Filozofia Nauki
Rok IV, 1996, Nr 2(14)

Jarosław Mrozek

Matematyka — narzędzie czy opis?
Instrumentalistyczna i realistyczna interpretacja zastosowań matematyki

Truizmem jest twierdzenie, że współczesne przyrodoznawstwo swój rozwój zawdzięcza stosowaniu aparatu pojęciowego matematyki. Prawdopodobnie współczesne teorie fizyczne czy kosmologiczne nie powstałyby, gdyby zabrakło matematyki. Matematyka jawi się więc jako warunek konieczny istnienia i funkcjonowania nauki o przyrodzie. Chociaż wielokrotnie wskazywano, że system formalny po nadaniu mu interpretacji fizykalnej, należy — z metodologicznego punktu widzenia — do dziedziny przyrodoznawstwa, to jednak udział matematyki w tym procesie jest tak znaczący, że nie można pominąć problemu stosunku matematyki do świata badanego przez zmatematyzowane przyrodoznawstwo.

W metodologii nauk empirycznych przyjęło się uznawać istnienie dwóch zasadniczych stanowisk w kwestii tzw. statusu poznawczego nauki. Chodzi o to, czy w stosunku do teorii empirycznych można stawiać epistemologiczne pytanie o ich prawdziwość czy fałszywość — a więc, czy teorie te można uważać za prawdziwy lub fałszywy opis obiektywnej rzeczywistości, istniejącej niezależnie od podmiotu poznającego. Klasycznymi stanowiskami w tej kwestii są realizm i instrumentalizm. Realizm głosi, że teoriom naukowym przysługuje status poznawczy, a więc że można je traktować jako opis obiektywnej rzeczywistości, podlegający kwalifikacji w kategoriach prawdy lub fałszu. Z kolei instrumentalizm neguje tezę realizmu oraz głosi, że teorie naukowe mogą stanowić jedynie narzędzia służące do predykcji i porządkowania danych doświadczalnych.

Sztandarowym przykładem, egzemplifikującym rozważany dylemat, jest spór wokół interpretacji mechaniki kwantowej. Mimo że siła przewidywania mechaniki kwantowej oraz jej zgodność z doświadczeniem okazały się ogromne, Niels Bohr uważał, że nie ma sensu mówić o świecie kwantowym. Utożsamił on to, co istnieje, z tym, co obserwowalne — a samą mechanikę kwantową uważał za sposób operowania danymi eksperymentalnymi. Odrzucił więc *de facto* rzeczywistość poza doświadczeniem. W przeświadczeniu Bohra wszelkie dociekanie «natury samej w sobie», niezależnej od obserwacji, jest metafizyką a nie fizyką. Adwersarzem Bohra był Albert Einstein. Oczekiwał on od nauki nie tylko przepisów na przewidywanie wyników badań. Chciał realistycznego, logicznego i przyczynowego wyjaśnienia świata. Teorie przyrodnicze według Einsteina opisywały świat, były czymś więcej niż obróbką danych doświadczalnych. Einstein uważał, że świat istnieje niezależnie od obserwatora i jest deterministyczny, a obserwowalne zjawiska mają swoją przyczynę w bytach obiektywnych.

Współcześnie spór realistów z instrumentalistami, na skutek wprowadzenia wielu dystynkcji i płaszczyzn, przyjął postać sporu realistów z antyrealistami. Termin „antyrealizm" pochodzi od Michaela Dummetta, a z czasem zaczął być używany na określenie dowolnego stanowiska opozycyjnego wobec realizmu. Obecnie na osi realizm — antyrealizm istnieje już prawie continuum stanowisk; od realizmu metafizycznego do skrajnego relatywizmu kulturowego.

Nie będziemy tutaj wnikać głębiej w szczegóły sporu realizmu z instrumentalizmem, w istocie rzeczy bowiem powyższe uwagi mają nas jedynie wprowadzić w zasadniczy problem, który rozważymy: czy stojąc w obliczu coraz ściślejszego i jakościowo nowego współdziałania matematyki z naukami empirycznymi, takimi jak kosmologia, fizyka, chemia, nie powinniśmy sobie zadać pytania dotyczącego ontologicznej oceny matematyki? Innymi słowy, czy wielorakie zastosowania i — jak się wydaje — ogromna efektywność metod matematycznych, nie są świadectwem bezpośredniego odniesienia matematyki do świata?

Większość matematyków aż do połowy XIX wieku była przekonana, że matematyka jest opisem świata fizycznego, opisem wyrafinowanym, idealizującym, abstrakcyjnym, odnoszącym się jednakowoż do rzeczywistych zjawisk, obiektów i sytuacji. Stąd też brały się, pojawiające się w dowodach matematycznych tamtych czasów, wtręty pochodzące z mechaniki lub też argumenty, odwołujące się do intuicji, oglądu, oraz nagminne zamieszanie w kwestii rozumienia istoty geometrii, którą pojmowano jako naukę empiryczną, opisującą «realną przestrzeń». Wraz z odejściem od naturalizmu w matematyce i rozwojem metody aksjomatycznej, pojawiło się przekonanie, że istotą matematyki jest swobodne tworzenie i budowanie struktur abstrakcyjnych, będących raczej rezultatem twórczej inwencji ludzkiej niż wynikiem próby opisu istniejących zjawisk i związków przyrodniczych. Równolegle podważane było przekonanie, jakoby matematyka stanowiła system prawd absolutnych. Pewna swoboda, jaką odkryli matematycy, dotycząca wyboru aksjomatów i reguł inferencji sprawiła, że matematyka straciła swoją monumentalność i niewzruszoność. Punktem zwrotnym w matematyce, a ściślej w geometrii, było pojawienie się geometrii nieeuklidesowych. Z czysto matematycznego punktu widzenia nie były one gorsze lub «mniej prawdziwe» od tradycyjnej geometrii euklidesowej, jednakże nie odznaczały się podobną intuicyjnością, nie mówiąc już o tym, że nie pasowały do wyobrażeń wiążących się z przestrzenią fizyczną. Rezultatem pojawienia się gemoetrii nieeuklidesowych była zmiana przekonań dotyczących relacji między geometrią a realną przestrzenią. Matematycy i przyrodnicy zostali zmuszeni do zaakceptowania faktu, iż systemy teoretyczne, do których odnoszą się twierdzenia geometrii, są różne od realnej przestrzeni. Przez analogię wniosek ten stosuje się do wszystkich bazujących na matematyce twierdzeń teoretycznych, dotyczących świata.

