za pomocą tej definicji możemy udowodnić, że byt jest otwarty zawsze i tylko, gdy jego dopełnienie jest domknięte (używając **TC5**). Ponadto:

TT1a Każde skończone przecięcie bytów otwartych jest otwarte,

a także:

TT1b Każda suma dowolnej liczby bytów otwartych jest otwarta.

Dowód. Załóżmy, że mamy pewną dowolną rodzinę bytów x spełniających warunek ϕx dla pewnego dowolnego ϕ, i załóżmy, że wszystkie elementy tej rodziny są otwarte, tzn. takie, że $x = int(x)$. Podstawmy $y = \sigma x(\phi x)$. Wtedy dla wszystkich x, ϕx implikuje xCy. Ponadto każde x jest takie, że xCy implikuje $int(x)\ C\ int(y)$, a skąd wynika już samo twierdzenie.

Podobnie możemy dowieść, że:

TT2a Każda skończona suma bytów domkniętych jest domknięta.

TT2b Każde przecięcie dowolnej liczby bytów domkniętych jest domknięte.

Można pokazać, że **TT1a** i **TT1b**, albo **TT2a** i **TT2b**, wystarczą jako aksjomaty dla przestrzeni topologicznej.

Możemy jednak również uważać '*cl*' za operator pierwotny i dać, dla $x \neq 1$:

$$[bdy(x)] = cl(x) \cap (cl(1-x)),$$

$$[int(x)] = x - bdy(x).$$

Jeśli teraz zdefiniujemy:

$$(x\ P\ y) = x\ C\ int(y),$$

$$(x\ B\ y) = x\ C\ bdy(y),$$

to za pomocą lematu Kuratowskiego i aksjomatów dla '*C*' możemy udowodnić aksjomaty **AP1 – 6**, podane wyżej.

8. Istnienie zależne i tezy Brentanowskie

Powyższe uwagi są niekontrowersyjnym przeformułowaniem standardowych idei topologicznych za pomocą pojęć mereologicznych. Teraz jednak chcielibyśmy pójść dalej i używając formuł matematycznych przedstawić pewne intuicje ontologiczne dotyczące zwykłych przedmiotów materialnych, rozciągłych w trójwymiarowej przestrzeni i posiadających pewne własności jakościowe, np. kształt i kolor. Chcielibyśmy przedstawić strukturę matematyczną, charakteryzującą zdroworozsądkowy obraz świata. Rozróżnimy trzy poziomy takich intuicji:

1. poziom odpowiadający ogólnym pojęciom topologicznym brzegu, wnętrza itd., które podaliśmy wyżej;

2. poziom odpowiadający ogólnym własnościom trójwymiarowej przestrzeni, takiej jak ją spostrzegamy; jest ona «realna» w tym sensie, że nie stanowi konstrukcji abstrakcyjnej; nie ma więc w niej miejsca na wypełniające przestrzeń krzywe, ani na przedmioty o wymiarach ułamkowych itd.;

3. poziom odpowiadający specyficznym pojęciom topologicznym przedmiotów materialnych i ich własności.

To co przedstawiam poniżej, jest próbą sformułowania pewnych prowizorycznych zasad, leżących u podstaw poziomu 3. Są one prowizoryczne choćby z tego powodu, że zdania, za pomocą których zdefiniujemy te zasady, muszą opierać się na adekwatniejszym zrozumieniu ogólnych własności przestrzeni.

Intuicyjnie chcielibyśmy, aby każdy byt mniejszy niż uniwersum miał brzeg:

AB1 $y \neq 1 \Rightarrow \exists x\ (x\ B\ y)$.

Nie implikuje to wcale, że jedynym *otwartym* bytem jest 1. Stwierdza ono raczej, że każdy byt otwarty — mniejszy niż uniwersum — jest ograniczony, przynajmniej z jednej strony albo przynajmniej w jedym miejscu (rozważmy wypadek zachodniej półkuli kuli ziemskiej albo próżnię międzygwiezdną). Brzeg jako taki nie musi być składnikiem ograniczanego ciała, i rzeczywiście, to że tak być nie musi, zapewnia następujące twierdzenie:

TP6 $(x\ B\ y \wedge y\ P\ z) \Rightarrow x\ B\ (z - y)$

Dowód. Załóżmy, że $xBy \wedge yPz \wedge \neg xB(z\text{–}y)$. Dla dowolnych t i w, $tCx \wedge tPw$ implikuje wXy. Ustalmy t i w tak, że $\neg wX(z\text{–}y)$, a wtedy $wC(z\text{–}y)$ albo $wD(z\text{–}y)$, co w obu wypadkach pociąga za sobą wDy, a więc przyjęcie $\neg xB(z\text{–}y)$ prowadzi do sprzeczności.

