

Józef Misiek

## **Czy definicja równoczesności jest konwencją?**

Wiele lat temu, kiedy zacząłem uczestniczyć w seminariach prowadzonych przez Profesora Zdzisława Augustynka, dowiedziałem się o twierdzeniu Hansa Reichenbacha, że Einsteinowska definicja równoczesności, ten fundament Szczególnej Teorii Względności (dalej STW) jest konwencją. Kilka lat później opublikowałem artykuł na ten temat, ale nie wpłynęło to na opinię filozofów. Niedawno stwierdziłem, że opublikowany tekst, choć w zasadzie poprawny, nie ujawnia jednak podstawowych trudności pojęciowych, które tkwią w rozważaniach Reichenbacha, a tym samym nie wyjaśnia, jak te trudności pojęciowe zostały rozwiązane. Być może to utrudniło zrozumienie przedstawionych tam wywodów. Dlatego zdecydowałem się ponownie opublikować poprawioną wersję starego artykułu, tym bardziej, że daje on dobrą okazję do sformułowania ogólniejszych refleksji, które same w sobie mogą się okazać interesujące.

Podstawowa idea całego artykułu jest bardzo prosta. Jeżeli definicja równoczesności jest konwencją, to można ją zastąpić inną konwencją. Ta nowa, niestandardowa definicja równoczesności pozwoli zbudować niestandardową STW; oznaczmy ją jako STW\*. I jeśli istotnie definicja przyjęta przez Einsteina jest konwencją, to obie teorie STW i STW\* będą równoważne. To ostatnie stwierdzenie znaczy tyle, że wszelkie doświadczenia, również pomyślane, potwierdzają (zaprzeczają) STW, zawsze i tylko wtedy gdy potwierdzają (zaprzeczają) STW\*.

W dalszej części artykułu przedstawimy rozumowanie Reichenbacha, dalej pokażemy, na czym polega jego pomyłka i w jaki sposób należy ją sprostować. Po tym wszystkim rozstrzygnięcie samego problemu okaże się tak proste, że aż banalne. Artykuł kończy się morałem o tym, jak należy filozofować.

Argumentacja Reichenbacha nawiązuje do rozumowania Einsteina, które wykazuje, że równoczesność jest względna, tzn. różna w różnych układach inercjalnych, choć w

każdym z nich wyznaczona jest za pomocą tej samej procedury. Podstawą rozumowania Einsteina jest Zasada Stałości Prędkości Światła (ZSPS), która głosi, że prędkość światła jest stała w każdym układzie inercyjnym (nie zależy od punktu, od kierunku przestrzennego, ani od czasu) oraz taka sama numerycznie w różnych układach inercyjnych, jeśli w tych układach obowiązują te same jednostki czasu i odległości. Ta Zasada stanowi podstawę Einsteinowskiej procedury synchronizacji zegarów: jeśli sygnał świetlny wychodzi z punktu  $A$  w chwili  $t_1$ , a następnie odbija się w punkcie  $B$  i powraca do  $A$  w chwili  $t_3$ , to dojście sygnału do  $B$  jest równoczesne ze środkiem interwału czasowego  $(t_1, t_3)$ . A zatem, jeśli zegar znajdujący się w punkcie  $B$  ma być zsynchronizowany z zegarem znajdującym się w  $A$ , to moment  $t_2$  dojścia sygnału świetlnego do  $B$ , odczytany na zegarze spoczywającym w  $B$ , musi się pokrywać ze środkiem wspomnianego interwału. Następnie Einstein wykazuje, że ta sama procedura synchronizacji zegarów zastosowana do różnych układów odniesienia prowadzi do względności równoczesności.