Dzięki temu odkryciu dokonał się przełom w mentalności matematyków, a przy okazji w podejściu przyrodników do metod matematycznych. Powoli upowszechniła się świadomość odrębności metodologicznej fizyki i matematyki. Na początku XX wieku porzucono — jak się wydaje definitywnie — koncepcję empirycznego uzasadnienia matematyki, a także przekonanie, że matematyka odnosi się bezpośrednio do świata. Jednakże przy takim podejściu pojawił się nieznany wcześniej problem: jaka jest przyczyna, czy też mechanizm, osiągania za pomocą metod matematycznych tak wspaniałych wyników poznawczych w badaniu przyrody; skąd się bierze efektywność matematyki, skoro ona sama wydaje się być „nauką o zręcznych operacjach na pojęciach i regułach wymyślonych wyłącznie w tym celu”.[1] W takim kontekście Eugene Wigner mówił o „niepojętej skuteczności matematyki w naukach przyrodniczych”.

Interpretacja wspomnianej efektywności matematyki w przyrodoznawstwie uzależniona jest od poglądów na naturę nauki, na osiągalne przez nią cele, jak również od podejścia do samej matematyki. Stanowisko realistyczne w tej kwestii wyraża się przekonaniem, że matematyczna struktura teorii empirycznej ujawnia strukturę realnego świata. Ten typ myślenia o problemie prezentuje najdobitniej wśród polskich filozofów nauki znakomity uczony, kosmolog i filozof, ks. prof. Michał Heller. Uważa on, że „jeżeli przepowiednie jakiejś zmatematyzowanej teorii fizycznej okazują się trafne, mamy prawo ufać strukturom matematycznym, wykorzystywanym przez tę teorię, tzn. mamy prawo sądzić, że analizując te struktury matematyczne **dowiadujemy się czegoś o strukturze świata**”[2] (podkreślenie moje — J.M.). Heller, jak widzimy, opowiada się zarówno za realizmem ontologicznym (koncepcją głoszącą, iż świat posiada określoną budowę niezależnie od naszego doń stosunku), jak i za realizmem epistemologicznym (w myśl którego możliwy jest kontakt poznawczy z rzeczywistością za pomocą teorii opisujących obiektywnie te struktury, a zatem podlegających ocenie w kategoriach prawdy lub fałszu). Takie podejście jest realizmem metafizycznym, którego wyznacznikami są — w ujęciu Hilarego Putnama — trzy tezy: (1) świat składa się z pewnych przedmiotów, których istnienie jest niezależne od świadomości podmiotów poznają-

[1] E. Wigner, „The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences”, [w:] *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13 (1960), s. 3.

[2] M. Heller, *Wszechświat u schyłku stulecia*, Kraków 1994, s. 81.

cych; (2) istnieje dokładnie jeden prawdziwy i zupełny opis świata; (3) prawda rozumiana jest klasycznie, co znaczy, że istnieje relacja korespondencji pomiędzy teoriami lub modelami zjawisk, a stanem rzeczy występującym w świecie.[3]

Heller, opowiadając się za realizmem metafizycznym, musi jakoś uzasadnić teorię reprezentacji, głoszącą, iż wytwory procesu poznania odnoszą się bezpośrednio do czegoś pozapodmiotowego. W tym celu powołuje się na wielką liczbę sukcesów zmatematyzowanych teorii przyrodniczych. To właśnie „sukcesy matematycznej metody badania świata pozwalają wnosić, że istnieje pewnego rodzaju zgodność pomiędzy strukturami matematycznymi, używanymi przez nas do modelowania rozmaitych procesów fizycznych, a wewnętrzną strukturą tych procesów; oraz, że badając odpowiednie struktury matematyczne, niejako ujawniamy wewnętrzną strukturę świata".[4]

Szczególnie efektowną egzemplifikacją wspomnianego sukcesu jest zjawisko antycypacji przez teorie matematyczne problemów fizycznych, do ujęcia których można je było zastosować. Miało to miejsce np. w wypadku teorii grup, stworzonej w połowie XIX wieku, a stosowanej obecnie w fizyce cząstek elementarnych — oraz w wypadku geometrii nieeuklidesowych, bez rozwoju których niemożliwe byłoby sformułowanie ogólnej teorii względności. Innym wyrazem nadzwyczajnej roli matematyki w rozwoju teorii fizycznych są jej walory heurystyczne. Tę właściwość zastosowań matematyki Gustav Hertz wyraził stwierdzając, że równania matematyczne, za pomocą których ujmujemy zagadnienia fizykalne, są mądrzejsze od ich twórców. Przykładem może być znana historia wprowadzenia przez Einsteina tzw. członu kosmologicznego do równań OTW pod wpływem ówczesnych wyobrażeń na temat Wszechświata jako tworu statycznego. Dziś już wiemy, że należało zaufać równaniom sugerującym, iż Wszechświat nie jest stabilny. Odkrycie zjawiska ucieczki galaktyk oraz tzw. promieniowanie tła było doświadczalnym potwierdzeniem niestacjonarności Wszechświata. W innych wypadkach heurystyczność matematyki może objawić się pojawieniem teoretycznych możliwości, których istnienia nikt nie podejrzewał w trakcie matematycznego formułowania problemu. Na przykład Paul Dirac, poszukując relatywistycznego równania ruchu elektronu sformułował je niezamierzenie w taki sposób, że otrzymał w wyniku teoretyczną możliwość opisu cząstek o ujemnej masie spoczynkowej, zinterpretowanych później jako antycząstki. Wreszcie, aby zakończyć ilustracyjną część tego wywodu, przywołajmy te sukcesy metody matematycznej, które polegają na możliwości pojęciowego ujmowania własności przyrody niewyobrażalnych dla człowieka. Dzięki matematyce możemy sensownie mówić o zakrzywionej czasoprzestrzeni, czy o promieniu świetlnym jako jednocześnie fali i strumieniu cząstek — by wymienić tylko najbardziej znane przykłady. Ogólniej rzecz ujmując, specyficznie matematyczna terminologia zapewnia nam «poruszanie się» zarówno w mikro-, jak i w megaświecie. W

[3] Podaję za: P. Zeidler, *Spór o status poznawczy teorii*, Poznań 1993, s. 22.