Stąd i z **TP2** wynika w szczególności, że każdy brzeg y–a jest również brzegiem dopełnienia y–a.

Z **TP6** wynika w sposób oczywisty, że

$(x\ B\ x \wedge x\ P\ y) \Rightarrow x\ B\ (y - x)$.

Wyobraźmy sobie, że x jest punktem wewnątrz trójwymiarowej bryły y. Wtedy y–x jest wynikiem wyjęcia tego punktu i w ten sposób powstaje byt, który nie ma *wśród swoich składników* brzegu wewnętrznego[8]. Przeciwstawienie brzegów zewnętrznych i wewnętrznych zostanie zanalizowane dokładniej w dalszej części artykułu.

Z **TP6** i **TP1** wynika w sposób nie mniej oczywisty, że

TP7 $x\ B\ x \Rightarrow x\ B\ (1\text{–}x)$,

skąd możemy również wywnioskować, że dla dowolnego x, $\sigma y(x\ B\ y) = 1$, skąd wynika, że B nie definiuje warunku dystrybucyjnego w poprzedniku implikacji.

Możemy teraz dowieść, że byt sam siebie ogranicza (tzn., że $x\ B\ x$) zawsze i tylko, gdy nie ma części wewnętrznych:

TP8 $x\ B\ x \Leftrightarrow \neg\exists t\ (t\ P\ x)$

Dowód. Implikacja w lewą stronę wynika w sposób oczywisty z przyjętych definicji. Aby udowodnić implikację w prawą stronę załóżmy, że tak nie jest: $\neg xBx$ implikuje, że dla pewnych t i w tCx i tPw i $wCx \vee wDx$, skąd na mocy przekształceń i **AP2**a wynika tPx.

Udowodnimy teraz, że każdy brzeg, który jest składnikiem tego, co ogranicza, ogranicza również sam siebie:

TP9 $(x\ B\ y \wedge x\ C\ y) \Rightarrow x\ B\ x$.

Dowód. Załóżmy, że xCy i dla pewnych w i t $wCx \wedge wPy \wedge tXy \wedge \neg tXx$. Wtedy $\neg tCy \wedge \neg tDy \wedge (tCx \vee tDx)$. Widać, że oba człony alternatywy trzeba odrzucić.

Nie wynika stąd jednak, że bronimy poglądu, będącego w sprzeczności z potoczną intuicją, że to, co ogranicza np. powierzchnię, jest *formą zewnętrzną* albo *krawędzią* tej powierzchni. To, że powierzchnia sama się ogranicza jest do pogodzenia z tym, że ma ona ponadto jako brzeg pewną swoją część właściwą, np. własną formę zewnętrzną. Krótko mówiąc, stoimy na stanowisku, że każdy brzeg jest brzegiem siebie. (Zauważmy w związku z tym, że nie jest ogólnie prawdziwa implikacja $xBy \Rightarrow xB(x \cup y)$, z której moglibyśmy od razu wywnioskować, że $xBy \Rightarrow xBx$ na mocy **TP9**. Rozważmy znowu wypadek, w którym x jest punktem wewnętrznym bryły z, i $y = z - x$. Wtedy xBy, ale nie jest prawdą, że xBz, ponieważ z, zgodnie z założeniem, nie ma brzegów w swoim wnętrzu.)

Na mocy **AB1** i **TP8** możemy udowodnić, że brzegi nie mają części wewnętrznych.

---

[8] Por. rozważania na temat „cięcia" przedstawione wyżej.

Na mocy **TB5** dowodzimy, że

TP10 $(x\ B\ z \Rightarrow y\ B\ z) \Rightarrow (x \cup y)\ B\ z.$

Mamy również:

TP11 $x\ C\ y \Rightarrow (x\ B\ y \vee x\ P\ y \vee \exists u,v\ (u\ B\ y \wedge v\ P\ y \wedge u \cup v = x)$

Każdy składnik jest albo brzegiem, albo częścią wewnętrzną, albo sumą brzegu i części wewnętrznej (jest to oczywiście alternatywa rozłączna).