Reichenbach koncentruje się na pierwszej części rozumowania Einsteina, tzn. na problemie równoczesności w jednym układzie odniesienia. Stara się wykazać, że definicja równoczesności jest konwencjonalna, przynajmniej w pewnym zakresie. Ta konwencjonalność wynika z faktu, że według STW nie istnieją sygnały dowolnie szybkie, a prędkość światła jest największą osiągalną prędkością. Z tego powodu nie można mierzyć prędkości światła rozchodzącego się w ustalonym kierunku, ponieważ taki pomiar zakłada już pewną procedurę ustalania równoczesności lub, co na jedno wychodzi, opiera się na założeniu, że prędkość światła w jednym kierunku pozostaje w określonej relacji do prędkości światła w przeciwnym kierunku. Einsteinowska definicja równoczesności opiera się na konwencji, że prędkości światła w danym kierunku i w kierunku przeciwnym są równe, a zatem nic dziwnego, że zakładająca ją procedura pomiaru prędkości światła musi dać wynik zgodny z tą konwencją. Równie dobrze można jednak zmienić tę konwencję i przyjąć, że obie rozważane prędkości pozostają w określonym stosunku, niekoniecznie równym jeden — jak przyjął Einstein. Wtedy wyniki pomiarów muszą również potwierdzić taką niestandardową konwencję, a wprowadzona w ten sposób niestandardowa definicja równoczesności będzie równie dobrą podstawą dla konstrukcji STW, jak definicja standardowa.

Twierdząc, że definicja równoczesności jest konwencją, Reichenbach zarazem przyjmuje, że ZSPS jest też w pewnej mierze konwencjonalna. To znaczy, że można wyróżnić składową empiryczną tej zasady i składową konwencjonalną. Ta druga składowa stwierdza niezależność prędkości światła od kierunku. I tylko ona musi zostać zmieniona w teorii, w której przyjmuje się niestandardową definicję równoczesności. Zamiast niej obowiązuje słabsza zasada, która ma sens empiryczny niezależny od definicji równoczesności zdarzeń odległych. Głosi ona, że średnia prędkość światła po dowolnym zamkniętym konturze wynosi zawsze  $c$ .

W ten sposób Reichenbach dochodzi do twierdzenia, że standardową definicję równoczesności obowiązującą w STW można uogólnić i napisać w postaci wzoru:

$$t_2 = t_1 + \epsilon(t_3 - t_1),$$

gdzie wielkości  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  odnoszą się do jednego układu inercyjnego;  $t_1$  oznacza czas wysłania sygnału świetlnego z punktu  $A$  do  $B$  mierzony przez zegar znajdujący się w  $A$ ,  $t_3$  czas powrotu tego sygnału do  $A$  po odbiciu w  $B$ , również mierzony przez zegar w  $A$ , a  $t_2$  — czas dojścia tego sygnału do  $B$  wskazany przez zegar w  $B$ , jeśli zegary w  $A$  i  $B$  mają być zsynchronizowane. Stała  $\epsilon$  występująca w tym wzorze musi mieścić się w przedziale  $(0, 1)$ , gdyż tylko wtedy propagacja światła będzie miała charakter kauzalny. Definicja niestandardowa zaproponowana przez Reichenbacha przechodzi w standardową, jeśli położyć  $\epsilon = 1/2$ , co odpowiada przyjęciu prędkości światła od  $A$  do  $B$  równej prędkości od  $B$  do  $A$ , co zapiszemy jako:  $c(A, B) = c(B, A)$ .

Niestety, definicja Reichenbacha nie jest poprawna. Powód jest bardzo prosty: definicja równoczesności musi prowadzić do relacji symetrycznej, tzn. jeśli pewne zdarzenie zachodzące w  $A$  jest równoczesne z pewnym zdarzeniem zachodzącym w  $B$ , to zdarzenie zachodzące w  $B$  musi być równoczesne ze zdarzeniem zachodzącym w  $A$ . W przeciwnym wypadku nie można by mówić o synchronizacji zegarów w układzie inercyjnym.