[4] M. Heller, *Wszechświat u schyłku stulecia*, Kraków 1994, s. 90.

tych obszarach zawodzi nasza wyobraźnia i poczucie oczywistości i jedynie matematyka pozwala na modelowanie zachodzących tam procesów.

Użyty przez Hellera termin „modelowanie" istotnie wzmacnia sens terminu „opis", występującego w tytule niniejszej pracy. Według Hellera, dzięki matematyce procesy fizyczne są opisywane i naśladowane, czyli modelowane. Modelowanie, jeśli można się tak wyrazić, jest aktywnym opisem — czy też opisem ustrukturalizowanym — oddającym w swej treści i formie nie tylko stan układu fizycznego, ale również zawierającym jako integralną część reguły transformacji, jakim podlega układ, reprezentowane przez odpowiednie operacje matematyczne. Nie jest to tylko kwestia epistemologii, lecz również określony problem ontologiczny, wyrażający się w pytaniu, jaki powinien być świat, aby nauka o tym świecie mogła być «nauką matematyczną»[5] (samo pytanie jest postawione w ten sposób, że zakłada realizm metafizyczny). Odpowiedź, którą proponuje Heller, utrzymana jest w duchu platońskim. Przyroda jest matematyczna. Struktury matematyczne, przy pomocy których fizycy modelują obiekty, procesy, zjawiska przyrodnicze, są odpowiednikiem tych struktur, z których „świat jest naprawdę zrobiony".[6] Matematyczne modele rzeczywistości są «cieniami» rzeczywiście istniejących i leżących u podstaw świata struktur, których istota jest matematyczna.

Jak już powiedzieliśmy, Heller opiera swój realizm — odnośnie do interpretacji zastosowań matematyki — głównie na odwołaniu się do efektywności metody matematycznej. W takim postawieniu tego problemu *implicite* zawarte jest przeświadczenie, że sukces matematyki uzasadnia tezę o jej przedmiotowym odniesieniu do świata. Teza ta jednakże nie jest symetryczna. Ciekawe bowiem jest to, że zdarzająca się nieefektywność lub mała efektywność matematyki nie jest interpretowana na niekorzyść tej dyscypliny. Przyrodnicy «płaczą», ale nadal «kochają» matematykę, widząc w poszukiwaniu nowych pojęć matematycznych jedyną szansę uporania się ze swoimi problemami. Jednakże taka postawa jest niekonsekwentna. Jeżeli sukcesy przyrodoznawstwa przypisuje się matematyce, natomiast niepowodzeniami obarcza albo naukę przyrodniczą, zarzucając jej niewłaściwą konceptualizację problemu lub zła interpretację danych empirycznych, albo metodologię, wskazując na niewłaściwe stosowanie metod matematycznych, to jest to przykładanie dwóch różnych miar do oceny stosowalności matematyki w przyrodoznawstwie. Zauważmy, że rewolucje naukowe, kryzysy metodologiczne, zmiany paradygmatów, nie «sięgają» matematyki; teorie upadają, a ona pozostaje «na placu boju». Taka sytuacja zdaje się sugerować instrumentalną interpretację zastosowań matematyki. Z drugiej strony wrażenie to wzmacnia — choć może zabrzmi to paradoksalnie — zbyt duża efektywność, niespodziewana «elastyczność» matematyki, wyrażająca się tym, że potrafimy ujmować matematycznie coraz więcej zjawisk, do niedawna uważanych za nieopisywalne przy jej pomocy, np. zjawi-

[5] Por. M. Heller, *Nowa fizyka i nowa teologia*, Tarnów 1992, s. 48.

[6] Tamże, s. 47.

ska i procesy chaotyczne, czy indywidualne, niepowtarzalne twory natury. Skoro wszystko da się «zmatematyzować», to matematyczność przestaje być wyróżnikiem istoty zjawisk, a można podejrzewać, że to my sami naszym sposobem myślenia tę matematyczność narzucamy.

Poza tym, realista odwołujący się w celu uzasadnienia swych przekonań do skuteczności, sprzeniewierza się — wyznawanej deklaratywnie — klasycznej koncepcji prawdy, zamieniając ją na koncepcję pragmatyczną. Klasyczna koncepcja prawdy jest tzw. koncepcją nieepistemiczną, zgodnie z którą bycie prawdą jest niezależne od kryteriów prawdziwości. Pragmatyści natomiast oceniają prawdziwość zdania, wskazując na jego praktyczne następstwa. Wreszcie jest faktem, że pewne wykorzystujące matematykę teorie fizyczne, które w swoim czasie odnosiły bezsporne sukcesy, w świetle współczesnej wiedzy okazały się niereferencjalne (tzn. niezgodne z teorią reprezentacji, zakładaną przez realizm). Klasycznymi przykładami takich teorii są: geometryczny system Ptolomeusza oraz fizyka Newtonowska; ponadto można wymienić dziewiętnastowieczną koncepcję eteru, która odnosiła wiele eksplanacyjnych i predykcyjnych sukcesów, a która po ogłoszeniu STW upadła wraz z eliminacją pojęcia eteru z fizyki, oraz Diracowską koncepcję relatywistycznej mechaniki kwantowej, wypartą przez kwantową teorię pola, którą zaproponowali Werner Heisenberg i Wolfgang Pauli. Ontologie postulowane *implicite* w tych teoriach zostały zanegowane w teoriach późniejszych. I na koniec sprawa dla realisty bardzo niewygodna. Co zrobić, gdy w nauce pojawiają się teorie, które — stosując odmienne ujęcia matematyczne — posiadają takie same konsekwencje empiryczne: innymi słowy — są to teorie równoważne empirycznie, odnoszące takie same sukcesy eksplanacyjne i prewidystyczne, lecz różniące się pod względem użytego aparatu matematycznego, a tym samym w świetle realizmu metafizycznego, postulujące alternatywne ontologie?