Dowód. Załóżmy, że prawdziwy jest poprzednik implikacji. Na mocy **TP5** wiemy, że $xTy \vee xPy$. W wypadku, gdy $\neg xPy$, podstawmy $u = \sigma t(tBy)$, o którym na mocy **AB1** wiemy, że jest niepusty.

9. Modyfikacje tez Brentanowskich

Chcielibyśmy teraz sformalizować potoczne intuicje, zgodnie z którymi brzegi istnieją tylko *jako* brzegi, tzn. że brzegi są zależnymi partykulantami: bytami, które są takie, że z konieczności nie istnieją niezależnie od bytów, które ograniczają[9]. Teza ta, stojąca w sprzeczności z teoriomnogościowym ujęciem brzegu, jako zbioru punktów, z których każdy może istnieć, mimo iż wszystko wokół zostanie zniszczone, ma wiele możliwych interpretacji. Ogólnie głosi ona, że istnienie jakiegokolwiek brzegu implikuje istnienie pewnego bytu większego wymiaru, który jest przez ten brzeg ograniczany. Możemy jednak rozważać prostszą tezę, iż każdy brzeg ma tę własność, że zawsze znajdziemy byt przezeń ograniczny, którego jest częścią składową, i taki że ma on części wewnętrzne. Zdefiniujemy najpierw predykat *jest brzegiem* w następujący sposób:

DF7 $[Bd(x)] = \exists y\ (x\ B\ y)$

Możemy w związku z tym zapisać:

AB2 $Bd(x) \Rightarrow \exists z,t\ (x\ B\ z \wedge x\ C\ z \wedge t\ P\ z)$

(Pierwsza Teza Brentanowska).

Z twierdzenia tego, na mocy **TP9** możemy wywnioskować od razu, że każdy brzeg sam siebie ogranicza. **AB2** nie jest jednak zbyt silne. Wynika z niego implikacja $xBy \Rightarrow xB(y \cup t)$ dla dowolnego t, które jest oddzielone od domknięcia y. Tak więc **AB2** jest spełnione dzięki dobraniu takiego t, że tPt i ustaleniu z równego rozrzuconemu przedmiotowi $x \cup t$.

Aby Teza Brentanowska miała odpowiednią siłę, musi nakładać na z w **AB2** przynajmniej dodatkowy warunek spójności. W tym celu zdefiniujemy dla $x \neq \mathbf{1}$ i $y \neq \mathbf{1}$:

DCn1 $(x\ S\ y) = cl(x)\ D\ y \wedge x'D\ cl(x)$

Powiemy wtedy, że $1-(x \cup y)$ **oddziela** x od y. Tak więc w tym sensie $bdy(x)$ separuje $int(x)$ od $int(1-x)$. Możemy udowodnić, że

TS1 $(X\ S\ y \wedge w\ C\ x \wedge v\ C\ y) \Rightarrow w\ S\ v$

Dodatkowo wiemy, że nierozłączne byty są oddzielone, jeśli albo oba są otwarte, albo oba domknięte.

[9] Por. [Brentano, 1976, cz. I], [Chisholm, 1984] i [Smith, 1992].

Zdefiniujmy **spójność**:

DCn2 $[Cn(x)] = x \neq 1 \wedge \neg \exists y,z\ (y\ S\ z \wedge x = y \cup z)$.

Mamy więc nową Tezę Brentanowską stwierdzającą dla spójnych brzegów istnienie spójnej całości, której są one brzegami:

AB3 $[Bd(x) \wedge Cn(x)] \Rightarrow \exists z,t\ (x\ C\ z \wedge x\ B\ z \wedge Cn(z) \wedge t\ P\ z)$ (Druga Teza Brentanowska).

Zauważmy, że przyjęcie **DP2** nie implikuje twierdzenia, że brzegi są spójne w zdefiniowanym tutaj sensie.