Równoczesność zdarzenia zachodzącego w  $A$  ze zdarzeniem zachodzącym w  $B$  ustala obserwator, znajdujący się w  $A$ . Równoczesność zdarzenia zachodzącego w  $B$  ze zdarzeniem zachodzącym w  $A$  ustala obserwator, znajdujący się w  $B$ . Chodzi więc o to, aby ich ustalenia dotyczące równoczesności były ze sobą zgodne. Symetria relacji równoczesności jest równoważna uzgodnieniu wyników pomiarów prędkości światła przez dwóch obserwatorów znajdujących się w ustalonych punktach  $A$  i  $B$ , i mierzących prędkość światła od  $A$  do  $B$  i w przeciwnym kierunku. Jeżeli relacja równoczesności nie jest symetryczna, to prędkość światła od  $A$  do  $B$  mierzona przez obserwatora w  $A$  będzie na ogół różna od analogicznej prędkości mierzonej przez obserwatora w  $B$ . Jeżeli relacja równoczesności jest symetryczna, to  $c(A, B)$  nie zależy od tego, czy pomiar został dokonany przez obserwatora, znajdującego się w  $A$ , czy też w  $B$ . I tylko w tym wypadku przyjęte oznaczenie  $c(A, B)$  ma jednoznaczny sens. Z tego powodu definicja Reichenbacha jest poprawna tylko w jednym wypadku: gdy  $\epsilon = 1/2$ .

Pomyłka Reichenbacha wynika z nadmiernego zaufania do standardowego systemu notacji przyjętego w STW. Modyfikując definicję równoczesności, trzeba koniecznie rozpatrzyć problem, czy w nowej sytuacji stara notacja i oparte na niej rachunki zachowują swój sens. Trzeba to zrobić bez pomocy notacji istniejącej. Jak widzieliśmy przed chwilą, modyfikacja definicji równoczesności wymusza dość daleko idącą zmianę notacji. Z tego punktu widzenia postulowany przez empiryzm logiczny uniwersalny formalizm nauk empirycznych byłby do niczego nieprzydatny: nawet gdyby udało się w nim sformułować wiedzę zastaną, to i tak nie byłby on w niczym pomocny, gdy powstałaby potrzeba zmodyfikowania istniejącej wiedzy.

Aby rzeczywiście uogólnić definicję Einsteina należy zamiast stałej  $\epsilon$  wprowadzić funkcję  $\epsilon(A, B)$ , gdzie symbol  $A$  odnosi się do punktu, w którym ustala się równoczes-

ność zdarzeń odległych od  $A$  a  $B$  odnosi się do punktu, w którym takie zdarzenie zachodzi. W związku z tym uogólniona definicja równoczesności przyjmuje postać:

$$t_2 = t_1 + \varepsilon(A, B)(t_3 - t_1),$$

gdzie  $\varepsilon$  zależy tylko od  $A$  i  $B$ , i jest zawarte w przedziale  $(0, 1)$ .

Z definicji tej wynika, że z punktu widzenia obserwatora w  $A$  prędkość światła od  $A$  do  $B$  wynosi  $\frac{c}{2\varepsilon(A, B)}$ , a prędkość w drugą stronę  $\frac{c}{2[1 - \varepsilon(A, B)]}$ . Obserwatora znajdującego się w  $B$  i przyjmującego tę samą procedurę ustalania równoczesności, co obserwator w  $A$ , obowiązuje ta sama definicja równoczesności co poprzednio, z tym, że zamiast  $\varepsilon(A, B)$  należy napisać  $\varepsilon(B, A)$ , jako że role punktów  $A$  i  $B$  uległy odwróceniu. Rozumie się samo przez się, że sens momentów  $t_1, t_2, t_3$  również ulega zmianie. I tak np.  $t_1$  oznacza moment wysłania sygnału z  $B$  do  $A$ .

Z powyższego wynika, że dla obserwatora, znajdującego się w  $B$ , prędkość światła z  $A$  do  $B$  wynosi  $\frac{c}{2[1 - \varepsilon(B, A)]}$  a prędkość z  $B$  do  $A$  wynosi  $\frac{c}{2\varepsilon(B, A)}$ . Jeśli prędkość z  $A$  do  $B$  (oraz z  $B$  do  $A$ ) ma być taka sama dla obu obserwatorów, to wynika stąd, że:

$$\varepsilon(A, B) + \varepsilon(B, A) = 1$$

Jeżeli powyższy warunek jest spełniony dla dowolnych punktów  $A$  i  $B$ , to relacja równoczesności wyznaczona przez uogólnioną definicję jest symetryczna. Warunek ten gwarantuje również, że prędkość światła od  $A$  do  $B$  nie zależy od punktu, w którym przeprowadzany jest pomiar prędkości (tzn.  $A$  czy  $B$ ), a tylko od kierunku rozchodzenia się sygnału.