Takie sytuacje są wyzwaniem dla realistycznych koncepcji nauki, a w szczególności dla realistycznej interpretacji zastosowań matematyki. Albowiem teorie równoważne empirycznie, a operujące odmiennymi i niesprowadzalnymi do siebie kategoriami matematycznymi, proawdziłyby do odmiennych i nieredukowalnych wzajemnie obrazów rzeczywistości. Stanowisko realistyczne zmusza do postawienia problemu wzajemnych relacji pomiędzy takimi teoriami oraz między tymi teoriami a sferą rzeczywistości. Problem ten zauważa Heller w swym artykule „Czasoprzestrzeń w fizyce i kosmologii", w którym przedstawia analizę statusu pojęcia czasoprzestrzeni w ogólnej teorii względności. Konstatując, że fizycy traktują czasoprzestrzeń jako byt samoistny, oraz wyrażając przekonanie, iż struktura matematyczna teorii decyduje o jej treści, Heller przyznaje, że OTW dopuszcza kilka różnych ujęć matematycznych, „w których odmienne elementy struktury należy uznać za byty podstawowe". Według niego wszystkie różne sformułowania matematyczne tej samej teorii fizycznej „muszą mieć ze sobą coś wspólnego (w przeciwnym bowiem razie nie mogłyby być empirycznie równoważne)".[7] Argumentem , do którego znów odwołuje się Heller, jest sukces empiryczny. W przekonaniu Hellera osiągnięcie sukcesu przez pewną teorię upoważnia do wniosku, że struktura matematyczna danej teorii oddaję strukturę (lub jakiś aspekt struktury) świata. A więc różne matematyczne ujęcia teorii, po interpetacji fizykalnej prowadzące do jednakowych predykcji, nie są różnymi teoriami fizycznymi, lecz przedstawieniami tej samej teorii fizycznej.[8] „Jeżeli powyższe rozumowanie jest słuszne — stwierdza Heller — to struktury świata nie należy utożsamiać z wyobrażeniami, jakie zwykle wiąże się z danymi strukturami matematycznymi. [...] Raczej strukturę świata należy wiązać z pewnymi abstrakcyjnymi elementami strukturalnymi (na ogół nie poddającymi się naszej wyobraźni), które zachowują się przy przejściu od jednej struktury matermatycznej danej teorii, do drugiej empirycznie jej równoważnej".[9] Struktura świata byłaby, przy takim ujęciu, «niezmiennikiem» operacji przechodzenia od jednego podejścia matematycznego, do innego matematycznego przedstawienia danej teorii. Żadna teoria matematyczna nie odpowiada rzeczywistości wprost; mogą one jedynie być reprezentacjami głębszej, abstrakcyjnej struktury matematycznej, która odpowiada strukturze świata.

Wydaje się, że Heller, proponując tego rodzaju «głębszy» realizm, popada w sprzeczność ze swoimi wcześniejszymi ustaleniami odnośnie do realistycznej interpetacji zastosowań matematyki. Okazuje się, że żaden z alternatywnych środków matematycznych nie może być potraktowany jako odpowiadający strukturze rzeczywistości, chociaż każdy jest — jak powiada Heller — reprezentacją treści poznawczej tej teorii. Inaczej mówiąc, ogólna teoria względności potraktowana jest realistycznie, natomiast aparat matematyczny stosowany w niej traci interpretację realistyczną, stając się **jedynie pewnym sposobem** wyrażania rzeczywistych treści tej teorii.

Tym tropem podąża, jak się wydaje, Adam Grobler.[10] Podobnie jak Heller, optuje on za realizmem naukowym, ale w słabszej wersji niż metafizyczna, dostrzegając trudności, jakie wiążą się ze stosowaniem przez realizm korespondencyjnej koncepcji prawdy. W związku z tym sprzeciwia się stanowisku, traktującemu teorie przyrodnicze jako zinterpretowane struktury matematyczne, sugeruje to bowiem, iż rzeczywistość zachowuje izomorfizm struktur w stosunku do teorii matematycznych, wypełniając je jedynie treścią fizyczną — co byłoby równoważne akceptacji silnej metafizycznej tezy o matematyczności przyrody. Grobler, chcąc uniknąć takich konsekwencji realizmu, próbuje rozwiązać problem zastosowań matematyki w przyrodoznawstwie, posługując się strategią instrumentalistyczną. Według niego strukturę matematyczną teorii przyrodniczej należy uważać za narzędzie budowania modeli rzeczywistości, przy czym zazna-

[7] M. Heller, „Czasoprzestrzeń w fizyce i kosmologii", [w:] M. Heller, Z. Golda (red.), *Kosmos i filozofia*, Kraków 1994, s. 27.

[8] Por. tamże, s. 26.

[9] Tamże, s. 27.

[10] A. Grobler, *Prawda i racjonalność naukowa*, Kraków 1993.

cza, że wykorzystywane kategorie matematyczne nie reprezentują żadnych aspektów modelowanej rzeczywistości. Swoje stanowisko określa mianem „instrumentalizmu matematycznego". Pogląd ten charakteryzuje się wyodrębnieniem, czy też autonomizacją treści poznawczych teorii empirycznych względem zastosowanego aparatu matematycznego. Innymi słowy, „teza instrumentalizmu matematycznego [...] oddziela treść poznawczą teorii naukowej od matematycznych środków wyrazu tej treści".[11]

W myśl tezy instrumentalizmu matematycznego, nie powinniśmy wprowadzać do ontologii teorii naukowej tych elementów, które wynikają wyłącznie z operowania pojęciami matematycznymi. Nie należy przenosić stosowanych własności matematycznych na świat realny, bowiem to, że w modelach fizykalnych operujemy np. funkcjami ciągłymi czy przestrzeniami metrycznymi, nie może być powodem uznawania ciągłości realnej przestrzeni, czy istnienia bezwymiarowych punktów. Lepiej jest, według Groblera, zrezygnować w ogóle z zamiaru interpetowania własności funkcji, czy ogólniej aparatu matematycznego, występującego w modelach teoretycznych, bowiem nie reprezentują one niczego w dziedzinie przedmiotowej danej teorii. Są natomiast źródłem tak zwanych **presupozycji metafizycznych**, będących w opinii autora przyczyną istnienia teorii alternatywnych pod względem matematycznym, choć równoważnych empirycznie. Wykorzystywanie określonych kategorii matematycznych przy założeniu, że mają one stanowić formalny wyraz własności realnych obiektów, presuponuje istnienie określonych własności świata realnego, do ujęcia których kategorie te stosujemy. Istotą instrumentalizmu matematycznego Groblera jest próba usunięcia z języka nauki tych metafizycznych wtrętów, które stanowią, jego zdaniem, zbędne dla danej nauki «przedzałożenia» egzystencjalne. W szczególności uchylenie presupozycji wynikających z zastosowania matematyki, prowadzi do usunięcia z języka danej teorii naukowej nazw własności i przedmiotów postulowanych przez aparat matematyczny, a w konsekwencji do usunięcia nietestowalnych zdań o tych przedmiotach. W takim zabiegu Grobler widzi szansę zredukowania rodziny teorii różniących się aparatem teoretycznych, a jednocześnie równoważnych empirycznie. Bowiem to „presupozycje metafizyczne generują alternatywę równoważnych empirycznie hipotez".[12]