10. Brzegi zewnętrzne i wewnętrzne

Intuicyjnie brzegi można podzielić na wewnętrzne i zewnętrzne[10]. Brzegami zewnętrznymi *x*–a są, jak to już zdefiniowaliśmy, brzegi, które oddzielają *x* od reszty uniwersum. Brzegi zewnętrzne w tym sensie mogą być lub nie być składnikami rzeczy (albo innych bytów), które ograniczają, i mogą być albo nie być na zewnątrz związanego z nimi bytu przy zwykłym rozumieniu tego wyrażenia[11]. Możemy jednak wyróżnić jeszcze **brzegi wewnętrzne**, tj. brzegi, które powstają w wyniku tego, intuicyjnie rzecz ujmując, że wewnętrzne części *x*–a zostaną ujawnione przez usunięcie tego, co było między nimi, a tym, co jest na zewnątrz *x*–a. Brzegi wewnętrzne są w tym sensie brzegami potencjalnymi; są one składnikami *x*–a, stanowiącymi brzegi wnętrza *x*–a, ale nie brzegi samego *x*–a. Zdefiniujemy to tak:

DIB1 $(x\ IB\ y) = x\ P\ y \wedge x\ B\ x$

Możemy w tym kontekście rozważyć ideę zasady przecinania, zgodnie z którą w tych wypadkach, w których to, że $x\ B\ y$ wynika z faktu, że *x* jest częścią oddzieloną wewnątrz pewnego $z = y - x$, możemy przeciąć *z* wzdłuż *x*–a tworząc jeden albo więcej bytów, dla których *x* będzie zarówno brzegiem zewnętrznym jak i składnikiem.

11. Punkty

Możemy udowodnić, że

TPt1 $\forall y\ (y\ B\ x \Leftrightarrow x = y) \Rightarrow Pt(x)$

Dowód. Załóżmy poprzednik implikacji i to, że $\neg Pt(x)$. Podstawmy $y = x$, a wtedy xBx; punkty są jedynie częściami właściwymi *x*–a, i są także brzegami *x*–a na mocy **TB3**, co prowadzi do sprzeczności.

Punktem jest to, co nie ma różnych od siebie części (**DC3**). Możemy się teraz umówić, że punkt nie ma brzegów różnych od siebie (jest to warunek, którego można też użyć jako definicji terminu „punkt"):

[10] Por. [Brentano, 1976, cz. I, I] i [Smith, 1992].

[11] Mogą istnieć brzegi całości, zawierające wewnętrzne dziury; por. ze względu na wielość możliwości [Casati i Varzi, 1994].

APt1 $Pt(x) \Rightarrow \forall y\ (y\ B\ x \Leftrightarrow x = y)$

To równoważne jest twierdzeniu:

$Pt(x) \Rightarrow x = cl(x)$,

które jest jednym z (mereologicznych) sformułowań zwykłego warunku nakładanego na przestrzeń topologiczną. Bardziej standardowe jest następujące sformułowanie:

$\neg\forall x\forall y\ [(x{\neq}y \wedge Pt(x) \wedge Pt(y)] \Rightarrow \exists z\ \{(x\ P\ z \wedge \neg y\ P\ z) \vee$
$(y\ P\ z \wedge \neg x\ P\ z]\}$.

Z **APt1** wynika dodatkowo:

TPt2 $(Pt(x) \Rightarrow x\ B\ y \wedge x \neq y) \Rightarrow \neg Pt(y)$

Podstawiając $y = 1 - x$, otrzymujemy:

TPt3 $Pt(x) \Rightarrow \exists y\ (x \neq y \wedge x\ B\ y)$.

Pozwala to w pewien sposób sformalizować anty-teoriomnogościowe intuicje, zgodnie z którymi nie ma w rzeczywistości izolowanych punktów.

Otoczeniem punktu x jest byt y, którego x jest częścią wewnętrzną. Wydrążone otoczenie punktu x jest to otoczenie, z którego usunięto x. **Punkt skupienia** możemy teraz zdefiniować w następujący sposób:

DA1 $(x\ A\ y) = Pt(x) \wedge \forall\ z((x\ P\ z \wedge x \neq z) \Rightarrow (z{-}x)\ O\ y)$

tzn. punkt skupienia y–a jest to taki punkt, że każde wydrążone otoczenie x–a zachodzi na y.