Znaleziony warunek gwarantuje symetrię relacji równoczesności; należy teraz zbadać, jakie warunki muszą być spełnione, aby relacja równoczesności była również przechodnia. W tym wypadku nie pojawiają się żadne trudności pojęciowe, a co najwyżej trudności rachunkowe czy rysunkowe, kiedy chcemy zilustrować na wykresie czasoprzestrzennym warunek przechodniości. Ale nawet te dwie ostatnie trudności są nieznaczne, dlatego powiemy krótko: do przechodniości relacji równoczesności potrzeba i wystarcza, aby dla dowolnych punktów  $A, B$  i  $C$  był spełniony następujący warunek:

$$2[\varepsilon(A, B)|A, B| + \varepsilon(B, C)|B, C| + \varepsilon(C, A)|C, A|] = |A, B| + |B, C| + |C, A|,$$

gdzie  $|A, B|$  oznacza długość wektora  $AB$ . Warunek wynika z żądania, aby równoczesność zdarzenia zachodzącego w  $A$  ze zdarzeniem zachodzącym w  $B$  oraz równoczesność zdarzenia w  $B$  ze zdarzeniem w  $C$  — pociągała równoczesność zdarzenia w  $C$  ze zdarzeniem w  $A$ . Rachunkowo odpowiada to warunkowi, aby sygnał wysłany z punktu  $A$ , który przechodzi przez punkty  $B$  i  $C$  po linii łamanej i powraca do  $A$ , posiadał zawsze średnią prędkość  $c$  niezależnie od prędkości na poszczególnych odcinkach. Jest to silny warunek, ponieważ wynika z niego, że funkcja  $\varepsilon(A, B)$  zależy tylko od jednego wektora  $\mathbf{k}$ , który można arbitralnie ustalić:

$$\varepsilon(A, B) = 1/2[1 + \mathbf{k} \cdot \text{vers}(A, B)],$$

gdzie „ $\text{vers}(A, B)$ ” oznacza wektor jednostkowy w kierunku wektora łączącego punkty  $A$  i  $B$ , symbol  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$  oznacza iloczyn skalarny wektorów  $\mathbf{a}$  i  $\mathbf{b}$

Z ostatniego wzoru wynika natychmiast wyrażenie na prędkość światła:

$$1/c(A, B) = 1/c [1 + \mathbf{k} \cdot \text{vers}(A, B)].$$

Jak należało oczekiwać, prędkość sygnału zależy tylko od kierunku, w którym rozchodzi się on rozchodzi, a nie zależy od długości drogi, po której biegnie.

Na tym się kończy ciekawa dla filozofa część rozważań na temat konwencjonalności definicji równoczesności w STW. Przez wniknięcie w sens badanych pojęć ustaliliśmy, że można zmienić Einsteinowską definicję równoczesności, ale zarazem trzeba przyjąć, że prędkość światła zależy od kierunku. Ustaliliśmy zarazem, w jakim zakresie Einsteinowska procedura synchronizacji podlega konwencjonalnym modyfikacjom i w jakim stopniu prędkość światła zależy od kierunku. Wszystko to nie rozstrzyga jednak problemu postawionego przez Reichenbacha, ponieważ należy pamiętać, że rozważania o równoczesności i prędkości światła stanowią tylko wstęp do dalszych rozważań, których celem jest konstrukcja STW. Jeżeli mamy rozstrzygnąć, czy teza Reichenbacha o konwencjonalności definicji równoczesności jest prawdziwa, to musimy wykazać, że każda niestandardowa definicja równoczesności jest równie poprawna na gruncie STW, jak definicja Einsteina. Mówiąc nieco ściślej, należy wykazać dwie rzeczy:

(1) Każda niestandardowa definicja równoczesności stanowi podstawę dla konstrukcji niestandardowej wersji STW, którą będziemy nazywać STW\*.

(2) Każda STW\* jest równoważna STW.