Instrumentalizm matematyczny nie wyklucza jednakże — według Groblera — uznania istnienia nawet wysoce teoretycznych obiektów, postulowanych przez wyrafinowane teorie fizyczne czy kosmologiczne, takich jak cząstki elementarne, pola oddziaływań grawitacyjnych czy elektromagnetycznych. Warunkiem jest obserwowalność tych obiektów w sensie Dudleya Shapere'a, tzn. dostępność dla idealnego podmiotu poznania, która z kolei polega na tym, że obiekt jest wykrywalny przez dowolny odbiornik sygnałów zarejestrowanych, a następnie przetworzonych za pomocą odpowiedniej aparatury na sygnał rozróżnialny przez człowieka. W ten sposób Grobler

[11] A. Grobler, *Prawda i racjonalność naukowa*, Kraków 1993, s. 8.

[12] Tamże, s. 117.

godzi instrumentalizm matematyczny z realizmem naukowym, lecz oczywiście odrzuca możliwość uznania matematycznych własności modeli teoretycznych za cechy strukturalne samej rzeczywistości.

Przed instrumentalizmem matematycznym stoi więc problem wyjaśnienia zjawiska efektywności matematyki. Realista Heller w tym momencie powoła się na matematyczność przyrody, wyrażającą się w strukturalnym i funkcjonalnym pokrewieństwie dziedziny matematyki oraz rzeczywistości. Natomiast instrumentalistyczna interpretacja zastosowań matematyki, która uporała się z problemem odmiennych matematycznie, ale równoważnych empirycznie teorii, dużo mniej przekonująco tłumaczy efektywność matematyki w naukach przyrodniczych. Aby naświetlić ten problem, Grobler porównuje rolę matematyki do roli gramatyki — powiadając, że mówimy o sprzętach używając rzeczowników rodzaju męskiego, żeńskiego czy nijakiego, co nie świadczy o tym, że rzeczy są rodzaju męskiego, żeńskiego czy nijakiego.[13] Podobnie matematyki używamy do «mówienia» o przedmiotach fizykalnych, ale z tego nie wynika, że obdarzone są one własnościami matematycznymi. Matematyka jest dla Groblera po prostu narzędziem i środkiem powiększania **mocy opisowej** języka nauki, polegającej na poszerzeniu zbioru kategorii języka potocznego[14] o pojęcia matematyczne, co służyć ma zwiększeniu szczegółowości tego języka. Można odnieść wrażenie, iż Grobler sugeruje, że to właśnie powiększaniu mocy opisowej języków teorii przyrodniczych zawdzięcza matematyka swą skuteczność. Szkoda, że autor nie wyjaśnił bliżej tej kwestii. Z jego uwag wiadomo jedynie, że mocy opisowej nie należy utożsamiać z **wydolnością opisową** —kategorią, stosującą się do języków lub modeli.[15]

Wydolność wiąże się z trafną lub nietrafną reprezentacją przez model danego fragmentu lub aspektu dziedziny przedmiotowej tego modelu. Pomijając to, że trudno powiedzieć, czym miałaby być trafność (jeżeli nie prawdziwością lub adekwatnością) lub czym miałaby się różnić od prawdziwości, Grobler sam przyznaje, iż „wydolność opisowa modelu jest (tak jak prawdziwość) własnością transcendentną względem możliwości jej rozpoznania".[16] W każdym razie instrumentalizm matematyczny Groblera wyraża się między innymi tym, że kategoria wydolności opisowej nie stosuje się do matematyki w tym znaczeniu, że matematyka nie ma nic wspólnego z trafnością lub nietrafnością teorii przyrodniczych sformułowanych przy jej pomocy. Jeśli dobrze rozumiem, to sama matematyka również nie jest wydolna opisowo w sensie Groblera. Nadaje się natomiast do zwiększania mocy opisowej języka nauki. Mechanizm tego procesu łączy się z wyrafinowaniem i wielką precyzją pojęć matematycznych, ich różnorodnością i bogactwem form. Subtelność dystynkcji czynionych przez matematy-

[13] Por. tamże, s. 133.
[14] Por. tamże, s. 140.
[15] Por. tamże, s. 68.
[16] Tamże, s. 70.