Udowodnimy teraz, że

y jest domknięte $\Rightarrow \sigma x(x\ A\ y)\ C\ y$

Dowód. Załóżmy, że dla pewnego x_o $x_o C\sigma x(xAy)$ ale $\neg x_o Cy$. Możemy założyć, że x_o nawet nie krzyżuje się z y. Na mocy **TC5** i definicji „punktu” mamy, że w x_o znajduje się punkt skupienia y–a; nazwijmy go x_1. Ale z definicji „punktu skupienia” i z założenia, że $\neg x_1 Cy$ otrzymyjemy, że $x_1 By$. Znaczy to jednak, że y nie jest domknięte.

Wprost z przyjętych definicji możemy udowodnić

TPt4 $x\ A\ y \Rightarrow (x\ B\ y \vee x\ P\ y)$.

Dowód. Załóżmy, że $xAy \wedge \neg xBy \wedge \neg xPy$, a więc, że $\neg xTy$ (ponieważ x nie ma części właściwych); stąd jest pewne w zawierające x jako część właściwą, takie, że $\neg wXy$, przy którym $wCy \vee wDy$. Jeżeli wCy, to xPy, a jeżeli wDy, to $(w{-}z)Dy$; w obu wypadkach jest to sprzeczne z założeniem. Na mocy **TPt1** możemy udowodnić, ogólnie że $(Pt(x) \wedge x\ C\ y) \Rightarrow x\ B\ y \vee x\ P\ y$.

TPt5 $[(x\ B\ y \wedge x\ D\ y \Rightarrow Pt(x)] \Rightarrow x\ A\ y$

Dowód. Załóżmy, że spełniony jest poprzednik implikacji i $\neg xAy$. Wtedy dla pewnego z, xPz i $\forall t\ [(tCz \wedge tCy) \Rightarrow xCt]$. Podstawiając to z do definicji B dochodzimy do sprzeczności.

Możemy teraz przejść do zdefiniowania **punktów wewnętrznych** i **punktów brzegowych** w następujący sposób:

DPt1 $(x\ IPt\ y) = Pt(x) \wedge x\ P\ y$

DPt2 $(x\ BPt\ y) = Pt(x) \wedge x\ B\ y$

Korzystając z aksjomatu **AP3** możemy udowodnić dodatkowo, że wewnętrzne punkty są punktami skupienia.

TPt6 $x\ Ipt\ y \Rightarrow x\ A\ y$

Dowód. Załóżmy, że xPy i $Pt(x)$ i $\neg xAy$. Wtedy dla pewnego z, $xPz \wedge (z-x)Dy$. Stąd $xP(y\cap z)$. Z tego, że $Pt(x) \wedge (z-x)Dy$ wynika, że $z\cap y = x$. Ale wtedy xPx, co przeczy założeniu, że $Pt(x)$.

Wykorzystując analogię z Brentanowskim pojęciem „zupełności brzegu wewnętrznego"[12] możemy zdefiniować dodatkowo:

DA2 $(x\ FA\ y) = Pt(x) \wedge \forall z\ ((xBz \wedge x{\neq}z) \Rightarrow \exists t\ [t\ P\ y \wedge t\ C\ z \wedge x\ A\ t]$

tzn. x jest **zupełnym punktem skupienia** dla y zawsze i tylko, gdy jest on punktem skupienia dla y w każdym kierunku, w którym x może być uznany za brzeg (x jest, jak przedtem, środkiem sfery wewnątrz y).

TPt7 $x\ FA\ y \Rightarrow x\ A\ y.$

Dowód. Załóżmy, że $Pt(x) \wedge \forall z\ (xBz \wedge x{\neq}z) \Rightarrow \exists t\ \{(tPy \wedge tCz) \wedge \forall u\ [xPu \Rightarrow \neg(u-x)Dt]\}$. Na mocy **TPt3** wiemy, że dla pewnego z, $xBz \wedge x{\neq}z$. Stąd, jest t, takie że $tPy \wedge \forall u\ [xPu \Rightarrow \neg(u-x)Dt]$, skąd natychmiast wynika, że $\forall u\ [xPu \Rightarrow \neg(u-x)Dt]$.