Tak sformułowany problem, nie przedstawia żadnych trudności. Wystarczy zauważyć, że tę samą rolę, którą odgrywa w STW niezmiennik Lorentzowski, w STW\* może odgrywać wyrażenie:

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{r} - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + ct)^2.$$

Wyrażenie to przechodzi w zwykły niezmiennik Lorentzowski dla  $\mathbf{k} = 0$ . Ponadto, ma tę własność, że wynika z niego wyrażenie na prędkość światła identyczne z uzyskanym powyżej. Dlatego możemy przyjąć, że jest ono poszukiwanym niezmiennikiem dla teorii STW\*. Możemy zatem powiedzieć, że odpowiednikami transformacji Lorenzta w STW\* będą transformacje czasoprzestrzeni, które nie zmieniają wartości tego wyrażenia. W ten sposób STW\* została w pełni scharakteryzowana.

Nie ma potrzeby wyprowadzania w STW\* odpowiedników wszystkich wzorów znanych z STW. Zamiast tego przedstawimy dowód równoważności obu teorii. W tym celu rozważmy transformację czasoprzestrzeni, która przekształca wszystkie wektory przestrzenne  $\mathbf{r}$  w siebie, a czas zdarzenia  $t$  zamienia na  $t + \mathbf{r} \cdot \mathbf{k}/c$ . Taka transformacja oznacza zamianę relacji równoczesności na niestandardową. Niezmiennik Lorentzowski zamienia się przy tej transformacji w niezmiennik STW\*. Transformacja odwrotna do niej zamienia niezmiennik STW\* w niezmiennik Lorentzowski. Znaczący to, że obie teorie różnią się tylko sposobem wprowadzenia współrzędnych w czasoprzestrzeni. A zatem nie tylko są równoważne, ale zgodnie ze standardami przyjętymi w fizyce trzeba powiedzieć, że są to tylko dwa nieco inne ujęcia tej samej teorii — STW.

Okazuje się zatem, że problem Reichenbacha posiada pozytywne rozwiązanie: definicja równoczesności rzeczywiście jest konwencją, podobnie jak niezależność prędkości światła od kierunku. Obie te konwencje można zmienić, ale w rezultacie nie uzyskuje się nowej teorii, lecz tylko nieco inne ujęcie starej. Z tego powodu uzyskane rozwiązanie rozczarowuje. Tylu filozofów nad nim się trudziło, a wszyscy mieli nadzieję, że coś się tu kryje poważnego, przynajmniej jakieś poważne przeoczenie ze strony Einsteina. Również fizycy dowartościowali ten problem, gromiąc naiwnych filozofów za nieumiejętność dostrzeżenia prostego faktu, iż każde założenie dobrze potwierdzonej teorii jest pośrednio dobrze potwierdzone, choćby nie było żadnych bezpośrednich potwierdzeń takiego założenia. Zaprojektowano nawet specjalny interferometr, który miał mierzyć prędkość światła w jednym kierunku. Jeżeli w powyższych rozważaniach nie ma pomyłki, a STW jest poprawna, przynajmniej lokalnie, to nie mogą istnieć żadne przyrzady tego typu.

Skoro sam problem postawiony przez Reichenbacha okazał się w znacznym stopniu banalny, to powtórzmy niebanalny wniosek, który nasunął się w trakcie tych rozważań. Filozof w swoich poszukiwaniach znajduje się w takiej samej sytuacji, jak każdy badacz: musi postawić problem i poszukiwać jego rozwiązań nie zakładając *a priori*, że istnieje jakiś rachunek logiczny czy algebraiczny, w którym ten problem daje się wyrazić, a nawet rozwiązać.

Szczególnie niebezpieczne jest przypuszczenie, że rachunki już istniejące, stworzone przez kogoś innego do innych celów, z konieczności muszą być poprawnym narzędziem w wypadku badanego przez nas problemu. Gdy chcemy zastosować jakiś rachunek, to nikt nas nie może zwolnić od pytania, czy w danej sytuacji problemowej ten konkretny rachunek ma zastosowanie, czy też nie. I zawsze odpowiedź na to pytanie wymaga myślenia, które nie może zostać zastąpione rachunkiem. Dużo dałoby się jeszcze powiedzieć na ten temat, ale rozsądniej będzie postąpić zgodnie z maksymą Prof. Augustynka: *dla bolszej jasności — wyczerknut'!*