ków przy konstruowaniu systemów pojęć sprawia, że mogą oni rozpatrywać najróżnorodniejsze, bogate treściowo kategorie abstrakcyjne. Powoduje to, że język matematyki zastosowany do kategorialnego ujęcia badanych problemów, może stanowić „rozszerzenie repertuaru predykatów języka potocznego"[17], umożliwiając wyrażanie skomplikowanych relacji między obiektami dziedziny przedmiotowej danej teorii. Przedmioty matematyczne, takie jak liczby, funkcje liczbowe, wektory, tensory, rozmaitości różniczkowe, abstrakcyjne grupy symetrii, pozwalają ująć adekwatnie treść teorii fizykalnych, w przeciwieństwie do języka naturalnego, który zrobić tego nie jest w stanie. Czasami matematyczne zwiększenie mocy opisowej języka nauki powoduje jego **nadwydolność**, przejawiającą się w „sugerowaniu przez formę matematyczną [danej teorii — J.M.] treści nieempirycznych".[18] Kategorie matematyczne, pozwalając precyzyjniej wyrazić treść teorii, wprowadzają do niej niedostrzegalnie i w sposób niezamierzony określoną specyfikę. Według Groblera nie jest to zjawisko pożądane, gdyż prowadzi do wielu niejasności i nieporozumień, polegających na przypisywaniu światu pewnych nieweryfikowalnych własności, będących konsekwencją stosowania matematyki. Instrumentalizm matematyczny ma być antidotum na tego rodzaju realistyczne pokusy. Nadwydolność może jednak — zdaniem Groblera — mieć pozytywne skutki. Może ona być przyczyną tajemniczych sukcesów przy wyprowadzaniu nowych czy wręcz niezamierzonych treści empirycznych z teorii przyrodniczych, za pomocą czysto matematycznych operacji wykonanych na obiektach teorii. Grobler pisze: „Niekiedy skutkiem nadwydolności języka matematycznego można uzyskać niezamierzone treści o nieoczekiwanej mocy heurystycznej"[19], jednak nie wyjaśnia bliżej mechanizmu tego zjawiska. Użyte przezeń określenia „niezamierzony" i „nieoczekiwany" sugerują, że pojmuje on tę kwestię w duchu Wignera, jako sympatyczny zbieg okoliczności. Wnoszę stąd, że Groblerowski instrumentalizm matematyczny nie wykracza istotnie, jeżeli chodzi o problem wyjaśnienia efektywności matematyki, ponad to, co powiedział Wigner.

Niezależnie od tego, koncepcja powiększania mocy opisowej języka nauki — jak sądzę — upraszcza wizję wykorzystania matematyki w przyrodoznawstwie. Według Groblera matematyka zwiększa jedynie szczegółowość języka (środków wyrazu) danej nauki, umożliwiając precyzyjne wyrażanie treści danej teorii. Wygląda to tak, jakby problemy badawcze rozpoznawane były przez uczonych w całej ich złożoności, a następnie, dla zwiększenia adekwatności opisu, wyrażane w języku matematyki. Sprawa nie przedstawia się jednak tak prosto. Często dopiero zastosowany aparat matematyczny pozwala dostrzec problem, a następnie powiedzieć o nim coś sensownego. Kategorie matematyczne pozwalają wyrazić teoretycznie nawet zjawiska z zasady nie-

[17] Tamże, s. 140.
[18] Tamże, s. 143.
[19] Tamże, s. 143.

wyrażalne w języku naturalnym. Powszechnie wiadomo, że najistotniejsze dwudziestowieczne odkrycia zawdzięczały swoje zaistnienie właśnie matematyce. Na przykład, żadne intuicje nie mogły pomóc w ujęciu świata subatomowego, a dopiero wprowadzenie matematyki umożliwiło wyrażenie treści fizycznych dotyczących mikroświata.

W tym kontekście analogia z gramatyką wydaje się nieadekwatna. Natura gramatyki jest raczej aposterioryczna niż aprioryczna; nie ma w niej mowy o konieczności logicznej. Gramatyka na przykład sama nie generuje nowych wyrazów, a jedynie podaje reguły łączenia wyrazów już funkcjonujących. Wbrew temu, co zdaje się sugerować Grobler, możliwe jest także zrozumienie niektórych wypowiedzi niegramatycznych, co świadczy o posiadaniu przez nie pewnego sensu intersubiektywnego. Matematyka natomiast, umiejętnie zastosowana, potrafi sugerować istnienie nowych obiektów, otwierać nieznane wcześniej pola problemowe, interpretować dane eksperymentalne — a wiele zagadnień naukowych należących do współczesnego przyrodoznawstwa, nie może mieć innego niż matematyczny wyrazu.

Podkreślanie niezbędności matematyki dla teorii fizykalnych, wyrażające się przekonaniem, że język matematyki jest nieusuwalną częścią języka nauki, prowadzi w sposób naturalny do pytania, czy struktura matematyczna teorii nie wpływa na jej treść empiryczną. Gdyby tak było, to teza instrumentalizmu matematycznego zostałaby podważona, bowiem matematyka nie mogłaby być uważana za neutralną w stosunku do empirycznej zawartości teorii. O tej zawartości decydują podstruktury empiryczne teorii, które są jej częściowymi modelami, powstałymi przez usunięcie z jej modeli tak zwanych funkcji teoretycznych, tzn. takich funkcji, których wartości nie da się wyznaczyć niezależnie od rozpatrywanej teorii.[20] Zwróćmy jeszcze uwagę, że chociaż wyróżnienie w modelach danej teorii podstruktur empirycznych ma na celu eksplikację jej sensu empirycznego, to podstruktury empiryczne są po prostu (przy modelowym ujęciu) pewnymi zredukowanymi modelami teorii, na które matematyka wpływa w sposób istotny, albowiem to przy pomocy jej kategorii tworzymy te modele. Struktura matematyczna jest właściwą strukturą architektoniczną teorii. Zastosowanie «innej» matematyki może prowadzić do odmiennych wyników uzyskiwanych przez zmatematyzowaną naukę.

Na przykład John D. Barrow zwraca uwagę na konsekwencję konstruktywistycznego podejścia do matematyki. „Fizycy musieliby porzucić takie sławne wyniki dedukcji, jak twierdzenia o osobliwości, obecne w ogólnej teorii względności. [...] Twierdzenia te nie konstruują bowiem tego przeszłego momentu wprost, lecz raczej używają jako narzędzia *reductio ad absurdum*, aby wykazać, że jego nieistnienie dałoby w wyniku logiczną sprzeczność"[21] Wyjaśnia on również, dlaczego większość fundamentalnych wizji fizycznego świata zakłada, że podstawowe obiekty, takie jak

[20]Tamże, s. 126.