12. Rzeczy

Wróćmy jeszcze raz do Drugiej Tezy Brentanowskiej:

AB3 $[Bd(x) \wedge Cn(x)] \Rightarrow \exists z,t\ (x\ C\ z \wedge x\ B\ z \wedge Cn(z) \wedge t\ P\ z).$

Jest to nadal zbyt słaba teza, jeśli chcemy uchwycić intuicje, zgodnie z którymi brzegi w rzeczywistym świecie materialnym są brzegami *rzeczy*. Żądamy bowiem, aby spełniony był przynajmniej warunek, zgodnie z którym byt z, do którego odnosi się nasza teza, jest przedmiotem ograniczonym, a nie jego dopełnieniem. Na mocy **TP6** każdy brzeg zachowuje się symetrycznie względem bytu i jego dopełnienia. Jednak z punktu widzenia zdrowego rozsądku, brzeg (powiedzmy, tego oto kamienia) jest w jakiś bardziej istotny sposób związany z tym kamieniem niż z resztą świata. Aby sformalizować to pojęcie potrzebujemy (a ciągle jeszcze nie mamy) adekwatnego ujęcia formalnego rzeczy, które na razie scharakteryzowaliśmy jako trójwymiarowe byty materialne, będące zarazem bytami maksymalnie spójnymi. Tak więc moje ramię jest trójwymiarowe i materialne, ale nie jest rzeczą; podobnie rozrzucona całość, składająca się z mojego ramienia i z tego oto pióra jest trójwymiarowa i materialna, ale również nie jest rzeczą[13]. W tym celu zdefiniujemy na koniec pojęcie „komponensu" czyli *bytu maksymalnie spójnego*. Dla x–a, takiego że $Cn(x)$ zdefiniujmy:

DCn3 $[cm(x)] = \sigma y(x\ C\ y \wedge Cn(y))$

Komponens x–a jest to maksymalnie spójny byt zawierający x.

Możemy teraz udowodnić, że

TCn1 $z = cm(x) \Rightarrow \forall y\{[Cn(y) \wedge z\ C\ y] \Rightarrow y = z\}.$

---

[12] Por. [Brentano, 1976, cz. I, I].

[13] Por. [Smith, 1992].

Komponensy są naturalnymi jednostkami, z których zbudowany jest świat[14]. Takie naturalne jednostki można znaleźć nie tylko w trójwymiarowej rzeczywistości rzeczy materialnych, lecz również np. w wymiarze czasowym (pozdrowienia, śluby, żywoty są naturalnymi jednostkami w rzeczywistości zdarzeń i procesów). Rozważanie problemów z tym związanych, jak również kwestii dotyczących pojęć „wymiaru" (krawędzi, powierzchni) i relacji między naturalnymi jednostkami i tym, co je tworzy, zaprowadziłoby nas jednak już zbyt daleko[15].

Tłumaczyła Anna Lissowska-Wójtowicz

BIBLIOGRAFIA

Aurnague, M. i Vieu, L. [1992], „A Three-Level Approach to the Semantics of Space", w: *The Semantics of Prepositions. From Mental Processig to Natural Processing*, Berlin: Mouton/de Gruyter.

Brentano, F. [1976], *Philosophische Untersuchungen zu Raum, Zeit und Kontinuum* (wyd. przez R. M. Chisholm i S. Körner), Hamburg: Meiner. Tłum. ang.: *Philosophical Inveestigations on Space, Time and the Continuum*, London: Croom Helm, 1988.

Bunt, H. [1979], „Ensembles and the Formal Semantic Properties of Mass Terms", w: *Mass Terms. Some Philosophical Problems* (wyd. przez F. J. Pelletier), Dordrecht: Reidel.

Casati, R. i Varzi, A. [1994], *Holes*, Cambridge, Mass.: MIT Press.

Chisholm, R. [1989], *On Methaphysics*, Minneapolis: University of Minnesota Press.

Chisholm, R. M. [1984], „Boundaries as Dependent Particulars", *Grazer Pholosophische Studien*, 10, 87-95.

Clarke, B. L. [1981], „A Calculus of Individuals Based on 'Connection'", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 22, 204-18.

Clarke, B. L. [1985], „Individuals and Points", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 26, 61-75.

Davis, E. [1990], *Representations of Commonsense Knowledge*, San Mateo, CA: Morgan Kaufmann.

Eschenbach, C. i Heydrich, W. [1993], „Classical Mereology and Restricted Domains", w: *International Workshop on Formal Ontology* (wyd. przez N. Guarino i R. Poli), Padua: Ladseb-CNR Internal Report 01/93.

Fine, K. [w druku] „Husserl's Theory of Part and Whole", w: *Cambridge Companion to Husserl* (wyd. przez B. Smith i D. W. Smith), Cambridge and New York: Cambridge University Press.

Grzegorczyk, A. [1977], „On Certain Formal Consequences of Reism", *Dialectics and Humanism*, 1, 75-80.

Hayes, P. J. [1985], „The Second Naive Physics Manifesto", w: [Hobbs i Moore, (wyd.) 1985], 1-36.

Hobbs, J. R. i Moore, R. C. (wyd.) [1985], *Formal Theories of the Common-sense World*, Norwood: Ablex.

Küng, G. [1963], *Ontologie und die logistische Analyse der Sprache*, Vienna: Springer. Tłum. ang.: *Ontology and the Logistic Analysis of Language*, Dordrecht: Reidel, 1967.

Libardi, M. [1990], *Teorie delle parti e dell'intero. Mereologie estensionali*, Trento: Centro Studi per la Filosofia Mitteleuropea.

[14] Por. [Smith, 1991].

[15] This is the Polish version of the paper „Ontology and the Logistic Analysis of Reality" (written for: Haefliger/Simons, eds., *Analytic Phenomenology*) translated with the kind permission by Kluwer Academic Publishers.

Menger, K. [1940], „Topology without Points", *Rice Institute Pamphlets*, 27, 80-107.

Petitot, J. i Smith, B. [1990], „New Founadations for Qualitative Physics", w: *Evolving Knowledge in Natural Science and Artificial Intelligence* (wyd. przez J. E. Tiles, G. T. McKee i C. G. Dean), London: Pitman Publishing, 231-249.

Petitot, J. i Smith, B. [1993], „Physics and Phenomenal World" w: *Formal Ontology* (wyd. przez R. Poli i P. M. Simons), Dordecht: Kluwer.

Randell, D. A. i Cohn, A. G. [1992], „Modeling Topological and Metrical Properties in Physical Processes", *Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Proceedings of the First Internuuonal Conference*, (wyd. przez R. J. Brachman *et al*), Toronto.

Randell, D. A. i Cohn, A. G. [1992], „Exploiting Lattices in a Theory of Space and Time", *Computers Math. Applic.*, 23, 459-476.

Randell, D. A., Cui, Z. i Cohn, A. G. [1992], „A Spatial Logic based on Regions and Connection", *Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Proceedings of the Third International Conference* (wyd. przez B. Nebel *et al*), Cambridge, Mass., 165-176.

Randell, D. A., Cui, Z. i Cohn, A. G. [1992a], „An Interval Logic for Space based on 'Connection'", w: *10th European Conference on Artificial Intelligence* (wyd. przez B. Neumann), New York: John Wiley and Sons, 394-398.

Simons, P. M. [1987], *Parts. A Study in Ontology*, Oxford: Clarendon Press.

Simons, P. M. [1991], „Free Part-Whole Theory" w: *Philosophical Application of Free Logic* (wyd. przez K. Lambert), New York and Oxford: Oxford University Press, 285-306.

Smith, B. [1991], „Relevance, Relatedness and Restricted Set Theory", w: *Advances in Scientific Philosophy. Essays in Honour of Paul Weingarten* (wyd. przez G. Schurz i G. J. W. Dorn), Amsterdam/Atlanta: Rodopi, 45-56.

Smith, B. [1992], „Characteristica Universalis", w: *Language, Truth and Onology* (Philosophical Studies Series, wyd. przez G. Schurz i G. J. W. Dorn), Dordecht/Boston/London: Kluwer, 50-81.

Smith, B. (wyd.) [1982], *Parts and Moments. Studies in Logic and Formal Ontology*, Munich: Philosophia.

Tarski, A. [1956], „Foundations of Geometry of Solids", w: A. Tarski, *Logic, Semantics, Metamathematics*, Oxford: Clarendon Press, 24-29.

Tiles, J. E. [1981], *Things That Happen*, Aberdeen: Aberdeen University Press.

Whitehead, A. N. [1906], „On Mathematical Concepts of the Material World", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, seria A, V. 205, 465-525.

Whitehead, A. N. [1929], *Process and Reality*, New York: Macmillan.