[21]J.D. Barrow, *Teorie wszystkiego*, Kraków 1995, s. 243.

pole, przestrzeń i czas, są uznawane za byty ciągłe a nie za coś, co składa się z elementów dyskretnych. Okazuje się, że w tym wypadku również ingeruje matematyka, bowiem postulat ciągłości prowadzi do ogromnej i zaskakującej redukcji zakresu wyboru teorii matematycznej, jako modelu rozpatrywanej sytuacji fizycznej. „Liczba ciągłych przekształceń zbioru liczb rzeczywistych jest aż o jedną nieskończoną liczbę kardynalną mniejsza od liczby wszystkich możliwych przekształceń nieciągłych. [...] Ponieważ wśród ciągłych przekształceń jest również zbiór możliwych relacji, z których wybieramy klasę przekształceń (albo równań) zwanych prawami fizyki, widać stąd, że potencjalnie świat nieciągły byłby nieskończenie bardziej złożony”.[22] Po prostu modele świata, które byłyby dyskretne, dopuszczałyby dużo więcej możliwości z tego powodu, że mniej byłoby ograniczeń dotyczących przekształceń danych empirycznych, chociażby w rodzaju wymogu ciągłości. W obliczu takich przykładów, trudno sobie wyobrazić niezaangażowanie matematyki w treść empiryczną teorii. Ale na tym nie koniec. Matematyka dostarcza aparatu pojęciowego do wyrażania danych doświadczenia, które tworzą empiryczną bazę teorii. Relacja teorii do rzeczywistości sprowadza się bowiem do ustalenia odpowiedniości między wielkościami fizycznymi mającymi postać matematyczną, a wynikami pomiarów. Paweł Zeidler zwraca uwagę, że skoro teoria empiryczna weryfikowana jest przez dane uzyskiwane z obserwacji czy eksperymentów, które mogą być wyrażone jedynie jako liczby wymierne, to fakt ten nie jest neutralny i zakłada określoną teorię pomiaru. Teoria pomiaru natomiast musi brać pod uwagę, jaki aparat matematyczny jest używany do konceptualizacji wiedzy empirycznej.[23]

Skoro matematyka, jak się wydaje, nie jest neutralna w stosunku do swoich zastosowań, to sensowna interpretacja jej stosowalności w naukach przyrodniczych wymaga jakiejś wersji realistycznego rozumienia jej roli w budowaniu nauki. Nie może to być jednak realizm metafizyczny, ze swoją tezą o matematyczności przyrody. Gdybym miał określić swoje stanowisko w kwestii odnoszenia się teorii naukowych do świata, to odwołałbym się do pojęcia **realizmu niereprezentacyjnego**.[24] Zgodnie z tą koncepcją, świat fizyczny istnieje w sobie właściwy sposób, niezależnie od naszej wiedzy, a zmatematyzowane teorie przyrodoznawstwa służą do czegoś więcej niż tylko do ustalania relacji pomiędzy zbiorami zdań obserwacyjnych. Jednakże ten typ realizmu nie przyjmuje korespondencyjnej koncepcji prawdy, odrzuconej w wyniku konstatacji faktu, że nie mamy dostępu do badanego świata niezależnie od — ocenianych właśnie w kategoriach prawdy i fałszu — teorii dotyczących tego świata. Ponieważ niereprezentacyjny realizm wyklucza pojęcie prawdy jako korespondencji z faktami, unika trudności nękających typowo realistyczne koncepcje. Nie pojawia się w ogóle problem «opisu» rzeczywistości, a odmienne konceptualnie, choć równoważne empiry-

[22] Tamże, s. 58.

[23] P. Zeidler, *op. cit.*, s. 75.

[24] Por. A. Chalmers, *Czym jest to, co zwiemy nauką*, Wrocław 1993, s. 204.

cznie teorie nie stanowią naruszenia spójności nauki. Ten typ realizmu unika również typowych zarzutów kierowanych przeciwko instrumentalizmowi, na przykład pytania, dlaczego teorie niereferencjalne, takie jak mechanika Newtonowska, odnosiły tak wielkie sukcesy. Realizm niereprezentacyjny przyjmuje, że nasze teorie ujmują w miarę poprawnie pewne aspekty rzeczywistości, mimo iż nie są one jej prostą «kalką». Tak więc stosują się w pewnych granicach do tej rzeczywistości.

Opowiadając się za realizmem niereprezentacyjnym, odrzucam tezę realizmu metafizycznego o matematyczności przyrody i zgadzam się z Groblerem, że „w samej przyrodzie nie można zaobserwować niczego, co można by nazwać matematycznością albo niematematycznością".[25] Oczywiście z tego, że nie możemy zaobserwować jakiegoś stanu, nie wynika jego nieistnienie. Nie można *a priori* wykluczyć matematyczności przyrody. Jednak metody, którymi możemy się posłużyć, by w sensowny sposób rozstrzygać tę kwestię, są metodami pośrednimi, odwołującymi się do rozumowania redukcyjnego. Specyfika tego typu rozumowań sprawia, iż wnioski nie mogą być uznane za bezsporne. W tej sytuacji rozstrzygnięcia podstawowych filozoficznych aspektów tego problemu nie mogą być konkluzywne. Pozostaną kwestią wyboru w pewnej mierze arbitralnego, po prostu dlatego, że nie dysponujemy obrazem świata niezależnego od naszych teorii.

Sytuacja — jak się wydaje — wygląda tak, że albo przy silnych metafizycznych założeniach (teza o matematyczności przyrody) otrzymujemy w miarę prosty mechanizm funkcjonowania matematyki we współczesnej nauce, albo próbując minimalizować «dane wyjściowe», borykamy się z wyjaśnieniem tajemniczej efektywności matematyki. Sądzę, że należy hołdować metodologicznej zasadzie kierowania się ekonomią myślenia, postulującej przyjmowanie prostych, naturalnych, niezbędnych i elementarnych założeń. Przy odpowiednio silnych założeniach można bowiem uzasadnić dowolną tezę, ale przecież nie na tym rzecz polega. Myślę, że jeżeli chodzi o kwestię struktury przyrody samej w sobie, powinniśmy unikać dogmatycznego przesądzania sprawy. W szczególności, opierając się na metodologicznej zasadzie minimalizacji założeń, można byłoby hipotetycznie przyjąć, że przyroda jest **amatematyczna**, tzn. nie jest ani matematyczna, ani niematematyczna (podobnie, jak nie jest moralna czy niemoralna, lecz po prostu amoralna). Zanczy to, że zawieszamy sąd na temat, czy rzeczywistość jest czy nie jest matematyczna, stwierdzając jednocześnie, iż pewne jej aspekty poddają się «opisowi» matematycznemu, są «ujmowalne» czy też interpretowalne matematycznie. Amatematyczność przyrody bowiem nie wyklucza *a priori* eliminacji metod matematycznych z przyrodoznawstwa.

Takie neutralne podejście do problemu matematyczności przyrody ma swoje korzyści. Pozwala, jak sądzę, uniknąć kłopotów stanowiska realistycznego, jak również przezwyciężyć trudności instrumentalistycznej interpetacji zastosowań matematyki.

[25] A. Grobler, „Kto wierzy w prąd elektryczny", *Znak* 5(1993), s. 80.

Obojętna na matematykę przyroda może, w pewnym stopniu, poddawać się obróbce metodami matematycznymi, jak również w pewnym stopniu opierać się tym metodom. W tym kontekście zrozumiałe stają się zarówno sukcesy, jak i porażki zastosowań matematyki. Przyrodnicy wiedzą, że aby efektywnie stosować matematykę, trzeba się «zdrowo napocić», naginając metody matematyczne, by «pracowały» w myśl przyjętych założeń. Wspomnijmy chociażby kłopoty z resztami nieskończonymi, pojawiającymi się w kwantowych teoriach pola, które usuwane są za pomocą matematycznych środków, mających charakter *ad hoc*[26], czy też próby Stephena Hawkinga wyeliminowania, na gruncie kwantowej teorii grawitacji, warunków brzegowych dla Wszechświata[27], określone przez Roberta Matthewsa mianem „matematycznego kuglarstwa"[28].

W tym świetle nieco inaczej przedstawia się problem efektywności matematyki. Przypomnijmy, że na ogół niewątpliwą skuteczność matematyki pojmuje się bądź jako coś naturalnego i oczywistego —coś, co jest w jakiś sposób zagwarantowane (realizm metafizyczny) — bądź jako coś zaskakującego, niezrozumiałego, a jednak realnie istniejącego (instrumentalizm). Skuteczność, o której mowa, przecenia się w moim przekonaniu, sądząc np., że matematyka może w sposób absolutnie adekwatny modelować strukturę świata. Tymczasem skuteczność matematyki jest, że się tak wyrażę, natury **faktycznej**, a nie ideologicznej. Jest następstwem, a zarazem współdeterminantą rzeczywistego procesu nauki. W tym sensie matematyka nie jest ani nieograniczenie skuteczna — jak to widzą przedstawiciele realizmu metafizycznego, ani też nieuzasadnienie skuteczna — jak muszą przyznać zwolennicy instrumentalistycznej interpretacji nauki. Matematyka jest po prostu umiarkowanie skuteczna, bowiem jej skuteczność ma raczej wymiar pragmatyczny. Mechanizm tej skuteczności jest konwencjonalistyczno-adaptacyjny. Stwarzamy wielką liczbę najróżnorodniejszych teorii matematycznych, struktur i wzorów, a następnie stosujemy tam, gdzie najlepiej spełniają swoje zadania, zmuszając fizyczne aspekty rzeczywistości do układania się w myśl tych wzorów. To niekoniecznie implikuje doskonałą «przystawalność» matematyki do świata.

Oczywiście taki sposób ujmowania problemu odrzuca reprezentacjonizm — stanowisko, zgodnie z którym istnieje określona relacja między tym, co reprezentuje — teorią naukową, a tym, co jest reprezentowane — rzeczywistością samą w sobie. Ustalenie bowiem, czy owa postulowana relacja reprezentowania zachodzi, wymaga odwołania się do ponadludzkiego punktu widzenia. Gdy przezwyciężymy punkt widzenia reprezentacjonizmu, tytułowa alternatywa jawi się jako problem źle postawiony. Interpretacja zastosowań matematyki wymyka się pojęciowemu schematowi realizm-instrumentalizm. Ewentualne odnoszenie się matematyki do świata nie może być rozu-

[26] Por. S.W. Hawking, *Krótka historia czasu*, Warszawa 1990, s. 145, 146.

[27] Por. tamże, s. 130.

[28] R. Matthews, *O najskrytszych zamysłach Pana Boga. Tajemnice na pograniczu wiedzy*, Warszawa 1995, s. 256.

miane w kategoriach korespondencji. Rola matematyki nie sprowadza się do uchwycenia struktury świata samego w sobie (jak to pojmują realiści) lub też jedynie zewnętrznego i pośredniego uczestnictwa w artykulacji treści teorii przyrodniczych (w myśl przekonań instrumentalistycznych). Wydaje się, że proces matematycznego oswajania świata zewnętrznego ma bardziej zasadniczy oraz istotnie twórczy charakter. Nie polega głównie, czy jedynie, na dopasowywaniu aparatu poznawczego matematyki do obiektu badanego, lecz raczej na współtworzeniu, konstytuowaniu tego obiektu — czyli świata. «Przeciwdziedziną» tego procesu jest jednoczesne generowanie kategorii matematycznych.

Tak więc dylemat: matematyka — narzędzie czy opis, może znaleźć roztrzygnięcie kompromisowe. Matematyka jest, z jednej strony, **narzędziem opisu** w tym sensie, że chociaż nie wiemy, czy izomorfizm pomiędzy jej strukturami a światem rzeczywiście istnieje, to przecież odnosimy mniej czy bardziej udanie jej kategorie do rzeczywistości. Nie możemy wiedzieć, czy matematyka odnosi się bezpośrednio do świata, jednak pośrednio wpływa na taki lub inny jego teoretyczny obraz, będąc «selektorem» treści poznawczych docierających ze świata zewnętrznego, jak również «pryzmatem», przez który zmuszeni jesteśmy «patrzeć» na przyrodę.[29] Z drugiej strony matematyka jest **opisem narzędzi**, jest bowiem jednocześnie nauką o «narzędziach poznania». Poddaje najbardziej szczegółowemu i drobiazgowemu badaniu obiekty, relacje, związki i struktury typu matematycznego, które z kolei przez nauki empiryczne adaptowane są do ich potrzeb. Chociaż sama matematyka nie służy do badania niczego, poza kategoriami matematycznymi, to zastosowanie jej w przyrodoznawstwie, czyli nasączenie treścią fizyczną, oferuje określony obraz świata. Na ile jest to wierny obraz — nie umiemy stwierdzić, dysponujemy bowiem jedynie matematyczną «fotografią» tego świata, nie mając bezpośredniego dostępu do oryginału.

[29] Więcej na ten temat patrz: J. Mrozek, „Status poznawczy matematyki", *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Gdańskiego*, seria Filozofia i Socjologia, nr 9, 1984, s. 5-19.